

مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية
المنظمة العربية للترجمة

لويد دنغل
مايك توولي

مبادئ هندسة الطائرات

ترجمة
أ. د. مفيد هلال

سلسلة كتب التقنيات الاستراتيجية والمتقدّمة

تمهيـد

تـم وضـع كـتـب هـذه الـسـلـسـلـة مـن أجـل كـلٍّ مـن الـدراسـات الـمـسـتـقـلـة والدراسات بمساعدة مُدرِّسين. لهذا السبب ينبغي أن تكون مفيدة، وبشكل خاص للمبتدئ بشكل ذاتي، ولأولئك الذين يرغبون بتحديث أو ترقية رخصة صيانة الطائرات. أيضاً، يجب أن تثبت السلسلة أنها مصدر مرجعي مفيد للأشخاص الذين يتلقون برامج التدريب من البداية في JAR 147 (الآن EASA, IR، الجزء 147) وFAR147 الموافق عليه من المنظمات، وأولئك المرتبطين ببرامج هندسة الطائرات في مؤسسات التعليم المتقدم والعالي.

وقد تمّت كتابة هذا الكتاب بشكل رئيسي كواحد في سلسلة من النصوص، التي تهدف إلى تغطية قاعدة المعارف الأساسية اللازمة لميكانيكيي التصديق والفنيين والمهندسين العاملين في أنشطة الصيانة الهندسية على الطائرات التجارية. بالإضافة إلى ذلك، يجب أن يجذب هذا الكتاب أفراد القوات المسلحة والطلاب المهتمين بالتدريب والمؤسسات التعليمية العاملة في مجال هندسة صيانة الطائرات وغيرها من برامج التعليم الهندسي للطائرات ذات الصلة.

سنغطي في هذا الكتاب وبالتفصيل الرياضيات الأساسية، والفيزياء، والأساسيات الكهربائية والإلكترونية، والأيرودايناميكك؛ وجميعها ضروري لفهم وظيفة وعمل التكنولوجيا المعقدة المستخدمة في الطائرات الحديثة.

تمّ تقسيم الكتاب إلى أربعة أجزاء رئيسية:

- مقدمة
- الأساسيات العلمية
- الأساسيات الكهربائية والإلكترونية
- أساسيات الأيرودايناميكك

في المقطع التقديمي، سوف تجدون معلوماتٍ عن طبيعة صناعة صيانة الطائرات، وأنواعاً من الدور الوظيفي الذي يمكن أن تتوقعونه، والأساليب الحالية المستخدمة لتدريبكم وتعليمكم مثل هذه الأدوار، ومعلومات عن نظام الامتحانات المتصلة مباشرة بهندسة صيانة الطيران المدني. بالإضافة إلى ذلك، سوف تجدون معلومات عن الطرق التقليدية للتدرج الوظيفي، والتمييز المهني، والإطار التشريعي وثقافة السلامة التي هي جزء لا يتجزأ من صناعتنا.

بدأنا دراستنا في مقطع الأسس العلمية من دراسة الوحدة التدريسية 1 من منهاج JAR66 والتي هي الآن (EASA, IR, Part 66) (انظر المؤهلات والمستويات) التي تغطي الرياضيات الابتدائية اللازمة للتدرب على مستوى فنيي الفئة B. يشعر المؤلفان، أن هذا المستوى من الرياضيات «اللاحاسوبية» غير كافٍ كشرط أساسي لدعم دراسة الفيزياء ووحدات التكنولوجيا الخاصة بها، والتي تتبعها. لهذا السبب، ولمساعدة الطلاب الذين يرغبون في متابعة المؤهلات الأخرى ذات الصلة، تم إدخال قسم خاص بالرياضيات المتقدمة.

تعتبر دراسة الوحدة التدريسية 2 من الجزء-66 في الفيزياء شاملة بما فيه الكفاية وفي العمق المطلوب لكلا فنيي الفئتين B1 وB2.

يغطي المقطع المتعلق بالأسس الكهربائية والالكترونية بشكل شامل الوحدتين التدريسيتين 3 و4 من الجزء 66 لمستوى معرفة مناسب لفنيي إلكترونيات الطيران الفئة B2. وستتم تغطية الوحدة التدريسية 5 في التقنيات الرقمية، وأنظمة الآلات الإلكترونية في الكتاب الخامس من سلسلة أنظمة الكترونيات الطيران.

يختتم هذا الكتاب بمقطع يدرس الأيروديناميكك، الذي كتب لتغطية جزء من الوحدة التدريسية 8 من الجزء 66.

في ضوء الطابع الدولي لصناعة الطيران المدني، جميع موظفي الصيانة الهندسية للطائرات بحاجة إلى أن يكونوا ملمّين إلى حد بعيد بوحدات النظام الدولي للمقاييس، قادرين على إثبات الكفاءة في التعامل مع «الوحدات البريطانية» للقياس المعتمدة من قبل مصنعي الطائرات الدوليين، مثل شركة بوينغ للطائرات، حيث يعتبر من الضروري تأكيد وحدات القياس الإنكليزية إلى جانب وحدات النظام الدولي SI units المعترف بها عالمياً.

يعرض فصل الفيزياء (الفصل 4) مقدمة شاملة عن وحدات النظام الدولي SI، حيث ستجدون أيضاً إشارة إلى النظام البريطاني، مع جداول التحويل بين الوحدات المعروضة من كلا النظامين.

لتعزيز طبيعة المسألة لكل موضوع رئيسي، هناك العديد من الأمثلة المحلولة وأسئلة مكتوبة لاختبار الفهم والمصممة لتعزيز التعلم. بالإضافة إلى ذلك، ستجدون في نهاية كل فصل مجموعةً من الأسئلة المتعددة الخيارات، التي صنّفت لتحاكي عمق واتساع المعرفة المطلوبة من قبل الأفراد الراغبين في ممارسة مستوى الميكانيكي (فئة A) أو مستوى الفني (فئة B). ينبغي محاولة حل ورقات الأسئلة متعددة الخيارات هذه بعد إكمال دراستكم للفصل المناسب. بهذه الطريقة، سوف تحصل على فكرة أوضح عن كيفية الوصول إلى المسألة الجوهرية على مستوى الوحدة التدريسية. لاحظوا أيضاً أن معلومات الفئة B مطلوبة من قبل أولئك الذين يرغبون في تعلم مستوى الفئة C أو مستوى المهندس. يتعين على الأفراد الذين يأملون في مواصلة هذا الطريق التأكد من أنهم يفهمون جيداً المعلومات المتعلقة بطرق ومسارات ومستويات الفحص المعطاة لاحقاً.

في نهاية الكتاب يوجد المزيد من المعلومات حول مسائل مثل المشغلين الفضائيين، مصنّعي الطائرات ومكوّناتها، مواقع الإنترنت المفيدة، الهيئات التنظيمية، التدريب والمؤسسات التعليمية، وقوائم شاملة من التعاريف والمصطلحات والمراجع والملاحق. في الأماكن المناسبة من متن النص تمّت الإشارة إلى المراجع باستخدام رموز علوية على شكل أرقام.

لويد دنغل

مايك توولي

الأجوبة عن الأسئلة

أعطيت إجابات «اختبر فهمك» في الملحق F. يمكن الوصول إلى حلول الأسئلة متعددة الخيارات، والأسئلة العامة عن طريق مساعدة المعلمين والمحاضرين. للوصول إلى هذه المادة يمكن زيارة الموقع: <http://books.elsevier.com/manuals>

واتباع التعليمات التي تظهر على الشاشة.

حاشية

في الوقت الذي تمّ فيه دفع هذا الكتاب إلى الطباعة، تم استبدال JAR 66 وJAR147 من قبل الوكالة الأوروبية لسلامة الطيران (EASA)، والقواعد التنفيذية (IRS) الجزأين 66 و147، وستكون هناك تعديلات أُخرى كلما أمكن تعديل هذه المراجع وغيرها من المراجع المتعلقة بمنشورات صيانة الطائرات. . . لتعكس الدور والمسؤوليات الجديدة للـ EASA. راجع الملحق (C) للحصول على مزيد من التفاصيل.

شكـــر وتقديــر

يود المؤلفان أن يُعربا عن امتنانهما لأولئك الذين ساعدوا في إخراج هذا الكتاب:

جيريمي كوكس (Jeremy Cox) ومايك سميث (Mike Smith) من الخطوط الجوية البريطانية، عن السماح للوصول إلى مرافقها والمشورة بشأن إدارة صيانة الطائرات المدنية، وبيتر كولير (Peter Collier) رئيس لجنة الاعتماد غير الرئيسية RAeS، عن تقديم المشورة في مسارات التقدم الوظيفي. وفريق تعليم هندسة الفضاء في جامعة كينجستون، وعلى وجه الخصوص أندرو سيلف (Andrew Self) وستيف بارنز (Steve Barnes) وايان كلارك (Ian Clark) وستيف رايت (Steve Wright) لتقييم قراءة النص، وجوناثان سيمبسون (Jonathan Simpson) وجميع أعضاء الفريق في Elsevier على صبرهم ومثابرتهم. وأخيراً، نود أن نقول «شكراً جزيلاً» لويندي (Wendy) و إيفون (Yvonne). مرة أخرى، من دون دعمكم وتفهمكم، لم يكن بالإمكان إخراج هذا الكتاب!

المحتويـــات

تقديـــم 15

الجــزء 1
مقدمــة

الفصل الأول : المقدمة 19

1 ـ 1 الصناعة الهندسية للطائرات 19

1 ـ 2 أدوار العمل المختلفة لهيئة الصيانة المجازة 21

1 ـ 3 فرص التدريب والتعليم والتدرج الوظيفي 30

1 ـ 4 رخصة هيئة الطيران المدني:
البنية والمؤهلات والاختبارات والمستويات 42

1 ـ 5 نظرة عامة على تنظيم صلاحية طيران الطائرات
وصيانة الطائرات وثقافة السلامة الخاصة بها 52

الجــزء 2
الأساسيــات العلميــة

الفصل الثاني : الرياضيات 81

2 ـ 1 مقدمة 83

2 ـ 2 الحساب 84

2 ـ 3 الجبر 129

2 ـ 4 الهندسة وعلم المثلثات 182

2 ـ 5 أسئلة متعددة الخيارات 245

الفصل الثالث : الرياضيات المكمّلة 269

3 ـ 1 الجبر المكمّل 270

3 ـ 2 علم المثلثات المكمّل 293

3 ـ 3 طرق الإحصاء 324

3 ـ 4 حسابات التفاضل والتكامل 352

الفصل الرابع : الفيـزياء 399

4 ـ 1 ملخص 399

4 ـ 2 وحدات القياس 400

4 ـ 3 الأساسيات 412

4 ـ 4 المادة 431

4 ـ 5 حالات المادة 441

4 ـ 6 علم الميكانيك 444

4 ـ 7 علم السكون 444

4 ـ 8 الديناميك (القوى المحركة) 496

4 ـ 9 الموائع 574

4 ـ 10 الترموديناميك (الديناميك الحراري) 614

4 ـ 11 الضوء، والأمواج، والصوت 659

4 ـ 12 أسئلة متعددة الخيارات 698

الجــزء 3
الأساسيات الكهربائية والإلكترونية

الفصل الخامس : المبادئ الأساسية في الكهرباء 731

5 ـ 1 المقدمة 731

5 ـ 2 نظرية الإلكترون 737

5 ـ 3 الكهرباء الساكنة والناقلية 743

5 ـ 4 المصطلحات الكهربائية 753
5 ـ 5 توليد الكهرباء 762
5 ـ 6 منابع الكهرباء المستمرة 771
5 ـ 7 دارات التيار المستمر 786
5 ـ 8 المقاومة والمقاومات 805
5 ـ 9 الاستطاعة (القدرة) 833
5 ـ 10 السعة والمكثفات السعوية (المتسعات) 839
5 ـ 11 المغنطيسية 871
5 ـ 12 التحريضية والملفات (المُحثات) 889
5 ـ 13 الدراسة النظرية للمحرك ومولد التيار المستمر 905
5 ـ 14 الدراسة النظرية للتيار المتناوب 926
5 ـ 15 الدارات السعوية والتحريضية والممانِعة 936
5 ـ 16 المحولات 965
5 ـ 17 المرشحات 976
5 ـ 18 مولدات التيار المتناوب 989
5 ـ 19 محركات التيار المتناوب 1002
5 ـ 20 أسئلة متعددة الخيارات 1021

الفصل السادس : مبادئ الإلكترونيات 1057

6 ـ 1 مقدمة 1057
6 ـ 2 أنصاف النواقل 1068
6 ـ 3 لوحات الدارات المطبوعة 1192
6 ـ 4 آليات المؤازرة (التحكم الدقيق) 1203
6 ـ 5 أسئلة ذات خيارات متعددة 1236

الجــزء 4
مبادئ الأيروديناميــك

الفصل السابع أسس الأيروديناميك 1259

7 ـ 1 مقدمة 1259

7 ـ 2 مراجعة حول فيزياء الغلاف الجوي 1261

7 ـ 3 الأيروديناميك الابتدائي 1270

7 ـ 4 قوى الطيران وتحميل الطائرة 1305

7 ـ 5 استقرار وديناميك الطيران 1326

7 ـ 6 التحكم وقابلية التحكم 1343

7 ـ 7 أسئلة متعددة الخيارات 1362

الملحقات 1381

A. اختبارات الترخيص الهندسي 1383

B. المنظمات التي تقدم التعليم والتدريب
على هندسة صيانة الطائرات 1390

C. دور وكالة أمن الطيران الأوروبية 1395

D. الجداول الرياضية 1399

E. نظاما الوحدات الدولي والبريطاني 1407

F. إجابات (اختبر فهمك) 1424

ثبت المصطلحات (عربي ـ إنجليزي) 1461

ثبت المصطلحات (إنجليزي ـ عربي) 1503

فهــرس 1547

تقديـــم

سلسلة كتب التقنيات الاستراتيجية
مبادرة الملك عبد الله للمحتوى العربي

يطيب لي أن أقدم لهذه السلسلة التي جرى انتقاؤها في مجالات تقنية ذات أولوية للقارئ العربي في عصر أصبحت فيه المعرفة محركاً أساسياً للنمو الاقتصادي والتقني، ويأتي نشر هذه السلسلة بالتعاون بين مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية والمنظمة العربية للترجمة، ويقع في إطار تلبية عدد من السياسات والتوصيات التي تعنى باللغة العربية والعلوم، ومنها:

أولاً: البيان الختامي لمؤتمر القمة العربي المنعقد في الرياض 1428هـ 2007م الذي يؤكد ضرورة الاهتمام باللغة العربية، وأن تكون هي لغة البحث العلمي والمعاملات حيث نصّ على ما يلي: (وجوب حضور اللغة العربية في جميع الميادين، بما في ذلك وسائل الاتصال، والإعلام، والإنترنت وغيرها).

ثانياً: «السياسة الوطنية للعلوم والتقنية» في المملكة العربية السعودية التي انبثق عنها اعتماد إحدى عشرة تقنية إستراتيجية هي: المياه، والبترول والغاز، والبتروكيميائيات، والتقنيات المتناهية الصغر (النانو)، والتقنية الحيوية، وتقنية المعلومات، والإلكترونيات والاتصالات والضوئيات، والفضاء والطيران، والطاقة، والمواد المتقدمة، والبيئة.

ثالثاً: مبادرة الملك عبد الله للمحتوى العربي التي تفعِّل أيضاً ما جاء في البند أولاً عن حضور اللغة العربية في الإنترنت، حيث تهدف إلى إثراء المحتوى العربي عبر عدد من المشاريع التي تنفذها مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية بالتعاون مع جهات مختلفة داخل المملكة وخارجها. ومن هذه المشاريع ما يتعلق برقمنة المحتوى العربي القائم على شكلٍ ورقيٍّ، وإتاحته

على شبكة الإنترنت، ومنها ما يتعلق بترجمة الكتب الهامة، وبخاصة العلمية، مما يساعد على إثراء المحتوى العلمي بالترجمة من اللغات الأخرى إلى اللغة العربية بهدف تزويد القارئ العربي بعلم نافع مفيد.

تشتمل السلسلة على ثلاثة كتب في كلٍّ من التقنيات التي حددتها «السياسة الوطنية للعلوم والتقنية». واختيرت الكتب بحيث يكون الأول مرجعاً عالمياً معروفاً في تلك التقنية، ويكون الثاني كتاباً جامعياً، والثالث كتاباً عاماً موجهاً إلى عامّة المهتمين، وقد يغطّي ذلك كتاب واحد أو أكثر. وعليه، تشتمل سلسلة كتب التقنيات الاستراتيجية والمتقدمة على ما مجموعه ثلاثة وثلاثون كتاباً مترجماً، كما خصص كتاب إضافي منفرد للمصطلحات العلمية والتقنية المعتمدة في هذه السلسلة كمعجم للمصطلح.

ولقد جرى انتقاء الكتب وفق معايير، منها أن يكون الكتاب من أمهات الكتب في تلك التقنية، ولمؤلفين يشهد لهم عالمياً، وأنه قد صدر بعد عام 2000، وأن لا يكون ضيِّق الاختصاص بحيث يخاطب فئة محدودة، وأن تكون النسخة التي يترجم عنها مكتوبة باللغة التي ألّف بها الكتاب وليست مترجمة عن لغة أخرى، وأخيراً أن يكون موضوع الكتاب ونهجه عملياً تطبيقياً يصبّ في جهود نقل التقنية والابتكار، ويساهم في عملية التنمية الاقتصادية من خلال زيادة المحتوى المعرفي العربي.

إن مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية سعيدة بصدور هذه المجموعة من الكتب، وأود أن أشكر المنظمة العربية للترجمة على الجهود التي بذلتها لتحقيق الجودة العالية في الترجمة والمراجعة والتحرير والإخراج، وعلى حسن انتقائها للمترجمين المتخصصين، وعلى سرعة الإنجاز، كما أشكر اللجنة العلمية للمجموعة التي أنيط بها الإشراف على إنجازها في المنظمة، وكذلك زملائي في مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية الذين يتابعون تنفيذ مبادرة الملك عبد الله للمحتوى العربي.

الرياض 20/ 3/ 1431 هـ
رئيس مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية
د. محمد بن إبراهيم السويل

الجزء 1

مقدمة

الفصل الأول

المقدمة

Introduction

1-1 الصناعة الهندسية للطائرات Aircraft engineering industry

تشمل الصناعة العالمية للطائرات شبكة واسعة من الشركات التي تعمل إما كتكتلات دولية كبيرة أو كمنظمات مستقلة وطنية أو إقليمية. أن أكبر مُصَنِّعَين دوليين للطائرات هما شركة بوينغ للطائرات (Boing Aircraft Company) الأمريكية، والتكتل الأوروبي المسمى: الشركة الأوروبية للدفاع الجوي والفضاء (European Aeronautic Defence and Space Company-EADS)، الذي يضم شركة صناعات الإيرباص (Airbus Industries). وهذان جنباً إلى جنب مع الشركة الأمريكية العملاقة لوكهيد مارتن (Lockheed-Martin) وأنظمة هندسة الطائرات البريطانية الـــ BAE (BAE Systems) وشركات الدفع الجوي (aerospace propulsion) الفضائي، مثل رولز رويس (Rolls-Royce)، وبرات آند ويتني (Pratt and Whitney)، الذين يوظفون الآلاف من الناس وذروات رأسمالهم السنوية تصل إلى المليارات من الجنيهات.

فيقدر على سبيل المثال، قيمة العقد، الذي فازت به شركة لوكهيد مارتن في الآونة الأخيرة من شركة جوينت سترايك فايتر (JSF) (Joint Strike Fighter) الأمريكية، والمقدر له أن يستمر سنواتٍ عشر قادمة، 200 مليار دولار! وسينفذ جزء كبير من هذا العقد في أنظمة الـــ BAE ورولز رويس وشركات أخرى في المملكة المتحدة.

إن شركات الطيران والقوات المسلحة في العالم التي تشتري الطائرات والخدمات من الصناعة الخاصة بالطيران والفضاء هي نفسها، في كثير من الأحيان، منظمات كبيرة. مثلاً الخطوط الجوية البريطانية، ناقلنا الوطني الخاص، حتى بعد الفتور الاقتصادي الأخير، توظف حوالى 50000 فرد، وحوالى 12000 في عموم العالم معظمهم يعملون في صيانة الطائرات وإصلاحها. وحتى بعد الأحداث التي وقعت في 11 أيلول/سبتمبر 2001، لم تقل الحاجة إلى عمال الصيانة هؤلاء. تتوقع دراسة حديثة، قام بها خبراء شركة بوينغ حول الطلب على الطائرات وما يرتبط بها من المكونات والنظم، أن يرتفع الطلب بحلول عام 2005، إلى مستوى الطلبات التي كانت موجودة قبل الأحداث المأساوية في 11 سبتمبر 2001.

وبصرف النظر عن شركات الطيران يمكن استخدام الأفراد ذوي مهارات في صيانة الطائرات والنقل الجوي عموماً (GA) Aviation General، ولدى فريق ثالث هو شركات الإصلاح، ومصنعي المكونات أو هياكل الطائرات، أو منظمات إصلاح إلكترونيات الطيران، حيث توظف شركات الـــ GA والصناعات المتفرعة عنها spin-off industries أعداداً كبيرة من ميكانيكيي تجميع الطائرات المهرة. وتجند القوات المسلحة في المملكة المتحدة مجتمعة حوالى 1500 شاب سنوياً للتدريب على الطائرات، وما يرتبط بها من أنشطة صيانة المعدات.

إن طاقم الصيانة وتصديق الوثائق التقنية في مجال الطيران منتشر في كل أوروبا، وفي الواقع في أجزاء كثيرة من العالم، وبالتالي فان فرص العمل عالمية حقاً!

في الولايات المتحدة يتم سنوياً تدريب حوالى 10000 ميكانيكي في مجالي هياكل طائرات والدفع (A & P)، وهؤلاء هم المكافئ الأمريكي من ميكانيكيي وفنيي صيانة الطائرات المجازين لدينا.

توحي المسوحات التي أجريت مؤخراً في المملكة المتحدة بأنه نظراً إلى الاتجاهات الديموغرافية وزيادة الطلب على السفر جواً والنقص في مهندسي الطيران المدربين، الذين يغادرون القوات، فإن هناك عجزاً سنوياً (annual shortfall) يقدر

بحوالى 800 من العمال المهرة المدربين بشكل جيد على صيانة الطائرات وإصلاحها. يضاف إلى هذا، الطبيعة العالمية المتطورة والمتنوعة لصناعة صيانة الطائرات، فإن هندسة صيانة الطائرات أصبحت مهنة مثيرة للاهتمام ومجزية، ومليئة بالفرص.

2-1 أدوار العمل المختلفة لهيئة الصيانة المجازة

Differing job roles for aircraft maintenance certifying staff

يمكن للأفراد الدخول، بعدد من الطرق، إلى صناعة صيانة الطائرات وتنفيذ مجموعة متنوعة من أنشطة الصيانة على الطائرات أو على المعدات المرتبطة بها وعلى مكوناتها. سنورد أدناه وبالتفصيل طبيعة أدوار العمل والمسؤوليات لمانحي الرخص المخوّلين من ميكانيكيين وفنيين ومهندسين.

في المقاطع اللاحقة سنورد بالتفصيل الطرق والمسارات لتحقيق أدوار العمل، وفرص التقدم الوظيفي، وحقوق الترخيص، وطبيعة الفحوص والمؤهلات الضرورية.

1-2-1 الميكانيكي المجاز في صيانة الطائرات

The aircraft maintenance certifying mechanic

بما أن صناعة صيانة الطائرات منظمة للغاية، فإن الفرص لتنفيذ أنشطة الصيانة المعقدة تعتمد على مقدار الوقت الذي يمضيه الأفراد على التدريب الأولي وعلى نوع الطائرة، وعلى المعرفة التي يحصلون عليها ومدة خبرتهم في منصبهم. بما أن متطلبات المعرفة والخبرة للميكانيكيين المجازين مانحي الرخص محدودة (انظر لاحقاً)، فإن أنواع أنشطة الصيانة التي قد يؤدونها محدودة أيضاً. ومع ذلك، فإن أنشطة الصيانة هذه تتطلب أناساً ذوي قاعدة ثقافية متينة وقادرين على إثبات النضج والقدرة على التفكير المنطقي والسريع عندما يعملون في ظل الضرورات الزمنية والقيود العملية الأخرى.

تشمل أنشطة الميكانيكي المجاز التصحيح المحدود للعيوب والقدرة على أداء وتصديق الفحوصات غير الخطرة للصيانة الروتينية في خط الطيران، مثل الفحوصات اليومية. قد تشمل أنشطة التصحيح هذه مُهمّات، مثل تغيير العجلة، واستبدال وحدة الفرامل البالية، واستبدال ضوء الملاحة أو تغيير حزام المقعد. وقد تشمل أنشطة الصيانة الروتينية: التزويد بالزيوت الأساسية ومواد التشحيم، وتزييت المكونات والآليات، وإزالة اللوحات وغطاء محرك الطائرة وإعادة تركيبها، واستبدال مشابك اللوحة، إلخ..، بالإضافة إلى فحص المكونات، ومجموعات المراقبة، وأنظمة السوائل وهياكل الطائرات من أجل سلامة الأدوات الملحقة من التآكل والتلف والتسرب وإزالة الأتربة والعراقيل والاهتراء العام.

جميع أنشطة الصيانة هذه تتطلب معرفةً بعمل الأنظمة والهياكل التي يجري تصحيحها أو تفتيشها. على سبيل المثال، إن ملء خزانات زيت الهيدروليك لطائرة نقل حديثة يتطلب معرفة النظام بالذات، ونوع الزيت المطلوب (انظر الشكل 1−1)، ومعدات التعبئة المستخدمة، وجميع اعتبارات السلامة ذات الصلة، ومعرفة المواقع الصحيحة للخدمات الهيدروليكية قبل التعبئة.



الشكل 1−1: لَصِيقة تعريفية تظهر نوع الزيوت الموجود داخل البرميل.

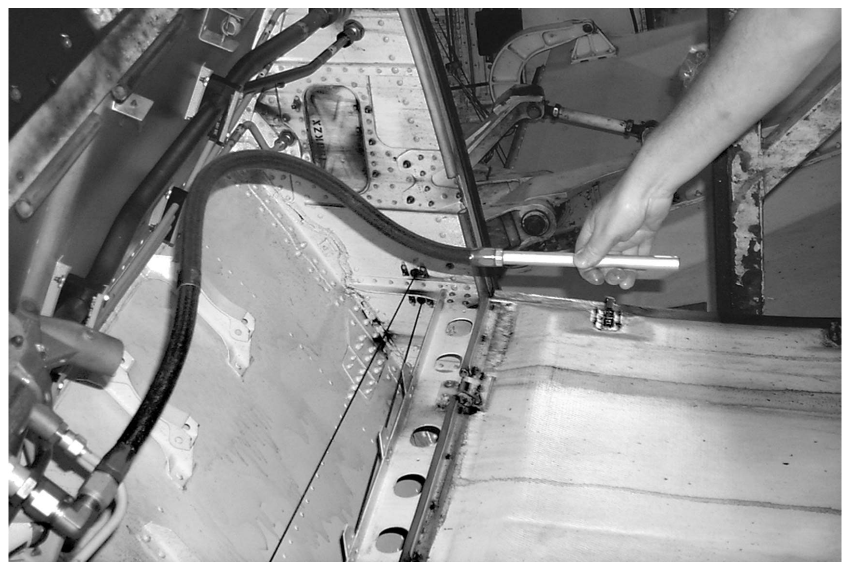


الشكل 1-2: نقطة شحن الخزان الهيدروليكي لبوينغ 767، يظهر حجم المحتويات وصمام التحويل ومؤشر مضخة هيدروليكية.

وبالإضافة إلى ذلك، وفيما يخص هذه المهمة، يجب على الميكانيكي أن يكون قادراً على التعرف إلى الأعراض الداخلية أو الخارجية لتسرب زيت الهيدروليك عند القيام بأنشطة التعبئة هذه لنظام خزان هيدروليكي محدد.

على سبيل المثال، يظهر الشكل (1-2) نقطة تعبئة خزان هيدروليكي لبوينغ 767. تتطلب عملية التعبئة أن يتم ضبط صمام التحويل وامتصاص الزيت إلى داخل الخزان، عبر خرطوم التعبئة (الشكل 1 -3) المتوضع في حاوية الزيت.

بعد ذلك يشغل الميكانيكي المجاز المضخة اليدوية، (انظر الشكل 1-2)، ليسحب السائل الهيدروليكي ويضخه إلى الخزان. عندما يمتلئ الخزان، حسب قراءة مقياس المحتويات، يُسحب الخرطوم من الحاوية ويفرغ ويلف. يضبط صمّام التحويل مرة أخرى على وضعية الطيران وتؤمن اللوحة ويتم استكمال الوثائق المناسبة من قبل الميكانيكي المجاز، الذي يكون حاصلاً على مصادقة لتنفيذ هذه المهمة.



الشكل 1-3: خرطوم خزان التزويد الهيدروليكي، وقد أزيل من نقطة التخزين.

إن لهذا الدور الوظيفي، مثل جميع الأدوار التي تتبع، شرطاً قانونياً خاصاً بفترة محددة من التدريب والخبرة قبل أن يمنح ميكانيكي الصيانة رخصة عمل بصلاحية محدودة.

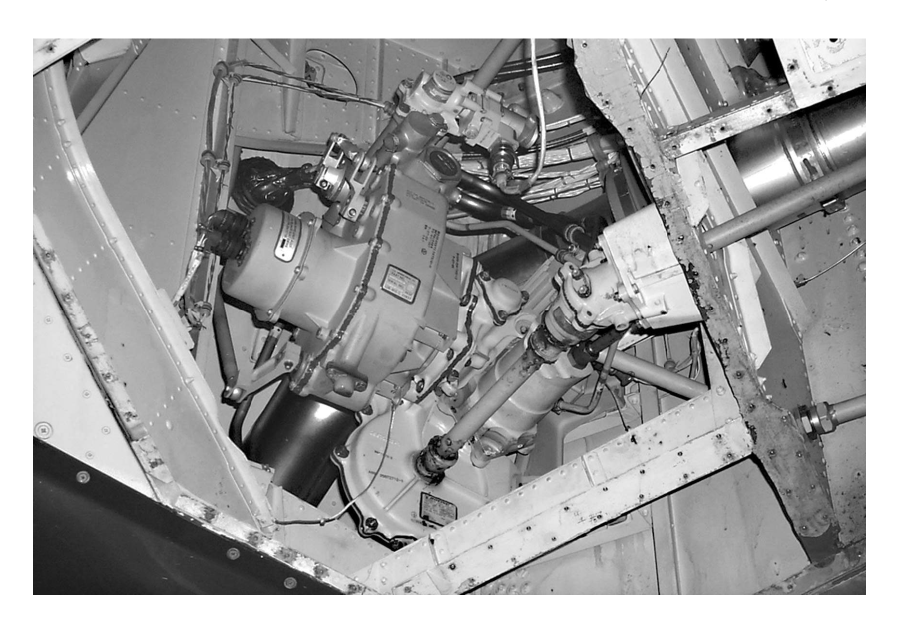
وهناك دور عمل مماثل ضمن القوات المسلحة بالنسبة إلى أولئك الذين تلقوا تدريباً كميكانيكي طيران، لعمليات خط طيران أو لأنشطة صيانة مماثلة.

1-2-2 الفني المجاز في صيانة الطائرات فئة (B)

The aircraft maintenance category B certificate

ينقسم دور الفني المجاز ضمن الفئة B إلى فئتين ثانويتين هما: الفئة B1 (ميكانيكية) والفئة B2 (إلكترونيات الطيران). يحصل فنيو الصيانة B1 على معرفة معمقة بالمحرك، وهيكل الطائرة وأنظمة الطاقة الكهربائية والمعدات بالإضافة إلى معرفة شاملة بتراكيب الطائرة والمواد. .بينما يتوفر لفنيي الصيانة الفئة B2 معرفة معمقة ومتكاملة بكهرباء الطائرات، لوحة القيادة، الطيار الآلي، وأنظمة الراديو والرادار والاتصالات والملاحة.

إن المعرفة والمهارات التي يتم اكتسابها من تدريبهم الأولي، جنباً إلى جنب مع معرفة نوع الطائرة وفترة اكتساب الخبرة العملية، ستمكن فنيي الفئة B، حال إجازتهم إجراء واحدة أو أكثر من عمليات الصيانة التالية:



الشكل 1–4: محرك سوق القلاب للطائرة بوينغ 767 وما يرتبط به من آلية مرافقة.

- أنشطة التفتيش المجدولة في العمق.
- أنشطة التصحيح المعقدة.
- تشخيص عيوب أنظمة الطائرات ووحدات الدفع والمنشآت والمعدات.
- تجسيد التعديلات والتعليمات الفنية الخاصة.
- إصلاح هيكل الطائرة وإصلاحات الطائرة الأخرى.
- أنشطة التفكيك Strip-down وأنشطة إعادة بناء الطائرات.
- فك المكونات الأساسية للطائرات ومهام التثبيت والتبديل.
- الاستخدام والتحقق من معدات بنية الاختبار، ومعدات التشخيص الأخرى.
- الاختبارات الوظيفية والفحوصات على أنظمة الطائرات ووحدات الدفع والأنظمة الفرعية.

- أنشطة معالجة المشاكل في القاعدة أو بعيداً عنها.
- أنشطة تشغيل محرك الطائرة على الأرض.
- رفع المعدات المتعلقة بإلكترونيات الطيران وإعادة تنصيبها وإجراء اختبارات التشغيل وتدقيق الأنظمة المتعلقة بإلكترونيات الطيران.
- الإشراف على أعمال الفنيين والميكانيكيين الأقل خبرة المصادقة عليها.

وكما يتبين من قائمة عمليات الصيانة أعلاه، يمكن لفنيي الصيانة من الفئة B المشاركة في مجال واسع جداً من الأنشطة الممكنة والمثيرة للاهتمام. على سبيل المثال، يُظهر الشكل (1-4) صورة محرك سوق أحد قلابات طائرة البوينغ 767 مع آليات الربط المتصلة بها.

إن المصدر الرئيسي للطاقة هو عبر المحرك الهيدروليكي، قد تنطوي الخدمة المُجدولة على تفتيش هذه المجموعة المعقدة ومراقبة أدائها والذي بدوره يتطلب من الفني المجاز ليس فقط معرفة النظام المناسب، ولكن أيضاً معرفة الطائرة بالكامل للتأكد من أن الأنظمة الأخرى لا تعمل بشكل كيفي أو غير مقصود.



الشكل 1-5: الفنيون العاملون في أعلى سقالة لتأكيد استقامة وحدة الطاقة المساعدة APU وإجازتها ومن ثم تركيبها داخل الطائرة.

يظهر الشكل (5-1) اثنين من الفنيين العاملين في الأعلى على سقالة (highway staging)، بضبط اصطفاف وحدة الطاقة المساعدة للطائرة (Auxiliary Power Unit – APU)، قبل رفعها إلى مكانها في الطائرة.

لتنفيذ هذا النوع من الصيانة بالمعايير المطلوبة، يحتاج الأفراد إلى إثبات النضج والالتزام والنزاهة والقدرة على إنهاء العمل في الظروف الصعبة.

هناك أدوار عمل مماثلة للتقنيين في القوات المسلحة، حيث يتم توزيع التقسيمات الفرعية للفئات إلى فني ميكانيكي، وفني كهربائي/أدوات، وفني إلكترونيات الطيران، وكذلك المتخصصين بأسلحة الطائرات المعروفين باسم فنيي التسلح.

كان المخطط له، في الواقع، أن يبدأ التدريب الأولي في سلاح الجو الملكي البريطاني (Royal Air Force – RAF) للتقنيين الذين يتبعون فئات الطيران التجاري المدني، في يناير 2004. ويشمل هذا الفنيون الميكانيكيون، الذين كانوا سيتدربون على هياكل الطائرات/المحرك، وإلى مدى أقل التقنيين الذين سيتلقون تدريباً كهربائياً، وكذلك فَنِّيو إلكترونيات الطيران، الذين سيتعاملون في نهاية المطاف مع جميع الأنظمة المتعلقة بإلكترونيات الطيران، وذلك بطريقة مماثلة لنظرائهم في المؤسسات المدنية. كذلك يتعرض طاقم الصيانة الموجود إلى دورات تدريبية مخطط لها خلال الـــ 10 سنوات القادمة. وسيبقى فنيو التسلح يمارسون اختصاصهم الخاص ضمن الكوادر العسكرية.

1-2-3 المهندس المجاز في صيانة القاعدة الفئة C

The base maintenance category C certifying engineer

قبل تفصيل دور عمل المهندس المجاز فئة C، يجدر توضيح الاختلافات الرئيسية في الأدوار التي يؤديها الموظفون المجازون في صيانة خط الطيران *line* maintenance وتلك التي يؤديها الموظفون المجازون في صيانة القاعدة *base* maintenance. في الحالة السابقة، تتم عمليات التفتيش والتصحيح وأنشطة الصيانة الأخرى ذات الصلة على متن الطائرة، على الجانب الفعال من المطار.

وبالتالي فان عمق الصيانة التي يقوم بها "موظفو صيانة الخط" يقتصر على تلك القابلة للإنهاء بواسطة الأدوات المحدودة والمعدات وأجهزة الاختبار المتوفرة في الموقع. وسوف تشمل "الخط الأول لتشخيص الصيانة"، كما هو مطلوب.

أما صيانة القاعدة، فتتم كما يدل اسمها، في قاعدة معينة بعيداً عن مجال الحركة المباشرة للطائرات. إن طبيعة العمل الذي يتم في مواقع صيانة القاعدة تكون أكثر تعمقاً من تلك التي ترتبط عادة مع صيانة الخط وقد تشمل: الإزالة والتفتيش وتجسيد التعديلات المعقدة وأنشطة التصحيح الرئيسية والفحص الدقيق للعناصر خارج الطائرة وإصلاحها. تتطلب هذه الأنشطة، بحكم الضرورة، أن تكون الطائرة على الأرض لفترات أطول وتتطلب أن يكون فنيو الصيانة ملمين بمجموعة متنوعة من أساليب التفتيش المتخصصة والمناسبة لتركيب الطائرة والنظم أو المكونات التي يجري العمل عليها.

إن جهة المصادقة من الفئة C تقوم في المقام الأول بدور إدارة الصيانة، والتحكم بتطور جولات الإصلاح وتفتيش وصيانة القاعدة. في حين أن العمل الفعلي المفصل للتفتيش يتم من قبل فنيي الفئة B، وعلى نطاق محدود يتم العمل من قبل ميكانيكيي صيانة القاعدة من الفئة A، وفقاً للإجراءات المكتوبة وأوراق العمل. يتم الإشراف على هذه الأنشطة الفردية من قبل فنيي الصيانة المجازين – فئة B، وهُم المسؤولون عن ضمان ملاءمة العمل الذي ينفذ وعن إصدار الشهادات المناسبة للأنشطة الفردية.

عند الانتهاء من جميع أنشطة صيانة القاعدة تقوم جهة التصديق من الفئة C بالتوقيع على جهوزية الطائرة وصلاحيتها للطيران. ويتم هذا باستخدام نموذج خاص يعرف باسم شهادة إجازة ممارسة الخدمة (CRS) Certificate of Release to Service. وبالتالي، فلمهندس التوثيق فئة C عملٌ ذو مسؤولية كبيرة، الأمر الذي يتطلب إحاطة شاملة والمعرفة السليمة الشاملة بالطائرات والنظم المرتبطة بها والمكونات الأساسية (الشكل 1-6).



الشكل 1–6: مهندس صيانة C يشرح تعقيد تقنية سجل الطائرة للمؤلف.

وشهادة إجازة ممارسة الخدمة CRS هي في نهاية المطاف المسؤولية الوحيدة لمهندس التوثيق من الفئة C حيث يؤكد توقيعه أن جميع عمليات التفتيش اللازمة والتصحيح والتعديلات وتغييرات العناصر وصلاحية الطائرات للطيران والتوجيهات والتعليمات الخاصة والتصليحات وأنشطة إعادة بناء الطائرات قد أجريت وفقاً للإجراءات المنصوص عليها، وأن جميع الوثائق قد استكملت بصورة مرضية، وذلك قبل إجازة الطائرة للطيران. وهكذا، غالباً ما يكون المهندس المجاز فئة C مديراً مناوباً، والمسؤول عن الفنيين والطائرات التي تحت إدارته.

إن متطلبات إصدار ترخيص فردي من الفئة C وتفاصيل كل ما يلزم قبل إصدار الترخيص أي تفاصيل التعليم والتدريب والخبرة اللازمة... الخ، مفصل في ما يلي في الفصول.

إن المكافئ العسكري لحامل الترخيص فئة C سوف يكون فَنِيَّ صيانةٍ ذا خبرة، يحمل ما لا يقل عن رتبة ضابط غير مفوض-Senior Non (SNCO) Commissioned Officer وذا خبرة طويلة في مجال نوع الطائرة. هؤلاء الأفراد

قادرون على توقيع المكافئ العسكري لشهادة إجازة الطائرة خدمة CRS ونيابة عن جميع فنيي الاختصاص، الذين سبق وشاركوا في أنشطة الخدمة الخاصة للطائرات.

3-1 فرص التدريب والتعليم والتدرج الوظيفي

Opportunities for training, education and career progression

يمكن للعاملين في مجال الطيران المدني كموظفين مجازين العمل في شركات الطيران التجاري أو (general aviation or GA) في مجال الملاحة الجوية العامة. وتختلف التشريعات المتعلقة بتدريب وتعليم العاملين في حقل الملاحة الجوية العامة بعض الشيء، ولكن لا تقل صرامة، عنها للعاملين في شركات الطيران لنقل الركاب والشحن التجاري. إن فرص وطرق التدرج الوظيفي المفصلة أدناه هي في المقام الأول لأولئك الذين من المحتمل أن يعملوا مع الناقلين التجاريين. ومع ذلك، فإنهم في المستقبل وبسهولة، قد يعملون في منظمات الملاحة الجوية العامة.

إن أنشطة النقل الجوي التجاري مدركة بشكل جيد، في تلك الشركات المرخصة لحمل الركاب بالأجرة وللشحن، عبر المجال الجوي الوطني والدولي المنظم. من ناحية أخرى، غالباً ما يساء فهم الملاحة الجوية العامة GA، على ماهيتها والمكان الذي تشغله، في المشهد الإجمالي للطيران. وبصرف النظر عن اعتبار الطيران للمتعة الشخصية، فإنه يغطي الرحلات العلاجية الطبية، واستطلاعات حركة المرور، وعمليات فحص خطوط الأنابيب والأعمال التجارية، والبحث المدني، والإنقاذ، وغيرها من الأنشطة الأساسية، بما في ذلك تدريب الطيارين. ومع ظهور زيادة كبيرة في الطلب على الطيران من أجل العمل، فإنه من المرجح أن يجد أولئك الذين تم تدريبهم للحفاظ على وسائل النقل التجارية الكبيرة فرصة كبيرة للعمل في مجال الملاحة الجوية العامة.

في المملكة المتحدة، وفي كثير من البلدان التي اعتمدت أساليبها في تعليم وتدريب الموظفين المستقبليين في صيانة الطائرات، كان هناك، تاريخياً، عدد كبير

من الطرائق المختلفة التي تمكِّن الموظفين من الحصول على المؤهلات الأولية للتدريب المتقدم. ومنذ ورود تشريعات متطلبات أمان الملاحة الأوروبية (European Aviation Safety Requierments-EASR) على ترخيص الموظفين، أصبحت طرق الحصول على التعليم الأولي والتدريب، نوعاً ما، أكثر توحداً. على الرغم من أنه لا تزال هناك فرص للبدايات الذاتية، فإن الحصول على الرخصة الأساسية قد يستغرق وقتاً أطول.

تستند الرسوم التخطيطية الآتية إلى المخططات الصادرة عن هيئة الطيران المدني [1](Civil Aviation Authority-CAA) ومجموعة تنظيم السلامة - SRG) (Safety Regulation Group برعاية وكالة أمان الملاحة الأوروبية (European Aviation Safety Agency – EASA)، وهي تشير إلى طرق/مسارات المؤهلات والخبرة لمختلف فئات موظفي صيانة الطائرات المجازين، والمذكورين آنفاً.

1-3-1 الفئة A الميكانيكيون المجازون

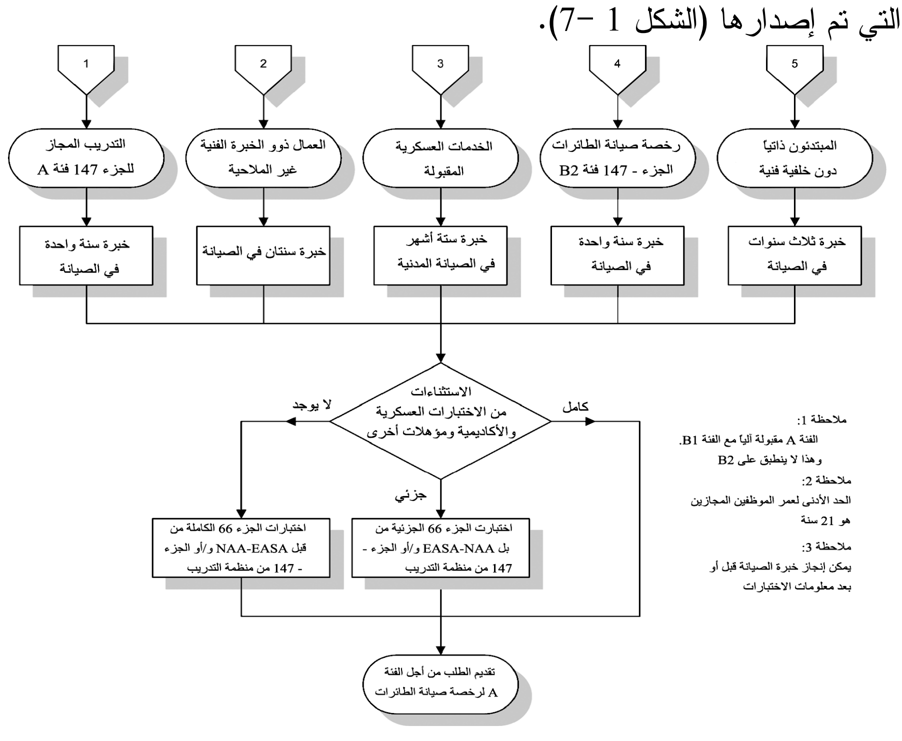
Category A certifying mechanics

مسار التدريب المصدق من هيئة أمان الملاحة الأوروبية الجزء-147 (EASA Part 147)

إن منظمة التدريب المصادقة على الجزء 147 قادرة على أن تقدم منذ البداية برامج التعلم، التي تقدم المعلومات الأساسية لوكالة أمان الملاحة الأوروبية– الجزء 66 (EASA Part 66)، والمهارات الأولية التي ترضي معايير هيئة الملاحة الوطنية (Nation Aviation Authority – NAA) في المملكة المتحدة فإن الهيئة المنظمة لكل هذا هي هيئة الطيران المدني (CAA).

لاحظ أن قائمة منظمات التدريب المصادق عليها من وكالة أمان الملاحة الأوروبية–الجزء 147، بالإضافة إلى غيرها من مؤسسات التعليم والتدريب المساعدة، موجودة في الملحق–B في نهاية هذا الكتاب.

غالباً ما تشمل البرامج الأساسية في منظمات التدريب المعتمدة، الامتحانات المناسبة لوكالة أمان الملاحة الأوروبية. إذا تم اجتياز الامتحانات بنجاح، فالأمر يتطلب من الفرد سنة واحدة من الخبرة المعتمدة في الصيانة قبل أن يتمكن من التقدم للحصول على رخصة صيانة الطائرات الفئة A (Aircraft Maintenance License – AML). لاحظ أيضاً أن هناك معيار الحد الأدنى للسن وهو 21 سنة، لجميع الموظفين المجازين، بصرف النظر عن فئة الترخيص التي تم إصدارها (الشكل 1 –7).



الشكل 1–7: المؤهلات ومسارات الخبرة للفئة A.

مسار العامل الماهر Skilled worker pathway

إن شرط الخبرة العملية للذين يدخلون المهنة كحرفيين فنيين في غير الملاحة الجوية هو سنتان. وهذا سيمكن من اكتساب مهارات الطيران الموجه والمعرفة من قبل الأفراد الذين لديهم بالفعل مهارات مناسبة وضرورية لكثير من المهمات التي يرجح أن تواجه الميكانيكي المجاز الفئة A.

مسار الخدمة العسكرية المقبولة Accepted military service pathway

لميكانيكيي خط الطيران المدربيين ومن ذوي الخبرة، وميكانيكيي قاعدة الصيانة، ذوي الخبرة العسكرية المناسبة على الطائرات والمعدات العاملة أن تخفض فترة تدريبهم إلى 6 أشهر. وهذا قد يتغير في المستقبل عندما يُعزر تدريب أفراد القوات المسلحة خلال فترة خدمتهم.

مسار رخصة صيانة الطائرات فئة B2 Category B2 AML pathway

إن المهارات والمعرفة المطلوبة من ميكانيكيي الفئة A المجازين هي مجموعة فرعية من تلك المطلوبة من قبل فنيي الفئة B1 للميكانيكيين المجازين. الكثير من هذه المعرفة و الكثير من المهارات المطلوبة من أجل مهمات الصيانة للفئة A ليست على علاقة مع الفنيين المجازين لإلكترونيات الطيران فئة B2. لذلك ليكتسب شخص من الفئة B2 المهارات اللازمة والمعرفة المطلوبة لترخيص الفئة A، يتوجب عليه أن يقضي سنة واحدة من التدريب للحصول على مزيد من الخبرة والصيانة العملية.

مسار البداية الذاتية Self starter pathway

هذا الطريق هو للأشخاص الذين يمكن أن يوظفوا من قبل منظمات صيانة معتمدة أصغر أو في الملاحة الجوية العامة، حيث يمكن أن تصدر موافقات الشركة على أساس قاعدة "مهمة وراء مهمة" (task-by-task)، مع تطور اكتسابهم للخبرة والمعرفة. وقد يكون لبعض الأفراد بالفعل معرفة عامة بالطائرات ومهارات مناسبة أساسية مكتسبة عن طريق انهاء ناجح لبرنامج تعليم تموّلها الدولة. على سبيل المثال، إن دبلوم لمدة عامين بدوام كامل يؤدي إلى مهندس طيران مؤهل (انظر القسم 1-3-4).

ومع ذلك، إن لم يمارس هؤلاء الأفراد المهارة المناسبة في التدريب على الهندسة ذات الصلة، فسيكون من الضروري إكمال 3 سنوات من الخبرة العملية القابلة للتطبيق في هذا النوع من المهن.

1-3-2 الفئة B الفنيين المجازين

Category B certifying technicians

إن مسارات التأهيل والخبرة لصدور رخص صيانة الطائرات الفئة B1 والفئة B2 مبيّن في الشكلين (1-8) و(1-9). بعد مناقشة المسارات 1-5 في ترخيص الفئة A بشيء من التفصيل، فلن يكون ضرورياً تقديم التفاصيل نفسها بالنسبة إلى مسار الفئة B. بدلاً من ذلك يجب أن نلاحظ الاختلافات الجوهرية بين مسارات الفئتين B1 وB2 بالإضافة إلى زيادة فترات الخبرة المطلوبة لكليهما، مقارنةً بالرخصة للفئة A.

مطلوب من حاملي إجازة صيانة الطائرات الفئة A عددٌ من سنوات الخبرة المستند إلى خلفية كل منهم. ومن المرجح أن يكون هذا العدد أقل بالنسبة إلى الراغبين بالانتقال إلى رخصة صيانة الطائرات الفئة B1 بدلاً من B2 بسبب التشابه في خبرة الصيانة والمعرفة الموجود بين حاملي رخصة فئة A و B1. إن التحول من الفئة B2 إلى الفئة B1 أو من B1 إلى B2 يتطلب سنة واحدة من الخبرة العملية الممارسة في مكان الترخيص الجديد. بالإضافة إلى أن الانتهاء الناجح للفحص الجزئي في الجزء 66، المحدد من قبل وكالة أمان الملاحة الأوروبية و/أو الجزء 147 المصدق من قبل منظمة التدريب.

1-3-3 الفئة C المهندسين المجازين

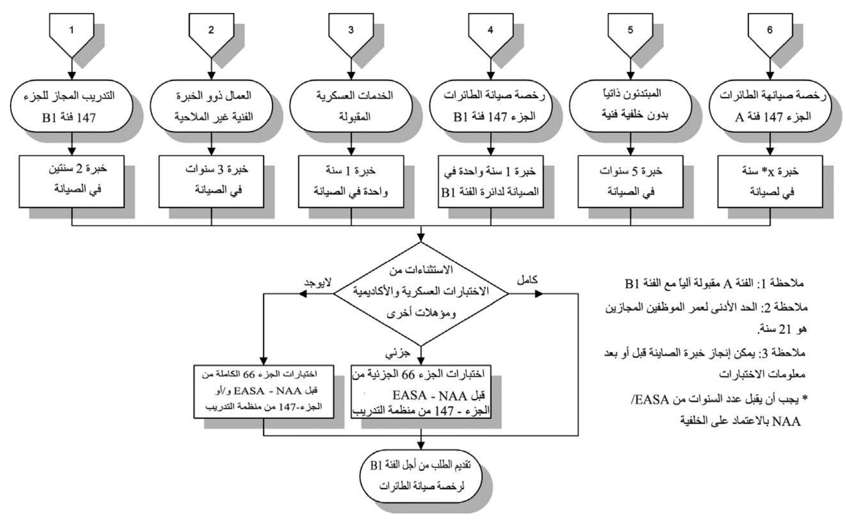
Category C certifying engineers

تعتبر المسارات الثلاثة الرئيسية المؤهلة للفئة C مسارات بسيطة نسبياً للفهم، وهي مبينة في الشكل (1-10).

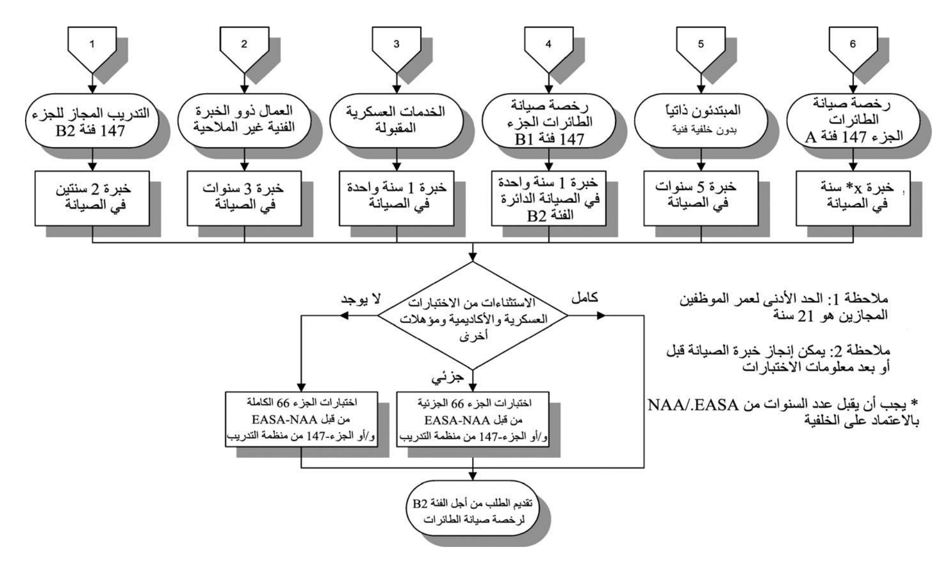
يتم الحصول على المؤهل إما من خلال الممارسة كفني مجاز من الفئة B1 أو B2، لمدة لا تقل عن 3 سنوات، أو من خلال دخول المهنة بوصفها دراسات عليا للهندسة مع تراخيص علمية معترف بها. هؤلاء الأفراد الراغبون في الحصول على رخصة صيانة الطائرات الفئة C، باستخدام طريق الفئة B، قد مروا بمعايير الفحص

بالكامل. ولكن، هؤلاء الذين دخلوا المهنة من خريجي الهندسة سيضطرون إلى تلقي معارف فحوصات الفئة B1 أو B2 كلياً أو جزئياً، تبعاً لطبيعة الترخيص المدروسة.

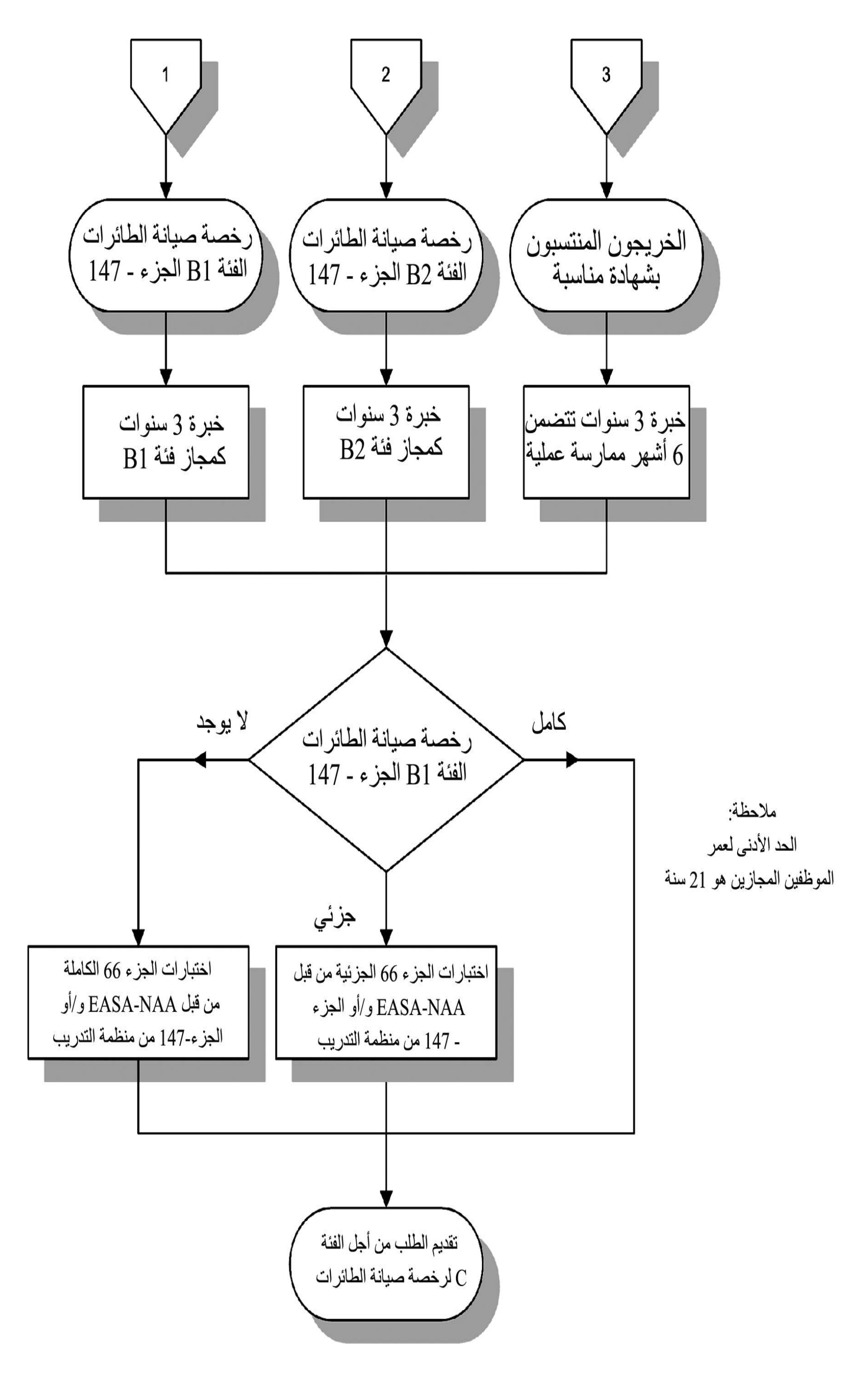
فيما يلي أمثلة على طرق الدخول غير الرسمي وطرق الترخيص الجامعية، مع طرق الاعتراف المهني.



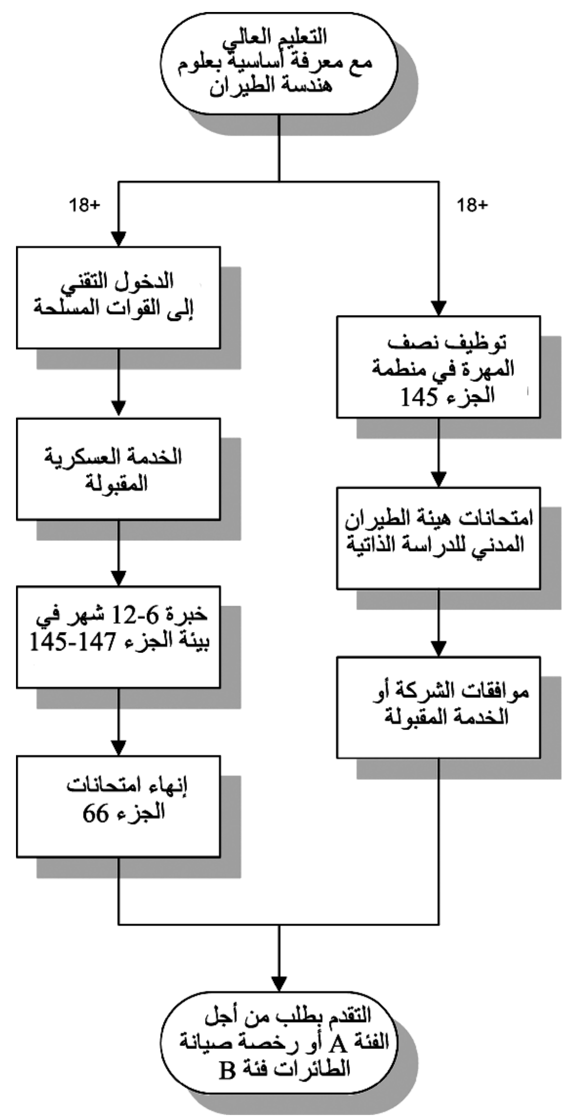
الشكل 1-8: مسار خبرات و مؤهلات الفئة B1.



الشكل 1-9: مسار خبرات ومؤهلات الفئة B2.



الشكل 1-10: مسار خبرات ومؤهلات الفئة C.



الشكل 1−11: طرق الخبرة و التأهيل غير القياسية.

1−3−4 مسارات الخبرة والتأهيل غير الرسمي

Non-standard qualification and experience pathways

يوضح الشكل (1−11) بتفصيل أكبر طريقين ممكنين للبداية الذاتية. الأول يظهر طريق التدرج الممكن للراغبين في الحصول على المؤهلات والخبرة المناسبة عن طريق الخدمة في القوات المسلحة أولاً. ويظهر الثاني تفصيلاً لنموذج

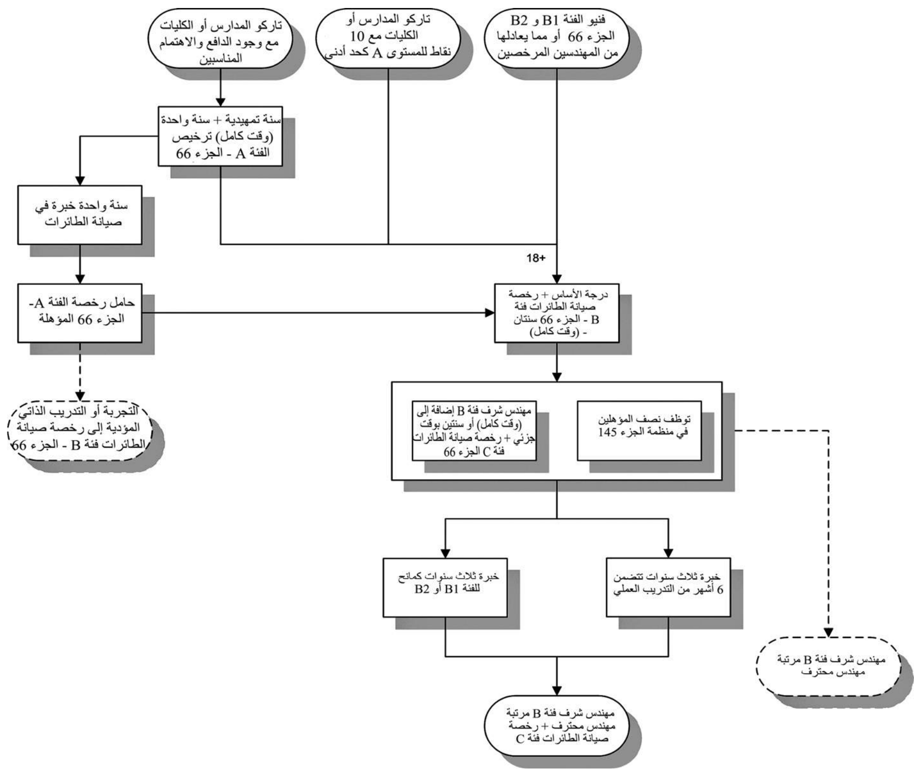
ممكن لتارك المدرسة بعد سن 18، ويوظف كعامل شبه ماهر ضمن شركة صيانة طائرات صغيرة نسبياً.

في حالة العاملين شبه المهرة المبتدئين ذاتياً، تعتمد مدة تأهيل الخبرة على تقدم الفرد والكفاءة والدافع. لاحظ أيضاً أن سن 18 وما فوق يعتبر سناً مناسباً للدخول في مهنة صيانة الطائرات، بغض النظر عن نوع الرخصة المتوخاة.

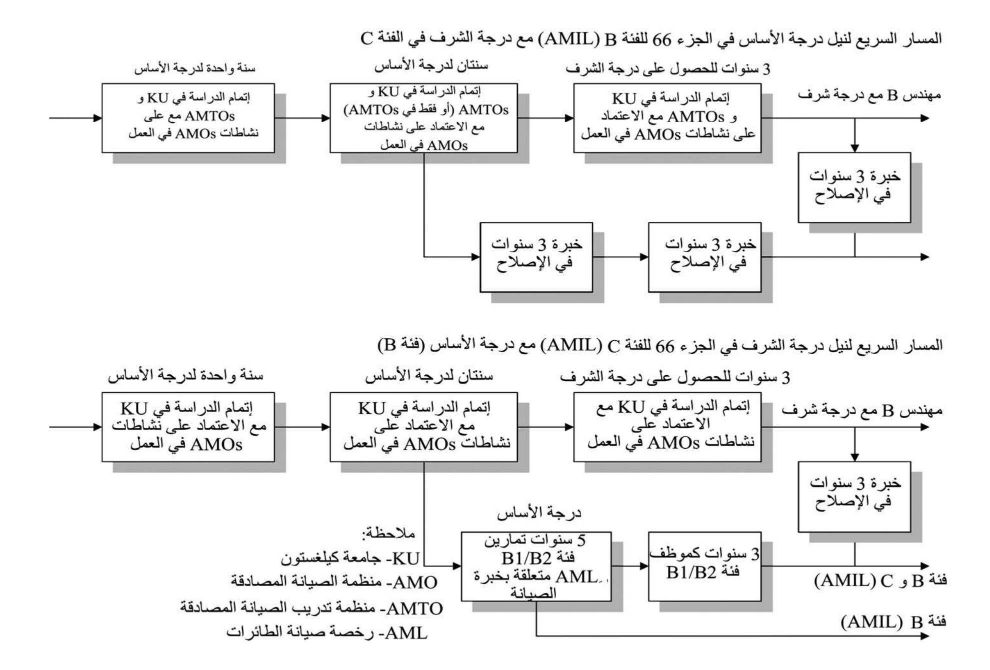
5-3-1 مسار كينغستون (Kingston) للتأهيل الخبرة

The Kingston qualification and experience pathway

تم في هذا النموذج وضع شرط لطرق التدرج في التأهيل والخبرة للفئات A وB وC وموافقة رخصة صيانة الطائرات للاعتراف المهني المناسب (الشكل (1-12)).



الشكل 1-12: الطريق إلى درجة الشرف وتراخيص الفئات A وB وC.

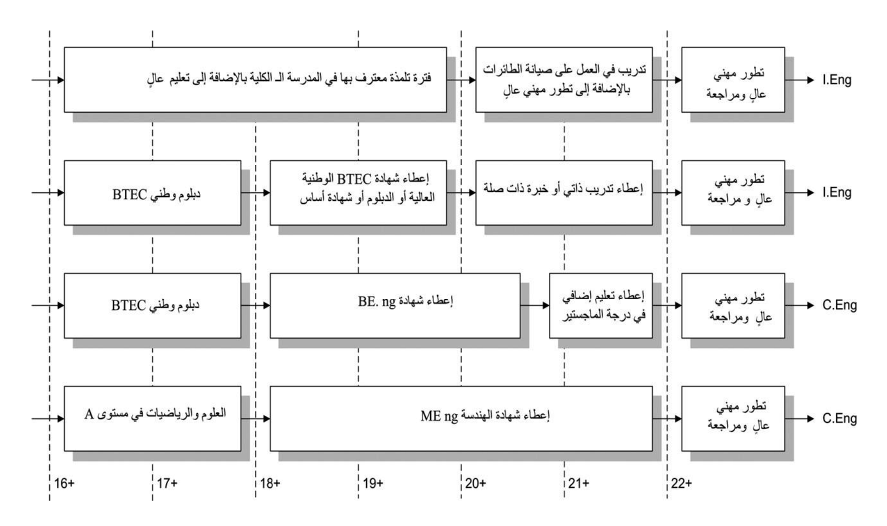


الشكل 1–13: طرق المسار السريع إلى رخصة صيانة الطائرات فئة C وB.

يظهر الشكل (1–13) نقاط توقف مختلفة لأولئك الأفراد الذين يرغبون في العمل كمجازين من الفئة A أو B أو C.

ويظهر الشكل (1–13) أيضاً طريقين سريعين ممكنين لتأهيل ومنح ترخيص من الفئة B أو الفئة C. في هذه الحالة يعني "الطريق السريع" أنه بسبب الشراكة بين جامعة كينغستون[2] وKLM فإن البرنامج الكلي معروف ومصادق عليه من قبل هيئة الطيران المدني منذ البداية، مما يقلل من مرات التأهل إلى الحد الأدنى، كما هو مبين في الأشكال (1–8 حتى 1–10). إن الخبرة العملية المناسبة، التي تعطى في متطلبات الطيران المشترك–147 (Joint Aviation Requirements -JAR) في KLM، معتمدة من مدرسة التدريب في مطار نورويتش (Norwich Airport).

لدى جامعة كينجستون شراكة أيضاً مع كلية مدينة بريستول، وهي المنظمة المعتمدة للـــ JAR 147 . ومع توسع برنامج كينجستون الناجح جداً، توفرت فرص أكثر لتاركي المدرسة فوق سن 18 ليباشروا التدريب من البداية، التي تقود إلى فحوصات هيئة الطيران المدني ومنح للدرجة الأساسية أو الكاملة مع مرتبة الشرف.



الشكل 1–14: الطرق إلى الاعتراف المهني بهندسة الطيران.

إن الجمعية الملكية للطيران (Royal Aeronautical Society -RAS) تعترف أن حاملي رخصة صيانة الطائرات، الجزء 66 من الفئة B الكاملة مع خبرة ومسؤوليات مناسبة، يواجهون معايير الاعتراف المهني كالمهندسين المشمولين، بعد إجراء مقابلة مهنية، ويسمح لهم باستخدام الأحرف I. Eng بعد أسمائهم.

إن حاملي درجات الشرف الذين يحملون أيضاً رخصة صيانة الطائرات من الفئة C ربما، مع تعليم مناسب إضافي لنيل درجة الماجستير، يتقدمون بطلب الاعتراف كمهندسين معتمدين من خلال الجمعية الملكية للطيران. وهذا هو أعلى وسام مهني للمهندسين المعترف به دولياً كسمة مميزة للقدرة الهندسية والكفاءة والمهنية الاحترافية.

يظهر الشكل (1–14) أين يقع مانحو شهادات صيانة الطائرات للفئات A وB وC في إطار التأهيل الهندسي والمهني. وهكذا فإن الميكانيكي فئة A مع تدريب منظم ومناسب يحصل على مركز فني في الهندسة. ويستطيع الفني فئة B أيضاً مع تدريب منظم ومناسب، التقدم بطلب الحصول على الاعتراف به كـــ "مهندس مشارك". أما "المهندس" من الفئة C مع درجة ماجستير مناسبة أو أن يكون حاملاً لمرتبة الشرف مع تعليم إضافي لمستوى درجة الماجستير فيستطيع في النهاية الحصول على الاعتراف به كـــ "مهندس مجاز" محترف.

يمكن منح إعفاءات جزئية من امتحانات الجزء 66 للاعتراف بدرجات الهندسة، بالاعتماد على نوع الترخيص المدروس. هذه الإعفاءات المحدودة حسب نوع الترخيص موجودة بالتفصيل بالجدول (1−1)، ولا يسمح بأية إعفاءات أخرى وكل الوحدات الأخرى القابلة للتطبيق على ترخيص الفئة يجب أن تحصل على اعتراف وكالة أمان الملاحة الأوروبية المصادقة على امتحانات الجزء 66.

ملاحظة: الاستثناء الوحيد هو حيث تعطى إعفاءات بشكل كبير لمهندسي الطيران خريجي كينجستون مع مرتبة الشرف، التي تهدف بشكل مباشر إلى إعداد مهندسي صيانة طيران لاختبارات رخصتهم.

الجدول 1−1

اتجاه نوع ترخيص الهندسة	الوحدة التدريسية المعفاة
الهندسة الميكانيكية	الوحدة (1) الرياضيات الوحدة (2) الفيزياء
هندسة الطيران الجوي أو اتجاه هندسة النقل الجوي	الوحدة (1) الرياضيات الوحدة (2) الفيزياء الوحدة (8) ديناميكية الهواء الأساسية
اتجاه الهندسة الالكترونية أو الكهربائية	الوحدة (1) الرياضيات الوحدة (2) الفيزياء الوحدة (3) أساسيات الالكترونيات الوحدة (4) أساسيات الكهربائيات
اتجاه هندسة الكترونيات الطائرات	الوحدة (1) الرياضيات الوحدة (2) الفيزياء الوحدة (3) أسس الكهرباء الوحدة (4) أسس الالكترونيات الوحدة (8) أساسيات ديناميك الهواء
ترخيص هندسة الطيران مع مرتبة الشرف BEng من جامعة كينجستون (اتجاه الهندسة الميكانيكية)	إعفاء كامل من الوحدات 1 إلى 10 (معترف عليها كطريق سريع لتحصيل الترخيص C)

4-1 رخصة هيئة الطيران المدني: البنية والمؤهلات والاختبارات والمستويات
CAA Licence – structure, qualification, examinations and levels

1-4-1 بنية المؤهلات: Qualifications structure

يغطى إعطاء الرخص لمهندسي صيانة الطائرات بمعايير دولية نشرتها منظمة الطيران المدني الدولي (International Civil Aviation Organization - ICAO). يؤمن نظام الملاحة الجوية (Air Navigation Order -ANO) في المملكة المتحدة الإطار القانوني لدعم هذه المعايير. ليس الغرض من الترخيص هو السماح لحاملها بالقيام بالصيانة، ولكن للتمكن من إصدار ترخيص الصيانة المطلوبة ضمن تشريع نظام الملاحة الجوية. وهذا هو سبب إشارتنا فيه إلى موظفي الصيانة المرخصين (بالمجازين).

تصدر هيئة الطيران المدني في الوقت الحاضر شهادات ضمن متطلبين مختلفين اعتماداً على الإقلاع الأقصى لكتلة الطائرة.

بالنسبة إلى الطائرات التي يتجاوز وزنها 5700kg فإن الشهادات تصدر ضمن الجزء 66. وإن تراخيص الجزء 66 معروفة بالنسبة إلى كل البلدان الأوروبية الأعضاء في هيئة الطيران المشتركة (Joint Aviation Authority –JAA) المنظمة من قبل EASA. إن الوضع الأمثل هو أنه سيعترف، وبنفس المستوى، برخصة الجزء 66 الصادرة عن أي بلد كامل العضوية في جميع بلدان أوروبا. حالياً، هناك أكثر من 25 بلداً في أوروبا تعتمد توصيات JAA. إن المكافئ لـــ (JAA) في الولايات المتحدة هو إدارة طيران الولايات المتحدة الفدرالية USFAA (والآن EASA من أجل تراخيص موظفي الصيانة). أصبح انسجام هاتين المنظمتين إلى درجة أنه مثلاً الشهادات الصادرة عن الجزء 66 تعادل تلك الشهادات الصادرة عن (FAR66) في البلدان التي تلتزم بمتطلبات FAA.

يعتبر أصحاب التراخيص الصادرة عن متطلبات الجزء 66 أنهم قد حققوا مستوى مناسباً من المعرفة والكفاءة التي ستمكنهم من القيام بأنشطة الصيانة على الطائرات التجارية.

يستمر إصدار الرخص للطائرات الخفيفة (أقل من 5700 كغ) وللمركبات الهوائية، عند شروط الترخيص الوطنية للمملكة المتحدة المحددة في متطلبات الجدارة الجوية للطيران المدني البريطاني (British Civil Airworthiness Requirements - BCAR) القسم (L). القصد من ذلك هو أنه في غضون سنوات قليلة سيتم تضمين الطائرات الخفيفة ضمن الجزء 66. وهذا له، في الوقت الراهن، آثار على الأشخاص الذين يرغبون في العمل والحصول على ترخيص من صنف الـــ GA، حيث يعمل العديد من الطائرات الخفيفة. إن الكثير من المعرفة المطلوبة من أجل ترخيص الجزء 66، المنصوص عليه في هذه السلسلة، هو أيضاً ذو أهمية للراغبين بالحصول على ترخيص القسم L للطائرات الخفيفة. مع أن ترخيص القسم L الأساسي ضيق (انظر الملحق B) ويعتبر نوعاً ما أقل طلباً من ترخيص الجزء 66، فهو يعتبر معياراً هاماً للإنجاز والكفاءة ضمن نوادي الطائرات الخفيفة.

وكما ذكر آنفاً فإن ترخيص الجزء 66 مقسم إلى الفئات A وB وC. بالنسبة إلى ترخيص الفئة B، يوجد خياران مهنيان كبيران، إما فني ميكانيكي أو فني الكتروني للطائرات. وخوفاً من إمطاركم بوابل من المعلومات المهنية، فإننا سنتجاوز التقسيمات الفرعية الأخرى للترخيص الميكانيكي. وهذه الفئات الفرعية تعتمد على نوع الطائرة (ذات الأجنحة الثابتة أو الدوارة) وعلى نوع المحرك (توربيني أم مكبسي). وللتوضيح فإن كل الفئات والشهادات التي يمكن أن تصدر عن CAA/FAA أو عن عضو السلطات الوطنية للطيران (NAA) تحت رعاية EASA، مدرجة أدناه:

المستويات:

- **الفئة A** : ميكانيكي مرخيص لخط الصيانة.
- **الفئة B1**: فني (ميكانيك) مرخيص لخط الصيانة.
- **الفئة B2**: فني إلكترونيات الطائرات مرخيص لخط الصيانة.
- **الفئة C**: مهندس مرخص لصيانة القاعدة.

ملاحظة: عند الأخذ بها، ستكون الـــ AML الخفيفة من الفئة B3.

فئات A الفرعية:

A1: الطائرات التوربينية.

A2: الطائرات المكبسية.

A3: المروحيات التوربينية.

A4: المروحيات المكبسية.

فئات B1 الفرعية:

B1.1: الطائرات التوربينية.

B1.2: الطائرات المكبسية.

B1.3: المروحيات التوربينية.

B1.4: المروحيات المكبسية.

لاحظ أن متطلبات الخبرة لجميع التراخيص آنفة الذكر موجودة في الأشكال من: (1−7) إلى (1−10).

المصادقة على أو إقرار نوع الطائرة[3] Aircraft-type endorsments

يمكن لحملة تراخيص EASA الجزء 66 لصيانة الطائرات للفئات B1 وB2 وC أن يقدموا لشمولهم في تقويم نوع الطائرة aircraft type rating بعد استيفاء المتطلبات التالية:

1. إنهاء دورة تدريبية لــ EASA الجزء 66 أو JAA/NAA مصدّقة على نوع الطائرة وعلى فئة الترخيص المناسبة المطلوب الموافقة عليهما.
2. الانتهاء من فترة لا تقل عن فترة المهارة العملية على النوع، قبل التقييم على تقييم نوع الطائرة.

هذا ويختلف نوع التدريب للفئة C عن المطلوب من الفئة B1 أو B2، لذلك نوع التدريب على الفئة C لن يؤهل في تقييم النوع الموافق في الفئتين B1 و B2.

لكن نوع المقررات في مستوى الفئة B1 والفئة B2 يمكن أن تسمح لحاملي الترخيص للتأهل لمستوى الفئة C في الوقت نفسه، بشرط حمل الترخيص الأساسي للفئة C.

إن حاملي التراخيص (Licence holders) الذين يطلبون التأهل على تقويم نوع الطائرة من CAA أن يحملوا ترخيص EASA الجزء 66 الأساسي الممنوح من قبل CAA في المملكة المتحدة.

1-4-2 وحدات منهاج EASA الجزء 66 وقابلية التطبيق

EASA Part 66 syllabus modules and applicability

يمكن تدريس وفحص منهاج الجزء 66 على قاعدة وحدة تلو الأخرى(module-by-module basis). ويختلف موضوع الدراسة في كل وحدة تبعاً لفئة الإجازة، كذلك يختلف عمق الموضوع تبعاً للفئة. حيث والحالة هذه، وفي سلسلة الكتب هذه، ستتم دائماً دراسة معمقة وشاملة للمعلومات المطلوبة من الفئة. وبالإجمال يوجد حالياً 17 وحدة تدريسية في منهاج الجزء 66. وقد تمت جدولة هذه الوحدات في الجدول 1-2، مع الجدول 1-3 للإشارة إلى إمكانية تطبيقها لفئة معينة وفئات ميكانيكية فرعية.

الجدول 1-2: وحدات المنهاج حسب الموضوع

الوحدة	المحتوى	
1	الرياضيات	Mathematics
2	الفيزياء	Physics
3	الأسس الكهربائية	Electrical fundamentals
4	الأسس الالكترونية	Electronic fundamentals
5	التقنيات الرقمية ونظم أدوات الالكترونيات	Digital techniques and electronic instrument systems

الوحدة	المحتوى	
6	المواد والمعدات	Materials and hardware
7	تدريبات الصيانة	Maintenance practices
8	الديناميكية الهوائية الأساسية	Basic aerodynamics
9	العوامل البشرية	Human factors
10	تشريعات الطيران	Aviation legislation
11	ديناميك الهواء والهياكل والنظم للطائرات	Airplane aerodynamics, structural and systems
12	ديناميك الهواء والهياكل والنظم للطائرات المروحيات	Helicopter aerodynamics, structure and systems
11	ديناميك الهواء والهياكل والنظم للطائرات والمناطيد	Aircraft aerodynamic structure and systems
14	الدفع	Propulsion
15	المحرك التوربيني الغازي	Gas turbine engine
16	المحرك المكبسي	Piston engine
17	المروحة	Propeller
18	المنطاد (لاحقاً)	Airship (to be developed)

3-4-1 الامتحانات والمستويات Examinations and levels

إن امتحانات الجزء 66 مقسمة إلى وحدات ومصممة لتعكس محتوى منهاج EASA – الجزء 66. يمكن أن تجرى وحدات الامتحانات في منشآت الـــ CAA/NAA أو في منشآت المنظمة المعتمدة للجزء 147. يعتمد عدد ونوع الامتحانات التي تجرى في المنظمات المعتمدة للجزء 147 على الطبيعة الدقيقة لموافقتهم. إن قائمة المنظمات المعتمدة ومواقع الفحص موجودة في نهاية هذا الكتاب في الملحق A. توجد المعلومات عن العقد والإجراءات لهذه الامتحانات، بالنسبة إلى المرشحين الذين أخذوا وحدات كاملة لفحوصات الجزء 66، في الفصل 23 مادة الإدارة والتوجيه في EASA[4].

ويمكن لمحتوى وحدات الجزء 66 أن يتنوع في نوع الموضوع الذي تغطيه الوحدة ومستوى المعرفة المطلوب تبعاً للترخيص المطلوب من الفئة A أو B1 أو B2.

وهكذا، فإننا سنقوم في هذا الكتاب بتغطية كاملة لوحدات الجزء 66 التالية: 1 و2 و3 و4 و8.

الجدول 1-3: توافق الوحدة الدراسية مع الفئة والفئة الميكانيكية الفرعية

الوحدة	طائرات A أو B1 ذات		مروحيات A أو B1 ذات		طيران B2
	محرك توربيني	محرك مكبسي	محرك توربيني	محرك مكبسي	
1	✓	✓	✓	✓	✓
2	✓	✓	✓	✓	✓
3	✓	✓	✓	✓	✓
4	✓[a]	✓[a]	✓[a]	✓[a]	✓
5	✓	✓	✓	✓	✓
6	✓	✓	✓	✓	✓
7	✓	✓	✓	✓	✓
8	✓	✓	✓	✓	✓
9	✓	✓	✓	✓	✓
10	✓	✓	✓	✓	✓
11[b]	✓	✓	—		—
12	—	—	✓	✓	—
13[c]	—	—	—	—	✓
14[d]	—	—	—	—	✓
15	✓	—	✓	✓	—
16	—	✓	—	✓	—
17	✓	✓	—	—	—

[a] هذه الوحدة ليست قابلة للتطبيق على الفئة A.

[b] الوحدة 11 فقط للتطبيق على العاملين المرخّصين الميكانيكيين.

[c] الوحدة 13 فقط قابلة للتطبيق على مصدقي فنيي الكترونيات الطائرات B2.

[d] الوحدة 14 توفر عمقاً أقل من معاملة الدفع مصممة للدراسة من قبل مصدقي فنيي الكترونيات الطائرات.

ستغطي **الوحدة 1 (الرياضيات، الفصل الثاني في هذا الكتاب)** إلى العمق المطلوب لامتحان فنيي B1 وB2. وهناك أيضاً الرياضيات المتقدمة (الفصل الثالث) التي صممت للمساعدة في فهم الوحدة 2 (الفيزياء). لا تتعرض الرياضيات المتقدمة لامتحان الجزء 66، ولكنها لا تزال تعتبر من قبل الكاتب أساساً مفيداً للمعرفة. يجب أن تركز هذه الدراسة لترخيص الفئة A على الفهم الكامل للرياضيات اللاحاسوبية التي يتم إعطاؤها في الفصل الثاني من هذا الكتاب. وينبغي لها أيضاً أن تكون قادرة على الإجابة عن كل أسئلة الاختبار في نهاية هذا الفصل.

وستغطي **الوحدة 2 (الفيزياء – الفصل الرابع من هذا الكتاب)** إلى عمق مناسب لفنيي الفئة B ولا يحصل أي تمييز بالفهم بين مستويات الفئة B1 وB2[5]، وستتم تغطية العمق الأكبر للفئتين بشكل مناسب. إن محتوى الوحدة 2 ليس مطلوباً لميكانيكي الفئة A، وتمت الإشارة له في مقدمة الفصل، وتظهر في أسئلة اختبار الفيزياء في النهاية.

وستغطي **الوحدة 3 (أساسيات الكهرباء – الفصل الخامس من هذا الكتاب)** في مستوى فنيي الفئة B، مع إعطاء مؤشرات واضحة لمستويات المعرفة المطلوبة لشروط ترخيص الفئتين A وB.

الوحدة 4 (أساسيات الالكترونيات – الفصل السادس في هذا الكتاب) ليست مطلوبة من ميكانيكي الفئة A، ولكن كما في السابق، سيتم أخذه معاملة المستويات المختلفة من المعرفة للفئتين B1 و B2 إلى عمق أكبر مطلوب من فنيي B2. يظهر الاختلاف في المستوى أيضاً في أسئلة الاختبار في نهاية الفصل.

وستغطي **الوحدة 8 (أساسيات ديناميك الهواء– الفصل السابع من هذا الكتاب)** بالكامل لمستوى الفئة B مع عدم وجود أي تمييز بين مستويي الفئتين A وB. وللوصول للكمال، سيتضمن هذا الفصل تغطية موجزة للتحكم بطيران الطائرات مأخوذة من الوحدة 11-1. إن أسئلة الامتحان النموذجية المتصلة مباشرة

مع الوحدة 8 بوضوح في نهاية الفصل. سيتم ادراج التغطية الكاملة المتخصصة لديناميكية الطائرة والطيران السريع وديناميك الهواء للجناح الدوار، المتعلقة بالوحدات 11 و13، في الكتاب الثالث من هذه السلسلة: الديناميكية الهوائية (الآيروديناميك) للطائرات، صيانة الهياكل والإصلاح.

إن أوراق الامتحانات هي من النوع المتعدد الخيارات حيث يضع الطالب إشارة إلى جانب الجواب الذي يختاره. وعلى الطالب أن ينجح أيضاً بورقة امتحانية مكتوبة كي يتم إصدار الرخصة. قد يأخذ المرشحون ورقة أو أكثر في جلسة الامتحان الواحدة. إن علامة النجاح في كل ورقة متعددة الخيارات هي 75%، ولم يعد هناك أية عقوبة بالعلامات للإجابة الخاطئة عن الأسئلة متعددة الخيارات الفردية.

لجميع الأسئلة متعددة الخيارات الموضوعة من قبل CAA والمنظمات المعتمدة النموذج نفسه من حيث إن كل سؤال يحتوي على المتن (السؤال المطروح) ومضللين (إجابتين خاطئتين) وجواب واحد صحيح. إن الأسئلة متعددة الخيارات الواردة في نهاية كل فصل من هذا الكتاب موضوعة وفق النموذج المذكور.

كل أوراق الامتحانات متعددة الخيارات محددة بالوقت حوالى (1 دقيقة و15 ثانية) لقراءة السؤال والإجابة عنه (انظر الجدول 1−4). تعتمد أرقام الأسئلة المطروحة على اختبار الوحدة المأخوذة ونوع ترخيص الفئة المطلوب.

يظهر في الجدول 1− 4 نموذج أوراق الاختبار متعددة الخيارات لكل وحدة مع الاختبار الكتابي لإصدار الترخيص.

يمكن أن توجد تفاصيل أخرى ومعلومات حديثة عن طبيعة اختبارات ترخيص EASA ضمن وثائق CAA الملائمة[6]، التي اقتبس منها تركيب الاختبار المفصل الوارد في الجدول 1−4.

الجدول 1- 4: بنية ورقة الامتحان متعددة الخيارات للجزء 66

الوحدة التدريسية		عدد الأسئلة	الوقت المسموح به (دقيقة)
الرياضيات	فئة A	16	20
	فئة B1	30	40
	فئة B2	30	40
الفيزياء	فئة A	30	40
	فئة B1	50	65
	فئة B2	50	65
أسس الكهرباء	فئة A	20	25
	فئة B1	50	65
	فئة B2	50	65
أسس الالكترونيات	فئة A	–	–
	فئة B1	20	25
	فئة B2	40	50
التقنيات الرقمية/نظم المعدات الالكترونية	فئة A	16	20
	فئة B1	70	90
	فئة B2	60	75
المواد والأجهزة	فئة A	50	65
	فئة B1	70	90
	فئة B2	60	75
التدريب على الصيانة	فئة A	70	90
	فئة B1	80	100
	فئة B2	60	75
الديناميكية الهوائية الأساسية	فئة A	20	25
	فئة B1	20	25
	فئة B2	20	25

العوامل البشرية	فئة A	20	25
	فئة B1	20	25
	فئة B2	20	25
تشريعات الطيران	فئة A	40	50
	فئة B1	40	50
	فئة B2	40	50
الديناميكية الهوائية للطائرات – الهياكل والنظم aeroplane	فئة A	100	125
	فئة B1	130	165
	فئة B2	–	–
الديناميكية الهوائية للمروحيات (الهياكل والنظم)	فئة A	90	115
	فئة B1	130	165
	فئة B2	–	–
ديناميك هواء الطائرات (aircraft) و الهياكل والنظم	فئة A	–	–
	فئة B1	–	–
	فئة B2	130	165
الدفع	فئة A	–	–
	فئة B1	–	–
	فئة B2	25	30
المحرك التوربيني الغازي	فئة A	60	75
	فئة B1	90	115
	فئة B2	———	———
محرك بريستول	فئة A	50	65
	فئة B1	70	90
	فئة B2	———	———
المروحة	فئة A	20	25
	فئة B1	30	40
	فئة B2	–	–

ملاحظة: قد تخضع الوقت المعين للامتحان إلى تغيير من وقت إلى آخر. وهنالك مراجعة حالية بخصوص زمن الامتحان تعتمد على المستوى. بالإمكان الحصول على أحدث المعلومات بهذا الخصوص من موقع CAA على الشبكة.

الامتحان التحريري (الورقة المكتوبة) Written paper

تحتوي الورقة المكتوبة المطلوبة (written paper) أو الامتحان التحرري من أجل إصدار الترخيص أو الإجازة على أربعة أسئلة مقالية أو إنشائية (essay questions) احتمالية. هذه الأسئلة تم استخلاصها من وحدات منهاج الجزء 66 كالآتي:

الوحدة	الورقة	السؤال
7	ممارسات الصيانة	2
9	العوامل البشرية	1
10	تشريعات الطيران	1

5-1 نظرة عامة على تنظيم صلاحية طيران الطائرات وصيانة الطائرات وثقافة السلامة الخاصة بها

Overview of airworthiness regulation, aircraft maintenance and its safety Culture

1-5-1 مقدمة Introduction

من أجل ضمان استمرار آمن وفعّال لعمليات النقل، تتطلب جميع أشكال وسائل النقل العام تشريعات وقوانين لتنظيم عملها. حتى مع التنظيم الصارم تبقى الأحداث والحوادث المأساوية حقيقة مؤسفة لا مفر منها. وبالفعل، فقد برهنت على هذا حوادث السكك الحديدية المتكررة حيث من المرجح جداً أن يعزى حادث (Potters Bar) عام 2002 للصيانة السيئة.

عند وقوع الحوادث في أي نظام من أنظمة وسائل النقل العام، سواء كان السفر بحراً أو جواً أو بواسطة السكك الحديدية، فإنه من المؤسف حقيقة خسارة الأرواح ووقوع أضرار جسيمة قد تنطوي على إصابة عدد كبير من الناس.

والحقيقة أيضاً أن معدل الحوادث في النقل الجوي منخفض للغاية، وهي حالياً واحدة من أكثر طرق السفر أماناً.

ان ما يمكن لتنظيم صناعة الطائرات أن يفعله هو أن يضع إطاراً لإدارة آمنة وكفوءة لتشغيل الطائرات حيث تلعب صيانتها دوراً هاماً. إنها أساساً مسؤولية الأشخاص الذين يعملون في هذه الصناعة لضمان الحفاظ على تطبيق المعايير. وفيما يتعلق بصيانة الطائرات، يجب أن يضمن إدخال المتطلبات المنسجمة الجديدة في JAA ومؤخراً ECAR، وجود المعايير العالية لصيانة الطائرات وللتدريب على هندسة الصيانة ليس فقط في المملكة المتحدة، ولكن في أوروبا، وفي الواقع في أجزاء كثيرة من العالم.

ومن أجل الحفاظ على هذه المستويات العالية، يتوجب على الأفراد ليس فقط أن يكونوا على دراية بطبيعة التشريعات والأنظمة المحيطة بصناعتهم، بل عليهم أن يتشجعوا أيضاً على تبني مواقف مسؤولة وناضجة وصادقة لكل جوانب أدوار عملهم. حيث يجب، عند القيام بأنشطة صيانة الطائرات، أن توضع السلامة والسلامة الشخصية فوق كل الاعتبارات الأخرى. للأسباب السابقة، يصبح كلٌّ من معرفة الإطار التنظيمي والتشريعي للصناعة وتبني ثقافة سلامة صيانة الطائرات جزءاً حيوياً من ثقافة جميع الأشخاص الراغبين بممارسة مهنة هندسة صيانة الطائرات. وقد تم وضع مقدمة مختصرة في هذا القسم للإطار التشريعي والتنظيمي جنباً إلى جنب مع ثقافة سلامة الصيانة وتقلبات الأداء البشري. في الكتاب الثاني من هذه السلسلة توجد تغطية أكبر لتشريعات صيانة الطائرات وإجراءات السلامة ضمن (ممارسات هندسة صيانة الطائرات).

1-5-2 ولادة منظمة الطيران المدني الدولي (ICAO)

The birth of ICAO

تمّت الإشارة سابقاً إلى الطبيعة العالمية لهندسة صيانة الطائرات الحالية، وبالتالي تكتسب الحاجة إلى الامتثال للمعايير لضمان استمرار صلاحية طيران الطائرات التي تحلق عبر المجال الجوي الدولي أهميةً قصوى. ومنذ فترة طويلة

في كانون الأول/ديسمبر 1944 جاءت مجموعة من المخططين من 52 بلداً إلى شيكاغو للموافقة والتصديق على اتفاقية الطيران المدني الدولي، وبالتالي تم تأسيس منظمة الطيران المدني الدولي المؤقتة (PICAO)، وقد سرى مفعولها على هذا النحو حتى آذار/مارس 1947، عندما جاء الإقرار النهائي من 26 بلداً عضواً، وأصبحت تسميتها منظمة الطيران المدني الدولي (ICAO).

وقد كانت المهمة الرئيسية لـــ ICAO، التي تمّت الموافقة عليها من حيث المبدأ في اتفاقية شيكاغو 1944، هي في تطوير النقل الجوي الدولي بطريقة آمنة ومنظمة. و كانت البلدان الأعضاء الـــ 52 قد وافقت سابقاً على توقيع:

مبادئ وترتيبات خاصة من أجل تطوير الطيران الجوي المدني بطريقة منظمة وآمنة وإنشاء النقل الجوي الدولي على أسس تكافؤ الفرص والعمل على نحو سليم واقتصادي.

وبالتالي وبروح من التعاون وبهدف تعزيز العلاقات الدولية الجيدة بين الدول الأعضاء، قرر الأعضاء الـــ 52 توقيع الاتفاقية، وقد كان هذا قراراً بعيد النظر، وقد بقي بدون تغيير جوهري حتى الوقت الحالي. إن جمعية (ICAO–Assembly) هي الهيئة السيادية لـــ (ICAO) المسؤولة عن إعادة النظر في تفاصيل عمل (ICAO) بما في ذلك وضع الميزانية والسياسة للسنوات الثلاث القادمة.

يتكون المجلس، المنتخب من قبل الجمعية لفترة ثلاث سنوات، من 33 بلداً عضواً، والمجلس مسؤول عن ضمان العمل وفق المعايير والممارسات الموصى بها كما وردت في ملحقات إتفاقية الطيران المدني الدولي. تتم مساعدة المجلس بلجنة الملاحة الجوية للتعامل مع المواضيع التقنية ومجلس النقل الجوي للتعامل مع المسائل الاقتصادية ولجنة خدمات الدعم المشترك للطيران واللجنة المالية.

أيضاً تعمل ICAO بشكل وثيق مع أعضاء الأمم المتحدة (UN) ومنظمات غير حكومية أخرى، مثل الرابطة الدولية للنقل الجوي (IATA) والاتحاد الدولي للخطوط الجوية للطيارين.

3-5-1 هيئة الطيران المدني البريطاني The UK CAA

تم إنشاء هيئة الطيران المدني البريطاني CAA عن طريق قانون صادر عن البرلمان عام 1972، بوصفها خبيراً مستقلاً في تنظيم الطيران وموفراً لخدمات النقل الجوي[7]. وبموجب القانون، تعتبر مسؤولة أمام الحكومة عن ضمان تحقيق وتنظيم كل جوانب الطيران كما صاغتها ANO نتيجة لهذا القانون.

بعد فصل خدمات المرور الجوية الوطنية (NATS) عام 2001، أصبحت CAA هي المسؤولة الآن عن جميع وظائف الطيران المدني وهي: التنظيم الاقتصادي وسياسية الأجواء وتنظيم السلامة وحماية المستهلك.

تنظم مجموعة التنظيم الاقتصادي (ERG) المطارات وخدمات النقل الجوي والخطوط الجوية وتقدم المشورة حول سياسة الطيران من وجهة نظر اقتصادية. وذلك لضمان الحصول على أفضل نتائج مستدامة لمستخدمي خدمات النقل الجوي.

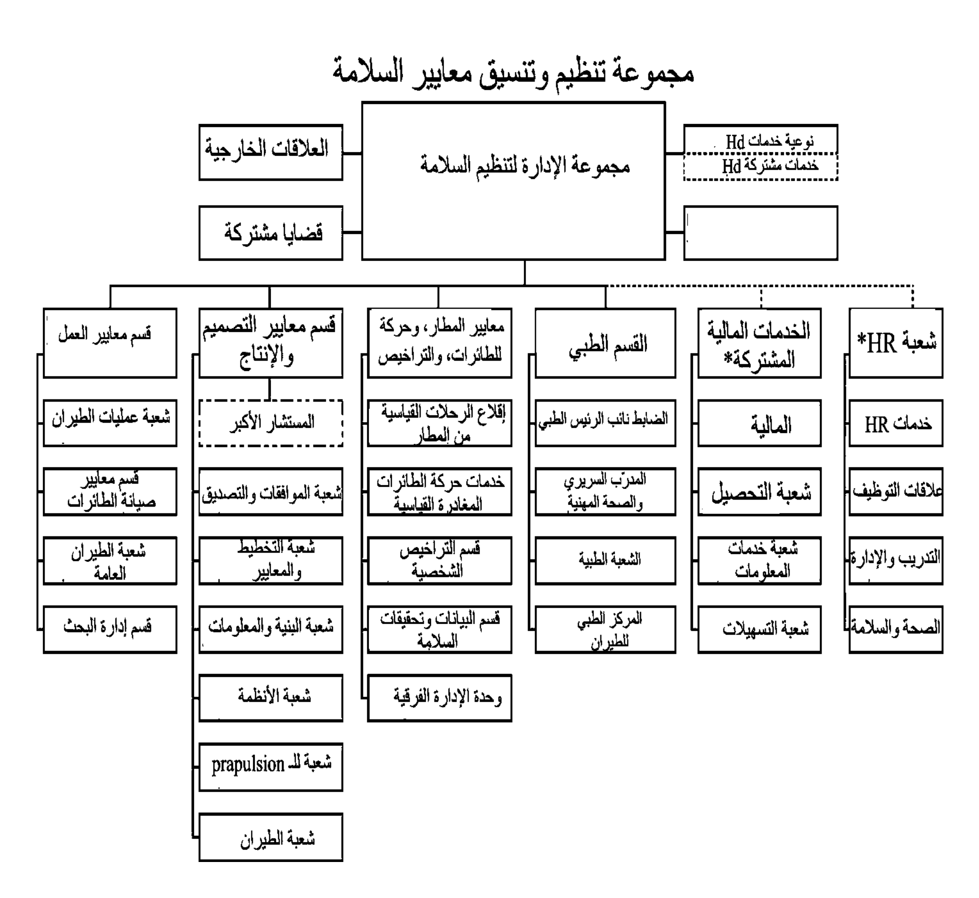
إن مديرية سياسة المجال الجوي (DAP) هي المسؤولة عن تنظيم وتخطيط المجال الجوي للمملكة المتحدة، بما في ذلك الملاحة الجوية واتصالات البنية التحتية لدعم عمليات آمنة وكفوءة. تم تزويد هذه المجموعة بعدد من الخبراء المدنيين والعسكريين.

تنظم مجموعة حماية المستهلك (CPG) منظمات السفر وتقوم بإدارة منظمة حماية المستهلك وترخيص منظمي السفر الجوي (ATOL) وترخص للخطوط الجوية في المملكة المتحدة، بالإضافة إلى وظائف أخرى.

وتضمن مجموعة تنظيم السلامة (SRG) وضع وتحقيق معايير الطيران المدني في المملكة المتحدة بشكل تعاوني وفعال من حيث التكلفة. ويجب على مجموعة تنظيم السلامة أن تقتنع بأن الطائرة صممت وصنعت وتمت صيانتها بشكل مناسب. وأيضاً من مسؤولية هذه المجموعة ضمان كفاءة طواقم الطيران

ومراقبي الحركة الجوية ومهندسي صيانة الطائرات من خلال منح تراخيص شخصية، وكل المهمات الأساسية لهذه المجموعة واردة في الشكل (1−15)

تم الآن نقل بعض مسؤوليات هذه المجموعة إلى EASA. لكن بقيت هذه المجموعة "تراقب" وتقدم المشورة إلى EASA فيما يخص معايير وتنظيم الأمان، وبدورها بقيادة NAA. وبخاصة، أن EASA أصبحت مسؤولة الآن عن منح تراخيص الأفراد والموافقة على المنظمات وصيانة متطلبات الطيران المشترك JARs المعنية بطاقم وعمليات صيانة الطائرات.



الشكل 1− 15: هيكلية (وظائف ومسؤوليات) مجموعة تنظيم السلامة التابعة لهيئة الطيران المدني.

4-5-1 احتياجات الطيران المدني Civil aviation requirements

تم دعم المعايير الدولية الواسعة لصلاحية الطيران، التي أُنشئت من قبل ICAO، بالمعايير الوطنية المفصلة، وتتم مراقبتها في المملكة المتحدة من قبل الهيئة الوطنية لصلاحية الطيران CAA. وهذه المعايير الوطنية كانت معروفة في المملكة المتحدة باسم (BCAR) وفي الولايات المتحدة الأمريكية بالأنظمة الاتحادية لصلاحية الطيران (FAR). بلدان كثيرة أخرى اعتمدت واحداً أو أكثر من هذه المتطلبات بعد ملاءمتها مع خصوصياتها الوطنية. كلما أصبحت المشاريع الدولية أوسع انتشاراً، وأصبح هناك ضغط أكبر من أجل إنتاج مجموعة موحدة من المعايير خصوصاً في أوروبا. وهكذا (تحت رعاية JAA) نشأ ما يسمى المتطلبات الأوروبية المشتركة للطيران – Joint Aviation Requirements) (JAR، ومع زيادة المشاريع التعاونية بين أوروبا والولايات المتحدة الأمريكية واقتصاديات أخرى كبيرة في العالم أصبحت هناك حاجة لمواءمة هذه المتطلبات الأوروبية مع نظيرتها في الولايات المتحدة الأمريكية (FAR). وعملية المواءمة هذه لا تزال سارية، ولكن ليس من دون صعوبات. وفيما يتعلق بصلاحية الطيران، أصبح كل من الصيانة وما يتعلق بالأمان تحت سلطة EASA.

ومن غير الضروري في هذه المقدمة الموجزة الخوض في التفاصيل حول الطبيعة الدقيقة لـــ JAA/EASA في الإشراف على المتطلبات الأوروبية المشتركة للطيران (JAR) (أو في حالة EASA، السلطات التنفيذية (Implementing Rules IR -) وتصديق المواصفات (Certification Specifications - CS) لمتطلبات صلاحية الطيران واتفاقيات التصميم). يكفي القول إن[8]:

سلطات الطيران المدني لبلدان محددة وافقت على متطلبات الطيران العامة والشاملة والمفصلة (JAR) بهدف التقليل من مشاكل نوع الترخيص في مشاريع الطيران المشتركة ولتسهيل الاستيراد والتصدير لمنتجات الطيران وتسهيل الصيانة والعمليات التي تنفذ في بلد ما لتكون مقبولة من قبل CAA في بلد آخر.

واحد أو اثنان من أهم الشروط المطبقة على منظمات صيانة الطائرات والموظفين ترد بالتفصيل أدناه:

CS-25 تصديق مواصفات الطائرات الكبيرة (أكثر من 7500 كغ)

CS-E تصديق مواصفات محركات الطائرات

Part 21 أساليب مقبولة لمواءمة السلطات التنفيذية من أجل صلاحية الطيران والشهادات البيئية للطائرة والمنتجات المتعلقة بها.

Part-M مواد إرشادية لاستمرار صلاحية الطيران

Part-66 مواد إرشادية لموظفي التصديق في هندسة الطيران، بما في ذلك شروط المعرفة الأساسية التي تعتمد عليها كل الكتب في هذه السلسلة

Part-145 مواد إرشادية للمنظمات المشغلة للطائرات الكبيرة

Part-147 مواد إرشادية لمتطلبات منظمات التدريب لأولئك الذين يبحثون عن موافقة للوصول إلى تدريب أو فحص موافَق عليه لموظفي التصديق على النحو المحدد في JAR66

1-5-5 هندسة صيانة الطائرات وثقافة السلامة والعوامل البشرية

Aircraft maintenance engineering safety culture and human factors

إذا تمكنت من شق طريقك في هذه المقدمة فلا يمكنك أن تفشل في ملاحظة أن هندسة صيانة الطائرات صناعة منظمة جداً، حيث تعتبر **السلامة** هي الشيء الأسمى.

على كل شخص، يعمل على أو حول الطائرات أو معداتها ذات الصلة، مسؤولية شخصية عن سلامته وسلامة الآخرين، وهكذا عليك أن تكون على دراية بمنطقة العمل المباشرة خاصتك، وأن تدرك وتتجنب المخاطر المتصلة بها. تحتاج أيضاً أن تكون على دراية بالطوارئ المحلية: إجراءات الإسعافات الأولية واحتياطات الحريق وعمليات الاتصال.

إن الوعي الكامل للورشة وحظيرة الطائرات وإجراءات السلامة والاحتياطات، واردة في ممارسات هندسة صيانة الطائرات (Aircraft Engineering Maintenance Practices) الكتاب الثاني من هذه السلسلة.

إلى جانب هذه المعرفة عن السلامة، يجب أن يتبنى كل مهندسي الصيانة المحتملين موقفاً مهنياً مسؤولاً وصادقاً وناضجاً من جميع جوانب عملهم.



الشكل 1–16: عمود التحكم، مع لوحة غطاء القاعدة وكتلة صندوق الصمام الخانق ظاهر بشكل واضح.

ربما لا تستطيع التفكير بأي ظروف، حيث لا يمكنك أن تتبنى مثل هذه المواقف. ومع ذلك ونظراً إلى طبيعة صيانة الطائرات قد تجد نفسك تعمل تحت ظروف مجهدة للغاية حيث يتم الحكم على مهنيتك إلى الحد الأقصى.

مثلاً خذ بعين الاعتبار السيناريو الآتي:

كُلِّفت، كفني صيانة ذي خبرة، بتثبيت الغطاء على قاعدة عمود التحكم (control column) بالطيران (الشكل 1–16) لطائرة سوف تغادر حظيرة صيانة الطائرات بواسطة محرك التشغيل الأرضي (engine ground runs) قبل أن يكون الحظر الليلي لضجيج المطار ساري المفعول بحوالى 3 ساعات، وبالتالي

سيكون ضرورياً سحب الطائرة إلى منطقة العمل الأرضي في الوقت المناسب لاستكمال عمل المحرك قبل الحظر. وسيمكِّن هذا المعنيين من إنجاز جميع أعمال الصيانة على الطائرة خلال الليل، مما يؤكد جاهزية الطائرة للطيران في الوقت المناسب والمقرر عند بداية الصباح.

تبدأ المهمة، وعند انتهاء ثلاثة أرباع عملية تركيب الغطاء وبينما تقف، يقع برغي تثبيت، تعتقد أنك سمعته يتدحرج عبر أرضية الطائرة. بعد عملية بحث كبيرة وأنت تحمل مصباحاً يدوياً، حيث تنظر ليس فقط على الأرض وإنما حول قاعدة عمود التحكم وفي شقوق محتملة أخرى في المنطقة المباشرة ولكنك غير قادر على إيجاد البرغي الصغير.

فهل :

أ- تستمر في البحث عنه أطول فترة ممكنة، وإذا لم يتم العثور على البرغي ستكمل تركيب لوحة الغطاء وتبحث عن البرغي عندما تعود الطائرة من ورشة العمل؟

ب- تستمر في البحث عنه أطول فترة ممكنة، ومن ثم إذا لم يتم العثور على البرغي، تعلم المهندس المكلّف بالعمليات الأرضية ليكون على دراية بأن البرغي موجود في مكان ما قريب من قاعدة عمود التحكم على أرضية الطائرة. تستمر في تثبيت الغطاء؟

ج- ترفع مدونة إلى سجل صيانة الطائرة عن (أداة مفقودة) على أرضية الطائرة، ثم تبعد لوحة الغطاء، وتحصل على مصدر ضوئي قوي أو/ مجموعة ضوء سيار وتقوم بفحص كامل في قاعدة عمود السيطرة وحول عناصر التحكم المهمة، مثل عتلة الصمام الخانق (throttle)، وإذا لم يتم العثور على البرغي تسمح للطائرة أن تذهب إلى أرض العمل وتستمر بالبحث عند العودة؟

د- ترفع مدونة إلى سجل الطائرة عن (أداة مفقودة) على أرضية الطائرة، وفوراً تطلب المشورة من المشرف الجوّال، كتدبير عمل يمكن أن يؤخذ؟

إن لم تكن فنياً خبيراً ستعلم المشرف، الفعل (د)، وتطلب المشورة للتدبير المناسب لهذا الفعل. وكفني خبير ماذا عليك أن تفعل؟ إن التدبير المتخذ في هذه الحالة لن يكون واضحاً تماماً، إنه يتطلب إجراء تحقيق.

واضح تماماً أن الأفعال (أ و ب) خاطئة مهما كانت الخبرة التي يحصل عليها الفني. مهما كانت فترة البحث فإنه من الأساسي تحريك لوحة الغطاء والبحث في قاعدة عمود التحكم للتأكد من عدم وجوده في المحيط. يمكن لأي أداة مفقودة أن تنزاح خلال الطيران مسببة بعطل كارثي محتمل أو فشل في السيطرة. إذا كان تشغيل المحرك سيبدأ، فإن التصرفات (أ و ب) تبقى غير ملائمة. ويجب القيام بالبحث في منطقة علبة عتلة الخانق كما تم اقتراحه في القسم (ج). إن التصرف (ج) يبدو مقبولاً بوجود مصدر ضوئي وبحث كامل في المناطق الحرجة، قبل تركيب لوحة الغطاء، يبدو منهجاً معقولاً لاتخاذه، وخصوصاً بعد تدوين الصيانة، وإن البحث التالي عن البرغي لا يمكن نسيانه، لذلك كل شيء سيكون على ما يرام؟

ولكنك إذا اتبعت التصرف (ج) فإنك تكون قد اتخذت قرارات مهمة، بشأن مسائل السلامة دون مشاورة. وليس مهماً الخبرة التي لديك، فإنك لست بالضرورة مدركاً للصورة ككل، ولكن مشرفك المتنقل ربما يكون كذلك! إن التصرف المنهجي الصحيح حتى لأكثر المهندسين خبرة هو التصرف (د).

افترض أن التصرف (ج) قد اتخذ وعند تشغيل المحرك اللاحق، وقع البرغي في علبة عتلة الخانق، مسبباً توقف عتلة الخانق في وضع مفتوح. من ثم تم إطفاء المحرك بدون الإغلاق الأول للخانق، وهذا ما يمكن أن يسبب أضراراً خطيرة! ولهذا السبب إذا اتخذ الإجراء (د)، فإن المشرف المتنقل يمكن أن يكون في موقع ليجهّز طائرة أخرى للإقلاع للجدول الصباحي، بالتالي تجنب مخاطرة تشغيل المحرك قبل أن تكشف عملية البحث عن الأداة الضائعة (البرغي المفقود).

على أية حال فإن الطائرة لا يمكن أن تطلق للخدمة حتى إيجاد البرغي المفقود ، حتى لو تطلّب هذا استخدام معدات إشعاعية مطورة لإيجاده!

إن السيناريو أعلاه يوضح بعض العثرات، وإن مهندسي صيانة الطائرات الخبراء يمكن أن يواجهوا ذلك، إذا تم نسيان السلامة أو عملت الافتراضات. مثلاً لأنك تعتقد أنك سمعت البرغي يتدحرج على أرضية الطائرة، فإنك من الممكن أن تفترض أنه من المحتمل أن يكون قد استقر على قاعدة عمود التحكم أو في علبة الخانق. هذا بالطبع افتراض، وإحدى القواعد الذهبية للسلامة هي **لا تفترض ولكن تحقق!**

عندما كان يتم تركيب الغطاء، هل كان لديك ضوء كاف للعمل؟ ربما مع ضوء كاف، كان من الممكن تتبع مسار البرغي بينما كان يتدحرج على أرضية الطائرة، وبالتالي تجنب ضياعه في المقام الأول.



الشكل 1- 17: محطة الإسعافات الأولية في حظيرة الطيران النموذجية

كما يبيّن الشكل (1– 18) حمالة الإطفاء في مركز صيانة الطائرات، مع تحديد واضح لإجراءات الطوارئ في حالة الحريق والأجهزة المناسبة للاستخدام ضد حريق الكهرباء وأنواع أخرى.



الشكل 1 – 18: نقطة الإطفاء في حظيرة الطيران النموذجية.

إن المعرفة بمعدات وإجراءات الطوارئ، كما ذكر سابقاً، هي جزء أساسي من التعليم لجميع أفراد صيانة الطائرات. سيتم العثور على رسائل تذكير فيما يتعلق باستخدام معدات الصيانة في الحظائر، وورشات العمل وحجرات الإصلاح وفي كثير من المناطق الأخرى، حيث تتم ممارسة صيانة هندسة الطائرات. بعض الأمثلة النموذجية على معدات الطوارئ وملاحظات التحذير مبين أدناه. يظهر الشكل (1- 17) محطة إسعاف أولي محمولة في مركز صيانة طائرات نموذجية، كاملة مع ملاحظات توضيحية وصندوق الإسعافات الأولية وزجاجات لتهيّج العين.

ويظهر الشكل (1- 19) مجموعة شحذ مع إضاءة محلية مرتبطة بها وعبارات تحذير لحماية العين والأذن. وثمة أيضاً التروس الواقية المنسدلة فوق دواليب الشحذ لمنع الشرارة من التسبب بالحروق أو أضرار أخرى للأيدي والأذرع والأعين.



الشكل 1-19: آلة دولاب الشحذ (grinding wheel) مع إضاءة ملحقة وإشارات تحذير.

أما الشكل (1–20) فيوضح إشعارَ تحذيرٍ بشأن العمل الذي يتم على خزانات الوقود المفتوحة وتحذيرات ضد استخدام الطاقة الكهربائية. وبالإضافة إلى إشعارات التحذير هذه يوجد أيضاً تحذير (لا طاقة) في مركز طاقة الطائرة (شكل 1– 21).



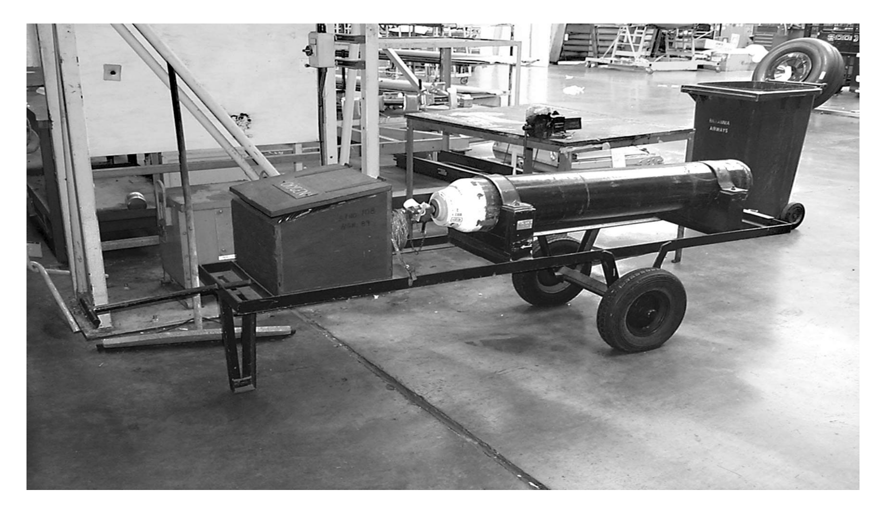
الشكل 1– 20: ملاحظات تحذير لخزانات وقود مفتوحة.



الشكل 1– 21: تحذير بعدم استخدام الشحن الأرضي.

قد تشعر بأن محتوى الوحدة في هذا الكتاب يتضمن مبادئ بعيدة جداً عن بيئة العمل الموضحة في هذه الصور. ولكن خذ لبرهة بعين الاعتبار المهمة البسيطة نسبياً لنفخ عجلات عربة الدعم الأرضية لشكل (1−22).

ولا يزال شائعاً قياس ضغط الإطار بالباوند على الإنش المربع (psi) كما يمكن قياسه بالبار الشكل (1−23). تخيل عواقب محاولة نفخ إطار كهذا إلى 24 bar بدلاً من 24 psi لأنك أسأت قراءة القياس على معدات نفخ الإطار!



الشكل 1−22: حمالة أسطوانة الأكسجين، وتظهر عجلات الحمالة.



الشكل 1− 23: مقياس الضغط مدرج بالــ bar وpsi.

إن الحاجة إلى فهم الجزئيات في هذه الحالة الخاصة مهمة للغاية، لا يمكن أن يحدث أن أسمعك تقول، هذا لسوء الحظ ممكن، لأنه تفسير لحادث فعلي. لحسن الحظ يتبع الفني في نفخ الإطارات، معايير وإجراءات السلامة، وبذلك يقف خلف الإطار بدلاً من الوقوف جنباً إلى جنب معه، خلال عملية النفخ يمكن أن ينفصل الإطار عن مجموعة العجلات وينطلق جانباً بسرعة هائلة. لو أن الفني كان إلى جانب الإطار ومجموعة العجلات لأُصيبَ بإصابات خطيرة! وفي ذلك الوقت سيكون الفني غير مدرك للاختلاف في الواحدات بين البار، والـــ psi التي اعتاد عليه. وبالتالي فإن الحاجة إلى اعتماد موقف ناضج **لدراساتك الأساسية** هو بنفس أهمية اعتماد المواقف المهنية الضرورية لعملك في أنشطة الصيانة العملية.

إنهاء وثائق الصيانة Completing maintenance documentation

عند تنفيذ أي شكل من أشكال نشاطات الصيانة على الطائرات أو معدات الطائرات فإنه من المهم جداً أن تتم الاستعانة بالوثائق والإجراءات المناسبة واتّباعها. وهذا مهم خاصة، عندما يكون فني الصيانة غير ملم بالعمل، أو جديداً على المعدات التي يعمل عليها. حتى هؤلاء ذوو الخبرة يجب عليهم بانتظام، عند تنفيذ نشاط معين، الاستعانة بدليل الصيانة ليثقفوا أنفسهم بالإجراءات، ويتعرفوا على حالة تعديل في الطائرة أو المعدات التي يتم العمل عليها.

يجب التحقق من حالة التعديل على الوثائق نفسها ليس فقط من قبل موظفي الجدولة، ولكن أيضاً من قبل المهندس المسندة إليه المهمة لضمان التداول.

عند توقيع موظفين محددين على نشاط صيانة معيّن فإن توقيعهم يدل على أن العمل قد تم على أكمل وجه وبالقدر الذي يستطيعونه بما يتوافق مع الجدول والإجراءات المناسبة. أيُّ مهندس صيانة يتبين لاحقاً أنه أنجز عملاً يعتبر غير مرضٍ، كنتيجة لتقصيره خلال تنفيذ عمل كهذا، يمكن أن يقاضى. وينبغي على كل العاملين في هندسة الصيانة التذكر دائماً أن الأخطاء قد تزهق أرواحاً. ولهذا السبب من المهم جداً أن ينفذ الموظفون المحددون عملهم بأعلى المعايير المهنية، والالتزام بدقة بمعايير السلامة الموضوعة وبإجراءات التشغيل.

العوامل البشرية Human factors

توضح الأمثلة السابقة، بشأن إسقاط البرغي والأخطاء التي وقعت عند محاولة نفخ إطار عربة الدعم الأرضية، المشاكل التي قد تحدث بسبب زلات الإنسان (human frailty).

تؤثر **العوامل البشرية**[9] في كل شيء يقوم به المهندس أثناء عمله بطريقة أو بأخرى، من التواصل الفعال مع زملائه إلى ضمان أن لديهم إضاءة كافية لتنفيذ مهماتهم. للمعرفة بهذا الموضوع تأثير كبير في معايير السلامة المتوقعة من مهندس صيانة الطائرات.

الاقتباس أعلاه مأخوذ من منشورات (CAA - CAP 715) التي تتضمن مقدمة للعوامل البشرية الهندسية لموظفي صيانة الطائرات، متوسعة عن منهج العوامل البشرية الموجودة في الجزء 66 الوحدة 9.

كما ذكر سابقاً، في الوقت الحاضر تعتبر دراسة للعوامل البشرية، جزءاً أساسياً من ثقافة مهندسي صيانة الطائرات. ومن المأمول أن يؤدي تثقيف المهندسين وضمان المعارف والتقنيات المتداولة، في نهاية ، إلى تخفيض حوادث الطائرات والحوادث التي يمكن أن تعزى إلى الأخطاء البشرية أثناء الصيانة.

لقد أصبحت دراسة العوامل البشرية هامة جداً، ذلك أنه ولسنوات كثيرة، رعت هيئة الطيران المدني مؤتمرات صغيرة سنوية دولية مكرّسة لتبادل المعلومات والأفكار في الإدارة والعمل، بهدف القضاء على حوادث الملاحة الجوية الناتجة من التدخل البشري الضروري. وقد درس الكثيرون مقالات وكتباً عن العوامل البشرية، حيث يأتي الدافع من دراستها من الحاجة إلى ضمان معايير سلامة عالية في الصناعات كبيرة المخاطر، مثل الطاقة النووية، وبالطبع، النقل الجوي!

وبالتالي يتوجب على المهندسين فهم كيفية تأثير قيود الأداء البشري في عملهم اليومي. فمثلاً إذا كنت مهندسَ طيرانٍ مرخصاً (Licensed Aircraft Engineer - LAE) ومسؤولاً عن فريق من الفنيين، فمن المهم أن تكون على دراية بأية قيود لدى

أعضاء فريقك فيما يتعلق بالقيود الفيزيائية الواضحة مثل سمعهم ورؤيتهم. بالإضافة إلى القيود الأكثر دقة مثل قدرتهم على التقدم وتفسير المعلومات أو الخوف من الأماكن المغلقة أو المرتفعات. لن تكون فكرة تكليف فني بالعمل داخل خزان الوقود جيدة، إذا كان هذا الفني يعاني الخوف من الأماكن المغلقة!

كما يجب فهم العوامل الاجتماعية والعوامل الأخرى التي قد تؤثر في أداء الإنسان. يجب معالجة قضايا مثل المسؤولية والدافع وضغط الأقران والإدارة والإشراف، بالإضافة إلى اللياقة العامة والصحة والأمور المنزلية وضغط العمل وضغط الوقت وطبيعة المهنة والتكرار وكمية العمل والآثار المترتبة على العمل بنظام النوبات.

يجب الأخذ بعين الاعتبار طبيعة البيئة المادية في المكان الذي تجري فيه أنشطة الصيانة، حيث يجب أن يؤخذ بعين الاعتبار كل من الضجيج المشوِّش والدخان والإنارة والطقس والحرارة والحركة والاهتزاز والعمل في الأماكن العالية والأماكن المحصورة.

يجب فهم وتطبيق أهمية الاتصال الجيد بالاتجاهين، حيث يجب فهم الاتصال ضمن الفريق وفيما بين الفرق أيضاً؛ كما يجب تدوين وقائع العمل والتسجيل ونشر المعلومات الصحيحة والحديثة في الوقت المناسب.

سيتم التركيز على تأثير العوامل البشرية في الأداء. أينما، وعندما يعتقد أنه الوقت المناسب، خلال كل كتب هذه السلسلة. أيضاً سيدرج قسم في الكتاب الثاني من هذه السلسلة عن ممارسة هندسة صيانة الطائرات. وسيكرس هذا القسم لدراسة الأحداث الماضية والحوادث التي قد تعزى إلى أخطاء في سلسلة الصيانة. وهذا القسم يدعى التعلم بالأخطاء.

ولكن، هناك شعور من قبل واضعي الكتاب أن العوامل البشرية، كما وردت في الجزء 66 الوحدة التاسعة، واسعة جداً حيث إن قسماً واحداً من كتاب

لن يعطي الموضوع حقه. لهذا السبب تم إعطاء قائمة بالمراجع في نهاية هذا المقطع، يمكن للقارئ أن يعود إليها. خصوصاً وأن هناك مقدمة ممتازة لهذا الموضوع موجودة في منشورات CAP715:CAA – مقدمة لهندسة صيانة الطائرات/العوامل البشرية للجزء 66.

لقد تحدثنا حتى الآن عن طبيعة العوامل البشرية، ولكن كيف يمكن للعوامل البشرية أن تؤثر في كمال نشاطات صيانة الطائرات؟ من خلال دراسة أحداث وحوادث الطائرات السابقة، يمكن تحديد تسلسل الأحداث التي تؤدي إلى وقوع حادث، وتطبيق الإجراءات لمحاولة تجنب تكرار حوادث كهذه، قد تحدث في المستقبل.

1-5-6 حادث الطائرة BAC One-Eleven

The BAC One-Eleven accident

كمقدمة لهذه العملية ندرس حادثاً وقع لـ BAC One-Eleven في 10 حزيران/يونيو 1990 حوالى 7:30 صباحاً. في هذا الوقت، أقلعت الطائرة من مطار بيرمنغهام وارتفعت إلى حوالى 17,300 ft (5273m) فوق بلدة Didcot في مقاطعة أوكسفورد، عندما حدث دوي انفجار عالٍ مفاجئ. حيث طارت بعيداً مصدّة الرياح (windscreen) اليسرى، والتي تم استبدالها قبل رحلة الطيران، تحت تأثير ضغط قمرة القيادة، عندما تغلبت على شد 90 برغيَ تثبيت كان من أصلها 84 برغياً ذا قطر أصغر من القطر المحدد.

نجا القائد بأعجوبة من الموت، عندما انسحب بفعل فرق الضغط ليخرج إلى منتصفه من فتحة مصدّة الرياح، وقد تم مسكه من قبل طاقم المقصورة، بينما قاد الطيار المساعد الطائرة، وهبط بشكل آمن في مطار ساوثامبتون.

وللتوضيح يُظهر الشكل (1–24) مجموعة مصدة الريح اليسرى الأمامية النموذجية للبوينغ 767



الشكل 1- 24: مجموعة مصدة الرياح اليسرى الأمامية للبوينغ 767.

كيف يمكن لهذا أن يحدث؟ باختصار كانت هناك مهمة، تعتبر **نقطة سلامة** حرجة (safety critical)، نفذها شخص واحد، يتحمل المسؤولية كاملة لجودة العمل المنجز، ولم يتم اختبار مصدة الرياح بعد تركيبها.

فقط عندما كانت الطائرة على ارتفاع 17,300 قدم كان هناك ما يكفي من الضغط التفاضلي لفحص سلامة العمل! إن مدير الصيانة المتنقل الذي نفذ العمل لم يحقق المعايير النوعية خلال عملية التركيب، بسبب عدم الاهتمام كفاية أو بسبب الممارسات المهنية السيئة أو بسبب الفشل في الالتزام بمعايير الشركة أو بسبب استخدام معدات غير مناسبة، وعلى المدى الطويل فشل مدير الصيانة بملاحظة الإجراءات المعلنة.

إن إدارة الطيران المحلية لإنتاج العينات ومراجعة الجودة، لم تكشف وجود معايير غير ملائمة يوظفها مدير الصيانة المتنقل، لأنها لم تراقب مباشرة ممارسات عمل مدراء الصيانة المتنقلين (shift maintenance managers).

عوامل الهندسة Engineering factors

لا مجال في هذا التقرير الموجز عن الحادث أن نعطي تفاصيل كاملة عن كل عوامل الهندسة التي أدت إلى فشل مصدة الرياح، ولكن بعض أهم العوامل في سلسلة الأحداث ترد بالتفصيل:

- تم استخدام براغي غير صحيحة في التركيب السابق (A211-7D)
- عدم كفاية المخزون من البراغي غير الصحيحة (A211-7D) الموجودة في جهاز الموزع الدائري لقطع الغيار. رغم أن هذه البراغي لم تكن صحيحة، فقد أثبتت أنها مناسبة على مدى 4 سنوات من الاستخدام.
- لم تتم الإشارة إلى قائمة قطع الغيار للتحقق من عدد البراغي في الجزء المطلوب.
- لم يستخدم نظام المخازن المتاح لتحديد مستوى المخزون ومكان البراغي المطلوبة.
- تمت محاولة مطابقة للبراغي، وبالنتيجة تم اختيار البراغي الخطأ (A211-8C) من موزع قطع غيار غير موثوق، واستخدمها مدير الصيانة.
- لم يتم تعيير عزم الشد لمفك البراغي، حيث جرى ذلك خارج غرفة المعايرة.
- تم استخدام حامل لقمة سداسية لشد البراغي مما أدى إلى فقدان عارض للقمة، حيث شوهت رأس البرغي (بسبب عزم الشد لمفك البراغي غير المعاير)، وبالتالي فإن مدير الصيانة غير قادر على رؤية أن رأس البرغي انغرس ودخل بعيداً أكثر من اللازم.
- تم وضع منصة السلامة بشكل غير صحيح مما أدى إلى وصول غير ملائم الى مكان العمل.
- إن تحذير أمين المخزن أن البراغي (A211-8D) مطلوبة لم يؤثر في اختيار البراغي.
- إن كمية مانع الغطس (countersunk) غير المملوءة تحت رؤوس البراغي لم يتم ملاحظتها كونها زائدة.

- لم يتم تصنيف الأعمال على مصدة الرياح "أعمال حيوية فائقة الأهمية" لذلك لم يكن مطلوباً فحص مضاعف (مستقل).
- لم يتم تصميم مصدة الرياح بحيث يثبتها الضغط الداخلي، ولكن تم تركيبها من الخارج، كما في الشكل (1−25).
- إن مدير الصيانة المتنقل كان الشخص الوحيد الذي لا يخضع عمله في المناوبة الليلية لمراقبة مدير الصيانة.
- التصنيف والفصل السيئ للقطع في موزع قطع الغيار.
- مدير الصيانة المتنقل لم يكن يرتدي النظارات الموصى بها عند تنفيذ تغيير مصدة الرياح.

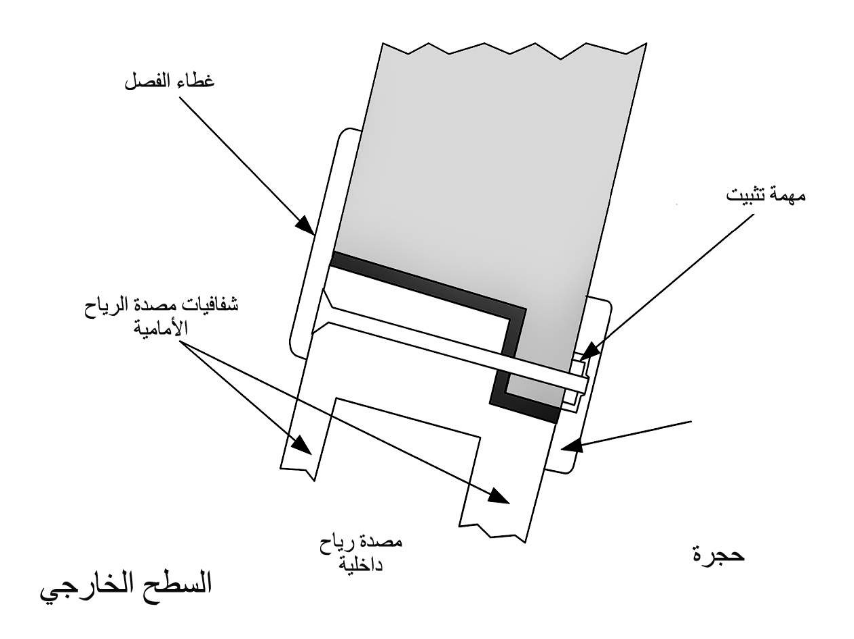
تأثير العوامل البشرية Impact of human factors

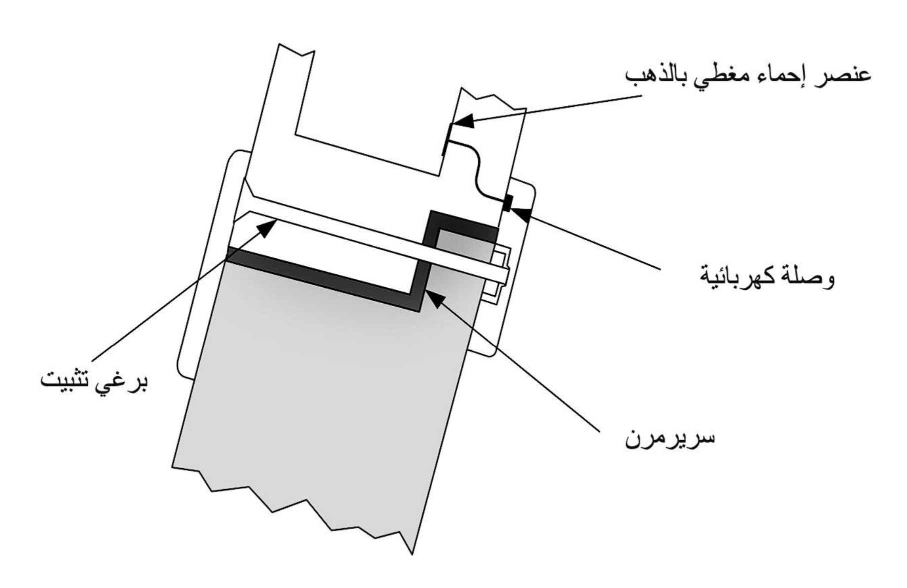
إن سلسلة الأحداث المذكورة أعلاه لا تخبرنا القصة كاملة. مثلاً: لماذا كان على مدير الصيانة المناوب أن يعمل على تغيير مصدة الرياح في المقام الأول؟ حيث إن مهندس الطيران المشرف ومهندس الطيران المرخص، واللذين هما عادة جزء من هذه الوردية، لم يكونا موجودين تلك الليلة. لانجاز تغيير مصدة الرياح في وردية تلك الليلة، بحيث تكون الطائرة جاهزة وتأخذ دورها باكراً في الإطلاق الصباحي، ما جعل مدير الصيانة المتنقل يقوم تنفيذ المهمة بنفسه.

كان مهندس الطيران المشرف ومهندس الهياكل مشغولين بتصحيح خطأ في طائرة BAC One-Eleven أخرى ، والتي كانت بحاجة إلى الإنهاء قبل مغادرة الطائرة في الصباح التالي. أيضاً في الساعات الأولى من الصباح عندما تم تغيير مصدة الرياح، كانت كفاءة الأشخاص المياومين في أدنى مستوى لها. هذا وبالإضافة إلى ارتفاع ضغط العمل، ربما قاد إلى التعب وتقليل القدرة على التركيز.

كان الوضع العالي لسقالات المنصة غير صحيح من أجل سهولة انجاز المهمة، ولو أنه كان موضوعاً بشكل صحيح، لكان من الممكن أن يكون مدير الصيانة أكثر قدرة على ملاحظة أن رؤوس البراغي قد توقفت في الثقب المشطوب

(countersink) بشكل واضح أكثر من العادي. لقد افترض مدير الصيانة صحة البراغي التي تمت إزالتها من مصدة رياح الطائرة. وهكذا تم تجاهل واحد من أهم الأقوال المأثورة "لا تفترض ولكن تحقق".





الشكل 1−25: مخطط توضيحي لمقطع عرضي لمصدة رياح نموذجية تتطلب تركيباً خارجياً.

إن عدم توافر البراغي (A211-7D) حتى وإن كانت غير صحيحة في موزع قطع الغيار المتحكم به، قاد المدير إلى البحث في الموزع غير المتحكم به ، حيث القطع معنونة بشكل سيّئ أو مفصولة بشكل غير صحيح. وهذا بدوره قاد المدير إلى اختيار البراغي باستخدام طرق اللمس والنظر. وأدى هذا بالتالي إلى الخطأ الأخير في السلسلة التي جرت. إن البراغي التي تم اختيارها كانت بالطول الصحيح إلا أن القطر أصغر بكثير (0.026 in). إن الفهرس التوضيحي للأجزاء (IPC) الذي يجب مراجعته قبل استبدال البراغي القديمة، حدد أن البراغي الموافقة كانت في الجزء رقم (A211-8D). إن مواصفات هذه البراغي مع التي تم اختيارها من الموزع موجودة في الجدول 1−5.

الجدول 1−5

رقم الجزء	طول الساق (in)	القطر (in)	حجم السن	ملاحظات
A211-8P	0.8	0.1895 – 0.1865	UNF10	براغي صحيحة
A211-8C	0.8	0.1639 – 0.1605	UNF8	84 برغياً مستخدماً
A211-7D	0.7	0.1895 – 0.1865	UNF10	البراغي التي تمّت إزالتها

إن تغيير مصدة الرياح على هذه الطائرة لا يعتبر نقطة حيوية. تقول هيئة الطيران المدني إن المقصود بمصطلح "نقطة حيوية" ليس الدلالة على تثبيت عدد من الأجزاء على الهيكل، بل المقصود نقطة واحدة، وهي عادة نظام التحكم في الطائرة. في أيلول/سبتمبر 1985 وضعت BCARS شرطاً لتكرار المعاينة كنقطة حيوية، والتي عرفت بأنها: أي نقطة على الطائرة التي يمكن أن يؤدي سوء تركيبها إلى كارثةٍ تؤدي إلى فقدان الطائرة أو الأرواح. ولو أن مصدة الرياح كانت تعتبر عملية صيانة حيوية، فإن تكرار المعاينة سيتم، وستتم أيضاً ملاحظة وجود تجاويف مفرطة لرؤوس البراغي بشكل واضح.

أيضاً لا يوجد أي شروط لهيئة الطيران المدني من أجل فحص ضغط المقصورة بعد تنفيذ العمل على جسم الضغط (pressure hull). فحوصات كهذه تكون مكتوبة في دليل صيانة الطائرة بحسب تقدير فريق تصميم الطائرة، ولم تكن مطلوبة في الطائرة BAC One-Eleven. لو كان هذا ضرورياً، فإن معايير السلامة للتركيب الخاطئ لمصدة الرياح سيكون واضحاً.

هناك تقرير كامل عن هذا الحادث والأحداث التي قادت إليه وتوصيات السلامة اللاحقة موجود على شبكة الانترنت على موقع مجلس تحقيقات حوادث الطيران[10] (Air Accident Investigation Board) والتي اقتبس منه التقرير الوارد أعلاه.

توصيات السلامة Safety recommendations

كنتيجة للحادث أعلاه والتحقيقات اللاحقة، تم إعطاء ثماني توصيات سلامة. اختصار هذه التوصيات كالتالي:

- على هيئة الطيران المدني التحقق من قابلية تطبيق الترخيص الذاتي self certification للأعمال الحرجة الخاصة بسلامة هندسة الطائرات التي تلي المكونات والأنظمة الموضحة بالخدمة بدون الاختبارات الوظيفية. ومراجعة كهذه يجب أن تشمل تفسير سوء التركيب المفرد Single mal assembly – في سياق النقاط الحيوية (vital points).
- يجب على الخطوط الجوية البريطانية مراجعة ضمان الجودة وطرق إعطاء التقرير، وتحث مهندسيها على تجهيز تقارير ومراجعات من أرضية الورشة (ميدانية وواقعية).
- ينبغي على الخطوط الجوية البريطانية مراجعة الحاجة إلى إدخال وصف للعمل ومدة الاختصاص في صفوف الهندسة، بمن فيهم مدير الصيانة المتنقل والأعلى.
- ينبغي على الخطوط الجوية البريطانية توفير آلية من أجل تقييم مستقل للمعايير وإجراء تقارير ومراجعات في عمق ممارسات العمل في مطار ببرمنجهام.

- ينبغي على هيئة الطيران المدني CAA مراجعة هدف ومدى زياراتها الإشرافية على العاملين في شركات الطيران.
- ينبغي على هيئة الطيران المدني CAA النظر في الحاجة إلى التدريب والاختبار الدوري للمهندسين لضمان مواكبتهم وكفاءتهم.
- ينبغي على هيئة الطيران المدني CAA أن تعترف بالحاجة إلى النظارات التصحيحية، إذا كان موصى باستعمالها، بالتعاون مع ضمان نشاطات هندسة الطائرات.
- ينبغي على هيئة الطيران المدني CAA أن تضمن قبل تقدير مراقب الحركة الجوية (ATC)، أن يدرس المرشح منهج تدريب موافق عليه، والذي يتضمن التعامل النظري والمادي مع حالات الطوارئ.

تعتبر التوصيات الواردة أعلاه شاملة ومهمة، وتقدم مثالاً لمشاركة العوامل البشرية، البعيدة عن نشاطات الصيانة المباشرة، ولكن تؤثر كثيراً في سلسلة الأحداث التي تؤدي إلى حادث أو حدث خطير. إنها التفاعلات المعقدة التي قد تؤدي إلى وقوع أخطاء الصيانة في كثير من الأحيان، مع عواقب كارثية لاحقة.

ليس مهماً مدى تعقيد السياسات والإجراءات التي قد تكون عليها، فهي في نهاية المطاف تعود إلى تأثير العوامل البشرية، فالأكثر أهمية، لمهندس صيانة الطائرات شخصياً، هو الاستقامة والوضع الجسماني والثقافة الاحترافية. ويهدف كل هذا إلى القضاء على أخطاء الصيانة.

1-5-7 ملاحظات ختامية

من المؤمل أن تكون هذه المقدمة القصيرة في صناعة صيانة الطائرات قد أعطت نظرة عميقة في هذا العمل المطلوب وحتى المرغوب، والمقدم إلى موظفي صيانة الطائرات المرخصين. ومهما تكن حدود رغبتك في دخول هذه الصناعة، فإنك ستجد لنفسك طرقاً ومسارات تمكنك من التقدم إلى أي مستوى، معتمداً فقط على طموحاتك وتطلعاتك. غالباً ما يكون التدريب والتعليم، للوصول إلى قمة أية مهنة، عملاً شاقاً وطويلاً، وهندسة صيانة الطائرات ليست استثناءً.

قد يبدو الموضوع المهم الذي يتبع بعيداً جداً عن البيئة الموصوفة في هذه المقدمة. ومع هذا فهو يشكل جزءاً أساسياً لتطورك التعليمي الأولي. لذلك يجب أن تقرأ الفصلين الثاني والثالث من هذا الكتاب بنفس الحماسة والإخلاص اللذين أنت عليهما في النشاطات العملية التي تجد نفسك مشغولاً بها عندما تكون مؤهلاً لممارسة مهنتك.

إن الرياضيات اللاحسابية التي ستمر عليها قريباً، قد تبدو سهلة بشكل مضلل، ولكن تذكر أن معدل النجاح هو 75 % لكل امتحاناتك في الجزء 66. قد يبدو هذا معدلَ نجاحٍ عالياً بشكل ملحوظ أكثر من أي امتحان واجهته حتى الآن. لذلك من المهم أن تكون على اطلاع بكل جوانب الموضوع الموجود في الفصول القادمة، إذا كنت تريد أن تنجح في كل امتحانات هيئة الطيران المدني المستقبلية. وتتوفر أمثلة كثيرة على الأسئلة متعددة الخيارات، وأنواع أخرى من الأسئلة لمساعدتك للحصول على المعايير الضرورية.

المراجع

1. CAA-SRG Engineer Standards, papers 3–6 (May 2001).
2. Kingston University, Rationale for Aerospace Programmes (May 2001).
3. CAA-SRG, JAR-66 Information for New Applicants Leaflet 2 Issue 16 (October 2001).
4. JAA Administration and Guidance Material (1999).
5. JAR-66 Appendix 2 Section 1 Levels (April 2002).
6. CAA-SRG JAR-66 Syllabus and Examinations No. 6 (issued 16/10/01).
7. CAA Corporate Information, page 1–3. (April 2002).
8. JAR-66 Certifying Staff Maintenance, page F1 (April 2002).
9. CAP715 An Introduction to Aircraft Maintenance Human Factors for JAR-66 (January 2002).
10. UK Air accident investigation branch (AAIB), <http://www.dft.gov.uk/stellent/groups/dft_accidentinvest_page.hcsp>.

الجزء 2

الأساسيات العلمية

Scientific Fundamentals

الفصل الثاني

الرياضيات

Mathematics

مقدمة عامة Introduction

يهدف هذا الفصل إلى تزويد القارئ بأساس سليم في مبادئ الرياضيات، مما يمكنه من حل المسائل الرياضية والعلمية وتلك المتعلقة بهندسة الطيران على مستوى الفنيين والميكانيكيين.

تقسم الرياضيات إلى قسمين رئيسيين: **رياضيات لا حاسوبية** (non-calculator mathematics)، تغطي كل الرياضيات الواردة في الوحدة الأولى من المنهج الدراسي الخاص بمتطلبات الطيران المشترك (JAR 66)، وحتى المستوى المناسب لفئة صيانة الطائرات B لفنيي منح الإجازات. الجزء الآخر من الرياضيات هو **الرياضيات المتقدمة** (advanced) (الفصل الثالث) التي تعتبر برأي المؤلفين ضرورية لفهم شامل للمبادئ الفيزيائية والكهربائية اللاحقة. هناك هدف آخر للرياضيات المتقدمة يكمن في تقديم الأساس الرياضي الضروري للتقدم الأكاديمي والمهني التالي، وبخاصة لأولئك الأشخاص الراغبين أن يصبحوا مهندسين مشاركين، بعد حصولهم على الرخصة من الفئة B.

سنبدأ ببعض الحسابات البدائية، وبشكل خاص، سنراجع مفاهيم العدد والقوانين الواجب استخدامها عند القيام بالعمليات الحسابية، كالجمع والطرح والضرب والقسمة.

هذا يغطي الفكرة الهامة للتقديرات الحسابية وتقنيات التقدير المتضمنة أشكالاً مختلفة من العدد. أثناء مراجعة المبادئ الأساسية للعدد، نراعي كلاً من الأرقام الصريحة (explicit) والأرقام الحرفية (Literal) (الحروف)، وذلك من أجل توسيع إدراكنا ليس فقط للعمليات الحسابية، ولكن أيضاً للعمليات الجبرية التي ستتبع لاحقاً. بعدها سندرس الأرقام العشرية وقوى العدد 10، ومن ثم ستتم دراسة الأرقام الكسرية ومعالجة الكسور.

يتداخل المحتوى الجبري للوحدة التدريسية الأولى من متطلبات الطيران المشترك (JAR 66) مع الدراسة الخاصة لقوى وأسس (أدلة) الأرقام. هذا، وبالإضافة إلى معرفتكم المسبقة بالكسور والأرقام الكسرية، سنزودكم بالأدوات الضرورية لمعالجة التعابير الجبرية والمعادلات. وستتم أيضاً دراسة المهارات الأساسية لمناقلة الصيغ، حيث سيكون ذلك مفيداً بشكل خاص عند دراسة المبادئ الفيزيائية والالكترونية. وننهي دراستنا للجبر بدراسة النظام الثنائي وباقي الأنظمة الرقمية وتطبيقاتها في الدارات المنطقية البسيطة.

أثناء دراستنا لعلم الهندسة والمثلثات سنطلع على الطرائق المستخدمة للحل البياني للمعادلات والتوابع الأخرى. وسيعرض هذا المقطع بوضوح فكرة المحاور البيانية والمقاييس. بعد ذلك نفكر في طبيعة واستخدام النسب المثلثية وحل المثلثات قائمة الزاوية والدائرة. تُدرس بعدها طبيعة واستخدام أنظمة تمثيل الإحداثيات القائمة والقطبية من أجل إيجاد اتجاهات وزوايا الارتفاع والانخفاض. وننهي دراستنا للرياضيات اللاحاسوبية بدراسة النظريات الأكثر أهمية للدائرة إلى جانب بعض الإنشاءات الهندسية، التي تعتبر مفيدة بشكل خاص في حل المسائل الهندسية وعلى وجه الخصوص للمساعدة في الرسم الهندسي وإخراج المخططات.

بنينا في رياضياتنا المتقدمة (الفصل الثالث) على دراستنا الأولية للجبر مع مراعاة التعابير الجبرية واللوغاريتمية والتوابع والعلاقات الأكثر تعقيداً. وسنستخدم معرفتنا الأساسية للرسوم البيانية لتمثيل التوابع الجبرية واللوغاريتمية المعقدة لحلّ المعادلات والمسائل الهندسية التي تضم هذه التوابع. إضافة إلى ذلك سنورد موجزاً

لمفهوم الأعداد المركّبة، الذي سيضم أشياءً قيمة لأولئك الراغبين في متابعة طريق الطيران.

ستتضمّن دراستنا المتقدمة لعلم المثلثات استعمال النسب المثلثية لحل مسائل هندسية تشمل القياسات. ومن ثم نعرض ونستخدم عدة طرائق إحصائية لتجميع ومعالجة وعرض بيانات علمية وهندسية. وندرس الطرق التي يمكن أن تستخدم فيها القواعد الأوليّة للحسابات في حلّ المسائل التي تضم تفاضلاً وتكاملاً بسيطاً للتوابع الجبرية والمثلثية. وأخيراً نستخدم حساب التفاضل والتكامل لحلّ بعض المسائل الهندسية الأولية، التي تتضمّن معدلات تغير وجمعاً للمساحات والحجوم.

من أجل نساعد فهمك للرياضيات، ستجد أمثلة عديدة محلولة بالكامل وتمارين لاختبار المعلومات منتشرة في هذا الفصل. بالإضافة إلى إعطاء أسئلة رخصة JAR66 كمثال نموذجي في نهاية هذا الفصل.

ملاحظة هامة: لم يُستخدم في هذا الجزء من الرياضيات إلا الوحدات المألوفة كثيراً، مثل الكتلة والوزن والضغط والطول والمساحة والحجم. تظهر الدراسة المفصّلة للوحدات في فصلي الفيزياء والمبادئ الكهربائية (الفصلان الرابع والخامس، على التوالي)، حيث تم شرح وافٍ لطبيعتها واستخداماتها. هناك عدد من أسئلة JAR66 في نهاية هذا الفصل، والمطلوب من القارئ أن يمتلك بعض الفهم للوحدات، والذي يمكن أن يكتسب بدراسة الأقسام الأخرى من الكتاب (بشكل خاص، الفصل الرابع).

الرياضيات اللاحاسوبية Non-calculator mathematics

2−1 مقدمة General introduction

كما ذكر آنفاً، تمت كتابة هذا الجزء من الرياضيات بشكل واضح ليغطي كامل محتوى المنهج الدراسي المعروض في الوحدة الأولى من JAR66. يمكن أن يدرس هذا الجزء بشكل مستقل من قبل الراغبين بكسب المعرفة الضرورية لاجتياز امتحان هذه الوحدة في هيئة الطيران المدني (CAA).

على أية حال، من أجل تقديم أفضل فرصة للنجاح في وحدات JAR66 التدريسية في الفيزياء والمبادئ الكهربائية والإلكترونية، وكتحضير للدراسة الأعلى، يوصي المؤلفان بشدة على وجوب دراسة الرياضيات المتقدمة أيضاً المحتواة في الفصل الثالث.

2−2 الحساب Arithmetic

2−2−1 الأعداد والرموز Numbers and symbols

يعتقد عموماً بأنّ نظام ترقيمنا الحالي بدأ باستعمال الأعداد الطبيعية (natural)، مثل 1 و2 و3 و4، هذه الأعداد الكاملة، المعروفة بالأعداد الصحيحة الموجبة (positive integers)، كانت تستعمل أساساً للحساب. على أية حال، وبمرور الوقت، أصبح واضحاً أنه لا يمكن استخدام الأعداد الصحيحة لتعيين بعض الكميات الرياضية. فعلى سبيل المثال، يمكن أن تكون فترة من الزمن بين 3 و4 أيام أو أن تكون مساحة حقل بين 2 و3 هكتارات (أو أية واحدة قياس كانت مستعملة في ذلك الوقت). لذلك أدخلت الكسور الموجبة (positive tractions)، وكمثال على ذلك: $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{3}{4}$. هاتان المجموعتان من الأعداد، الأعداد الصحيحة الموجبة والكسور الموجبة، تشكّلان ما ندعوه بالأعداد المنطقية الموجبة (positive rational numbers). وهكذا 711 عدد كامل أو عدد صحيح، و $\frac{1}{4}$ كسر موجب و$234\frac{1}{4}$ عدد نسبي. في الحقيقة، إن العدد النسبي هو أيّ عدد يمكن أن ينتج كحاصل قسمة عددين صحيحين، وبمعنى آخر: أيّ عدد يمكن أن يكتب على الشكل a/b حيث a وb يمثّلان أيّة أعداد صحيحة. وهكذا فإن $\frac{2}{5}$ و $\frac{8}{9}$ و1 كلّها أعداد منطقية أو نسبية. يمكن أن يمثّل العدد 1 كحاصل القسمة $1=\frac{1}{1}$ ، في الحقيقة حاصل قسمة أيّ عدد على نفسه يجب أن يكون 1 دائماً.

إنّ الأعداد الطبيعية هي أعداد صحيحة موجبة، لكن بفرض أنّنا نرغب بطرح عدد طبيعي كبير من عدد طبيعي أصغر، مثلاً: 7 ناقص 10، من الواضح أننا نحصل على عدد أقل من الصفر، وبمعنى آخر: $7-10=-3$. لذا مفهومنا عن الأعداد يجب أن يتوسع ليضم الأعداد الأقل من الصفر والمسمّاة بالأعداد السالبة. إنّ الرقم صفر (0) رقم فريد، فهو ليس عدداً طبيعياً لأن كلّ الأعداد الطبيعية تمثّل العدد الصحيح الموجب، وبمعنى آخر: الأعداد فوق الصفر هي أعداد موجبة بشكل واضح، والصفر ليس عدداً سالباً أيضاً. وحيث إن الصفر له مكانه الخاص، فيجب أن يضاف إلى مجموعتنا العددية.

نقطة مفتاحية
الأعداد الطبيعية معروفة بالأعداد الصحيحة الموجبة

لذلك أضفنا إلى الأعداد الطبيعية (الصحيحة الموجبة) الأعداد السالبة ومفهوم الصفر والأعداد الكسرية الموجبة والأعداد الكسرية السالبة. لكن ماذا عن الأعداد مثل $\sqrt{2}$؟، إن هذا ليس عدداً كسرياً لأنه لا يمثل حاصل قسمة عددين صحيحين. لذلك يجب أن نضم صنفاً آخَر من الأعداد وهي الأعداد الصماء أو اللانسبية (irrational or non-rational).

بضم جميع أنواع الأعداد السابقة نحصل على صنف واسع من الأعداد المعروفة بالأعداد الحقيقية. وهي تضم كسوراً عشرية موجبة وسالبة، منتهية وغير منتهية (مثلاً $\pm\frac{1}{9}=\pm 0.1111...$ و 0.48299999 و ± 2.5 و $1.73205...$).

يجب تمييز الأعداد الحقيقية عن غيرها من الأعداد، كالأعداد التخيّلية imaginary أو العقدية complex، وهذا الأخير يمكن أن يركب من جزأين عدد حقيقي وآخر تخيلي. خلال دراستنا للرياضيات لن ندرس الأعداد التخيلية.

نقطة مفتاحية
العدد النسبي هو أيّ عدد يمكن أن يظهر كناتج قسمة عددين صحيحين، وبمعنى آخر: a/b حيث a وb أيّ عددين صحيحين.

بالرغم من أننا ذكرنا الأعداد السالبة، فإننا لم نراعِ معالجتها الحسابية. تتبع كل الأعداد الموجبة والسالبة ما يعرف بأعداد الإشارة (signed numbers) وهي تخضع للقوانين الحسابية للإشارة. قبل أن ندرس هذه القوانين، دعونا نفكر أولاً ماذا نعني بأعداد الإشارة.

التمثيل التقليدي لأعداد الإشارة مبين أدناه، مع صفر في المنتصف. تدرج الأعداد الموجبة، عادةً، على يمين الصفر والأعداد السالبة إلى يساره.

$$\cdots -4\ \ -3\ \ -2\ \ -1\ \ 0\ \ +1\ \ +2\ \ +3\ \ +4 \cdots$$

يطلق على عدد وحدات نقطة ما بدءاً من الصفر بغضّ النظر عن جهتها القيمة المطلقة (absolute) للعدد، الذي يقابل النقطة على مستقيم الأعداد أعلاه عندما ترسم النقاط على المقياس. وهكذا فإن القيمة المطلقة للعدد الموجب أو للصفر هو العدد نفسه. بينما القيمة المطلقة للعدد السالب هو العدد مع تغيير إشارته. مثلاً: القيمة المطلقة لـــ 10 هي 10 والقيمة المطلقة لـــ 10− هي أيضاً 10.

الآن، تمثل القيمة المطلقة لأي عدد n بالرمز|n|. وهكذا |24+| تعني القيمة المطلقة لـــ 24.

أيهما أكبر |3+| أو |14−| ? آمل أن تقول |14−| لأن قيمتها المطلقة 14، بينما القيمة المطلقة لـــ |3+| هي 3، وطبعاً 14 أكبر من 3. والآن نحن مستعدون لدراسة قوانين الإشارة.

نقطة مفتاحية
إنّ القيمة المطلقة لأيّ عدد n هي دائماً قيمته الموجبة أو العددية ويرمز لها بِــ |n|.

قوانين الإشارة **Laws of signs**

نحن تقريباً مطلعين على هذه القوانين، وهي:

القانون الأول: لجمع عددين بإشارتين متشابهتين، نجمع قيمتهما المطلقة، ونضيف إشارتهما المشتركة إلى النتيجة.

يطبق هذا القانون على الأعداد الحسابية العادية، ويُعَرِّف ببساطة ما كنا نفعله دائماً في الجمع الحسابي. مثلاً: $3+4=7$ أو بالشكل التام $(+3)+(+4)=+7$

بعد المقدمة عن الأعداد السالبة، تصبح الأعداد الحسابية التي لا إشارة لها أعداداً موجبة، كما هو موضح أعلاه. لذلك يمكن الآن اعتبار جميع الأعداد إما سالبة أو موجبة، حيث تطبق قوانين الإشارة على جميعها.

هل يطبق القانون أعلاه على جمع عددين سالبين؟

من الحساب العادي نعلم أن $(-7)+(-5)=-12$ يخضع هذا أيضاً للقانون الأول للإشارات، لأننا جمعنا قيمتهما المطلقة، وأضفنا الإشارة المشتركة.

القانون الثاني: لجمع عددين مختلفين بالإشارة، نطرح القيمة المطلقة الأصغر من القيمة المطلقة الأكبر ونضيف إشارة العدد ذي القيمة المطلقة الأعلى إلى الناتج.

لذلك بعد هذه القاعدة، نجد على سبيل المثال: $5+(-3)=2$ و $-12+9=-3$ و $6+(-11)=-5$ وهكذا.

الأعداد المكتوبة بدون إشارة هي طبعاً أعداد موجبة. لاحظ أن الأقواس تحذف عندما لا تكون ضرورية.

القانون الثالث: لطرح عدد ذي إشارة من آخر، نبدل إشارة العدد المطروح ونتبع قوانين الجمع.

على سبيل المثال، إذا طرحنا 5 من -3، نحصل على:

$$-3-(+5)=-3+(-5)=-8.$$

الآن، فيما يتعلق بضرب وقسمة الأعداد الموجبة والسالبة، ولكي لا تعمل النقطة، فقد تم جمع القواعد لهذه العمليات في قانوننا الرابع والأخير.

القانون الرابع: لضرب (أو قسمة) عدد ذي إشارة مع آخر، نضرب (أو نقسم) قيمتيهما المطلقتين، فإذا كانت للعددين نفس الإشارة، أضفنا إشارة الزائد إلى النتيجة، أما إذا كانت الإشارتان غير متشابهتين، أضفنا إشارة الناقص إلى النتيجة.

لذلك، فإن تطبيق هذه القاعدة على ضرب عددين موجبين يعطي بالضبط ما يعطيه الحساب البسيط (مثلاً: $3\times4=12$ و $12\times8=96$ وهكذا ...). فيما يلي ندرج مثالين على تطبيق القاعدة نفسها على ضرب أعداد مختلفة الإشارة: $-3\times4=-12$ و $12\times(-8)=-96$.

سيتم تطبيق القاعدة أعلاه على عمليات القسمة، من خلال المثال التالي.

مثال 2-1

طبق القانون الرابع على المسائل الحسابية التالية، وحدد النتائج الحسابية:

(أ) $(-4)(-3)(-7)=?$

(ب) $14/-2=?$

(ج) $5(-6)(-2)=?$

(د) $-22/-11=?$

(أ) نطبق في هذا المثال القانون الرابع مرتين $(-4)(-3)=12$ (إشارات متشابهة)، وبالتالي $12(-7)=-84$

(ب) $14/-2$ تطبيق القانون الرابع للإشارات المختلفة يعطي مباشرة النتيجة الصحيحة وهي -7

(ج) أيضاً تطبيق القانون الرابع مرتين $5(-6)=-30$ (إشارات غير متشابهة) و $(-30)(-2)=60$.

(د) $-22/-11$ تطبيق القانون الرابع للإشارة المتشابهة يعطي 2 وهو النتيجة الصحيحة.

استخدام الرموز The use of symbols

أدخلنا سابقاً مفهوم الرموز symbols لتمثيل الأعداد عندما عرَّفنا الأعداد النسبية حيث استخدمت الأحرف a وb لتمثيل أي عدد صحيح.

انظر إلى الرموز التالية هل تمثل العدد نفسه؟

$$IX \text{ و } 9 \text{ و } nine \text{ و } +\sqrt{81}$$

أعتقد أن إجابتك ستكون نعم، طالما أن كل تعبير وارد أعلاه هو طريقة صحيحة لتمثيل العدد الصحيح الموجب 9.

في الجبر (algebra) نستخدم الأحرف لتمثيل الأعداد العربية؛ تسمى مثل هذه الأعداد بالأعداد العامة (general) أو الأعداد الحرفية (literal) لتمييزها من الأعداد الصريحة (explicit) مثل: 1 و2 و3 ....الخ.

وهكذا يكون العدد الحرفي ببساطة عدداً ممثلاً بحرف، بدلاً من رقم.

تستخدم الأعداد الحرفية لتعيين القواعد، والقوانين والصيغ الجبرية، تدعى هذه العبارات الموضوعة في جمل رياضية بالمعادلات (equations).

إذا كان a عدداً صحيحاً موجباً وb هو 1 ، فما هو a على b ؟ آمل أن تكون قادراً على إدراك أن $a/b=a$.

أي عدد يقسم على 1 هو دوماً العدد نفسه، وهكذا فإن $a/1= a$ و $c/1= c$ و $45.6/1= 45.6$

نفرض أيضاً، a أي عدد موجب صحيح، لكن b يساوي 0. ما هي قيمة a/b؟ ماذا عن قيمة أي عدد صحيح يقسم على الصفر؟ حسناً، الجواب هو أننا حقيقةً لا نعرف، إن قيمة حاصل قسمة a/b في حال $b=0$ غير معروفة في الرياضيات. وهذا بسبب عدم وجود مثل هذا الناتج الذي يحقق الحالات المطلوبة لحاصل القسمة. فمثلاً، نعرف أنه للتحقق من دقة مسألة القسمة، نستطيع أن نضرب حاصل القسمة بالمقسوم عليه للحصول على المقسوم. مثلاً إذا كان $21/7=3$ فإن 7 هي المقسوم

عليه و21 هو المقسوم و3 هي ناتج القسمة، وبالتالي وكما هو متوقع $3\times7=21$.
وهكذا إذا كان 17/0 يساوي 17 عندئذ 0×17 يجب أن يساوي 17، وهذا غير ممكن. أما إذا كان $17/0=0$ عندها 0×0 يجب أن تساوي 17، ولكن هذا أيضاً غير ممكن. إن حاصل ضرب أي عدد بالصفر هو صفر حتماً. لذلك فإن قسمة أي عدد على الصفر (بالإضافة إلى قسمة الصفر على صفر) مستثناة من الرياضيات.

إذا كان $b=0$ أو كل من a وb يساوي الصفر، عندئذ يكون a/b بدون معنى.

نقطة مفتاحية
القسمة على الصفر غير معرّفة في الرياضيات

عند ضرب الأعداد الحرفية مع بعضها البعض نحاول تجنب إشارة الضرب (×)، لأن ذلك يمكن وبسهولة أن يسبب التباساً مع الحرف x.

وهكذا، بدلاً من كتابة $a\times b$ من أجل حاصل ضرب عددين عاديين نكتب $a\cdot b$ (تشير النقطة إلى الضرب) أو نكتفي بالشكل المألوف ab للإشارة إلى حاصل ضرب عددين عاديين a و b

المثال 2-2

لندع الحرف n يحل محل أي عدد حقيقي، ماذا يساوي كلٌّ من التعابير التالية؟

(أ) $n\times0=?$

(ب) $n/n=?$

(ج) $n\times1=?$

(د) $n+0=?$

(هـ) $n-0=?$

(و) $n-n=?$

(ز) $n/0=?$

(أ) $n/n=1$ ناتج قسمة أي عدد على نفسه هو الواحد.

(ب) $n\times 0=0$ ناتج ضرب أي عدد بالصفر هو الصفر نفسه.

(ج) $n\times 1=n$ ناتج ضرب أي عدد بـ 1 أو قسمته على 1 هو العدد نفسه.

(د) $n+0=0$ جمع الصفر إلى أي عدد لا يغير العدد.

(هـ) $n-0=n$ طرح الصفر من أي عدد لا يغير العدد.

(و) $n-n=0$ ناتج طرح أي عدد من نفسه هو الصفر دوماً.

(ز) $n/0$ القسمة على الصفر غير معرفة في الرياضيات.

قوانين التبادل والترابط والتوزيع

Communicative associative and distributive laws

نعرف جميعاً أن $6\times 5=30$ و $5\times 6=30$، لذلك هل يعتبر صحيحاً أن تكون نتيجة ضرب أي عددين ببعضهما البعض، هي نفسها مهما كان الترتيب؟ الجواب هو نعم، والعلاقة أعلاه يمكن أن تصاغ كالتالي:

حاصل ضرب عددين حقيقيين هو نفسه بدون النظر بأي ترتيب تم ضربهما. هذا يعني أن $ba = ab$، وهذا يعرف بقانون التبادل للضرب.

إذا ضربت ثلاثة أعداد أو أكثر ببعضها البعض، فإن ترتيب عملية الضرب لن يغير من ناتج الضرب. مثلاً $3\times 4\times 5=60$ و $5\times 3\times 4=60$. يمكن أن تصاغ هذه العلاقة كالتالي:

حاصل ضرب ثلاثة أعداد أو أكثر هو نفسه مهما كان أسلوب تجميعها هذا يعني $a(bc)=(ab)c$ وهو ما يعرف بقانون الترابط (التجميع) للضرب.

يمكن أن تبدو هذه القوانين بسيطة، لكنها تشكل القواعد لعدة تقنيات جبرية سوف تستخدمها لاحقاً.

لدينا أيضاً قوانين التبادل والترابط لجمع الأعداد والتي بعد الآن ستكون واضحة تماماً بالنسبة إليك، وهي:

حاصل جمع عددين هو نفسه مهما كان ترتيب جمعهما. أي $b+a = a+b$. وهذا ما يعرف بقانون التبادل للجمع.

حاصل جمع ثلاثة أعداد أو أكثر هو نفسه مهما كان أسلوب تجميعها. أي $(a+b)+c = a+(b+c)$ وهذا يعرف بقانون الترابط (التجميع) للجمع.

يمكن أن نتساءل أين قوانين الطرح، حسناً قمنا بدراسة ذلك في قانون الإشارات، وبكلمات أخرى القوانين السابقة صحيحة بدون اعتبار فيما إذا كانت الأعداد موجبة أم سالبة، لذلك مثلاً: $3 = (5-16) + 8-$ و $3 = 5 - (16+8-)$

لإتمام قوانيننا هذه نحتاج إلى دراسة المسألة التالية: $4(5+6) = ?$ يمكن أن نحل هذه المسألة بإحدى طريقتين، أولاً بجمع الأعداد داخل الأقواس، وبعد ذلك نضرب النتيجة بـــ 4 وهذا يعطي 44=(11)4. أو أن نضرب بدايةً بمحتوى القوسين كالتالي: $44 = 24 + 20 = (4\times 6) + (5\times 4)$، وبكذا ستكون النتيجة الحسابية نفسها لأية طريقة نختار. هذه النتيجة صحيحة في جميع الحالات مها كان عدد الأعداد داخل القوسين. عموماً وباستخدام الأعداد الحرفية لدينا:

$$a(b+c) = ab + ac$$

وهذا هو قانون التوزيع، وهو باختصار أكثر تعقيداً. ينص قانون التوزيع على أن:

حاصل ضرب عدد بمجموع عددين أو أكثر يساوي مجموع حاصل ضرب العدد الأول بكل من أعداد المجموع.

الآن، ربما يمكنك أن ترى قوّة الجبر في تمثيل هذا القانون، فهذا أسهل بكثير للتذكر من التفسير المسهب!

تذكّر بأنّ قانون التوزيع صحيح، مهما كانت كمية الأعداد المحتواة في الأقواس، ومهما كانت الإشارة التي تربطهم، زائداً أو ناقصاً. كما سترون لاحقاً، فإن

هذا القانون هو أحد أكثر القواعد المفيدة والملائمة لمعالجة الصيغ وحلّ التعابير الجبرية والمعادلات.

نقطة مفتاحية
قوانين التبادل والترابط والتوزيع صحيحة لكل من الأعداد الموجبة والسالبة.

مثال 2−3

إذا كان $a=4$ و$b=3$ و$c=7$، هل: $a(b-c)=ab-ac$؟

التعبير أعلاه هو قانون التوزيع بالذات، مع تغير بإشارة عدد واحد ضمن القوسين. بالطبع، هذا صحيح طالما كانت الإشارة التي تربط بين العددين ضمن القوسين زائداً أو ناقصاً. وعلى الرغم من هذا وبغية تدقيق صحة التعبير، سنعوض عن الحروف بقيمها.عندئذ:

$$4(3-7)=4(3)-4(7)$$

$$4(-4)=12-28$$

$$-16=-16$$

لذلك، فإن قانوننا يعمل بصرف النّظر عن الإشارة التي تجمع الأعداد، سواء أكانت موجبة أو سلبية.

الضرب الطويل Long multiplication

من المفترض أنّ يكون مألوفاً لقرّاء هذا الكتاب مفهوما الضرب الطويل والقسمة الطويلة. على أية حال، مع وصول الآلة الحاسبة نادراً ما تستعمل هذه التقنيات وهي تنسى بسرعة. لا يسمح امتحان رخصة CAA للموظّفين المرخصين من الفئتين A وB باستعمال الحاسبات، لذا من الضروري أن تراجَع هذه التقنيات. أدرجت أدناه إحدى طرائق الضرب الطويل، أما القسمة الطويلة فستقدم في القسم 2−3، حيث ستستخدم هذه التقنية لكلا الأعداد الصريحة والحرفية!

افترض أننا نرغب بضرب 35 بـــ 24، بتعبير آخر: 35×24. ربما تكون قادراً على حلّ هذا ذهنياً، سنستعمل طريقة خاصة للحصول على النتيجة بالضرب الطويل. في البداية يوضع العددان الواحد تحت الآخر،

35

مثلاً : $\begin{matrix}35\\24\end{matrix}$ ويرسم سطرٌ تحتهما $\underline{24}$. هنا الأعداد الصحيحة اليمنى 5 و4 هي الآحاد والأعداد الصحيحة اليسرى هي العشرات، أي: 3×10 و 2×10. نبدأ عملية الضرب بوضع صفر في عمود الآحاد تحت الخط السفلي، ثم نضرب 2 بـــ 5 للحصول على 10 × 1، احمل الـــ1 إلى عمود العشرات، واجمعه إلى جداء 3×2؛ وبتعبير آخر:

$$\begin{array}{r}35\\\underline{24}\\0\end{array}$$

ثمّ نضرب $2 \times 5 = 10$، ونضع صفر العشرة ونحمل الواحد

$$\begin{array}{r}35\\\underline{24}\\{}^{1}00\end{array}.$$

نضرب الآن $2 \times 3 = 6$ (العشرات) ونضيف الواحد المحمول إليه، فتحصل على 7، عندئذ

$$\begin{array}{r}35\\\underline{24}\\700\end{array}$$

نضرب الآن الآحاد 4 بـــ 35 أي $4 \times 5 = 20$ ضع الصفر في الأسفل، واحمل 2 إلى عمود العشرات، ثمّ نضرب الآحاد 4 بالعشرات 3، أو $4 \times 3 = 12$ وأضف إليه 2 لينتج 140، وبتعبير آخر:

$$\begin{array}{r} 35 \\ 24 \\ \hline 700 \\ \underline{140} \end{array}$$

الآنَ كلّ ما تبقى لنا هو إضافة 700 إلى 140 للحصول على النتيجة بالضرب الطويل، وبتعبير آخر:

$$\begin{array}{r} 35 \\ 24 \\ \hline 700 \\ 140 \\ \hline 840 \end{array}$$

لذا $35 \times 24 = 840$.

يبدو هذا الطريق، لإيجاد هذا الناتج، طويلاً وشاقاً. وعليك أن تتبنّى الطريقة التي تتآلف معها. يمكن أن تطبق هذه العملية على ضرب الأعداد التي تتضمّن مئاتٍ أو ألوفاً أو كسوراً عشرية، فهي تصلح لهم جميعاً. على سبيل المثال، 3.5×2.4 يمكن أن يتم بنفس الطّريقة أعلاه، لكن الأعمدة ستكون للأعشار والآحاد، بدلاً من آحاد وعشرات. وبالنتيجة نحصل على:

$$\begin{array}{r} 3.5 \\ 2.4 \\ \hline 7.0 \\ 1.4 \\ \hline 8.4 \end{array}$$

لاحظ أن الفاصلة العشرية في هذه الحالة، انتقلت خانتين إلى اليسار. إذا لم تفهم لماذا حدث ذلك، ادرس بعناية مقطع الكسور العشرية وقوة العدد 10 التالي.

مثال 2-4

اضرب (1) 25×350 (2) 1.25×18.8

في كلتا الحالتين يقع الضرب خارج إطار ما درسناه سابقاً.

1− تتضمن هذه الأرقام الآحاد والعشرات والمئات.

ستجد من السهولة أن تضرب بالعدد الأصغر أو الأقل تعقيداً $\begin{array}{r}350\\ \underline{25}\end{array}$.

الآن نضرب بـــ 25 بنفس الأسلوب الوارد في المثال السابق.

أولاً نضرب بـــ 2×10، التي تعني إضافة صفر في آحاد العمود الأول تحت الخط $\begin{array}{r}350\\ \underline{25}\\ 0\end{array}$ بعدها نضرب 0×2 واضعين النتيجة تحت الخط، إلى اليسار من الصفر السابق $\begin{array}{r}350\\ \underline{25}\\ 00\end{array}$ من ثم نضرب $2\times5=10$، ونضع الصفر إلى اليسار من سابقيه ونحمل الواحد $\begin{array}{r}350\\ \underline{25}\\ {}^{1}000\end{array}$.

نستمر بالعملية ونضرب 2 بالمئات 3، ونضيف الواحد المحمول إلى حاصل الضرب فنحصل على $2\times3+1=7$ عندئذ $\begin{array}{r}350\\ \underline{25}\\ 7000\end{array}$ (هذا الجزء من العملية هو مكافئ للضرب $350\times20=7000$)

الآن نضرب العدد 350 بـــ 5، حيث نبدأ من ضرب 5 بالآحاد (0)، $5\times0=0$، ونضع الصفر الناتج تحت أحاد الـــ 7000، ثم نضرب الـــ 5 بالعشرات (5)، $5\times5=25$، ونضع الـــ 5 إلى يسار الصفر ونحمل 2. وأخيراً نضرب الـــ 5 بالمئات (3)، $5\times3=15$، ونجمع الناتج مع الـــ 2 المحمولة للتو فنحصل على 17، لذلك فإن العدد الإجمالي في الأسفل هو $5\times350=1750$ وتظهر عمليات الضرب السابقة كالتالي $\begin{array}{r}350\\ \underline{25}\\ 7000\\ 1750\end{array}$ وباستكمال عملية الضرب الطويل نحصل على $\begin{array}{r}350\\ \underline{25}\\ 7000\\ \underline{1750}\\ \underline{8750}\end{array}$

أي $25\times350=8750$

2- في هذا المثال، يتم عرض الضرب بالكامل بدون شرح من أجل أن تتأكد من قدرتك على متابعة الخطوات:

$$\begin{array}{r} 18.8 \\ 1.25 \\ \hline 18800 \\ 3760 \\ 940 \\ \hline 23.500 \end{array}$$

أي $1.25 \times 18.8 = 23.5$

لاحظ أن الفاصلة العشرية توضع بعد ثلاث خانات إلى اليسار طالما أن هناك ثلاثة أعداد صحيحة على يمين الفاصلة العشرية.

عليك الآن أن تحاول حل التمارين التالية بدون مساعدة الحاسبة.

اختبر فهمك 2-1

1- 6 و 7 و 9 و 15 هي أعداد ________________

2- $\frac{8}{5}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{7}{64}$ هي أعداد __________________

3- أعد كتابة الأعداد 5 و 13 و 16 بالشكل a/b حيث $b = 6$.

4- عبّر عن الأعداد الصحيحة السالبة -4 و -7 و -12 بالشكل a/b حيث b هو العدد الصحيح الموجب 4.

5- يمكن التعبير عن $+\sqrt{16}$ ____________ موجب.

إنه______________

6- لا يمكن التعبير عن $\sqrt{10}$ كعدد ___________ ، لكنه

____

7- عبّر كأعداد عشرية غير منتهية عن:

(أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{7}$ (ج) 2

8- أوجد قيمة كل من:

(أ) $a(b+c-d)$ حيث $a=3$ و $b=-4$ و $c=6$ و $d=-1$

(ب) $(21-6+7)3$

(ج) $6\times4+5\times3$

9- أي من الأعداد التالية له القيمة المطلقة الأكبر: $7-$ و $3,15$ و $25-$ و $31-$؟

10- $-16+(-4)-(-3)+28=?$

11- أوجد القيمة المطلقة لــ $-4\times(14-38)+(-82)=?$

12- ما هو (أ) $\frac{15}{-3}$ (ب) $3\times\frac{-12}{2}$ (ج) $-1\times\frac{14}{-2}$

13- ما هو (أ) $(-3)(-2)(16)$ (ب) $-3\times-2(15)$

14- أوجد قيمة $2a(b+2c+3d)$ عندما $a=4$ و $b=8$ و $c=-2$ و $d=2$

15- استخدم الضرب الطويل لإيجاد ناتج ما يلي:

(أ) 23.4×8.2 (ب) 182.4×23.6 (ج) 1.25×0.84

(د) 1.806×1.2 (هــ) $35\times25\times32$ (و) $0.014\times2.2\times4.5$

2-2-2 الأعداد العشرية وأس العشرة وتقنيات التقدير

Decimal numbers، powers of ten and estimation techniques

تدعى قوى العشرة أحياناً اختصار الفني the technicians shorthand. فهي تمكِّن كلاً من الأعداد الكبيرة والصغيرة من الظهور بأشكال بسيطة. يمكن أن

نتساءل لماذا لم نلاحظ الأعدادَ العشرية في دراستنا للأعداد قبل الآن. إن السبب بسيط، لقد تآلفنا كثيراً مع هذه الأعداد التي يمكن أن تكون أعداداً منطقية أو صماء أو حقيقية. الأعداد الأخرى، كالأعداد الصحيحة الموجبة والسالبة، هي مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية، أما الاستثناء فهو الأعداد العقدية، وهي ليست مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقة، ولا تشكل جزءاً من دراستنا في هذا المنهاج.

نقطة مفتاحية
يمكن أن تكون الأعداد العشرية أعداداً منطقية أو صماء أو حقيقية.

بشكل أساسي، يمكن التعبير عن الأعداد العشرية بالشكل الأسي (index form) باستخدام قوة العدد عشرة. فمثلاً:

$$
\begin{array}{ll}
1{,}000{,}000 & = 1 \times 10^{6} \\
100{,}000 & = 1 \times 10^{5} \\
10{,}000 & = 1 \times 10^{4} \\
1000 & = 1 \times 10^{3} \\
100 & = 1 \times 10^{2} \\
10 & = 1 \times 10^{1} \\
0 & = 0 \\
1/10 = 0.1 & = 1 \times 10^{-1} \\
1/100 = 0.01 & = 1 \times 10^{-2} \\
1/1000 = 0.001 & = 1 \times 10^{-3} \\
1/10{,}000 = 0.0001 & = 1 \times 10^{-4} \\
1/100{,}000 = 0.00001 & = 1 \times 10^{-5} \\
1/1{,}000{,}000 = 0.000001 & = 1 \times 10^{-6}
\end{array}
$$

أنا متأكد من أن طريقة الاختصارات لتمثيل الأعداد مألوفة لديك، فمثلاً نرى العدد مليون 1000000 بالشكل 1×10^{6}، أي أن 1 مضروباً بـــ 10 ست مرات. إن أس (دليل) 10 هو 6 وهكذا يكون العدد بالشكل الأسي وتمثيله الزر exp في حاسبتك.

لاحظ أننا ضربنا كل الأعداد الممثلة بهذا الأسلوب بالعدد1 . ذلك لأننا نمثل مليون واحد، وهكذا عند تمثيل عدد عشري بالشكل الأسي يكون المعامل ≤ 1 و $<$ 10 أي يكون العدد أكبر أو يساوي واحد 1 وأصغر من العشرة 10.

نقطة مفتاحية
العدد بالشكل الأسي يبدأ دائماً بالمعامل الذي يكون ≤ 1.0 و < 10.0

وهكذا مثلاً العدد العشري $8762.0 = 8.762 \times 10^3$ بالشكل الأسي لاحظ أنه مع العدد أكبر من 1.0 نزيح الفاصلة العشرية 3 خانات إلى اليسار بمعنى عشرة أس ثلاثة. الأعداد المعاد ترتيبها بهذه الطريقة باستخدام قوى العدد عشرة يقال إنها بالشكل الدليل أو الشكل الأسي أو الشكل القياسي، بحسب المحاضرات التي تقرأها.

نقطة مفتاحية
عندما يعبّر عن العدد العشري بالشكل الأسي غالباً ما يشار إليه بالشكل الدليل أو بالشكل القياسي.

ماذا عن العدد العشري 0.000245؟

حسناً، آمل أن تستطيع أن ترى أن للحصول على معامل أكبر أو يساوي الواحد أو أقل من العشرة، نحتاج إلى إزاحة الفاصلة العشرية إلى اليمين 4 خانات .

لاحظ أن الصفر وضع أمام الفاصلة العشرية ليشير إلى أن العدد الكلي لا يهمل.

لذلك يصبح العدد بالشكل الدليل (الشكل الأسي) 2.45×10^{-4}. لاحظ أنه بالنسبة إلى العدد الأصغر من 1.0 نستخدم الأس السالب، بكلمات أخرى كل الكسور العشرية الممثلة بالشكل الأسي لها أس سالب، وكل الأعداد الأكبر من 1.0 الممثلة بهذه الطريقة لها أس موجب.

كل خطوة في مناقشتنا السابقة حتى الآن كانت منطقية تماماً ، لكن كيف سنعالج أعداداً صحيحة وعشرية مشتركة، مثل 8762.87412355 ؟

حسناً، لتمثيل هذا العدد تماماً، بالشكل الأسي، نتابع بنفس الأسلوب في معالجة العدد الكامل ، وذلك بإزاحة الفاصلة العشرية ثلاث خانات نحو اليسار للحصول على المعامل، ونجد $8.76287412355\times10^{3}$

هذا جيد، لكن من أهم أسباب التعامل مع الأعداد بالشكل الأسي هو سهولة التعامل معها، في المثال السابق بقي لدينا 12 رقماً محتوىً مع أس موجب للعدد عشرة.

في أغلب مجالات الهندسة، هناك حاجة قليلة إلى التعامل مع خانات عشرية كثيرة. لدينا في المثال السابق للرقم الأصلي دقة من ثماني خانات عشرية، وهذا شيء لا نحتاج إليه كثيراً، ما لم نعالج موضوعاً كعلم الصواريخ أو فيزياء النجوم، لذلك هذا يقودنا إلى مهارة مهمة جداً لنكون قادرين على وضع التقريب أو التقدير لتحديد درجة الدقة.

مثال 2−5

لدينا العدد (أ) 8762.87412355 (ب) 0.0000000234876

(1) حول هذه الأرقام إلى الشكل القياسي مع دقة بثلاث خانات عشرية.

(2) دوّن هذه الأرقام بالشكل العشري، وقرّبه إلى أقرب رقمين دالين (significant figures).

(1) (أ) حوّلنا للتو هذا العدد إلى الشكل القياسي وهو $8.76287412355\times10^{3}$

الآن انظر إلى الخانات العشرية من أجل تحديد الدقة، علينا أن ندرس أول أربع خانات 8.7628، طالما أن الرقم العشري الأخير في هذه الحالة 8 أكبر من 5 نقربه إلى الأعلى لإعطاء النتيجة المطلوبة وهي 8.763×10^{3}

(ب) $0.0000000234876 = 2.34876\times10^{-8}$

ونتبع نفس الإجراءات السابقة للوصول إلى العدد بثلاث خانات عشرية = 2.349×10^{-8}

(2) (أ) بالنسبة إلى العدد 8762.87412355؛ الرقمين الدالين المطلوبين هما على يسار الفاصلة العشرية، لذلك نركز على العدد الكامل 8762، وعلى أول رقمين مباشرة، لإيجاد التقريب المطلوب لأول ثلاثة أرقام 876، وهنا أيضاً طالما أن 6 أكبر من نصف المسافة بين 1 و10 عندئذ نقرّبه إلى الأعلى لإعطاء الجواب المطلوب وهو 8800.

لاحظ أننا أضفنا صفرين إلى يسار الفاصلة العشرية. يجب أن يكون هذا واضحاً عند دراسة السؤال حول تقريب العدد 8762 إلى أقرب رقمين دالين.

(ب) بالنسبة إلى العدد 0.000000234876، الأرقام الدالة هي أي أرقام صحيحة على يمين الفاصلة العشرية والأصفار. لذلك في الحالة هذه، الرقم المطلوب بالأرقام الدالة هو 0.000000023.

أصبحنا الآن في مكان يمكننا من تحديد التقدير، ليس فقط للأعداد الفردية لكن أيضاً للتعابير المتعلقة بالأرقام، الطريقة الأسهل لتحقيق هذا التقدير هي بوضع جميع الأعداد الموضوعة ضمن الشكل القياسي، ثم نحدد التقدير للدرجة المطلوبة للدقة. قد تتساءل لماذا لا نستخدم ببساطة حاسبتنا ونجد القيم بالخانة العشرية الثامنة للدقة. حسناً، نحتاج فقط أن نضغط على زر واحد بالغلط على الحاسبة للحصول على جواب خاطئ، لكن كيف ستعرف أن جوابك صحيح، إذا كنت غير قادر على إعطاء قيمة تقريبية للجواب الصحيح؟ فقط تخيل العاقبة (النتيجة) إذا وضعت فقط عشر كمية الوقود في خزانات وقود الطائرة قبل الإقلاع بقليل! هذا من حيث استخدام تقنيات التقدير أصبحت مفيدة جداً، ستوضَّح هذه التقنية بشكل أفضل في المثال التالي.

مثال 2-6

(أ) حدّد قيمة تقريبية للجداء $3.27\times 10.2\times 0.124$ وقرّبه إلى رقم دال واحد.

(ب) بسط الكسر $\frac{3177.8256\times 0.000314}{(154025)^2}$ واحصل على النتيجة وقرّبها إلى رقمين دالين.

(أ) ربما تكون قادراً على إعطاء تقدير لهذا الحساب بدون التحويل للشكل القياسي. من أجل البحث عن الكمال وتوضيح النقطة المهمة سوف نحل هذه المسألة باستخدام مراحل العمليات كافة.

أولاً نحول جميع الأعداد إلى الشكل القياسي فنجد:

$$(3.27\times10^{0})(1.02\times10^{1})(1.24\times10^{-1})$$

لاحظ أن $3.27 = 3.27\times1 = 3.27\times10^{0}$ بتعبير آخر إنها في الواقع بالشكل القياسي. الآن بدراسة كل المعاملات وتقريبها إلى رقم دال واحد، نحصل على:

$$(3\times10^{0})(1\times10^{1})(1\times10^{-1})$$

وبتذكر القانون الأول للأس:

$$(3\times1\times1)(10^{0+1-1}) = 3(10^{0}) = 3(1) = 3.0$$

يمكن أن تشعر بالطريقة الطويلة المملة للحصول على التقدير، ذلك بسبب أن الأعداد بسيطة جداً، لكن مع حسابات معقدة أكثر تصبح الطريقة مفيدة بالفعل.

(ب) باتباع نفس الإجراءات السابقة نحصل على:

$$\frac{(3.1778256\times10^{3})(3.14\times10^{-4})}{(1.54025\times10^{5})^{2}} = \frac{(3.2\times10^{3})(3.1\times10^{-4})}{(1.5\times10^{5})^{2}}$$

الآن بتطبيق قانون الأس وقانون التوزيع في الحساب نجد:

$$\frac{(3.2\times3.1)(10^{3-4})}{2.25\times10^{5\times2}} = \frac{(3.2\times3.1)10^{-1}}{2.25\times10^{10}} = (\frac{3.2\times3.1}{2.25})\times10^{-11} = 4.4\times10^{-11}$$

لاحظ أنه إن لم تكن قادراً على التعامل مع الضرب والقسمة في عقلك، عند ذلك من أجل عدد دال واحد سنحصل على $3\times\frac{3}{2} = 4.5$ القريب جداً من تقريبنا باستخدام رقمين دالين. جواب الحاسبة لعشرة أرقام دالة هو $4.206077518\times10^{-11}$ والخطأ في هذا صغير جداً مقارنة بتقريبنا، وهو تقريباً من مرتبة اثنين من ألف مليون. طبعاً الأخطاء من أجل الأعداد الكبيرة يمكن أن تكون مهمة عندما تربع أو ترفع إلى أسّ أكبر.

قبل ترك موضوع التقدير، هناك عرف واحد مهم تتوجب معرفته. لدينا العدد 3.7865، إذا طلب منا تقدير العدد وتقريبه إلى أربعة أرقام دالة ماذا نكتب؟ في هذه الحالة الرقم الدال الأخير هو 5، لذلك هل علينا كتابة العدد بالشكل 3.786 أم 3.787 للتقريب إلى أربعة أرقام دالة؟ الحالة التقليدية أننا نقرّب إلى الأعلى عندما نواجه العدد 5، لذلك الجواب الصحيح في هذه الحالة هو 3.787 .

اختبر فهمك 2-2

1-عبّر عن الأعداد التالية بالشكل العشري العادي:

(أ) $3\times10^{-1}+5\times10^{-2}+8\times10^{-2}$

(ب) $5\times10^{3}+81-10^{0}$

2- عبّر عن الأعداد التالية بالشكل القياسي:

(أ) 318.62 (ب) 0.00 004 702

(ج) 51 292 000 000 (د) − 0.00 041 045

3- حول الأعداد التالية إلى ثلاثة أرقام دالة:

(أ) 2.713 (ب) 0.0001267 (ج) 5.435×10^{4}

4- احسب:

(أ) $(81.7251\times20.739)^{2}-52.982$

(ب) $\dfrac{(56.739721)^{2}\times0.0997}{(19787\times10^{3})^{2}}$

وقرّب إلى رقمين دالين. أظهر كل العمل، وعبّر عن إجابتك بالشكل القياسي.

2-2-3 الكسور Fractions

قبل النظر في أمثلة بعض المعالجات الجبرية، باستخدام التقنيات التي تعلمناها للتو، نحتاج إلى بعض الوقت لدراسة الكسور. في هذا القسم، ستتم دراسة الكسر باستخدام أعداد واضحة (explicit). ولاحقاً، في المنهج الدراسي الرئيسي

للجبر سندرس أيضاً الكسور البسيطة التي تستعمل أعداداً حرفية (literal). بتعبير آخر: الكسور الجبرية. يجب أن تمكّنك دراسة الفقرة التالية من معالجة الكسور البسيطة، بدون استعمال الحاسبة.

نتساءل في أغلب الأحيان، لماذا نحتاج إلى استخدام الكسور بشكل عام؟ لماذا لا تستخدم الكسور العشرية فقط؟ حسناً، هناك سبب واضح جداً، وهو أن الكسور تقدم علاقات دقيقة بين الأعداد.

على سبيل المثال، الكسر 1/3 دقيق (exact)، لكن الكسر العشري المكافئ له غير دقيق، ويجب أن يكون مقرباً إلى عدد عشري معطى، فالعدد 0.3333 مقرّب إلى أربعة خانات عشرية. وهكذا، $1/3+1/3+1/3=1$ لكن $0.3333+0.3333+0.3333=0.9999$ وليس بالضبط 1.

الكسر هو قسمة (division) عدد على عدد آخر. وهكذا فالكسر 2/3 يعني العدد اثنين مقسوماً على ثلاثة. والكسر x/y يعني العدد الحرفي x مقسوماً على y. كما تعلّمت من قبل، يسمى العدد فوق خط الكسر بسط الكسر(numerator)، بينما يسمى العدد تحت الخطّ مقام الكسر (denominator). وهكذا تمثل الكسور بالشكل:

$$\frac{\text{البسط}}{\text{المقام}}$$

الكسور المكتوبة بهذا الشكل، حيث تشكل الأعداد الصحيحة بَسطَ ومقامَ الكسر، تعرف غالباً بالكسور العادية (vulgar fractions)، ومثال ذلك: $\frac{1}{2}$ و $3\frac{1}{4}$ و $\frac{3}{4}$ الخ. بينما تعرف الكسور المكتوبة بالشكل العشري 0.5 و3.25 و 0.75 و0.333 الخ، كما يشير بذلك اسمها، بالكسور العشرية (decimal).

بعد تعريف الكسر العادي، ننتقل إلى تعلم كيفية ضرب وتقسيم وجمع وطرح هذه الكسور. نبدأ بالضرب، لأنه على خلاف الحساب المطبق على الأعداد العادية، يعد ضرب الكسور العمليةَ الأسهل.

ضرب الكسور Multiplication of fractions

حاصل ضرب كسرين أو أكثر هو كسر جديد بسطه حاصل ضرب بسوط الكسور المضروبة ومقامه حاصل ضرب مقامات الكسور نفسها. على سبيل المثال:

$$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1\times2\times1}{3\times3\times4}=\frac{2}{36}$$

نحن لم ننتهِ تماماً الآن، لأن الكسر 2/36 يملك أعداداً في بسطه ومقامه يمكن أن يختصرا أكثر، بدون تأثير على القيمة الفعليّة للكسر.

تعلم بأنّه، إذا قسّمنا البسط والمقام على 2 فنحن نختصر الكسر إلى 1/18 دون أن تتأثر قيمته. لأننا قسّمنا الكسر على 1=2/2 بقي الكسر الكامل (whole fraction) دون تعديل. يمكنك أن تدقّق صحة العملية بسهولة بتقسيم 1 على 18، وأيضاً 2 على 36 على حاسبتك، في الحالتين نحصل على الكسر العشري الدوري 0.055555. لاحظ أن القيمة الدقيقة لهذا الكسر لا يمكن أن تعطى بالشكل العشري.

قسمة الكسور Division of fractions

افترض أننا نريد تقسيم 1/3 على 2/3، بمعنى $\frac{1/3}{2/3}$، الفكرة هي أن نقلب المقسوم عليه (الكسر الذي تتم القسمة عليه) ثم نضرب. في المثال أعلاه نحصل على $1/3\times3/2$ ونواصل العملية بالضرب، أي:

$$\frac{1\times3}{3\times2}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

لاحظ ثانية أنه باختصار البسط والمقام على 3، نحصل على الكسر الاعتيادي الأدنى. الآن أيضاً إذا لم تقتنع أن تلك القسمة يمكن أن تتحوّل إلى الضرب باستعمال الطريقة أعلاه، افحص ذلك على حاسبتك، أو استعمل كسوراً عشرية لتأكيد النتيجة.

Addition of fractions جمع الكسور

لجمع الكسور، نحتاج إلى استخدام بعض من معرفتنا السابقة التي تتعلّق بالعوامل (factors). وبشكل خاص، نحتاج إلى تحديد المضاعف المشترك الأصغر (Lowest Common Multiple - LCM) لعددين أو أكثر. وهو أصغر عدد ممكن يشكل مضاعفاً مشتركاً لعددين أو أكثر.

على سبيل المثال، 10 مضاعف لـــ 5، و30 مضاعف مشترك لكلٍّ من 5 و3، لكن 15 هو المضاعف المشترك الأصغر لكلٍّ من 5 و3. وهكذا، فالعدد 15 هو أصغر عدد ممكن يقبل القسمة تماماً على كل من 5 و3.

ما هو المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 2 و3 و4؟ أحد هذه المضاعفات يحسب ببساطة وهو $2\times3\times4 = 24$، لكن هل هذا هو الأصغر؟ بالطبع ليس هو.. إنّ العدد 24 قابل للقسمة التامةً على 2 و3 و4 و 6 و 8 و 12 والعدد 12 الذي يصغره مباشرة قابل للقسمة التامةً على 2 و3 و4 و6 هو أيضاً مضاعف مشترك للأعداد 2 و3 و4 ولكن الأعداد التي تليهما في الصغر (2 و3 و4 و6 و8) ليست مضاعفات مشتركة للأعداد 2 و3 و4 لأن أياً منها لا يقبل القسمة التامة على الأعداد 2 و3 و4 في آن معاً. لذا فإن العدد 12 هو المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 2 و3 و4.

لماذا يكون من الضروري، عند جمع الكسور، إيجاد المضاعف المشترك الأصغر؟ سنوضح العملية بمثال.

مثال 2−7

اجمع الكسور التالية:

(أ) $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{5}$

(أ) نحدد أولاً المضاعف المشترك الأصغر للأعداد في المقام. في هذه الحالة العدد الأصغر القابل للقسمة على كلٍّ من 3 و 4 هو 12. لذا 12 هو المضاعف المشترك الأصغر.

الآن وبتذكّر أنّ الفكرة الكاملة لجمع الكسور بعضها مع بعض هو إيجاد كسر واحد يمثل مجموع تلك الكسور، عندئذ نضع المضاعف المشترك الأصغر تحت مقامات كلّ الكسور المراد جمعها. في هذه الحالة لدينا:

$$\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}{12}$$

الآن نقسم 12 على 3 فنحصل على 4، ثم نضرب 4 بالعدد في بسط الكسر 1/3، وهو في هذه الحالة 1 فنحصل على $4\times1=4$، وهي النتيجة التي سنضعها فوق 12 مكان الكسر الأول. وبطريقة مشابهة نتعامل مع الكسر $\frac{1}{4}$ المراد جمعه، بتقسيم 12 على 4 نحصل على 3 و $3\times1=3$. وهكذا لدينا الأعداد المراد جمعها:

$$\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}{12}=\frac{4+3}{12}=\frac{7}{12}$$

كن متأكداً من أنك اتبعت طريقاً منطقية معقدة للحصول على الأعداد 4 و 3 فوق المقام 12 كما هو مبيّن أعلاه. مرة أخرى وللتذكير لندرس الكسر الأول المراد جمعه $\frac{1}{3}$. نأخذ مقام الكسر 3 ونقسم عليه المضاعف المشترك الأصغر وتكون النتيجة 4. عندها نضرب النتيجة (في حالتنا 4) ببسط الكسر 1/3، الذي يعطي 4=1×4. تكرر هذه العملية للكسر الثاني المراد جمعه، وهكذا. عندها نجمع الأعداد في البسط للحصول على النتيجة المطلوبة.

(ب) نتبع نفس الخطوات، كما في المثال السابق، لجمع الكسور الثلاثة هذه مع بعضها البعض. المضاعف المشترك الأصغر هنا هو 30، آمل أن تعلم ذلك. وتذكر حتى إن لم تستطع إيجاد المضاعف المشترك الأصغر، فإن ضرب جميع الأعداد التي في المقام ببعضها البعض يؤدي دائماً إلى

الحصول على المضاعف المشترك، الذي يمكن استخدامه دائماً في مقام الكسر النهائي. لذلك نحصل على:

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{12+10+15}{30}=\frac{37}{30}=1\frac{7}{30}$$

وهنا، نحصل على العدد 12 بتقسيم 30 على 5، ومن ثم نضرب النتيجة 6 ببسط أول كسر 2 لنجد $12=6\times 2$. والعددان 10 و15 نتجا بطريقة مشابهة.

نتيجة جمع الأعداد في بسط الكسر النهائي يعطي 37/30، وهذا معروف بالكسر المعتل (الفائض)، لأنه يحوي أعداداً صحيحة كاملة (واحد أو أكثر) إضافة إلى الكسر. يمكن إيجاد النتيجة النهائية بسهولة وذلك بتقسيم البسط 37 على المقام 30 ينتج 1 إضافة إلى الكسر المتبقي 7/30.

طرح الكسور Subtraction of fractions

في حالة طرح الكسور نتبع نفس الإجراءات، كما هو الحال مع الجمع، حتى حصولنا على الأعداد فوق المقام المشترك. عند هذه النقطة نطرحهم بدلاً من جمعهم. مثلاً بالنسبة إلى الكسور المعطاة أدناه نحصل على:

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=\frac{12+10-15}{30}=\frac{7}{30}$$

وبشكل مشابه:

$$\frac{3}{8}-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{8}=\frac{3-2+4-1}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

لاحظ أنه من أجل هذه الكسور أن المضاعف المشترك الأصغر ليس فقط جداء هذه العوامل، لكنه بالفعل هو العدد الأدنى القابل للقسمة على كل الأعداد المقسوم عليها في هذه الكسور.

مثال 2-8

بسّط الكسور التالية:

(أ) $\frac{2}{3}+\frac{3}{5}-\frac{1}{2}$ (ب) $\left(\frac{3}{4}\right)\times\left(\frac{3}{8}+\frac{5}{16}-\frac{1}{2}\right)$ (ج) $2\frac{5}{8}\div\frac{7}{16}-\frac{3}{8}$

(أ) بملاحظة أن المضاعف المشترك الأصغر هو 30، يمكّننا هذا من تقييم هذا الكسر باستخدام قواعد جمع وطرح الكسور المعطاة سابقاً، عندئذ:

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{5}-\frac{1}{2}=\frac{20+18-15}{30}=\frac{23}{30}$$

(ب) في هذا المثال نحتاج إلى تبسيط القوس الثاني قبل أن نضرب. لذلك حصلنا على:

$$\left(\frac{3}{4}\right)\times\left(\frac{6+5-8}{16}\right)=\left(\frac{3}{4}\right)\times\left(\frac{3}{16}\right)=\frac{9}{64}$$

(ج) هذا المثال يضم كسراً بعدد كامل، لتطبيق القواعد من الأفضل وضع الكسر $2\frac{5}{8}$ بالشكل المعتل (الفائض) وهو $\frac{21}{8}$. لاحظ أنه للحصول على هذا الشكل نضرب المقام بالعدد الكامل ونجمعه إلى البسط الموجود، أي للحصول على البسط الجديد $(2\times8)+5=21$. بعد ذلك نطبق قواعد الحساب بالترتيب الصحيح لحل الكسر. وهذا يتبع عدداً من القوانين التي تعلمتها سابقاً. يخبرنا قانون الأسبقية في الحساب أنه يجب انجاز العمليات بالترتيب التالي: الأقواس، ثم القسمة فالضرب، ثم الجمع فالطرح (ربما تتذكر هذا الترتيب باستخدام الاختصار BODMAS).

يدلنا ذلك (بالنسبة إلى مثالنا) أنه علينا إجراء القسمة قبل الطرح، وليس هناك من خيار آخر. لذا باتباع عملية المناقشة السابقة نحصل على:

$$\left(\frac{21}{8}\div\frac{7}{16}-\frac{3}{8}\right)=\left(\frac{21}{8}\times\frac{16}{7}-\frac{3}{8}\right)=\left(\frac{6}{1}-\frac{3}{8}\right)=\left(\frac{48-3}{8}\right)=\frac{45}{8}=5\frac{5}{8}$$

لاحظ أن الأقواس وضعت للتوضيح.

اختبر فهمك 2-3

1. بسّط الكسور التالية:

(أ) $\frac{3}{16}\times\frac{8}{15}$ (ب) $\frac{3}{5}\div\frac{9}{125}$ (ج) $\frac{1}{4}$ من $\frac{18}{5}$

2. بسط الكسور التالية:

(أ) $\frac{2}{9}+\frac{15}{9}-\frac{2}{3}$ (ب) $3\frac{2}{3}-2\frac{1}{5}+1\frac{5}{6}$ (ج) $\frac{17}{7}-\frac{3}{14}\times 2$

3. ما هو متوسط $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{16}$؟

4. ما هو $\frac{5}{3}\div 1\frac{2}{3}$ ؟

5. ما قيمة $\frac{1}{10}+\left(\frac{1}{6}+\frac{4}{5}\right)$؟

6. بسط الكسر التالي $\left(\frac{7}{12}\div\frac{21}{8}\right)\times\left(\frac{4}{5}\right)+\frac{3}{4}\,of\,\frac{8}{9}$

2-2-4 النسب المئوية والمتوسطات Percentages and averages

النسب المئوية Percentages

عند مقارنة الكسور من الملائم غالباً التعبير عنها بمقام مئوي، لذلك مثلاً :

$$\frac{1}{4}=\frac{25}{100} \quad \text{و} \quad \frac{4}{10}=\frac{40}{100}$$

تدعى الكسور المشابهة لهذه مع 100 في المقام بالنسب المئوية، وهكذا :

$$\frac{7}{10}=\frac{70}{100}=70\ \text{بالمائة} \Rightarrow 70\%$$

حيث تستخدم إشارة النسبة المئوية % بدلاً من الكتابة. للحصول على النسبة المئوية يمكن ببساطة ضرب الكسر بـــ 100.

مثال2−9

حوّل الكسور التالية إلى نسب مئوية:

(1) $\frac{4}{5}$ (2) $\frac{11}{25}$

(1) وهكذا: $\frac{4}{5}\times 100 = \frac{400}{5} = 80\%$

(2) وبشكل مشابه $\frac{11}{25}\times 100 = \frac{1100}{25} = 44\%$

يمكن تحويل الأعداد العشرية إلى نسب مئوية بشكل مشابه:

$$0.45 = \frac{45}{100} = \frac{45}{100}\times 100 = 45\%$$

يمكن إيجاد نفس النتيجة بسهولة، وذلك بضرب العدد العشري بـــ 100، بتجاهل المرحلة الوسطى، أي:

$$0.45\times 100 = 45\%$$

نقطة مفتاحية
لتحويل كسر عادي أو كسر عشري إلى نسبة مئوية اضرب الكسر بـــ 100

العملية المعاكسة هي تحويل النسبة المئوية إلى كسر، وهي تتطلب تقسيم النسبة المئوية على 100، وهكذا

$$52.5\% = \frac{52.5}{100} = 0.525$$

نتذكر من قوة العدد عشرة أن التقسيم على 100 يتطلب تحريك الفاصلة العشرية خانتين إلى اليسار.

نقطة مفتاحية
لتحويل النسبة المئوية إلى كسر نقسم النسبة المئوية على 100

إيجاد النسبة المئوية لكمية سهل نسبياً، ويجعلك تتذكر التعبير الأول للكميات كالكسر باستخدام نفس الوحدات.

مثال 2−10

(1) أوجد %10 من 80

(2) ما هي النسبة المئوية لـــ 90 بنساً من £ 6.00؟

(3) المساحة الكلية لجناحي طائرة هي $120m^2$. فإذا أريد تخزين آليتي عجلتي الهبوط الرئيسيتين داخل الجناحين، وكل منهما يشغل مساحة $3m^2$ من مساحة الجناح. ما هي النسبة المئوية لكامل سطح الجناح المطلوبة لتخزين آليتي عجلتي الهبوط الرئيسية.

1− الوحدات غير مشمولة لذلك بالتعبير عن %10 بكسر نحصل على $\frac{10}{100}$ وبذا نحن نطلب،

$$\frac{10}{100} \text{ من } 80 \quad \text{أو} \quad \frac{10}{100}\times 80 = \frac{800}{100} = 8\%$$

2− هنا يتعلق الأمر بالوحدات: لذلك فإن تحويل £6.00 إلى بنسات يعطي 600 وكل ما هو يتبقى لنا أن نفعل هو أن نعبر عن 90 بنساً كجزء من 600 بنس، وأن نضرب بـــ 100، عندئذ:

$$\frac{90}{600}\times 100 = \frac{9000}{600} = 15\%$$

3− نحتاج أولاً أن ندرك أن هذه المسألة ليست أكثر من إيجاد النسبة المئوية لـــ $3.0\times 2m^2$ من $120m^2$ (بما أن هناك آليتين من عجلات الهبوط).
لذلك باتباع نفس الإجراء السابق، وبالتعبير عن المساحات ككسر، نحصل على:

$$\frac{6}{120}\times 100 = \frac{600}{120} = 5\%$$

أي أن آليتي عجلات الهبوط تحتل حتى %5 من مجمل مساحة الجناح.

الاستخدام غير الهندسي الآخر للنسب المئوية هو تحقيق الربح والخسارة، بإمكانك أن تلاحظ أن هذه المهارة مفيدة بشكل خاص لتحقيق التأثير في أي ارتفاع أو حسم على أجرتك، ببساطة شديدة:

الربح = سعر البيع − سعر التكلفة، وبشكل مشابه:

الخسارة = سعر التكلفة − سعر المبيع.

الآن يمكن التعبير عن كليهما بالنسبة المئوية:

$$\text{الربح } \% = \frac{\text{سعر المبيع} - \text{سعر التكلفة}}{\text{سعر التكلفة}} \times \mathbf{100}$$

$$\text{الخسارة } \% = \frac{\text{سعر التكلفة} - \text{سعر المبيع}}{\text{سعر التكلفة}} \times \mathbf{100}$$

مثال 2−11

1− يشتري مزود الطائرة 100 علبة مسامير بـــ £60.00 ويبيعها إلى مشغل الخطوط الجوية بـــ 80 بنساً لكلٍّ منها. ما هي نسبة الربح المئوية التي يحققها المزود ؟

2− يشتري نفس المزود المشغل الميكانيكي الانسحابي لبوابة عجلة الهبوط بـــ £1700.00، وبسبب وصولها إلى نصف عمرها عليه أن يبيعها بـــ £ 1400.00. ما هي نسبة الخسارة المئوية للمزود.

1− لتطبيق صيغة الربح في هذا المثال علينا إيجاد سعر البيع الإجمالي في الوحدات الثابتة.

وهي 100×80 بنس أو $£80 = 0.8 \times £100$

عندئذ بتطبيق الصيغة نحصل على الربح % =

$$= \frac{£80 - £60}{£60} = \frac{£20}{£60} \times 100 = \frac{2000}{60} = 33.3\%$$

2- هذا أسهل من المثال السابق، بعض الشيء، ويتطلب منا فقط تطبيق صيغة الخسارة المئوية. عندئذ تكون

الخسارة%=

$$= \frac{£1700.0 - £1400.00}{£1700} = \frac{£300.00}{£1700.00} \times 100 = \frac{30000}{1700} = 17.65\%$$

المتوسطات Averages

لإيجاد المتوسط لمجموعة من القيم، فإن كل ما هو مطلوب هو أن نجمع هذه القيم مع بعضها البعض، ونقسم المجموع على عدد هذه قيم المجموعة. ويعبّر عن هذا بالشكل:

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجمـــــــوع القيم}}{\text{العـــــــدد الكلي للقيم}}$$

مثال 2-12

أُخِذَ الضغط البارمتري، المقيس بالمليمتر الزئبقي (mmHg)، يومياً على مدى أسبوع. والقراءات المأخوذة معروضة أدناه. ما هو متوسط الضغط لهذا الأسبوع بالـــ (mmHg)؟

اليوم	1	2	3	4	5	6	7
mmHg	75.2	76.1	76.3	75.7	77.1	75.3	76.3

يكون الضغط الوسطي mmHg =

$$\frac{75.2 + 76.1 + 76.3 + 75.7 + 77.1 + 75.3 + 76.3}{7} = 76\text{mm}$$

مثال 2−13

تحمّل طائرة خفيفة بـــ 22 صندوقاً. منها تسعة صناديق، كتلة كلٍّ منها 12kg، وثمانية صناديق كتلة كل منها 14kg وخمسة صناديق كتلة كل منها 15.5kg.

ما هي الكتلة الإجمالية للصناديق وما هو متوسط كتلة كل صندوق.

بإيجاد الكتلة الكلية لكل الصناديق الـــ 22 نستطيع أن نجد متوسط الكتلة للصندوق الواحد. لذلك لدينا:

$$9\times12=108\,\text{kg} \qquad 8\times14=112\,\text{kg} \qquad 5\times15.5=77.5\,\text{kg}$$

مجموع الوزن $=297.5\,\text{kg}$

عندئذ الكتلة الوسطية للـــصناديق الـــ22 (بالقسمة الطويلة) هي:

$$\frac{297.5}{22}=13.52\,\text{kg}$$

يوضح المثال أعلاه العملية التي استخدمناها في إيجاد الكتلة الوسطية. وهناك المزيد عن المعدلات والقيم الوسطية في دراستك للإحصاء في الفصل الثالث.

2−2−5 النسبة والتناسب Ratio and proportion

النسبة هي مقارنة بين كميتين متشابهتين. نستخدم النسب عند تحديد مقياس الأشياء. مثلاً عند قراءة الخريطة يمكن أن نقول إن المقياس هو 1 من 25.000 أو إلى 25.000. أيضاً، نستطيع التعبير عن النسب رياضياً ككسور أو بالشكل 1:25.000 وتقرأ واحداً إلى خمس وعشرين ألفاً.

في ما عدا الخرائط، نحب نحن − مهندسي وفنيي الطائرات − أن نجد فكرة النسبة عندما نريد أن نقرأ المخططات الفنية أو إخراج مخططات الأشعة للقياس.

مثلاً، إذا كانت لدينا قوة 100 نيوتن، وأردنا أن نمثل طويلتها بخط مستقيم بطول معين، عندئذ يمكن أن نستخدم مقياساً، ولنقل 1سم = 10 نيوتن، فعلياً نستخدم مقياساً بنسبة 1:10.

عند التعامل مع النسب، من المهم أن نتعامل مع كميات متشابهة. إذا كنا بحاجة إلى إيجاد النسبة بين 20 بنساً و £2.0، علينا أولاً أن نضع هذه الكميات بنفس الواحدة، أي 20 و200 بنساً، وبالتالي تصبح النسبة 20:200 وبالشكل المبسط هذه نسبة 1:10 بعد تقسيم كلتا الكميتين على 20.

أيضاً، نستطيع التعبير عن النسب بالكسور، لذا في حالة 20 إلى 200 بنساً، تصبح النسبة 1:10 كما في السابق أو $\frac{1}{10}$ ككسر.

نقطة مفتاحية
يمكن تمثيل النسبة ككسر أو باستخدام الرمز (:)

مثال 2−14

طولان لهما النسبة 13:7. إذا كان الطول الثاني هو 91m. ما هو الطول الأول؟

الطول الأول $= \frac{13}{7}$ من الطول الثاني $\Leftarrow (\frac{13}{7}) \times 91 = 169\text{m}$

لنفترض الآن أننا نرغب بتقسيم كبل كهربائي طويل إلى ثلاثة أجزاء، ومتناسبة مع مقدار الأموال المساهمة في كلفة الكابل، على ثلاثة أشخاص. إذا كان الطول الكلي للكابل هو 240m والمدفوعات الشخصية £30.00 و£40.00 و£50.00 على التوالي. ما هي كمية الكابل التي سيحصل عليها كل منهم؟

تشمل هذه المسألة أجزاء متناسبة. كمية الأموال المدفوعة من قبل كل فرد هي بنسبة 3:4:5 وتعطي المجموع $3+4+5=12$ جزءاً. وبالتالي طول كل جزء $= \frac{240}{12}$ أو 20 m. كل فرد سيتلقى وبالترتيب:

$$20 \times 3 = 60\text{m} \quad \text{و} \quad 20 \times 4 = 80\text{m} \quad \text{و} \quad 20 \times 5 = 100\text{m}$$

بحساب سريع سنرى أن حساباتنا صحيحة. أي $60+80+100=240\text{m}$ وهو الطول الكلي للكبل.

التناسب الطردي Direct proportion

يقال عن كميتين أنهما مختلفتان بشكل مباشر أو أنهما متناسبتان طرداً إذا زادتا أو نقصتا بنفس النسبة. مثلاً، إن الكسر $\frac{6}{4}$ يختزل إلى $\frac{3}{2}$ لذا يمكن أن نكتب التناسب $\frac{3}{2}=\frac{6}{4}$ ونقرأ هذا كَ 6 إلى 4 مثل 3 إلى 2 ويعبَّر عنها رياضياً $6:4::3:2$، حيث تمثل مجموعة النقطتين المضاعفتين (::) الكلمة (مثل) في التناسب.

الآن، بهذا الترتيب، يسمى العددان الأول والرابع في التناسب (6 و2 في هذه الحالة) بالطرفين (extremes) ويسمى العددان الثاني والثالث (4 و3 في هذه الحالة) بالوسطين (means). أيضاً من التناسب $\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$ يصح القول إن $2\times6=4\times3$.

لذلك نستطيع أن نقول إنه في أي تناسب صحيح، جداء الطرفين يساوي جداء الوسطين.

مثال 2−15

يقطع قطار مسافة 200km خلال أربع ساعات. بفرض أن القطار يتحرك بنفس معدل السرعة، كم من الوقت سيستغرق قطع مسافة الرحلة البالغة 350km؟

مفتاح الحل هو إدراك التناسب، 200km تتناسب مع 4 ساعات مثلما تتناسب 350km مع x ساعة. وبالتالي بالرموز $200:4::350:x$ وباستخدام قاعدة الطرفين والوسطين نحصل على:

$$200x=(4)(350) \quad \text{أو} \quad 200x=1400$$

$$\text{و} \quad x=\frac{1400}{200} \quad \text{أو} \quad x=7\,\text{h}$$

قاعدة جداءي الطرفين والوسطين مفيدة جداً ويجب حفظها. يمكن تعميم القاعدة أعلاه باستخدام الجبر (الأعداد الحرفية) عندئذ:

$$\frac{x}{y}=\frac{a}{b}$$ أو $x:y::a:b$ وبالتالي $bx=ay$

عموماً، يمكن تمثيل التناسب باستخدام إشارة التناسب $\propto$ مثلاً $2a \propto 4a$ حيث $\propto$ تقرأ " متناسبة مع":

نقطة مفتاحية
بالنسبة إلى كلّ تناسب صحيح : جداء الوسطين يساوي جداء الطرفين.

التناسب العكسي Inverse proportion

يعمل 30 رجلاً في خط إنتاج وينتجون 6000 عنصر في 10 أيام عمل، يمكن بشكل منطقي أن نفترض أننا إذا ضاعفنا عدد الرجال يمكن إنتاج العناصر نفسها بنصف الوقت. وبشكل مشابه، إذا استخدمنا 20 رجلاً سيأخذ إنتاج نفس كمية العناصر وقتاً أطول. هذه الحالة هي نموذج التناسب العكسي. لذا في الحالة أعلاه عدد الرجال يُخَفَّض بنسبة:

$$\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$$

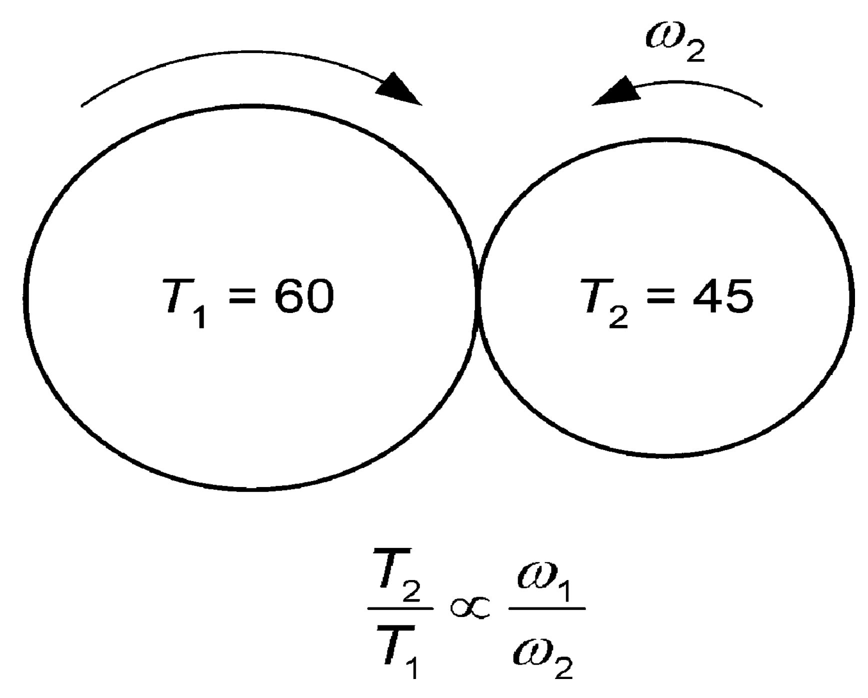
لذلك سوف يؤخذ التناسب العكسي للأيام لإنجاز نفس العدد من العناصر، أي:

$$\left(\frac{3}{2}\right)10$$ أو 15 يوماً.

مثال 2−16

دولابان مسننان متعشقان مع بعضهما البعض، كما في الشكل (2−1)، لأحدهما 60 سناً، بينما للآخر 45 سناً. إذا أدرنا المسنن الكبير بسرعة 150rpm ما هي سرعة دوران (السرعة الزاوية مقيسة بدورة بالدقيقة) المسنن الصغير؟

من الشكل (2−1) يمكننا أن نرى أن دولاب المسنن الكبير يقوم بدوران أقل من دولاب المسنن الصغير خلال الوقت المحدد. سوف نحل باستخدام التناسب العكسي.



$$\frac{T_2}{T_1} \propto \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

الشكل 2−1: دولابان مسننان معشقان.

نسبة أسنان دولاب المسنن الصغير مقارنةً بدولاب المسنن الكبير هي $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$ لذلك نسبة السرعة الزاوية يجب أن تكون بالنسبة العكسية $\frac{4}{3}$، عندئذ سرعة دولاب المسنن الصغير تساوي:

$$\left(\frac{4}{3}\right)150 = 200\text{rpm}$$

ثابت التناسب Constant of proportionality

يمكن كتابة التعبير العام عن التناسب العكسي بالشكل $y \propto \frac{1}{x}$ حيث y متعاكسة نسبياً مع x. وبشكل جبري، استخدام إشارة التناسب، التناسب الطردي،

بين أيّ كميتين يمكن تمثيله بالشكل $y \propto x$. الآن ومن أجل مساواة التعابير السابقة نحن بحاجة إلى إدخال ثابت التناسب (k).

مثلاً، إذا كان $4 \propto 2$ عندئذ $2 = 4k$ حيث $k = \frac{1}{2}$، ونقول إن k هو ثابت التناسب. إنه يسمح لنا باستبدال إشارة التناسب ($\propto$) بإشارة المساواة ($=$) في مثالنا البسيط أعلاه $k = \frac{2}{4}$ بعد المناقلة، أو $k = \frac{1}{2}$.

الآن، وفي العموم $y \propto x$ يعني $y = k\,x$ أو $k = \frac{y}{x}$ حيث k هو ثابت التناسب. وبشكل مشابه بالنسبة إلى التناسب العكسي حيث $y \propto \frac{1}{x}$ بالتالي $y = \frac{k}{x}$ أو $k = xy$

نقطة مفتاحية
عند إدخال ثابت التناسب k يصبح التناسب معادلة.

مثال 2-17

تتغير المقاومة الكهربائية لسلك عكسياً مثل مربع نصف قطرها.

1- أكتب التعبير الجبري لهذا التناسب.

2- إذا كانت المقاومة المعطاة 0.05Ω عند نصف قطر السلك 3mm. أوجد المقاومة إذا استخدم سلك بنصف قطر 4.5mm.

1- ليس الحال دائماً أن تتناسب المتغيرات بدرجتها الأولى، في هذه الحالة مقاومة السلك تتغير بشكل عكسي مع مربع نصف القطر (square of the radius) الآن إذا كانت R هي المقاومة و r نصف القطر عندئذ $R \propto \frac{1}{r^2}$

أو $R = \frac{k}{r^2}$

وهذا هو التعبير الجبري المطلوب.

2- عند $R = 0.05\Omega$ و $r = 3\ mm$ يكون $0.05 = \frac{k}{3^2}$ و $k = 0.45$

لذلك فإن المعادلة الرابطة النهائية هي $R = \frac{0.45}{r^2}$ وفي حال $r = 4.5\ mm$

يكون $R = \frac{0.45}{4.5} = 0.1\Omega$

يبين المثال أعلاه استخداماً هندسياً لنموذجياً للتناسب. في المثال التالي يمكننا كتابة بعض العلاقات العلمية المألوفة باستخدام قواعد التناسبين الطردي والعكسي.

مثال 2-18

أكتب الصيغ للتعبير عمّا يلي:

1- حجم الغاز عند درجة حرارة ثابتة يتناسب بشكل عكسي مع الضغط.

2- تتغير المقاومة الكهربائية للسلك بشكل طردي مع الطول وبشكل عكسي مع مربع نصف القطر.

3- تتناسب الطاقة الحركية لجسم ما مع كلٍّ من كتلته ومربع سرعته، حيث ثابت التناسب يساوي $\frac{1}{2}$.

1- هذا معروف بالنسبة إلينا بقانون بويل. إذا استخدمنا الرمز V للحجم و p للضغط، عندئذ $V \propto \frac{1}{P}$ وبإدخال ثابت التناسب k نحصل على العلاقة المطلوبة $V = \frac{k}{p}$ أو $PV = k$.

2- هذه نفسها العلاقة التي مرت معنا سابقاً، ما عدا ضم طول الموصل l. لذلك إذا استخدمنا R للمقاومة و r لنصف القطر، عندئذ $R \propto \frac{l}{r^2}$ وأيضاً بإدخال ثابت التناسب نحصل على $R = \frac{kl}{r^2}$.

لاحظ أن المقاومة في هذه الحالة هي تابع لمتغيرين: الطول l ونصف القطر r.

3- الطاقة الحركية (KE) تعتمد أيضاً على متغيرين: الكتلة (m) ومربع السرعة (v^2)، كلا المتغيرين في تناسب طردي. لذلك يمكن كتابة العلاقة $KE \propto m v^2$ وبإدخال ثابت التناسب والمعطى في هذه الحالة بالقيمة $\frac{1}{2}$، نحصل على العلاقة المطلوبة وهي $KE = \frac{1}{2}mv^2$. وسوف تدرس هذه العلاقة في الفيزياء.

ستستخدم أفكار التناسب في المقطع التالي من الجبر، حيث سندرس مساحة السطح والحجم للأجسام النظامية.

اختبر فهمك 2-4

1- ما هو 15% من 50؟

2- تقدر قيمة أجهزة فحص محركات الخطوط الجوية التي جرى إصلاحها بـــ $£1.5\times10^6$. وكل عام تقدر قيمة استهلاك أجهزة الفحص بـــ 10% ما هي قيمة الأجهزة بعد مرور عامين كاملين؟

3- تطير طائرة بدون توقف لمدة 2.25h وتقطع المسافة 1620km. ما هي السرعة الوسطية للطائرة؟

4- تسير سيارة 50km بسرعة 50km\h و 70km بـــ 70km\h. ما هي سرعتها الوسطية؟

5- تسير سيارة 205km بـــ 20 لتراً من البنزين. ما هي كمية البنزين الضرورية لرحلة 340km ؟

6- أربعة رجال مطلوبين لإنتاج عدد محدد من المركبات خلال 30h. ما عدد الرجال المتوقع طلبهم لإنتاج نفس العدد من المركبات خلال 6h؟

7- كلفة الطلي الكهربائي لصفيحة معدنية مربعة تتغير حسب مربع طولها. وكلفة الطلي الكهربائي لصفيحة من المعدن بعرض 12cm هي £15.00. كم سيكلف طلي قطعة مربعة من المعدن بعرض 15cm؟

8- إذا كانت y−3 تتناسب طردياً مع x^2 و $y=5$ عندما $x=2$. أوجد y عندما $x=8$.

9- اكتب الصيغة التي تعبّر عن ارتفاع المخروط عندما يتغير طرداً مع حجمه، وعكساً مع مربع نصف قطره.

قبل تركنا لدراسة الأعداد، علينا دراسة نظام أو أكثر من الأنظمة العددية غير تلك التي أساسها 10.

2-2-6 الأنظمة العددية **Number systems**

يستخدم النظام العشري (decimal system) للأعداد، الذي كنا ندرسه حتى الآن، الأعدادَ الصحيحةَ من 0 إلى 9. وهي في الحقيقة 10 أعداد، ولهذا السبب غالباً ما نعبّر عن النظام العشري بالعبارة (system denary)؛ denary تعني عشرة.

وهكذا فإن العدد العشري 245.5 يكافئ لـِ:

$$(2\times10^2)+(4\times10^1)+(5\times10^0)+(5\times10^{-1})$$

هذا الترتيب للأعداد يتألف من عدد صحيح ≤ 1 و ≥ 10 مضروب بالأساس (base) المرفوع إلى الأس (power). لقد مررت بهذه الفكرة سابقاً، عندما درست الأعداد العشرية، أُس العشرة وتقنيات التقدير.

الأساس في النظام الثنائي للأعداد هو العدد 2، وعلى سبيل المثال العدد العشري 43 ذو الأساس 10 يكتب 43_{10} وهو مكافئ للعدد:

$$2^5+2^3+2^1+2^0=32_{10}+8_{10}+2_{10}+1_{10}$$

نقطة مفتاحية
في النظام الثنائي للأعداد الأساس هو2.

وكتذكرة ومصدر مرجعي ندرج أدناه المكافئات العشرية (denary) والثنائية (binary) لبعض الأعداد الضرورية المرتبطة بالحساب:

ثنائي$_2$	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
عشري$_{10}$	128	64	32	16	8	4	2	1

يمكننا الآن التحويل من النظام العشري إلى النظام الثنائي ومن الثنائي إلى العشري.

لتحويل العدد العشري إلى ثنائي نقسم بشكل مكرر على 2، ونلاحظ الباقي في كل خطوة. مثلاً لتحويل العدد 2510 إلى ثنائي نقوم ما يلي:

رقم قليل الأهمية (*LSD*) *Least significant digit*	25/2 = 12	الباقي 1
	12/2 = 6	الباقي 0
	6/2 = 3	الباقي 0
	3/2 = 1	الباقي 1
رقم كثير الأهمية (*MSD*) *Most significant digit*	1/2 = 0	الباقي 1

المكافئ الثنائي للعدد 25_{10} هو 11001_2.

لاحظ الترتيب الذي رتبت به أرقام العدد الثنائي من MSD إلى LSD ، بمعنى ترتيب عكسي للقسمة المتعاقبة.

لتحويل **الثنائي إلى عشري** ننشر العدد بالأسس المتعاقبة، مثلاً لتحويل العدد الثنائي 1101_2 إلى عشري نقوم بمايلي:

$$1101_2 = (1\times2^3)+(1\times2^2)+(0\times2^1)+(1\times2^0)$$
$$= (1\times8)+ (1\times4)+(0\times2)+(1\times1)$$
$$= 8+4+0+1 = 13_{10}$$

عندما تتوضع الأرقام بالشكل الثنائي نستطيع أن نرى، كما مر معنا، أنها تتألف من الأرقام واحد (1) وأصفار (0). إذا سمحنا في الدارات الكهربائية بالتمثيل عن الرقم الثنائي (1) بـــ (ON) وعن الرقم الثنائي (0) بـــ (OFF) نستطيع تطبيق

الترميز الثنائي في الأنظمة الالكترونية المنطقية. وهذا هو التطبيق القوي للأعداد الثنائية، الذي يجعل من دراستها أمراً مهماً. من أجل التركيز على معلومات رقمية أخرى عن خطوط الاتصالات الحاسب نستطيع أن نستخدم نظاماً رقمياً آخر، الذي يسمح لنا بإرسال 16 جزءاً مستقلاً من المعلومات (بايت byte) من خلال خطوط متوازية في نفس الوقت. هذا النوع من الاتصال يمكن أن يرمز باستخدام التمثيل الست عشري hexadecimal. وهكذا فأساس الأعداد الست عشرية هو 16. لكن وبسبب أن نظامنا للعدد العشري يحوي فقط 10 أرقام (0−9)، نعالج هذا في نظام الست عشري بوضع أحرف كبيرة للأرقام العشرية الباقية 10−15 (تذكر أن الصفر العشري يعد جزءاً من الترقيم 16). التمثيل الست عشري بجانب مكافئاتها العشرية والثنائية موضحة بالجدول (2−1).

وهكذا بنفس الأسلوب السابق، العدد العشري 542_{10} يمكن أن يمثل كالتالي:

$$542_{10} = (5\times10^2) + (4\times10^1) + (2\times10^0)$$

والذي يكافئ:

$$21E_{16} = (2\times16^2) + (1\times16^1) + (E\times16^0)$$

الجدول 2−1: تمثيل الأنظمة العددية الثنائية والعشرية والست عشرية

ست عشري$_{16}$	ثنائي$_2$	عشري$_{10}$
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
A	1010	10
B	1011	11
C	1100	12
D	1101	13
E	1110	14
F	1111	15

لتحويل العشري إلى ست عشري نقسم بشكل متكرر على 16 بنفس الأسلوب الذي حوّلنا به من العشري إلى ثنائي، لتحويل العدد العشري 5136_{10} إلى ست عشري نقوم بما يلي:

باقي 0 $5136/16 = 321$ LSD

باقي 1 $321/16 = 20$

باقي 4 $20/16 = 1$

باقي 1 $1/16 = 0$ MSD

لذلك المكافئ الست عشري للعدد 5136_{10} هو 1410_{16}،

بشكل مشابه لتحويل العدد 94_{10} إلى ست عشري 16، نقوم بما يلي:

$94/16=5$ الباقي $14 = E_{16}$

$5/16$ الباقي 5

لذلك المكافئ الست عشري للعدد 94_{10} هو $5E_{16}$.

لتحويل **الست عشري إلى عشري** نقوم وبأسلوب مشابه للتحويل من ثنائي إلى عشري. مثلاً لتحويل $BA45_{16}$ إلى ثنائي نقوم بما يلي:

$$BA45_{16} = (B\times16^3)+(A\times16^2)+(4\times16^1)+(5\times16^0)$$
$$= (11\times4096)+(10\times256)+(4\times16)+(5\times1)$$
$$= (45056)+(2560)+(64)+(5)$$
$$=47685_{10}$$

المكافئ العشري للعدد الست عشري $BA45_{16}$ هو 47685_{10}.

لإتمام دراستنا القصيرة للأنظمة العددية، من المهم دراسة كيفية تحويل عدد عشري أحد أجزائه كسرٌ عشري. العملية منطقية تماماً وسهلة الاتباع نسبياً. عند التعامل مع جزء كسري من العدد الثنائي نطبق عملية ضرب متعاقبة حتى الوصول

إلى الواحد للجزء الكسري للعدد العشري. وبما أننا استخدمنا الضرب، العملية الحسابية العكسية للقسمة، عندئذ MSD هو الباقي الأول في عملية الضرب.

نقطة مفتاحية
عند تحويل الكسور العشرية إلى ثنائية نطبق ضرباً متعاقباً على الجزء الكسري من العدد العشري.

مثال 2−19

حوّل العدد العشري 39.625_{10} إلى ثنائي.

بإجراء الطريقة العادية للأجزاء اللاكسرية لهذا العدد نحصل على:

رقم قليل الأهمية *LSD*	39/2 = 19	الباقي 1
	19/2 = 9	الباقي 1
	9/2 = 4	الباقي 1
	4/2 = 2	الباقي 0
	2/2 = 1	الباقي 0
رقم كثير الأهمية *MSD*	1/2 = 0	الباقي 1

أي $39_{10} = 100111$.

أيضاً بالنسبة إلى الكسور العشرية، بتطبيق الضرب المتعاقب نحصل على:

$$0.625\times2 = 1.[250] \quad \text{MSD}$$
$$0.250\times2 = 0.[500]$$
$$0.500\times2 = 1.000 \quad \text{LSD}$$

أي: $0.625_{10} = 0.101_2$

وبالتالي العدد العشري $39.625_{10} = 100111.101_2$

اختبر فهمك 2-5

1- حوّل الأعداد العشرية إلى ثنائية.

(أ) 17 (ب) 23 (ج) 40

2- حوّل الأعداد الثنائية إلى عشرية.

(أ) 1011 (ب) 11111 (ج) 1010101

3- حوّل الأعداد العشرية إلى ست عشرية.

(أ) 5890 (ب) 16892

4- حوّل الأعداد الست عشرية إلى عشرية.

(أ) 6E (ب) CF18

2-3 الجبـــــــــــــر Algebra

2-3-1 العوامل والقوى والأسس Factors, powers and exponents

العوامل Factors

عندما يضرب عددان أو أكثر ببعضهما البعض، كل منها أو حاصل ضرب أي أعداد منها (ما عدا جداء جميعها) هو عامل حاصل الضرب. وهذا ينطبق على الأعداد الحسابية الواضحة والأعداد الحرفية. لذلك مثلاً إذا ضربنا العدين 2 و6، نحصل على 2×6=12، وهكذا 2 و6 هي عوامل العدد 12. لكن الرقم 12 يمتلك أكثر من مجموعة عوامل، 3×4=12، لذلك فإن 3 و4 هي أيضاً عوامل للعدد 12. أيضاً نستطيع ضرب 2×2×3 للحصول على العدد 12، لذلك فإن الأعداد 2 و2 و3 هي الآن مجموعة أخرى من عوامل العدد 12. وأخيراً تتذكر أن حاصل أي عدد nبـــ 1 هو العدد نفسه، أي$n = n\times1$. لذلك، لكلّ عدد عاملان هما نفسه والواحد. يعتبر الــ 1 و n عوامل عادية trivial factors . وعندما نُسأل عن إيجاد عوامل عدد واضح أو حرفي فإننا سنستثني العدد نفسه والواحد.

مثال 2−20

أَوْجِدْ عوامل كلٍّ من:

(أ) 8 (ب) xy (ج) 24 (د) abc (هـ) $-n$

(أ) باستثناء العاملين العاديين 1 و8، واللذين اتفقنا على تجاهلهما، العدد 8 يمتلك فقط العاملين 2 و4، حيث $8=4\times2$، وتذكّر أنه يمكن تمثيل هذه العوامل بترتيب معاكس $8=2\times4$، لكن 2 و4 يبقيان العاملين الوحيدين.

(ب) بشكل مشابه، العدد الحرفي xy يمتلك العاملين x و y فقط؛ وذلك بإهمال العوامل العادية. وعليه فإن العددين x وy المضروبين ببعضهما البعض لتشكيل الجداء xy يشكلان عوامل هذا الجداء.

(ج) للعدد 24 عدة مجموعات من العوامل، مع أعداد مختلفة لكلٍّ منها. أولاً نوجد المجموعات التي تحتوي على عاملين، وهي:

$$4\times6=24$$
$$8\times3=24$$
$$12\times2=24$$

وتلك التي تحتوي على أكثر من عاملين:

$$2\times2\times6=24$$
$$4\times3\times2=24$$
$$2\times2\times2\times3=24$$

ولكن إذا أمعنا النظر سنرى أن للعدد 24 فقط ستة عوامل مختلفة وهي: 2 و 3 و 4 و 6 و 8 و 12

(د) ماذا عن العوامل في العدد abc؟ حسناً، آمل أنه يمكنك أن ترى أن الأعداد a و b و c تشكل مجموعة عوامل أولى، و ab و c تشكل مجموعة ثانية، و bc وa تشكل مجموعة ثالثة، و ac وb تشكل مجموعة رابعة، وباستخراج العوامل المختلفة من هذه المجموعات نحصل على a و b و c و ab وbc و ac كستة عوامل للعدد abc.

(هــ) لدينا هنا مجموعتا عوامل للعدد n– : الأولى 1 و n– وعواملها عادية، والثانية 1– و n وعواملها عادية أيضاً. لاحظ الفكرة في تغيير الإشارة. عندما نتعامل مع الأعداد السالبة أي عاملين يجب أن يكونا بإشارتين متعاكستين.

القوى والأسس powers and exponents

عندما يكون العدد ناتجاً من جداء نفس العامل مضروباً بنفسه، يسمى هذا العدد قوة العدد، مثلاً نعلم أن $9=3\times3$، لذلك يمكن أن نقول إن العدد 9 هو قوة العدد 3، وبشكل أدق إنه القوة الثانية من العدد 3، لأن ناتج ضرب ثلاثتين ببعضهما البعض هو 9. وبشكل مشابه 16 هي القوة الثانية من العدد 4. يمكن استخدام علم المصطلحات الحرفي لتعميم العلاقة بين القوى والعوامل، لذلك القوة الثانية من a تعني $a\times a$ أو $(a.a)$ وتكتب a^2، حيث a معروفة بالأساس (base) (العامل) و2 هي الأس (exponent) (أو الدليل). وهكذا بكتابة العدد 9 بالشكل الأسي نحصل على $3^2=9$ حيث 9 هي القوة الثانية، و3 الأساس (عامل)، و2 الأس (الدليل).

يمكن أن تتوسع الفكرة أعلاه لكتابة الأعداد الحسابية بالشكل الأسي، مثلاً:

$5^2=25$ و $9^2=81$ و $3^3=27$. لاحظ أن القوة الثانية للعدد 5 تعطي 25 أو $5\times5=25$؛ وبالمثل 3^3 تعني القوة الثالثة من 3 وتفسيره $3\times3\times3=27$. يمكن توسيع فكرة القوى والأسس (الأدلة) لتشمل الأعداد الحرفية. مثلاً $a\times a\times a\times a\times a$ أو a^5 وبشكل عام a^m حيث a هو الأساس (العامل) وm هو الأس (أو الدليل) وهو أي عدد صحيح موجب. a^m تعني a كعامل مضروب بنفسه m مرة ويقرأ "القوة الإميِّة من a" m^th^ *power*، لاحظ أنه بما أن أي عدد مستخدم كعامل لمرة واحدة سيكون ببساطة العددَ نفسه، فإن الدليل (الأس) لا يكتب عادةً، وبتعبير آخر a تعني a^1.

الآن، ومع وجود الأساس نفسه لعددين أو أكثر، ومعبّر عنها بالشكل الأسي، يمكننا انجاز الضرب والقسمة على هذه الأعداد عن طريق جمع أو طرح الأدلة (الأسس) على الترتيب.

من الآن فصاعداً سوف نشير إلى أس العدد كأنه دليله، وذلك لتجنب التضارب مع التوابع الخاصة [Particular functions] مثل التابع الأسي الذي سندرسه لاحقاً.

عبِّر عن الأعداد الحرفية التالية بالشكل الأسي:

$$x^2 \times x^2 = (x \times x)(x \times x) = x \times x \times x \times x = x^4$$

$$x^2 \times x^4 = (x \times x)(x \times x \times x \times x)$$
$$= x \times x \times x \times x \times x \times x = x^6$$

$$\frac{x^2}{x^2} = \frac{x \times x}{x \times x} = x^0 = 1$$

$$\frac{x^2}{x^4} = \frac{x \times x}{x \times x \times x \times x} = \frac{1}{x \times x} = x^{-2}$$

إن ما تبحث عنه هو نموذج بين العددين الحرفيين الأولين، المشمولين بعملية الضرب، ومع العددين الحرفيين الثانيين المشمولين بعملية القسمة.

بالنسبة إلى ضرب الأعداد التي لها نفس الأساس نجمع الأسس، أما بالنسبة إلى قسمة الأعداد التي لها نفس الأساس فإننا نطرح الأسس في المقام (تحت الخط) من تلك التي في البسط (فوق الخط). تذكر أيضاً أن العدد الأساسي $x = x^1$.

سوف نعمم الآن ملاحظاتنا ونصيغ قوانين الأسس.

2-3-2 قوانين الأسس The Laws of indices

في القوانين التالية a هي الأساس المشترك و m و n هي الأسس. ولكل قانون مثال بجانبه يوضح كيفية استخدامه:

1− $a^m \times a^n = a^{m+n}$ $\qquad 2^2 \times 2^4 = 2^{2+4} = 2^6 = 64$

2− $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\qquad \dfrac{3^4}{3^2} = 3^{4-2} = 3^2 = 9$

3− $(a^m)^n = a^{mn}$ $\qquad (2^2)^3 = 2^{2\times3} = 2^6 = 64$

4−	$a^0 = 1$	أي عدد مرفوع للقوة 0 هو دائماً 1
5−	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	$27^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{27^4} = 3^4 = 81$
6−	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$6^{-2} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36}$

نحن بحاجة إلى دراسة هذه القوانين جيداً من أجل فهم معنى كلٍّ منها.

القانون 1: وكما رأينا، يمكّننا من ضرب الأعداد المعطاة بالشكل الأسي التي لها أساس مشترك. في المثال الأساس المشترك هو 2. في العدد الأول الأساس للقوة 2، وفي العدد الثاني نفس الأساس مرفوع للقوة 4. ومن أجل إيجاد النتيجة نجمع الأسس.

القانون 2: استخدمنا أيضاً تقسيم الأعداد مع أساس مشترك (في هذه الحالة الأساس هو 3). لاحظ أنه طالما القسمة هي العملية الحسابية المعاكسة للضرب، فإن هذا يؤدي إلى أن علينا إنجاز العملية الحسابية المعاكسة على الأسس، وهي طرح الأسس. تذكر أننا دائماً نطرح أس المقام من أس البسط.

القانون 3: الذي يركز على رفع الأعداد الى قوى. لا تخلط هذا القانون بالقانون 1. عند رفع الأعداد بشكلها الأسي إلى قوى، نضرب الأسس.

القانون 4: كما عرفت سابقاً، ينص هذا القانون ببساطة على أن أي عدد مرفوع إلى القوة (0) يساوي (1) دائماً. نعلم أن أي عدد يقسم على نفسه يساوي الواحد أيضاً، يمكن أن نستخدم هذه الحقيقة لنبرهن أن أي عدد مرفوع إلى القوة (0) هو أيضاً (1). ما علينا فعله هو استخدام القانون الثاني المتعلق بقسمة الأعداد بالشكل الأسي. نعلم أنه:

$$\frac{3^2}{3^2} = 3^{2-2} = 3^0 = 1 \quad \text{أو} \quad \frac{9}{9} = 1$$

الذي يظهر أن $3^0 = 1$. وفي الحقيقة إننا استخدمنا القانون الثاني للأسس، وهذا يجب أن يكون صحيحاً في كل الحالات.

القانون 5: بالإضافة إلى مظهره المعقد، يمكّننا هذا القانون بسهولة من إيجاد السهل المكافئ العشري لعدد ما بشكله الأسي، عندما يكون الأس كسراً. كل ما تحتاج تذكره هو أن عملية رفع العدد الأساس إلى أس كسري تتم على مرحلتين: في المرحلة الأولى نرفع العدد الأساس إلى بسط الأس الكسري وفي المرحلة الثانية نجذر الناتج بدرجة مقام الأس الكسري. لذلك بالنسبة إلى العدد $8^{\frac{2}{3}}$ رفعنا 8 إلى القوة 2 وأخذنا الجذر التكعيبي للنتيجة. ليست مشكلة بأي ترتيب قمنا بإنجاز هذه العملية. لذلك يمكننا بداية أخذ الجذر التكعيبي للـــ 8، ومن ثم نرفعه إلى القوة 2.

القانون 6: وهذا قانون مفيد جداً عندما نرغب بتحويل قسمة عدد ما إلى ضرب. بمعنى آخر، حمل العدد من أسفل خط القسمة إلى أعلى خط القسمة. عندما يعبّر العدد الخط نغيّر إشارة أسه، وهذا يوضح بالمثال المرافق لهذا القانون. توضح الأمثلة التالية إلى حد بعيد استخدام القوانين أعلاه، عند تقييم أو تبسيط التعابير المتعلقة بالأعداد والرموز.

مثال 2−21

قيم التعابير التالية:

(أ) $\dfrac{3^2 \times 3^3 \times 3}{3^4}$ (ب) $6(2x^0)$ (ج) $36^{\frac{-1}{2}}$

(د) $16^{\frac{-3}{4}}$ (هـ) $\dfrac{(2^3)^2(3^2)^3}{(3^4)}$

(أ) $\dfrac{3^2 \times 3^3 \times 3}{3^4} = \dfrac{3^{2+3+1}}{3^4}$ (القانون 1)

$= \dfrac{3^6}{3^4} = 3^{6-4} = 3^2 = 9$ (القانون 2)

(ب) حسب القانون (4) $x^0 = 1$، وبالتالي $(6)(2x^0) = (6)(2) = 12$

(ج) $36^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{36^{\frac{1}{2}}}$ (القانون 6)

$= \frac{1}{\sqrt{36}}$ (القانون 5)

$= \pm\frac{1}{6}$ (لاحظ ± الجذر التربيعي)

(د) $16^{\frac{-3}{4}} = \frac{1}{16^{\frac{3}{4}}}$ (القانون 6)

$= \frac{1}{\sqrt[4]{16^3}}$ (القانون 5)

$= \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

(هــ) $\frac{(2^3)^2(3^2)3}{(3^4)} = \frac{(2^{3\times2})(3^{2\times1})}{3^4}$ (القانون 3)

$= \frac{2^6 \times 3^3}{3^4} = 2^6 \times 3^{3-4}$ (القانون 2)

$= 2^6 \times 3^{-1} = 64\times\frac{1}{3} = \frac{64}{3}$ (القانون 6)

مثال 2−22

بسّط التعابير التالية:

(أ) $\frac{12x^3y^2}{4x^2y}$

(ب) $\left(\frac{a^3b^2c^4}{a^4bc}\right)\left(\frac{a^2}{c^2}\right)$

(ج) $\left[(b^3c^2)(ab^3c^2)(a^0)\right]^2$

(أ) $\frac{12x^3y^2}{4x^2y} = 3x^{3-2}y^{2-1} = 3xy$ (القاعدة 2 والتقسيم البسيط للأعداد)

(ب) $\left(\frac{a^3b^2c^4}{a^4bc}\right)\left(\frac{a^2}{c^2}\right) = a^{3+2-4}b^{2-1}c^{4-1-2} = abc$ (القاعدة 2 والعملية على الأساسات المتشابهة).

لاحظ أيضاً أنه في المسألة أعلاه لا توجد هناك حاجة حقيقية لمجموعة الأقواس الثانية، طالما أن كلّ الأعداد مضروبة ببعضها البعض.

(ج) $\left[(b^3c^2)(ab^3c^2)(a^0)\right]^2 =$

$= \left[(b^3c^2)(ab^3c^2)(1)\right]^2$ (القاعدة 4)

$= \left[ab^{3+3}c^{2+2}\right]^2$ (القاعدة 1)

$= \left[ab^6c^4\right]^2 = a^2b^{12}c^8$ (القاعدة 3)

اختبر فهمك 2–6

1– أوجد العوامل (عدا العوامل العادية) لكلٍّ من:

(أ) 16 (ب) n^2 (ج) $wxyz$

2– أوجد العوامل المشتركة في التعبير $ab^2c^2 + a^3b^2c^2 + ab^2c$

3– بسّط: (أ) $\frac{1}{2^3} \times 2^7 \times \frac{1}{2^{-5}} \times 2^{-4}$ (ب) $\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{3}{4}}$ (ج) $\frac{b^3b^{-8}b^2}{b^0b^{-5}}$

4– بسّط

(أ) $(2^2)^3 - 6\times3 + 24$ (ب) $\frac{1}{2^{-2}} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^{-1}}$

2-3-3 التحليل إلى عوامل وإيجاد نواتج الضرب

Factorization and products

في العديد من الحالات، يطلب منا تحديد العوامل ونواتج الضرب لتعابير جبرية. تستخدم الأعداد الحرفية في التعابير والصيغ لتقديم طريقة فنية ودقيقة لإحداث القوانين والعبارات المتعلقة بالرياضيات والعلوم والهندسة، كما هو ملاحظ سابقاً. عند معالجة مثل هذه التعابير، غالباً ما نحتاج إلى ضربها ببعضها البعض (إيجاد حاصل ضربها) أو القيام بالعملية العكسية (التحليل إلى عوامل). سترى في دراستك اللاحقة أهمية هذه التقنيات عندما تريد تغيير موضوع صيغة جبرية معينة. أو بكلمات أخرى، عندما يتطلب منك مناقلة صيغة (transpose aformula) ما من أجل متغير معين.

نبدأ بدراسة نواتج الضرب لبعض التعابير الجبرية. وبما أننا على علم بالطريقة التي بنيت بها هذه التعابير، فإننا نستطيع النظر إلى بعض العمليات المعاكسة الأكثر تعقيداً (التحليل إلى عوامل).

نواتج الضرب Products

افترض أن هناك عاملين (1+a) و(1+b)، لاحظ أن كلاً من هذين العاملين يتألف من عدد طبيعي (natural) وعدد حرفي (literal). افترض أن المطلوب هو إيجاد (1+a)(1+b)؛ بتعبير آخر إيجاد حاصل ضربهما. عند القيام بسلسلة من الإجراءات الخاضعة لقوانين الضرب الحسابي، تكون العملية بسيطة بالفعل!

لوصف العملية بدقة، نحتاج إلى تذكر بعض أساسيات علم المصطلحات. يعتبر العدد الطبيعي 1، الموجود ضمن العامل (1+a)، ثابتاً لأنه لا يملك قيمة أخرى؛ من ناحية ثانية يمكن للعدد الحرفي a أن يأخذ قيمة أي عدد، لذلك يشار له كمتغير. يشار إلى أي عدد أو مجموعة أعداد، طبيعية كانت أم حرفية، مفصولة بإشارة + أو – أو =، كَحَد، مثلاً للتعبير (1+a) حدان (twoterms).

للقيام بعملية الضرب (1+a)×(1+b) نبدأ العملية من اليسار ونعمل باتجاه اليمين، بنفس أسلوب قراءة كتاب باللغة الإنكليزية. نضرب كلَّ حدٍّ من القوس اليساري بكلّ حدٍّ من القوس اليميني كالتالي:

$$(1+a)(1+b)=(1\times 1)+(1\times b)+(a\times 1)+(a\times b)=1+a+b+ab=1+b+a+ab$$

ملاحظة:

1- يمكننا استخدام الإشارة "نقطة" $(1.b)$ $(1.a)$ للضرب كي نتجنب الالتباس مع المتغير x.

2- ليس مهماً بأي ترتيب تضرب العوامل. عد إلى قانون التبادل في الحساب إذا لم تدرك هذه الحقيقة.

مثال 2-23

حدِّد ناتج جداء العوامل الجبرية التالية:

(أ) $(a+b)(a-b)$ (ب) $(2a-3)(a-1)$ (ج) $(abc^3d)(a^2bc^{-1})$

(أ) في هذا المثال سنواصل بنفس الأسلوب الذي عملنا به سابقاً:

$$(a+b)(a-b)=(a\times a)+(a)(-b)+(b\times a)+(b)(-b)=a^2+(-ab)+(ba)+(-b^2)$$

باستخدام قوانين الإشارات: $=a^2-ab+ba-b^2$، وحسب قانون التبادل يمكن كتابة هذا بالشكل: $a^2-ab+ab-b^2$ أو $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$. بمتابعة هذه العملية، يجب فهم عملية الضرب لحدين محصورين بقوسين.

الناتج a^2-b^2 هو حالة خاصة معروفة باسم فرق مربعين. وهذا يمكّنك من إيجاد حاصل ضرب، أي عاملين لهما الشكل $(x+y)(x-y)$ وهو يساوي x^2-y^2، حيث x و y يمثلان أي متغيرين.

(ب) من أجل هذه العوامل أيضاً، نتبع العملية ونحصل على:

$$(2a-3)(a-1)=2a\times a+(2a)(-1)+(-3)(a)+(-3)(-1)=2a^2-2a-3a+3$$

وهكذا:
$$(2a-3)(a-1)=2a^2-5a+3$$

(ج) في هذه الحالة نضرب ببساطة المتغيرات المتشابهة مع بعضها البعض باستخدام قوانين الأسس. لذلك نحصل على:

$$\begin{aligned}(abc^3d)(a^2bc^{-1})&=(a^1\times a^2)(b^1\times b^1)\times(c^3\times c^{-1})(d^1)\\&=(a^{1+2})(b^{1+1})(c^{3-1})(d^1)\\&=a^3b^2c^2d\end{aligned}$$

لاحظ أنه تم وضع الأقواس في المثال أثناء الحل للوضوح فقط، وهي غير مطلوبة لأي أغراض أخرى.

وهكذا نكون قد كوّنا فكرة حول ضرب العوامل للحصول على نواتج الضرب. حتى الآن قيدنا أنفسنا بعاملين اثنين فقط. لكن هل نستطيع أن نقوم بالعملية لثلاثة عوامل أو أكثر؟ بالطبع نستطيع، إذا كنت لا تعرف هذا حتى الآن فسيسرك أن تعرف أننا نستطيع!

مثال 2-24

بسّط ما يلي:

(أ) $(x+y)(x+y)(x-y)$

(ب) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$

(أ) يمكن تبسيط هذا التعبير بضرب الأقواس وجمع الحدود المتشابهة.

آمل أنك تميز حقيقة أن $(x+y)(x-y)$ هي (x^2-y^2). عندئذ كل ما نحن بحاجة إليه هو ضرب هذا الناتج بالعامل الباقي لنحصل على:

$$(x+y)(x^2-y^2)=x^3-xy^2+x^2y-y^3$$

لاحظ أننا رتّبنا وضع المتغيرات بالترتيب الهجائي، والحقيقة ليست هناك أهمية بأي ترتيب تم ضرب العوامل، فالنتيجة ستكون نفسها.

(ب) هذا ناتج صريح حيث:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3$$

$$=a^3+b^3$$

لاحظ أن هناك ستة حدود ناتجة من ست عمليات ضرب لازمة. وعندما جمّعنا الحدود المتشابهة وجمعناها حصلنا على ناتج يعرف بجمع المكعبات (addition of cubes).

التحليل إلى عوامل Factorization

التحليل إلى عوامل هو عملية إيجاد عاملين أو أكثر ينتج من ضربها ببعضها البعض التعبير المعطى نفسه، لذلك التحليل إلى عوامل هو عملياً عكس الضرب أو إيجاد الجداء.

وهكذا، مثلاً، $x(y+z)=xy+xz$. ينتج حاصل الضرب هذا عن ضرب عاملين x و $(y+z)$. إذا أعدنا النظر بالناتج، علينا أن نعرف أن x هو عامل مشترك يظهر في كلا حدي حاصل الضرب.

ماذا بالنسبة إلى التعبير x^2-16؟ نستطيع أن نميز هنا حقيقة هذا التعبير كنموذج عن فرق مربعين (differences between two squares). لذلك يمكننا كتابة العوامل فوراً $(x+4)$و $(x-4)$. (عد إلى المثال 2−11 السابق إذا كنت غير متأكد). يمكن فحص مصداقية عواملنا بالضرب وفحص الناتج الذي نحصل عليه فيما إذا كان يماثل التعبير الأصلي المطلوب أن نحلله بمعنى:

$$(x+4)(x-4)=x^2-4x+4x-16$$

$$=x^2-16 \quad \text{وهو المطلوب}$$

افترض أننا سئلنا عن تحليل التعبير a^2-6a+9 إلى عوامل، كيف سنتابع؟ من الجيد البدء من الحد الذي يحوي القوة الأكبر للمتغير، أي a^2. تذكر أن التعابير تتم كتابتها اصطلاحاً حسب القوة التنازلية للمجاهيل بدءاً من القوة الأعلى المتوضعة عند الطرف الأيسر للتعبير. للمتغير a^2 عدة عوامل، هي نفسه و1 أو a وa. لذلك وبتجاهل العوامل العادية (وهي هنا 1 وa^2)، يكون $a^2=a\times a$. عند النهاية الأخرى للتعبير لدينا العدد الطبيعي 9، وله العاملان العاديان (9 و1) أو العوامل (3 و3) أو (3− و 3−). لاحظ أهمية اعتبار الحالة السالبة حيث من قوانين الإشارة $9=(-3)(-3)$. وهكذا لدينا عدة مجموعات من العوامل يمكن تجربتها وهي:

1. $(a+3)(a+3)$
2. $(a-3)(a-3)$
3. $(a+3)(a-3)$

نستطيع الآن محاولة ضرب كل مجموعة من العوامل حتى نحصل على النتيجة المطلوبة، بمعنى تحديد العوامل بالتجربة والخطأ. يمكن أن يكون هذا مملاً بوجود عدد كبير من الاحتمالات. لذلك وقبل اللجوء إلى هذه الطريقة، علينا أن نعرف إن كنا نستطيع اختصار بعض تراكيب العوامل بتطبيق قاعدة أو أكثر من القواعد البسيطة.

آمل أن تعرف أنه بإمكاننا اختصار العاملين $(a+3)(a-3)$ مباشرة، لأنها عوامل فرق مربعين، وهي ليست التعبير الأصلي الذي نحتاج إلى تحليله إلى عوامل.

أما بالنسبة إلى العاملين $(a+3)(a+3)$، فكلا العاملين يحوي حدوداً موجبة فقط، لذلك، وحسب قانون الإشارات، يجب أن يكون حاصل ضرب أي حدين منهما حَدّاً موجباً أيضاً. أما في تعبيرنا a^2-6a+9 فهناك إشارة ناقص، لذلك يمكن أيضاً استبعاد هذه المجموعة من العوامل. هذا يترك لنا العاملين $(a+3)(a-3)$ وبضربهما نجد:

$$(a-3)(a-3)=a^2-3a-3a+9=a^2-6a+9$$

وهي النتيجة الصحيحة.

من الملاحظ أننا تجاهلنا مجموعات من العوامل $(a-1)(a-9)$ و $(a-1)(a+9)$ و $(a+1)(a+9)$ من مجموعتنا الاحتمالية الأصلية، بالطبع يمكن استبعاد $(a+1)(a+9)$ بالاستناد إلى قوانين الإشارة، لكن ماذا بشأن الباقي؟

هناك تقنية أخرى مفيدة جداً يمكن استخدامها عند دراسة عاملين فقط. تمكننا هذه التقنية من فحص دقة العوامل، وذلك بتحديد الحد الأوسط للتعبير المراد تحليله إلى عوامل. ففي حالتنا هذه بالنسبة إلى التعبير a^2-6a+9 الحد $-6a$ هو الحد الأوسط.

يشتق الحد الأوسط من عواملنا المختارة بضرب الحدود الخارجية وضرب الحدود الداخلية والجمع. لذلك في حالة العوامل الصحيحة $(a-3)(a-3)$ الحدود الخارجية هي a و -3 والتي بضربهما $(a)(-3)=-3a$ وبشكل مشابه الحدود الداخلية $(-3)(a)=-3a$ وبالتالي مجموعهما $-3a+(-3a)=-6a$ وهو المطلوب.

إذا جرّبنا هذه التقنية على أيٍّ من العوامل السابقة التي تضم 1 و9، نستطيع أن نرى أنه يمكننا استبعادها بسرعة. مثلاً $(a-1)(a-9)$ له الجداء الخارجي $(a)(-9)=-9a$ والجداء الداخلي $(-1)(a)=-a$ واللذان بجمعهما $-9a-a=-10a$ وهو طبعاً غير صحيح.

مثال 2-25

حلّل التعابير التالية إلى عوامل:

(أ) x^2+2x-8

(ب) $12x^2-10x-12$

(أ) لتحديد العوامل لهذا التعبير نتبع نفس الإجراء المفصل سابقاً.

بدايةً ندرس عوامل الحد الخارجي x^2 (باستثناء العوامل العادية)، لدينا $x^2=x\times x$ وعوامل العدد 8- هي (2) و(4) أو $(-2)(4)$ أو $(2)(-4)$ أو $(1)(8)$

أو $(8)(-1)$ أو $(1)(-8)$. لذلك عند دراسة كلٍّ من الحدين الخارجي والداخلي لدينا فقط مجموعات العوامل المحتملة التالية :

$$(x+2)(x+4) \quad \text{و} \quad (x+2)(x-4) \quad \text{و} \quad (x-2)(x+4)$$

$$(x+1)(x+8) \quad \text{و} \quad (x+1)(x-8) \quad \text{و} \quad (x-1)(x+8)$$

الآن نستبعد مجموعات العوامل التي لها حدود موجبة فقط (بواسطة قانون الإشارات)، وهذا يبقي: $(x-2)(x+4)$ و $(x+2)(x-4)$ و $(x-1)(x+8)$ و $(x+1)(x-8)$. يمكن استبعاد آخر مجموعتين من العوامل بتطبيق قاعدة الحدين الخارجي والداخلي. فإذا طبقت هذه القاعدة، فإن كلاً من هاتين المجموعتين الأخيرتين لا تعطي الحد الأوسط الصحيح، لذلك نبقي على مجموعتين من العوامل: $(x-2)(x+4)$ و $(x+2)(x-4)$.

لنجرب الآن $(x+2)(x-4)$، مطبقين قاعدة الحدين الخارجي والداخلي. عندها نحصل على: $(x)(-4)=-4x$ و $(2)(x)=2x$ وبالجمع نحصل على $-2x$، ولكن المطلوب $+2x$، لذلك فإن مجموعة العوامل هذه ليست المطلوبة. أخيراً نحاول مع العوامل $(x-2)(x+4)$، حيث بتطبيق القاعدة نجد: $(x)(4)=4x$ و $(-2)(x)=-2x$ التي بالجمع تعطي: $4x-2x=2x$ كما هو مطلوب. لذلك فإن عوامل التعبير x^2+2x-8 هي $(x-2)(x+4)$.

(ب) بالنسبة إلى التعبير $12x^2-10x-12$ لدينا التعقيد الإضافي المتمثل بوجود أمثال لمربع القيمة x. الحد الأول من التعبير، أي $12x^2$، يمكن أن يكون حاصل ضرب إحدى مجموعات العوامل $(x)(12x)$ أو $(2x)(6x)$ أو $(3x)(4x)$. كذلك فإن الحد من الجهة اليمينية يمكن أن يكون حاصل ضرب (12)(-1) أو (-12)(1) أو (6)(-2) أو (-6)(2) أو (4)(-3) أو (-4)(3). حسب قانون الإشارة، وبسبب تباين إشارات حدود التعبير $12x^2-10x-12$، لن تكون هناك مجموعة عوامل كل حدودها موجبة، لذلك يمكن استبعاد هذه المجموعات من الحلول الممكنة وهذا يبقينا مع:

المجموعة 1 $(x-1)(12x+12)$ أو $(x+1)(12x-12)$ أو $(x-2)(12x+6)$

أو $(x+2)(12x-6)$ أو $(x-3)(12x+4)$ أو $(x+3)(12x-4)$

المجموعة 2 $(2x-1)(6x+12)$ أو $(2x+1)(6x-12)$ أو $(2x-2)(6x+6)$

أو $(2x+2)(6x-6)$ أو $(2x-3)(6x+4)$ أو $(2x+3)(6x-4)$

المجموعة 3 $(3x-1)(4x+12)$ أو $(3x+1)(4x-12)$

أو $(3x-2)(4x+6)$ أو $(3x+2)(4x-6)$

أو $(3x-3)(4x+4)$ أو $(3x+3)(4x-4)$

يبدو أن اختيار الحل الممكن معقد. لكن إذا طبقنا قاعدة ضرب الحدود الخارجية، وضرب الحدود الداخلية على المجموعات الثلاث، يمكننا الاستبعاد السريع للمجموعة 1 والعوامل الأربعة الأولى من المجموعة 2، والعوامل 1 و2 و 5 و6 من المجموعة 3 لتبقى معنا العوامل:

$(2x-3)(6x+4)$ و $(2x+3)(6x-4)$

و $(3x-2)(4x+6)$ و $(3x+2)(4x-6)$

تطبيق القاعدة مرة أخرى على العوامل الأربعة المتبقية يعطينا الحل المطلوب، حيث عوامل التعبير $12x^2-10x-12$ هي: $(2x-3)(6x+4)$ أو $(3x+2)(4x-6)$ وكلا العاملين يختصر إلى الصيغة:

$$2(2x-3)(3x+2)$$

مثال 2-26

حلّل التعبير التالي إلى عوامل.

$$3x^3-18x^2+27x$$

نتعامل الآن مع متغير غير معروف x مرفوع للقوة الثالثة. في هذه الحالة الخاصة تنحصر الفكرة في إيجاد العامل المشترك. إذا درسنا أولاً الأعداد الصحيحة

المضروبة بالمتغير في التعبير $3x^3 - 18x^2 + 27x$، نجد أن جميع هذه الأعداد تقبل القسمة على 3، لذلك 3 هو عامل مشترك. وبأسلوب مشابه، المتغير نفسه هو عامل مشترك طالما أن جميع الحدود تقبل القسمة على x.

بالتالي، فإن ما نحتاجه هو فصل العوامل المشتركة للحصول على التعبير $3x(x^2 - 6x + 9)$، لاحظ أنه بالضرب سوف نحصل على التعبير الأصلي، لذلك يجب أن تكون $3x$ و $x^2 - 6x + 9$ عوامل.

للتعبير الآن عامل واحد فيه القوة الأكبر للمجهول هي 2. يمكن تقسيم هذا العامل إلى عاملين خطيين (بمعنى أن يكون المجهول مرفوعاً إلى القوة 1) باستخدام التقنية المبينة سابقاً، نجد أن عوامل التعبير $3x^3 - 18x^2 + 27x$ هي $(3x)(x-3)(x-3)$. أخيراً وقبل الانتهاء من تحليل العوامل، تمّت جدولة بعض التعابير الجبرية الشائعة في الجدول (2−2) بالشكل العام مع عواملها. مثلاً بالنظر إلى $z^3 + 8 = z^3 + 2^3$ نجد أن عوامل التعبير $z^3 + 8$ من البند 5 هي $(z+2)(z^2 - 2z + 4)$ حيث في هذه الحالة $z=x$ و $y=2$.

الجدول 2−2

	التعبير	العوامل
1−	$xy + xz$	$x(y+z)$
2−	$x^2 - y^2$	$(x+y)(x-y)$
3−	$x^2 + 2xy + y^2$	$(x+y)^2$
4−	$x^2 - 2xy + y^2$	$(x-y)^2$
5−	$x^3 + y^3$	$(x+y)(x^2 - xy + y^2)$
6−	$x^3 - y^3$	$(x-y)(x^2 + xy + y^2)$

اختبر فهمك 2-7

1- بسّط:

(أ) $(a^2b^3c)(a^3b^{-4}c^2d)$

(ب) $(12x^2-2)(2xy^2)$

2- خفّض الكسور التالية للحدود الدنيا:

(أ) $\dfrac{21a^3b^4}{28a^9b^2}$

(ب) $\dfrac{abc}{d} \div \dfrac{abc}{d^2}$

3- حدّد ناتج مايلي:

(أ) $(3a-1)(2a+2)$

(ب) $(2-x^2)(2+x^2)$

(ج) $ab(3a-2b)(a+b)$

(د) $(s-t)(s^2+st+t^2)$

4- حلّل التعابير التالية إلى عوامل:

(أ) x^2+2x-3

(ب) $a^2-3a-18$

(ج) $4p^2+14p+12$

(د) $9z^2-6z-24$

5- أوجد جميع عوامل التعابير:

(أ) $3x^3+27x^2+42x$

(ب) $27x^3y^3+9x^2y^2-6xy$

6- أوجد قيمة:

(أ) $a^2+0.5a+0.06$ عندما $a=-3$

(ب) $(x-y)(x^2+xy+y^2)$ عندما $y=0.4$ و $x=0.7$

2-3-4 العمليات الجبرية Algebraic operation

لقد مر معنا سابقاً كل من الجمع والطرح للأعداد الحرفية، بالإضافة إلى العوامل الجبرية والجداء والأسس، ويمكنك الآن أن تبسط وتنقل وتوجد قيم التعابير الجبرية والصيغ. بعد ذلك سوف تمتلك جميع الأدوات الضرورية لحل المعادلات الجبرية البسيطة.

تبسيط المعادلات الجبرية Simplifying algebraic experssion

تم إعطاء بعض الأمثلة كتذكير لبعض التقنيات والقوانين التي قمت بدراستها (مع ما يتعلق بها من معالجة التعابير ذات الأقواس). بإمكانك التعامل مع هذه التعابير، أو العودة إلى الأعمال السابقة لمراجعة الأعداد الحرفية والكسور والعوامل والقوى والأسس.

مثال 2-27

بسّط التعابير الجبرية التالية:

(أ) $3ab+2ac-3c+5ab-2ac-4ab+2c-b$

(ب) $3x-2y\times 4z-2x$

(ج) $(3a^2b^2c^2+2abc)(2a^{-1}b^{-1}c^{-1})$

(د) $(3x+2y)(2x-3y+6z)$

(أ) كل ما هو مطلوب الآن هو جمع أو طرح الحدود المتشابهة، لذلك نحصل على:

$$3ab+2ac-3c+5ab-2ac-4ab+2c-b=4ab-b-c$$

(ب) علينا أن نكون واعين لقانون الأسبقية، وهو مشتق من قوانين الحساب التي تعلمناها سابقاً. وكتذكير مساعد نستخدم الاختصار BODMAS المتشكل من الأحرف الأولى للكلمات: أقواس (B) من (O)، قسمة (D)، ضرب (M)، جمع (A) وأخيراً طرح (S). تنجز هذه العمليات بهذا الترتيب. من هذا القانون نقوم بانجاز الضرب قبل الجمع أو الطرح، لذلك نحصل على:

$$3x - 8yz - 2x = x - 8yz$$

(ج) مع ضرب الأقواس في هذا التعبير علينا أن نتذكر قانون الأسس في الضرب. باستخدام هذا القانون نحصل على:

$$6a^{2-1}b^{2-1}c^{2-1} + 4a^{1-1}b^{1-1}c^{1-1} = 6a^1b^1c^1 + 4a^0b^0c^0 = 6abc + 4$$

(لا تنس العدد 4. تذكّر أن أيَّ عدد مرفوع للقوة صفر هو 1 و 4 =1×1×1×4).

(د) هذا يقتصر على ضرب زوجي الأقواس، حيث نضرب كلاً من الحدين داخل القوسين اليساريين بكل الحدود داخل القوسين اليمينيين (وعددها في هذا المثال ثلاثة). ننجز عمليات الضرب هذه، كما عند قراءة كتاب إنكليزي، من اليسار إلى اليمين. بدءاً من $(3x)\times(2x) = 6x^2$، ومن ثم $(3x)\times(-3y) = -9xy$ ... فنحصل على الحدود الثلاثة الأولى من حاصل ضرب زوجي الأقواس. بعد ذلك نكمل عمليات الضرب مستخدمين الحد الأيمن داخل القوسين الأولين بمعنى .i.e $(2y)\times(2x) = 4xy$ ... فنحصل على الحدود الثلاثة الأخيرة من حاصل ضرب زوجي الأقواس. وهكذا وقبل أي تبسيط علينا أن ننتهي من الحصول على الحدود الستة (6=3+3):

$$(3x + 2y)(2x - 3y + 6z) = 6x^2 - 9xy + 18xz + 4xy - 6y^2 + 12yz$$

وهكذا بعد التبسيط الذي ينجز على الحدين المتشابهين في هذه الحالة نجد:

$$6x^2 - 5xy + 18xz - 6y^2 - 12yz$$

نقطة مفتاحية

تذكَّر قانون الأسبقية بواسطة الاختصار BODMAS :أقواس brackets، من of، قسمة division، ضرب multiplication ، جمع addition، طرح subtraction.

مثال 2−28

حلل التعابير التالية إلى عوامل:

(أ) $-x^2+x+6$

(ب) $5x^2y^3-40z^3x^2$

(ج) $x^2-4x-165$

(د) $8x^6+27y^3$

(أ) هذا مثال مباشر على تحليل ثلاثي الحدود إلى عوامل (وهو تعبير جبري ذو ثلاثة حدود مع قوى متصاعدة للمجهول).

ببساطة سوف نتبع القواعد التي درسناها سابقاً، لتذكيرك سوف نسير مع الإجراء مرة أخرى.

بداية ندرس الحد اليساري $-x^2$ ، الذي له عاملان $-x$ و x طبقاً لقواعد الضرب (متجاهلين العوامل العادية). أيضاً بالنسبة إلى الحد اليميني لدينا 2 و 3 أو العوامل العادية 1 و6. أيضاً بتجاهل العوامل العادية نحاول أولاً بالعدد 2 و3 . وبالتالي لدينا مجموعات العوامل التالية:

$$(-x+2)(x+3) \text{ و } (x+2)(-x+3) \text{ و } (-x-2)(x-3) \text{ و } (x-2)(-x-3).$$

الآن، بتذكر قاعدة تحديد الحد الأوسط، أي جمع حاصلي ضرب الحدين الخارجيين والداخليين، وبالتجربة والخطأ، نستبعد مجموعتي العوامل الأولى والرابعة، ويبقى لدينا حلان صحيحان هما $(x+2)(-x+3)$ و $(-x-2)(x-3)$.

(ب) الفكرة هنا بمعرفة العامل أوالعوامل المشتركة وإخراجه (أو إخراجها) خارج الأقواس. في هذه الحالة نجد أن x^2 هو مشترك لكلا الحدين ومثله العدد 5.

عندها نستطيع كتابة العوامل بالشكل $5x^2(y^3-82^3)$

يمكن أن تتحقق من إجابتك دائماً بضرب العوامل. لتحصل في النهاية على التعبير الأصلي من خلال تسلسل عمليات ضرب صحيحة.

(ج) تكمن الصعوبة الوحيدة في هذا المثال في تمييز العوامل الممكنة من أجل العدد الكبير نوعاً ما 165. حسناً، من المفيد هنا أن نعرف جدول ضرب 15 15) (times table ومع التجربة والخطأ عليك بالنهاية إيجاد العوامل باستثناء العوامل العادية. الأعداد 15 و11 هي عوامل 165. ولاحظ أن 4=11-15، نعلم أن هناك بعض التركيبات من هذه الأعداد تعطي النتيجة المطلوبة. يمكن بالنهاية، عند تطبيق قواعد الإشارات، إيجاد العوامل الصحيحة وهي $(x-15)(x+11)$.

(د) إذا كنت قد أتممت كل التمارين في اختبر فهمك 2−6، فإنك قد واجهت هذا المثال سابقاً، الفكرة هي في تمييز أنه يمكن كتابة التعبير $8x^6+27y^3$بالشكل $(2x^2)^3+(3y)^3$ وذلك عن طريق تطبيق قوانين الأسس. عندئذ كل ما نحتاجه هو تطبيق القاعدة 5 لجمع مكعبين (وهي موجودة في الجدول (2−2) في نهاية فقرة التحليل إلى عوامل) للحصول على الحل المطلوب:

$$8x^6+27y^3=(2x^2)^3+(3y)^3=(2x^2+3y)(4x^4-6x^2y+9y^2)$$

حيث باستخدام القاعدة 5، $2x^2$ مكافئة لــ x و $3y$ مكافئة لــ y . تأكد من قدرتك على ضرب العوامل للحصول على التعبير الأصلي.

في دراستنا للعمليات الجبرية لم نتطرق، حتى الآن إلى قسمة التعابير الجبرية. ويعود هذا جزئياً إلى حقيقة أن القسمة هي العملية الحسابية المعاكسة للضرب، لذلك هناك طرق يمكن بواسطتها تجنب القسمة عن طريق تحويلها إلى ضرب باستخدام قوانين الأسس. لكن هناك حالات لا يمكن بها تجنب عملية القسمة، وهي لذلك مفيدة

للسيطرة على فن القسمة لكل من الأعداد الطبيعية والأعداد الحرفية. للمساعدة في فهمٍ أفضل لقسمة التعابير الجبرية، نتعرف بداية على القسمة الطويلة للأعداد الطبيعية.

القسمة الجبرية Algebraic division

عند تقسيم العدد 5184 على 12 سوف تستخدم حاسبتك لإيجاد النتيجة، التي هي بالطبع 432. أريد أن أطلب منك العودة إلى ذلك الوقت عندما كُنتَ تُطالَب باستخدام القسمة الطويلة لإيجاد هذا الجواب! سببان للقيام بهذا العمل منطقي تماماً: فإذا كنت تذكر استخدام هذه التقنية مع الأعداد الطبيعية، فسيسهل عليك تطبيق هذه التقنية نفسها على قسمة الأعداد الحرفية أو التعابير الجبرية. تذكَّر أيضاً أنه في امتحانات CAA، لا يسمح باستخدام الحاسبات، وبذا تصبح القسمة الطويلة للأعداد الطبيعية مهارة أساسية.

لذلك يمكننا أن نطلق القسمة أعلاه كالتالي: $12\overline{)5184}$

نحن نعرف أن 12 أقل من 5، لذلك نضم الرقم التالي، أي: 5 و1، أي 51، 12 أقل من 51 بـــ 4 مرات مع 3 في الباقي، لذلك يكون لدينا:

$$\begin{array}{r} 4 \\ 12\overline{)5184} \\ \underline{48} \\ 3 \end{array}$$

الآن ننزل 8 إلى الأسفل، لأن 12 أكبر من 3، وبالتالي يكون لدينا 38. الآن 12 هي أقل من 38 بـــ 3 مرات (36=12×3) لذلك نضع 3 في الأعلى، كما فعلنا مع 4، ويبقى في الباقي 2، ويكون لدينا:

$$\begin{array}{r} 43 \\ 12\overline{)5184} \\ \underline{48} \\ 38 \\ \underline{36} \\ 2 \end{array}$$

نستمر في هذه العملية بتنزيل الرقم الأخير 4 للأسفل طالما أن 12 أكبر من الباقي 2. نحصل بالنتيجة على 24 و 12 أقل من 24 بمرتين بدون باقٍ. نضع 2 في الأعلى، كما في السابق، لإنهاء القسمة. لذلك القسمة الطويلة الكاملة لها الشكل:

$$\begin{array}{r} 432 \\ 12\overline{)5184} \\ \underline{48} \\ 38 \\ \underline{36} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

(الباقي صفر)

هذه القسمة سهلة الفحص وذلك بالقيام بالعملية العكسية الطويلة التي مرت معنا سابقاً، أي: $12 \times 432 = 5184$.

آمل أن يكون هذا قد ذكرك بعملية القسمة الطويلة، التي أثق بأنها مألوفة لك. أما الآن فنحن بصدد استخدام هذه العملية للقيام بالقسمة الجبرية الطويلة، وأفضل إظهار لهذا يكون عبر مثال.

مثال 2−29

معطى أن $a+b$ هو عامل لـــ a^3+b^3. أوجد كل العوامل الباقية.

نستطيع حل هذه المسألة باستخدام القسمة الطويلة، طالما أن ضرب عوامل أي تعبير يعطي ذلك التعبير نفسه. لذلك يمكننا تحديد العوامل باستخدام عكس الضرب أي القسمة. ستتم عملية القسمة على عددين حرفيين a و b، لذلك نبدأ بالمجهول a، ونرى أن a داخل (من قواسم) a^3، وهو (كما العدد 3 داخل 27، الذي يترك 9 أو 3^2 عندما يغادر الـــ 27) يترك a^2 عندما يغادر الـــ a^3. الحل الآخر بسيط، ويتمثل بتطبيق قوانين الأسس $\frac{a^3}{a^1}=a^2$، وهكذا a^1 و a^2 هما عاملان للعدد a^3. فيما يلي نبين المرحلة الأولى من القسمة:

كمرحلة تمهيدية نرسم إشارة القسمة $\overline{)\quad}$ ونكتب تحتها التعبير المقسوم $\overline{)a^3+b^3}$ وإلى يسارها التعبير المقسوم عليه $a+b\overline{)a^3+b^3}$. تبدأ المرحلة الأولى بتقسيم الحد الأول (a^3) من المقسوم على الحد الأول (a) من المقسوم عليه، ونكتب الجواب (a^2) فوق إشارة القسمة فنحصل على $\begin{array}{r} a^2 \\ a+b\overline{)a^3+b^3} \end{array}$. إن a^2 ليست فقط حاصل قسمة a^3 على a، بل هي أيضاً حاصل قسمة الجداء $a^2(a+b)$ المساوي لـِ (a^3+a^2b) على المقسوم عليه $(a+b)$.

نضرب الآن a^2، المكتوبة للتو فوق إشارة القسمة، بالمقسوم عليه $(a+b)$ ونكتب الجواب (a^3+a^2b) في السطر الثاني تحت إشارة القسمة فنحصل على:

$$\begin{array}{r} a^2 \\ a+b\overline{)a^3+b^3} \\ a^3+a^2b \end{array}.$$

بطرح السطر الثاني تحت إشارة القسمة من السطر الأول تحتها نحصل على باقي المرحلة الأولى من القسمة $(-a^2b+b^3)$ وتنتهي هذه المرحلة التي تظهر كالتالي:

$$\begin{array}{r} a^2 \\ a+b\overline{)a^3+b^3} \\ \underline{a^3+a^2b} \\ -a^2b+b^3 \end{array}$$

باقي المرحلة الأولى

في المرحلة الثانية من القسمة نقسم الحد الأول $(-a^2b)$ من باقي المرحلة الأولى $(-a^2b+b^3)$ على الحد الأول (a) من المقسوم عليه، ونكتب الجواب ($-ab$) فوق إشارة القسمة إلى اليمين من الحد (a^2)، ثم نضرب الحد $-ab$ بالمقسوم عليه $(a+b)$، ونكتب حاصل الضرب $(-a^2b-ab^2)$ تحت باقي المرحلة

الأولى ونطرحه منه، فنحصل على باقي المرحلة الثانية $\left(+ab^2+b^3\right)$ وتنتهي هذه المرحلة التي تظهر كالتالي:

$$\begin{array}{r|l} & a^2-ab \\ \hline a+b & a^3+b^3 \\ & \underline{a^3+a^2b} \\ & -a^2b+b^3 \\ & \underline{-a^2b \quad -ab^2} \\ & \quad +ab^2+b^3 \end{array}$$

باقي المرحلة الأولى

بعد الطرح: باقي المرحلة الثانية

في المرحلة الثالثة نقسم الحد الأول $\left(+ab^2\right)$ من باقي المرحلة الثانية $\left(+ab^2+b^3\right)$ على الحد الأول (a) من المقسوم عليه ونكتب الجواب $\left(+b^2\right)$ فوق إشارة القسمة إلى اليمين من الحد $(-ab)$ ثم نضرب الحد $\left(+b^2\right)$ بالمقسوم عليه $(a+b)$ ونكتب حاصل الضرب $\left(+ab^2+b^3\right)$ تحت باقي المرحلة الثانية ونطرحه منه، فنحصل على باقي المرحلة الثالثة (0)، وتنتهي هذه المرحلة التي تظهر كالتالي:

$$\begin{array}{r|l} & a^2-ab+b^2 \\ \hline a+b & a^3+b^3 \\ & \underline{a^3+a^2b} \\ & -a^2b+b^3 \\ & \underline{-a^2b-ab^2} \\ & \quad +ab^2+b^3 \\ & \quad \underline{+ab^2+b^3} \\ & \qquad 0 \end{array}$$

باقي المرحلة الأولى

باقي المرحلة الثانية

باقي المرحلة الثالثة هو صفر

عندئذ تكون عوامل التعبير $\left(a^3+b^3\right)$ هي $(a+b)$ و $\left(a^2-ab+b^2\right)$.

نعلم أن كلا هذين التعبيرين هما عاملان، بسبب عدم وجود باقٍ للقسمة، وإذا ضربناهما ببعضها البعض نحصل على التعبير الأصلي. أنظر إلى الجدول السابق (2−2) فقد ترغب بحفظ هذه العلاقة في ذاكرتك.

نقطة مفتاحية
في القسمة الجبرية الطويلة، نضع الحدود بترتيب القوى، تاركين فراغات في الأماكن الضرورية، وذلك قبل القيام بعملية الطرح.

للوهلة الأولى يمكن أن تبدو العملية السابقة عملية أكثر من معقدة، لكن من المؤمل أن نستطيع رؤية قالب العملية والتناظر الموجود فيها.

نبين فيما يلي بدون شرح عملية أخرى للقسمة الطويلة الكاملة. ادرسها بعناية، وتأكد من إمكانية تحديد القالب، والتتالي للأحداث الذي يؤدي إلى إنجاز هذه العملية:

$$\begin{array}{r} a^2+b^2 \\ a^2-b^2 \overline{\smash{\big)} a^4-b^4} \\ \underline{a^4-a^2b^2} \\ a^2b^2-b^4 \\ \underline{a^2b^2-b^4} \\ 0 \end{array}$$

ربما كان بإمكانك كتابة عوامل a^4-b^4 مباشرة، بمعرفة أنها تمثل فرق مربعين، حيث العوامل هي نفسها الأعداد الحرفية مرفوعة إلى القوة 2.

نقطة مفتاحية
عوامل فرق مربعين x^2-y^2 هي $(x-y)(x+y)$

يمكن أن تكون هناك حاجة إلى القسمة الجبرية الطويلة في المستقبل، حيث يطلب التعامل مع الكسور الجزئية (partial fractions). غالباً ما يكون من المفيد

معرفة إمكانية تبسيط الكسور الجبرية المعقدة إلى تراكيب أبسط عند محاولة مفاضلتها أو مكاملتها.

سوف نمر على حسابات التفاضل والتكامل الرياضية (calculus arithmetic) لاحقاً، عند القيام بمفاضلة ومكاملة التوابع البسيطة. ومن الجيد معرفة أن إيجاد الكسور الجزئية غير مطلوب في هذا المنهاج.

ركزنا حتى الآن على القسمة الطويلة للتعابير الجبرية حيث القسمة التامة، لكن ماذا يحدث إذا وجد باقٍ؟ المثال التالي يوضح قسمة تعبيرين حيث ينتج باقٍ من كليهما (لاحظ أن التعبير بين قوسين مسبوقين بإشارة – يشير إلى إن التعبير بين قوسين يُطرح من التعبير الذي يعلوه):

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ \hline x^2-1 & x^2+1 \\ & -(x^2-1) \\ \hline & 2 \end{array}$$

لذلك:

$$\frac{x^2+1}{x^2-1} \equiv 1+\frac{2}{x^2-1}$$

حيث ≡ تعني يساوي دائماً، بشكل مشابه:

$$\begin{array}{r|l} & 3 \\ \hline x^3-x & 3x^3-x^2+2 \\ & -(3x^3-3x) \\ \hline & -x^2+3x+2 \end{array}$$

لذلك:

$$\frac{3x^3-x^2+2}{x^3-x} \equiv 3+\left(\frac{-x^2+3x+2}{x^3-x}\right)$$

في كلتا الحالتين، حولت القسمة من كسر فائض (معتل) إلى كسر صحيح. الكسر الجبري المعتل هو أحد تلك الكسور التي تكون فيها القوة الأعلى في البسط أكبر أو تساوي ($\leq$) القوة الأعلى في المقام. للتمييز بين هذين النوعين من الكسور، دعنا نعوض العدد الطبيعي 2 مكان المتغير المجهول x في أول مثال من المثالين الموضحين أعلاه، أي:

$$\frac{x^2+1}{x^2-1}=\frac{(2)^2+1}{(2)^2-1}=\frac{5}{3}$$

أو $1\frac{2}{3}$

لذلك $\frac{5}{3}$ هي كسر بالشكل المعتل و $1\frac{2}{3}$ هو كسر صحيح.

لاحظ أيضاً أن الكسر الصحيح $1\frac{2}{3}$ هو نفسه $1+\frac{2}{3}$ أو $\frac{3}{3}+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$

بدراسة الأساسيات الرياضية والتوسع بالتقنيات السابقة، يمكننا الإحاطة بالمسائل المتعلقة بمعالجة ومناقلة الصيغ التي سندرسها لاحقاً.

اختبر فهمك 2-8

1- بسّط التعابير الجبرية التالية:

(أ) $2xy+4xyz-2x+4y+2z+2xz-xy+4y-2z-3xyz$

(ب) $2a(3b-c)+abc-ab+2ac$

2- اضرب الأقواس وبسّط التعابير التالية:

$$p(2qr-5ps)+(p-q)(p+q)-8s(p^2+1)-p^2+q^2$$

3- حلل التعابير الى عوامل:

(أ) u^2-5u+6

ب) $6a^2b^3c - 30abc + 12abc^2$

ج) $12x^2 - 8x - 10$

د) $2a^3 + 2b^3$

4- قسم $a^3 - b^3$ على $a - b$ وبيّن أن $a - b$ هو عامل للـــ $a^3 - b^3$.

5- ما هو ناتج قسمة $2x^3 + x^2 - 2x - 1$ على $x^2 - 1$ ؟

2-3-5 مناقلة الصيغ Transposition of formulae

كما لاحظنا سابقاً، إن الصيغ تزود المهندسين بطريقة لتسجيل بعض العلاقات المعقدة والأفكار بطريقة دقيقة وأنيقة جداً. مثلاً العلاقة $v = u + at$ تخبرنا أن السرعة النهائية (v) ولتكن للطائرة، تساوي إلى سرعتها الابتدائية (u) مضافة إلى تسارعها (a) مضروباً بزمن (t) تسارع الطائرة على مدرج الإقلاع والهبوط. إذا لم يكن للطائرة تسارع أو تباطؤ (عكس التسارع) عندئذ $v = u$ لأن التسارع a=0 وبالتالي $a \times t$ =0. لاحظ أنه لشرح معنى لصيغة بسيطة واحدة يتطلب الأمر عدداً كبيراً من الكلمات. ولهذا السبب تستخدم تلك الصيغة أكثر من بعض الكلمات لإيصال الفكرة الهندسية.

ولاحظ أيضاً أنه عند توسيع تقنيات مناقلة (إعادة ترتيب) الصيغ يصبح حل المعادلات الجبرية تطبيقاً سهلاً لهذه التقنيات.

نقطة مفتاحية
تمكّن الصيغة المهندسين من تسجيل الأفكار المعقدة بطريقة دقيقة جداً.

علم المصطلحات Terminology

قبل دراسة التقنيات الضرورية لمعالجة أو مناقلة الصيغ، نحن بداية، بحاجة إلى تحديد بعض الحدود الهامة، سوف نستخدم معادلة الحركة $v = u + at$ لهذا الغرض.

يعرف الحد (term) كأي متغير أو مجموعة متغيرات مفصولة بإشارة + أو − أو = 0 لقد مر معنا هذا التعريف في دراستنا للقوانين الحسابية. لذلك في صيغتنا هذه وبالاعتماد على التعريف، هناك ثلاثة حدود (3) وهي v و u و at.

تُمثل المتغيرات بالأعداد الحرفية، التي يمكن أن تتخذ قيماً مختلفة. في حالتنا هذه يعتبر كل من v و u و a و t متغيراً (variable). ونقول عن v إنه متغير تابع (dependent) (غير مستقل) لأن قيمته تتحدد بقيم معطاة لكل من المتغيرات المستقلة a و u و t.

يقع موضوع الصيغة في مكان واحد على أحد جانبي إشارة المساواة. المفروض اصطلاحاً أن الموضوع يقع على الجانب الأيسر من إشارة المساواة. في حالتنا v هي موضوع علاقتنا. لكن ليس هناك اختلاف في فهم الصيغة سواء كان موقع الموضوع على يسار أو يمين إشارة المساواة. لذلك $v = u + at$ تماثل $u + at = v$، الموضوع ببساطة يتركز على إشارة المساواة.

نقطة مفتاحية
يكون الحد في الصيغة أو التعبير الجـــبري مفصولاً دائماً بإشارة جمع (+) أو طرح (−) أو مساواة (=).

مناقلة الصيغ البسيطة Transposition of simple formula

في الأمثلة التالية طبقنا بشكل بسيط العمليات الحسابية الأساسية في الجمع والطرح والضرب والقسمة لإعادة ترتيب موضوع الصيغة، بتعبير آخر، مناقلة الصيغة.

مثال 2−30

ناقل الصيغة التالية لجعل الحرف في الأقواس موضوعَ الصيغة.

1− (b) $a + b = c$؛ 2− (c) $y - c = z$؛

3− (y) $x = yz$؛ 4− (b) $y = \frac{a}{b}$

1- المطلوب في هذه الصيغة جعل b موضوعَ الصيغة، لذلك يجب أن توضع b في مكانها على الجانب الأيسر من المساواة. لتحقيق ذلك نحن بحاجة إلى إزالة الحد a من الجانب الأيسر. والسؤال: كيف ترتبط a بالجانب الأيسر؟ هي في الحقيقة مضافة، لذلك لنقلها إلى الجانب الأيمن لإشارة المساواة نطبق العملية الحسابية العكسية، أي نطرحها. للحفاظ على المساواة نحتاج إلى تطبيق طرحها من الطرفين، أي:

$a-a+b=c-a$ ، التي تعطي بالطبع $b=c-a$

سنتذكر هذه العملية كالتالي: مهما فعلنا في الجانب الأيسر للصيغة أو المعادلة يجب أن نفعل الشيء ذاته للجانب الآخر، أو عندما ننقل أي حد إلى الجانب الآخر من إشارة المساواة نغير إشارته.

2- بتطبيق الإجراء المستخدم في مثالنا الأول على $y-c=z$ نطرح y من كلا الجانبين لنحصل على $y-y-c=z-y$ الذي يعطي أيضاً $-c=z-y$.
الآن ولسوء الحظ بقي لدينا في هذه الحالة $-c$ في الجانب الأيسر والمطلوب هو $+c$ أو فقط c كما نكتبه عادة عندما يكون منفرداً. نذكر من دراستنا للأساسيات أن الناقص عند ضربه بالناقص يعطي زائداً، وكل عدد يضرب بالواحد هو نفسه، عندئذ:

$(-1)(-c)=(-1)(z)-(y)(-1)$ أو $c=-z+y$

وبتبديل الأحرف في الجانب الأيمن نحصل على: $c=y-z$

الآن كل ما فعلناه في هذا الإجراء المطول هو ضرب كل حد في الصيغة بالعدد (-1) أو كما تذكر غيرنا إشارة كل حد من أجل استبعاد الإشارة السالبة من موضوع الصيغة.

3- الآن لدينا في الصيغة $x=yz$ حدان فقط، وموضوعنا z مرتبط بـــ y بالضرب، وبالتالي كل ما نحتاجه هو القسمة على y. بتعبير آخر، تطبيق العملية الحسابية العكسية، عندها نحصل على:

$$\frac{x}{y} = \frac{yz}{y} \quad \text{أو} \quad \frac{x}{y} = z$$

وبعكس الصيغة حول إشارة المساواة نحصل على: $z = \frac{x}{y}$

4- في الصيغة $y = \frac{a}{b}$ لدينا b مرتبط مع a بالقسمة، لذلك نضرب بها للحصول على $by = \frac{ab}{b}$ أو $by = a$، وهذا يوصلنا إلى y مرتبطة مع b بالضرب ، ولاستبعاد y نقوم بالقسمة عليها عندها:

$$\frac{by}{y} = \frac{a}{y} \quad \text{أو} \quad b = \frac{a}{y}$$

وهو المطلوب.

في الأمثلة السابقة تمّ بيان كل خطوة بشكل كامل. لكن غالباً ما نترك الخطوات الوسطى، مثلاً إذا كانت: $p=(q-m)/r$ وأردنا أن نجعل من q موضوعاً للصيغة، عندئذ نضرب كلا الطرفين بـــ r فنحصل على $pr=q-m$ ونضيف m لكلا الطرفين لنحصل على $pr+m=q$ وبعكس الصيغة نجد $q=pr+m$.

نقطة مفتاحية
عند مناقلة الصيغة من أجل متغير، فإنك تجعل من ذلك المتغير موضوعاً للصيغة.

نقطة مفتاحية
غيّر دائماً إشارة الحد أو المتغير أو العدد عندما تجتاز إشارة المساواة (=).

مناقلة الصيغ مع العوامل المشتركة

Transposition of formulae with common factors

ماذا تعني مناقلة الصيغة البسيطة مع العوامل المشتركة؟ لقد تعلمنا ما هو التحليل إلى عوامل، والآن علينا وضع هذه المعرفة في الاستخدام الصحيح.

مثال 2−31

ناقل الصيغ التالية لجعل الموضوع c :

1− $a = c + bc$؛ 2− $2c = pq + cs$؛ 3− $x = \frac{ab + c}{a + c}$

1− ما نحتاج إليه الآن هو إخراج c كعامل مشترك، فنحصل على $a = c(1 + b)$، والآن نقسم على كل التعبير بين القوسين لنحصل على:

$\frac{a}{1 + b} = c$ وبعكس الصيغة نجد: $c = \frac{a}{1 + b}$

2− مناقلة الصيغة هي نفسها بشكل أساسي في المثال (1)، ماعدا أننا بحاجة في البداية إلى أن نجمع كل الحدود المحتوية على العامل المشترك في طرف واحد من الصيغة، لذلك نطرح cs من كل طرف لنحصل على $2c - cs = pq$، وبعد إخراج العامل المشترك نجد $c(2 - s) = pq$، وبعد القسمة على التعبير بين القوسين نجد:

$$c = \frac{pq}{(2 - s)}$$ أو $$c = \frac{pq}{2 - s}$$

لأن الحاجة إلى الأقواس قد انتفت.

3− الآن بضرب كل من الطرفين بـــ $a + c$ نحصل على $x(a + c) = ab + c$ لاحظ أننا وضعنا $a + c$ بين قوسين. هذا أمر ضروري لأن x مضروب بكل من a و c . عند نقل تعابير معقدة من طرف إلى طرف آخر للصيغة، فإن الطريقة الملائمة لعمل ذلك هو وضع التعبير بين قوسين، ثم نقله.

نستطيع الآن إزالة الأقواس بتوزيع الضرب مع نقل كامل التعبير، نجد $ax + cx = ab + c$ وبتجميع الحدود التي تحوي على c كعامل مشترك نحصل على:

$cx - c = ab - ax$ وبإخراج العامل المشترك نجد: $c(x-1) = ab - ax$ وبعد القسمة على التعبير داخل الأقواس نجد:

$$c = \frac{(ab-ax)}{x-1} \quad \text{أو} \quad c = \frac{a(b-x)}{x-1}$$

نقطة مفتاحية
عند مناقلة متغير يظهر أكثر من مرة، نجمّع دائماً الحدود التي تحوي المتغير مع بعضها البعض، ثم نحلل باستخدام الأقواس.

مناقلة الصيغ المحتوية على قوى وجذور

Transposition of formulae involving powers and roots

نذكر من دراستنا السابقة أنه عندما نكتب العدد، ولنقل 25 بالشكل الأسي نحصل على $25 = 5^2$ حيث 5 هي الأساس و2 هي الأس (index) أو القوة (power). انظر إلى التمارين التي مرت معنا سابقاً على الأسس، وبشكل خاص على القوى وقوانين الأسس. سنستخدم هذه المعرفة لمناقلة الصيغ التي تتضمن حدوداً تحوي قوىً، ويمكن أن تكون موجبة أو سالبة أو كسرية، مثل p^2 أو p^{-3} أو $p^{\frac{1}{2}} = \sqrt{p}$ على التوالي.

إذا كان $x^2 = yz$، وأردنا أن نجعل من x موضوعاً للصيغة. ما نحتاجه إلى فعل ذلك هو أخذ الجذر التربيعي لكلا الطرفين، أي:

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{yz} \quad \text{أو} \quad x = \sqrt{yz}$$

وهذا يكافئ بالشكل الأسي:

$$x^{(2)(\frac{1}{2})} = y^{(1)(\frac{1}{2})} z^{(1)(\frac{1}{2})} \quad \text{أو} \quad x^1 = y^{\frac{1}{2}} z^{\frac{1}{2}}$$

وبكل مشابه، إذا أردنا أن نجعل من x موضوعاً للصيغة $\sqrt{x} = yz$، عندئذ كل ما نحتاجه هو تربيع كلا الطرفين، عندها:

$$(\sqrt{x})^2 = (yz)^2 \quad \text{أو} \quad x = y^2 z^2$$

افترض أننا نريد من p أن يكون موضوعاً للصيغة:

$$(\sqrt[3]{p})^2 = abc$$

عندئذ بكتابة هذه الصيغة بالشكل الأسي نجد:

$$p^{\frac{2}{3}} = a^1b^1c^1$$

وللوصول إلى p^1 نحتاج إلى ضرب كلٍّ من طرفي الصيغة بالقوة $\frac{3}{2}$ لذلك:

$$p^{(\frac{2}{3})(\frac{3}{2})} = (a^1b^1c^1)^{\frac{3}{2}} \quad \text{أو} \quad p = (abc)^{\frac{3}{2}} \quad \text{أو} \quad p = (\sqrt{abc})^3$$

مما سبق يظهر أنه إذا رغبنا في إيجاد الموضوع لصيغة ما، وكان هو نفسه مرفوعاً إلى قوة، نضربه بنفسه مع قوة معاكسة. ولا يهم إن كانت هذه القوة أكبر من الواحد (>1) أو أصغر منه (<1)، بمعنى آخر فيما إذا كانت قوةً أو جذراً على التوالي.

مثال 2−32

1− إذا كان $x = y\sqrt{z}$ اجعل z موضوعاً للصيغة.

2− إذا كان $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ ناقل الصيغة من أجل X.

3− إذا كان $a^{\frac{3}{4}} + b^2 = \frac{c-d}{f}$ ، اجعل a موضوعاً للصيغة.

1− موضوعنا z تحت إشارة الجذر التربيعي، لذا يجب أن تكون عمليتنا الأولى تربيع كلا الطرفين وتحرير z. بتربيع الطرفين:

$$x^2 = (y\sqrt{z})^2 \quad \textbf{أو} \quad x^2 = y^2(\sqrt{z})^2$$

عندئذ $x^2 = y^2 z$

بالتقسيم على y^2 : $\frac{x^2}{y^2} = z$ وبعكس الصيغة $z = \frac{x^2}{y^2}$ وبالتالي $z = (\frac{x}{y})^2$

2− هنا أيضاً نحن بحاجة إلى تحرير X من تحت إشارة الجذر التربيعي، بتربيع الطرفين $Z^2 = R^2 + X^2$ وبطرح R^2 من الطرفين $Z^2 - R^2 = X^2$

وبعكس الطرفين $X^2 = Z^2 - R^2$

عندئذ نأخذ الجذر التربيعي لكلا الطرفين، ونحصل على:

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

لاحظ أننا أخذ بالجذر التربيعي لكلا الطرفين.

3− بداية نقوم بعزل الحد الذي يحوي a، وذلك بطرح b^2 من كلا الطرفين، ونجد:

$$a^{\frac{3}{4}} = \left[\frac{c-d}{f}\right] - b^2$$

الآن بضرب كل من الطرفين بالقوة المعاكسة، أي $(\frac{4}{3})$ نجد:

$$a^{(\frac{3}{4})(\frac{4}{3})} = \left[\left(\frac{c-d}{f}\right) - b^2\right]^{4/3}$$ ، وبالتالي $$a = \left[\left(\frac{c-d}{f}\right) - b^2\right]^{\frac{4}{3}}$$

نقطة مفتاحية
عند إنجاز أي مناقلة، تذكر أن هدف المناقلة هو عزل الحد الحاوي على الموضوع، ثم الحصول على الموضوع باستخدام عمليات الضرب والقسمة.

نقطة مفتاحية
حاصل ضرب أي حد بـــ (-1) هو الحد نفسه بعد تغيير إشارته.

2−3−6 تقييم الصيغ **Evaluation of formulae**

حتى الآن ركزنا في دراستنا للصيغ، على مناقلتها أو إعادة ترتيبها. يمكن أن تكون هذه خطوة ضرورية، وخاصة بالنسبة إلى الصيغ الأكثر تعقيداً، قبل أن

نستطيع أن نقيمها. والتقييم هي عملية نستبدل بواسطتها الأعداد الحرفية في الصيغة بقيم عددية. سيساعدنا المثال البسيط التالي على توضيح هذه الفكرة:

مثال 2–33

تعطى السرعة النهائية للطائرة المعرضة لتسارع خطي بالعلاقة $v = u + at$ حيث u هي السرعة الابتدائية، و a هو التسارع الخطي و t هو الزمن. معطى أن:

u=70 m/s و a=4m/s^2، و t=20s ، أوجد السرعة النهائية للطائرة.

إن المطلوب في هذه الحالة هو تعويض الحروف في المعادلة بقيمها العددية المعطاة وإيجاد النتيجة. لذلك بالتعويض نحصل على:

$$v = 70 + (4)(20)$$

وبالتالي السرعة النهائية: $v = 150\text{m/s}$

في هذا المثال البسيط لم تكن هناك ضرورة لمناقلة أولية للصيغة، قبل تعويض القيم العددية. افترض أننا نرغب في إيجاد السرعة الابتدائية u؟ عندئذ وباستخدام نفس القيم يكون من الأفضل مناقلة الصيغة من أجل u، قبل أن نعوض بالقيم العددية، وطالما أن $v = u + at$ بإعادة الترتيب نجد: $v - at = u$ أو $u = v - at$

وبالتعويض بقيمنا نجد: u=150-(4)(20) التي تعطي u=70 m/s كما توقعنا.

في المثال التالي سنجمع فكرة التعويض مع تلك المتعلقة بحل المعادلات البسيطة، حيث قوة المجهول هي الواحد.

للتذكير يمكن مراجعة الأمثلة في القوى والأسس، حيث الأعداد مكتوبة بالشكل الأسي.

وكتذكرة بسيطة 5^2 هو العدد 5 مرفوع إلى القوة 2، وبمعنى آخر: خمسة مربع. إذا كان العدد الحرفي z مجهولاً فهو بالشكل الأسي z^1 أو z مرفوع إلى القوة واحد. عادة ما نتجاهل كتابة قوة العدد عندما يرفع إلى القوة واحد ما لم نقم

بتبسيط التعابير حيث الأعداد معطاة بالشكل الأسي، ونكون بحاجة إلى استخدام قوانين الأسس التي مرت معنا سابقاً.

مثال 2−34

إذا كان $a^2x + bc = ax$ أوجد x. معطى a=-3 ، b=-4 ، c=-1.

في هذه الحالة سنعوض القيم العددية قبل أن نبسط المعادلة:

$$(-3)^2 x + (-4)(-1) = (-3)x$$

$$9x + 4 = -3x$$

$$9x + 3x = -4$$

$$12x = -4$$

$$x = \frac{-4}{12} \quad \text{عندئذ} \quad x = -\frac{1}{3}$$

لاحظ الاستخدام المهم للأقواس في السطر الأول، إن هذا يجنبنا ارتكاب الكثير من أخطاء الإشارات.

في المثال التالي حيث نستخدم العلاقة المتعلقة بالقوة الجاذبة المركزية، سوف نحل بالنسبة إلى m (الكتلة) باستخدام كل من التعويض المباشر وبواسطة المناقلة أولاً، ثم التعويض بالقيم.

مثال 2−35

إذا كان $F = \frac{mV^2}{r}$ أوجد m عندما F=2560 و V=20 و r =5

بالتعويض المباشر نجد: $2560 = \frac{m(20)^2}{5}$، وفيه:

$$(2560)(5) = m(400)$$

$$400m = 12\ 800$$

$$m = \frac{12\ 800}{400} \quad \text{،} \quad \text{أي:} \quad m=32$$

نستطيع بدلاً من ذلك مناقلة الصيغة من أجل *m*، ثم نعوض بالقيم المعطاة:

$$F = \frac{mV^2}{r} \quad \text{و} \quad Fr = mV^2 \quad \text{ومنه} \quad \frac{Fr}{V^2} = m$$

عندئذ:

$$m = \frac{Fr}{V^2} \quad \text{و} \quad m = \frac{(2560)(5)}{(20)^2}$$

$$= \frac{12\,800}{400} = 32$$

وهكذا حصلنا على نفس القيمة السابقة.

في مثالنا الأخير في التعويض سنستخدم علاقة متعلقة بالشحنة الكهربائية Q والمقاومة R والتحريض L والسعة C.

مثال 2−36

أوجد C إذا كان $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$، حيث: Q=10 ، و R=40Ω و L=1.0.

$$RQ = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

نربّع الطرفين، ونجد:

$$(QR)^2 = \frac{L}{C} \quad \text{،} \quad \text{ومنه:} \quad Q^2R^2 = \frac{L}{C}$$

$$C(Q^2R^2) = L \quad \text{عندئذ} \quad C = \frac{L}{Q^2R^2}$$

نعوّض بالقيم المعطاة لنحصل على:

$$C = \frac{10}{10^2 40^2} = 6.25 \times 10^{-16} F$$

لاحظ أن المتوقع منك في الأمثلة أعلاه أنك قادر على الحصول على النتيجة العددية بدون استخدام الحاسبة.

7-3-2 استخدام اللوغاريتم كمساعدة في الحساب

Using logarithms as an aid to calculation

لا يركز هذا المقطع القصير على قوانين اللوغاريتمات أو النظريات الأكثر تعقيداً والتي تركناها حتى دراستنا للرياضيات المتقدمة، هنا سوف نركز فقط على استخدام اللوغاريتم لتحويل العمليات الحسابية المعقدة كالضرب الطويل والقسمة الطويلة إلى جمع وطرح على التتالي.

اللوغاريتم والجداول اللوغاريتمية **Longarithms and logarithm tables**

من دراستنا السابقة للأسس، عرفنا أنه يمكن التعبير عن أي عدد موجب بقوة العدد 10،. وهكذا مثلاً $10^3 = 1000$ وبشكل مشابه $10^{1.9138} = 82$. تسمى قوى العدد 10 هذه باللوغاريتمات الأساس 10، وبالتالي أي عدد بالشكل الأسي والأساس 10 له لوغاريتم يماثل قوته. تعرض الجداول اللوغاريتمية في الملحق D اللوغاريتمات للأعداد بين 1 و10 بمعرفة أن لوغاريتم العشرة للأساس عشرة يساوي الواحد، أي $10^1 = 10$ (من قوانين الأسس أن أي عدد مرفوع إلى قوة واحد هو العدد نفسه) ولوغاريتم الأساس عشرة للواحد يساوي إلى الصفر أي: $10^0 = 1$ (أي عدد يرفع إلى الأس صفر هو واحد). نعلم أن جميع اللوغاريتمات في الجدول تقع بين 0 و1. لذلك من الجدول مثلاً $\log 2.5 = 0.3979$. نستطيع الآن إيجاد لوغاريتم الأعداد بدقة ثلاث خانات عشرية، باستخدام الجدول في الملحق. نقوم بذلك عن طريق اعتبار الأعداد في السطر العلوي وعبر الفرق.

مثلاً تأكد من أنه بإمكانك استخدام الجدول واستخراج القيم منه، حيث إن لوغاريتم العدد $2 \cdot 556$ للأساس 10 هو $0.4075 = 0.4065 + 10 \times 10^{-4}$ أي $\log 2 \cdot 556 = 0 \cdot 4075$. لإيجاد الأعداد خارج هذا المجال نجعل استخدام الأعداد بالشكل القياسي، ونستخدم قوانين ضرب الأسس المعروفة. مثلاً:

$$4567 = 4.567 \times 10^3$$

$$\log 4.567 = 0.6597$$

$$4567 = 10^{0\cdot 6597} \times 10^{3}$$

$$4567 = 10^{3\cdot 6597}$$

$$\log 4567 = 3.6597$$

يتألف اللوغاريتم من جزأين: جزء العدد الكامل، ويسمى المميز (الصفة المميزة) (characterstic) وجزء عشري يسمى الجزء العشري (mantissa) الذي يؤخذ مباشرة من الجدول اللوغاريتمي في الملحق D. في الحالة السابقة 3 هي المميز و0.6597 هي الجزء العشري المأخوذ مباشرة من الجدول اللوغاريتمي.

لاحظ أنه بالنسبة إلى الأعداد الموجبة أن المميز هو عدد موجب للقوة 10 وهو مطلوب لوضع العدد بالشكل القياسي، وهنا المميز للعدد 456000 هو 5، لذا علينا تحريك الفاصلة العشرية خمس خانات لليسار لوضع العدد بالشكل القياسي، أي: $4\cdot 56 \times 10^{5}$.

يوجد المميز السالب في الأعداد الأقل من 1.0، مثلاً:

$$0.8767 = 8.767 \cdot 10^{-1}$$

$$\log 8\cdot 767 = 0\cdot 9428$$

$$0.8767 = 10^{0\cdot 9428} \times 10^{-1}$$

$$\log 0.8767 = -1 + 0.9428$$

المميز هنا هو -1 والجزء العشري هو 0.9428. لكن ليس من الملائم كتابة -1+0·9428. لذلك نستخدم طريقة اختصار للتمثيل، حيث توضع إشارة الناقص فوق المميز، وهكذا $\log 0.8767 = \bar{1}.9428$

عليك دائماً أن تتذكر أن هذا التمثيل يكافئ لــ 1+0·9428-. وبشكل مماثل:

$$\bar{3}\cdot 1657 = -3 + 0\cdot 1657$$

و $\bar{2}.5870 = -2 + 0.5870$

اللوغاريتم العكسي **Antitlogarithms**

تحتوي جداول اللوغاريتمات العكسية (المعطاة في الملحق D) على أعداد مقابلة للوغاريتمات المعطاة عند البحث عن اللوغاريتم العكسي، يستخدم فقط الجزء العشري.

مثال 2−37

أوجد العدد الذي لوغاريتمه:

(أ) 2.7182

(ب) $\bar{3}.5849$

(أ) لإيجاد العدد من هذا اللوغاريتم نستخدم أولاً الجزء العشري لإيجاد الأعداد المطلوبة. وهكذا من جداول اللوغاريتمات العكسية بالنسبة إلى العدد 0.7182 نجد العدد 5.226. والآن بسبب أن المميز هو 2 لذلك العدد يجب أن يكون 522.6 لذلك $\log 522.6=2.7182$.

(ب) سنستخدم هنا أيضاً الجزء العشري 0.5849، وهذا يدلنا على العدد 3.845. وطالما أن المميز هو $\bar{3}$ يجب أن يكون العدد 0.003845، أي إزاحة الفاصلة ثلاث خانات عشرية إلى يسار الشكل القياسي. لاحظ أن

$$\log 0.003845=\bar{3}.5849=-3+0.5849=-2.4151$$

(وهذا اللوغاريتم هو القيمة التي تجدها في حاسبتك إذا أدخلت العدد 0.003845).

استخدام اللوغاريتمات لإنجاز العمليات الحسابية

Using logarithms to perform arithmatic operations

يمكن أن يستخدم اللوغاريتم لتبسيط الضرب الطويل، والقسمة الطويلة، بالإضافة إلى إيجاد الجذور والقوى للأعداد غير الملائمة أو المعقدة.

من أجل القيام بهذه العمليات الحسابية باستخدام اللوغاريتمات، نحن بحاجة إلى تحديد مجموعة بسيطة من القواعد:

1- للقيام بالضرب باستخدام اللوغاريتم نوجد لوغاريتمات الأعداد، ثم نجمعها مع بعضها البعض، ومن ثم نوجد اللوغاريتم العكسي للمجموع للوصول للقيمة المطلوبة.

2- بالنسبة إلى القسمة، نوجد اللوغاريتم لكل عدد، عندها نطرح لوغاريتم المقام من لوغاريتم البسط. راجع الكسور لتذكر البسط والمقام.

3- بالنسبة إلى القوى، نوجد لوغاريتم العدد ونضربه بالأس الذي يشير إلى القوة.

4- بالنسبة إلى الجذور، نوجد لوغاريتم العدد ونقسمه على العدد الذي يشير إلى الجذر.

مثال 2-38

باستخدام الجداول اللوغاريتمية:

(أ) أوجد ناتج $12.78 \times 0.00541 \times 0.886$

(ب) قسم $\frac{21.718}{0.08432}$

(ج) أوجد قيمة $(0.4781)^3$

(د) أوجد قيمة $\sqrt{0.8444}$

(أ) ببساطة المسألة هنا إيجاد لوغاريتمات الأعداد ذات العلاقة، ثم نجمعها، ثم نوجد اللوغاريتم العكسي للنتيجة. تذكَّر أن الجزء العشري للمميز موجبٌ دوماً، ويجب ألاّ تنسى هذا عند جمع وطرح اللوغاريتمات.

بالنسبة إلى الجداء $12.78 \times 0.00541 \times 0.886$ لدينا:

العدد	اللوغاريتم
12.78	1.1066
0.00541	$\bar{3}.7332$
0.886	$\bar{1}.9474$
0.06125	$\bar{2}.7872$

مع التأكيد على متابعة عملية الجمع.

(ب) ومن أجل $\frac{21.718}{0.08432}$ نجد:

العدد	اللوغاريتم
21.718	1.3369
0.08432	$\bar{2}.9259$
257.5	2.4110

نعلم أن طرح عدد سالب يعطي عدداً موجباً، بالتشديد على متابعة عملية الطرح نحصل على النتيجة.

(ج) من أجل $(0.4781)^3$، بتطبيق القاعدة يمكننا كتابة:

$$\log(0.4781)^3 = 3\times\log(0.4781)$$
$$= 3\times\bar{1}.6795 = \bar{1}.0385$$

هذا يعطي الجواب 0.1092، بعد أخذ اللوغاريتم العكسي. من الضروري أيضاً الحصول على النتيجة الصحيحة للمميز بعد الضرب بـــ 3 (في حالتنا هذه). لاحظ أن ناتج الجزء العشري هو 2.0385، لذلك حمل 2 الموجبة وجمعها مع $3\times\bar{1}$ يعطي النتيجة $\bar{1}$ للمميز، كما هو مبين أعلاه.

(د) من أجل $\sqrt{0.8444}$ يمكننا كتابة $\log 0.8444 = \bar{1}.9265$ و

$$\frac{\bar{1}.9265}{2} = \frac{\bar{2}+1.9265}{2} = \bar{1}.9633$$

وبعد أخذ اللوغاريتم العكسي نجد: $\sqrt{0.8444} = 0.9189$

يمكن تبسيط الحسابات المعقدة كثيراً باستخدام اللوغاريتمات. هذه إحدى الطرق لإنجاز العمليات الحسابية، المتاحة عند محاولة الإجابة عن الأسئلة الرياضية اللاحاسوبية.

اختبر فهمك 2-9

1- ناقل الصيغة $F = \frac{mv^2}{r}$ بالنسبة إلى v، وأوجد قيمة v عندما:

$$r = 400, m = 8 \times 10^4, F = 14 \times 10^6$$

2- ناقل الصيغة $v = \pi r^2 h$ بالنسبة إلى r .

3- أعد ترتيب الصيغة $y = 8\sqrt{x} - 16$ لجعل الموضوع x .

1- إذا كانت قيمة المقاومة لموازنة جسر واتسطون تعطى بالعلاقة $R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_4}$

أوجد R_2 ، إذا كانت R_1=3 و R_3= 8 و R_4=6.

2- باستخدام قوانين الأسس وقواعد المناقلة أعد ترتيب الصيغة $y = \frac{5}{\sqrt[3]{x^4}} + 20$ بجعل الموضوع x .

3- ناقل الصيغة $s = 18at^2 - 6t^2 - 4$ بالنسبة إلى t.

4- اجعل a موضوع الصيغة $S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$.

5- ناقل المعادلة $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{c} = 1$ بالنسبة إلى x.

6- إذا كان $X = \frac{1}{2\pi fC}$ احسب قيمة C عندما X= 405.72 و f = 81.144.

7- استخدم اللوغاريتم لإيجاد قيم كل من:

(أ) 192.5×0.714

(ب) $\frac{0.413}{27.182}$

(ج) $\frac{792 \times 27.34}{0.9876}$

(د) $(6.125)^3$

(هـ) $\sqrt[3]{986.78}$

(و) $\frac{3.142 \times (2.718)^3}{0.9154 \times \sqrt{0.6473}}$

8-3-2 مساحات السطوح وحجوم الأجسام النظامية

Surface area and volumes of regular solids

قبل دراسة مساحات السطوح وحجوم الأجسام سنستخدم بعض العلاقات الشائعة لإيجاد مساحة المثلث والدائرة ومتوازي الأضلاع. سوف نترك الحل الكامل للمثلثات باستخدام النسب المثلثية ونظام الراديان إلى أن تتم معالجة هذه المواضيع فيما يأتي من علم المثلثات. العلاقات التي نحن بصدد سنستخدامها بدون برهان، وهي مبينة بالجدول أدناه.

الشكل	المساحة
المثلث	نصف القاعدة مضروباً بالارتفاع العمودي $A=\frac{1}{2}bh$
المثلث	$A=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ حيث: a،b، c هي أطوال الأضلاع و $s=\frac{1}{2}(a+b+c)$
متوازي الأضلاع	المساحة A= القاعدة مضروبة بالارتفاع العمودي بين الضلعين المتوازيين. يمكن أن تكون القاعدة أي ضلع من أضلاع متوازي الأضلاع
الدائرة	$A=\pi r^2, A=\frac{\pi d^2}{4}$ حيث r نصف قطر الدائرة و d قطرها
شبه المنحرف	نصف مجموع الضلعين المتوازيتين (b،a) مضروباً بالمسافة العمودية بينهما أو: $A=\left(\frac{a+b}{2}\right)h$

مثال 2−39

في المثلث ABC المبين بالشكل (2−2)، طول الضلع AB=3cm والضلع BC=4cm أوجد مساحة المثلث باستخدام كلتا العلاقتين، المعطاتين في الجدول. يمكننا أن نرى من المخطط أن المثلث قائم الزاوية، لذلك يمكن إيجاد المساحة A ببساطة باستخدام العلاقة $A=\frac{1}{2}bh$ حيث يمكن أن تكون القاعدة أي ضلع مجاور للزاوية القائمة. إذن $A=\frac{1}{2}(3)(4)=6\,\text{cm}^2$. لاحظ أن الضلع الآخر غير المستخدم كقاعدة، يشكل زاوية قائمة مع القاعدة، ولذلك هو ارتفاع قائم. إذا لم يكن المثلث قائم الزاوية فنحن بحاجة إلى إيجاد ارتفاع قائم أو أطوال كل الأضلاع لإيجاد المساحة.

في علاقتنا الثانية المتضمنة أضلاع المثلث نحن بحاجة إلى طول الضلع AC. طالما أن المثلث هو قائم نستطيع إيجاد الضلع الثالث (المقابل للزاوية القائمة) باستخدام نظرية فيثاغورث. أنا متأكد أنك على اطلاع على هذه النظرية، التي تنص: مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين.

في هذه الحالة لدينا :

$$(AC)^2=3^2=4^2=9+16=25\ \text{cm}^2$$

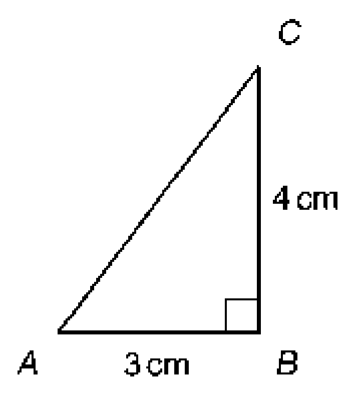
$$AC=\sqrt{25}=5\ \text{cm}$$

لدينا الآن الأضلاع الثلاثة و $s=\frac{1}{2}(a+b+c)$

$$=\frac{1}{2}(3+4+5)=6\ \text{cm}$$

لذلك فإن مساحة المثلث:

$$A=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$



الشكل 2-2: المثلث *ABC*

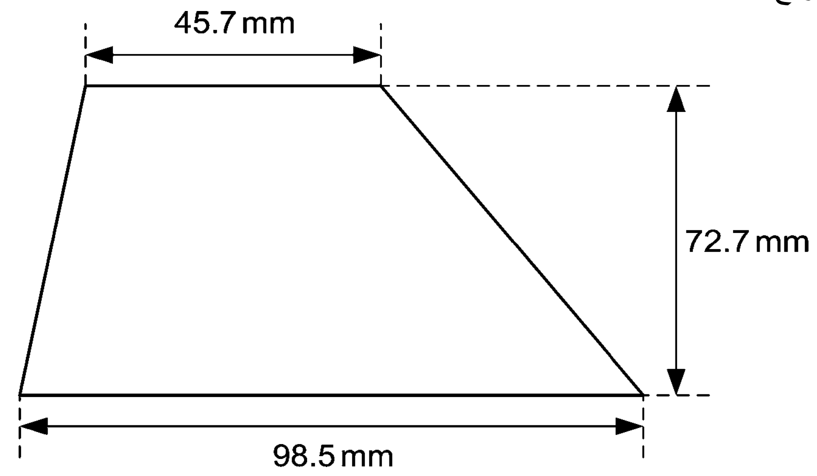
$$A = \sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)}$$
$$= \sqrt{6(3)(2)(1)} = \sqrt{36} = 6cm^2$$

وهي النتيجة السابقة.

سنعمّم الآن استخدام صيغة متوازي الأضلاع من خلال مثال آخر.

مثال 2-40

يظهر الشكل (2-3) المقطع العرضي لصفيحة من المعدن. أوجد مساحته بدقة أربع خانات.



الشكل 2-3

حسناً، باستخدام قاعدة مساحة شبه المنحرف، حيث الارتفاع الشاقولي في هذه الحالة 72.7mm عندها

$$A=(\frac{a+b}{2})h=(\frac{45.7+98.5}{2})72.7$$
$$=(72.1)(72.7)=5241.67$$
$$=5242\,\text{mm}^2$$

سوف تستخدم قاعدة مساحة الدائرة، المعروفة بالنسبة إليك، لإيجاد مساحة الحلقة.

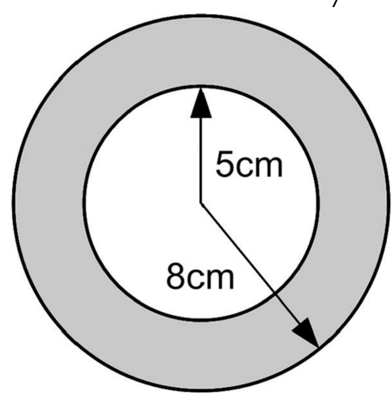
مثال 2−41

حدد مساحة الحلقة المبينة في الشكل (2−4) وذات القطر الداخلي 5cm والخارجي 8cm. المساحة المظللة (المشابهة لشكل الكعكة) هي المساحة المطلوبة للحلقة. نضع نصفي القطرين الداخلي والخارجي، لذلك يمكننا أن نعالج هذا الشكل كالفرق بين مساحتي الدائرتين الخارجية والداخلية. نعلم أن مساحة الدائرة هي πr^2. للدائرتين هنا نضع قطرين مختلفتين، حيث $R=8\,cm$ و $r=5\,cm$. وبالتالي طالما أن مساحة الحلقة A هي الفرق بين مساحتي هاتين الدائرتين يمكننا أن نكتب:

$$A=\pi R^2-\pi r^2 \quad \text{أو} \quad A=\pi(R^2-r^2)$$

عندئذ وبتعويض القيم الموافقة لأنصاف الأقطار نجد:

$$A=\pi(8^2-5^2)=\pi(64-25)=(39)(\frac{22}{7})=122.6\ cm^2$$



الشكل 2−4: الحلقة

لاحظ أنه فيما يتعلق بالدائرة هناك المحيط $C = 2\pi r$ أو $C = \pi d$ حيث r – نصف القطر و d – القطر.

نقطة مفتاحية
محيط الدائرة : $\pi d = 2\pi r$.

نقطة مفتاحية
مساحة الدائرة : $\pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$.

نحن بحاجة إلى جدولة بعض أهم العلاقات التي نحتاجها إلى حساب مساحات السطوح والحجوم للأجسام النظامية (الجدول 2−3)

مثال 2−42

أوجد الحجم والمساحة الكلية للأسطوانة القائمة بما في ذلك قاعدتاها العليا والسفلى إذا كان ارتفاع الأسطوانة 12cm ونصف قطر القاعدة 3cm.

في هذا المثال من السهولة بمكان السؤال عن تطبيق الصيغة الملائمة، لذا بالنسبة إلى الحجم :

$$V = \pi r^2 h = \pi (3)^2 12 = 108\pi = (108)(\frac{22}{7}) = 339.4 cm^3$$

والآن للأسطوانة قاعدتان عليا وسفلى، لذلك مساحة السطح:

$$S = 2\pi r(h + r)$$

$$S = 2\pi(3)(12 + 3) = 90\pi = 282.86 cm^2$$

الجدول 2-3 صيغ الأجسام النظامية

الجسم	الحجم	مساحة السطح
أسطوانة دائرية قائمة بدون القاعدة والقمة	$V = \pi r^2 h$	$S = 2\pi rh$
أسطوانة دائرية قائمة مع القاعدة والقمة	$V = \pi r^2 h$	$S = 2\pi rh + 2\pi r^2$ أو $S = 2\pi r(h+r)$
مخروط بدون قاعدة	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$	$S = \pi r\ell$ حيث ℓ هي الارتفاع المائل
مخروط مع القاعدة	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$	$S = \pi r\ell + \pi r^2$ أو $S = \pi r(\ell + r)$
الكرة	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	$S = 4\pi r^2$
أنبوب مجوف ذو مقطع دائري منتظم	$V = \frac{4}{3}\pi(R^2 - r^2)\ell$	$2\pi(R^2 - r^2) + 2\pi(R + r)$
قشرة كروية	$V = \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$	$S = 4\pi(R^2 + r^2)$

ملاحظات على الجدول

1- بالنسبة إلى الأسطوانة الارتفاع h هو الارتفاع الشاقولي.هناك علاقتان لمساحة سطح الأسطوانة تبعاً لوجود قاعدتين عليا وسفلى أم عدمه. المساحة πr^2 توافق إضافة إحدى القاعدتين، وبالتالي $2\pi r^2$ توافق إضافة كليهما.

2- علاقات مساحة سطح المخروط أخذت أيضاً بالحسبان كون المخروط مع أو بدون قاعدة دائرية. في علاقة الحجم، الارتفاع هو أيضاً الارتفاع الشاقولي بدءاً من القاعدة. بينما تستخدم مساحة السطح الارتفاع المائل ℓ.

3- يأخذ الأنبوب المجوف بالحسبان مساحة السطح عند نهاية الأنبوب، عندما يؤخذ المقطع العرضي بزاوية قائمة بالنسبة إلى الطول. يعطى الحجم عن طريق مساحة المقطع العرضي للحلقة. مضروبة بطول الأنبوب.

4- تتضمن مساحة سطح القشرة الكروية كل من السطح الداخلي والخارجي للقشرة.

سوف ننهي هذا المقطع القصير عن المساحات والحجوم بمثال آخر. تاركين المجال للتدرب على استخدام هذه الصيغ عن طريق إنهاء التمارين في اختبر فهمك 2−10.

مثال 2−43

يتدفق الماء عبر أنبوب دائري ذي نصف قطر داخلي 10cm بسرعة 5m/s. إذا كان الأنبوب مملوءاً دائماً بنسبة ثلاثة أرباع، أوجد حجم الماء المار خلال 30min.

تتطلب هذه المسألة إيجاد حجم الماء في الأنبوب خلال واحدة من الزمن، وبكلمات أخرى، حجم الماء في الأنبوب كل ثانية. لاحظ أن الطول لم يعط مساحة المقطع الدائري:

$$\pi r^2 = \pi (10)^2 = 100\pi$$

لذلك مساحة المقطع العرضي للماء:

$$= (\frac{3}{4})100\pi = 75\pi\, cm^2 = (75\pi)10^{-4} m^2$$

والآن طالما أن الماء يتدفق بسرعة 5m/s، عندئذ حجم الماء المار كل ثانية:

$$= \frac{(5)(75\pi)10^{-4}}{1} = (375\pi)\cdot 10^{-4} m^3/s$$

عندئذ الحجم بـــ m^3 الذي يمر خلال 30min

$$= (30)(60)(375\pi)(10^{-4}) = 67.5\pi = 212 m^3$$

اختبر فهمك 2−10

استخدم $\pi = \frac{22}{7}$ للإجابة عن الأسئلة التالية:

1− أوجد حجم المخروط الدائريِّ ذي الارتفاع 6cm ونصف قطر القاعدة 5cm.

2- أوجد مساحة السطح المنحني للمخروط (بدون شمول القاعدة) حيث نصف قطر قاعدته 3cm وارتفاعه الشاقولي 4cm. ملاحظة: أنت بحاجة أولاً إلى إيجاد الارتفاع المائل.

3- إذا كانت مساحة الدائرة $80mm^2$، أوجد قطرها بتقريب رقمين دالين.

4- أسطوانة، نصف قطر قاعدتها 5cm وحجمها ($1000\ cm^3$) 1L. أوجد ارتفاعها.

5- أنبوب ذو سماكة 5mm له قطر خارجي 120mm، أوجد حجم 2.4 m من الأنبوب.

2-4 الهندسة وعلم المثلثات Geometry and trigonometry

في هذا الجزء الأخير من الرياضيات اللاحاسوبية، سنبحث في التمثيل التحليلي والبياني وحل المعادلات والتوابع. على الرغم من أن حلولها التحليلية، الأكثر صحة، تأتي تحت المقطع السابق للجبر، إلا أننا سنجد أن في هذه الحلول سهولة في الفهم إذا جمعنا حلولها التحليلية مع التمثيل البياني.

عندئذ سندرس النسب المثلثية الأساسية واستخدام الجداول وطبيعة استخدام أنظمة الإحداثيات القائمة والقطبية. وأخيراً سندرس بشكل موجز الطرق التي اخترناها لإخراج الرسومات الهندسية البسيطة، التي تشمل في بعض الأحيان استخدام النسب المثلثية. سنبدأ مع مثال بسيط في الحل التحليلي للمعادلات الخطية.

2-4-1 حل المعادلات البسيطة Solution of simple equations

لقد قمنا فيما سبق بحل المعادلات تحليلياً، لكن قبل أن نبدأ دراستنا للحل البياني للمعادلات، لدينا مثال يبين أنه من أجل حل المعادلات البسيطة تحليلياً، كل ما نحتاج فعله، هو تطبيق التقنيات التي تعلمتها عند مناقلة ومعالجة الصيغ. النقطة المهمة حول المعادلات أن إشارة المساواة يجب أن تكون موجودة دائماً.

مثال 2−44

حلّ المعادلات التالية:

1− $3x-4=6-2x$

2− $8+4(x-1)-5(x-3)=2(5+2x)$

3− $\frac{1}{2x+3}+\frac{1}{4x+3}=0$

1− من أجل هذه المعادلة، ما نحتاجه هو تجميع كل الحدود التي تضم المجهول x على الجانب الأيسر للمعادلة، ببساطة باستخدام قواعدنا لمناقلة الصيغ.

عندئذ $3x+2x-4=6$ و $3x+2x=6+4$

أو $5x=10$ وبالتالي $x=2$

2− بالنسبة إلى هذه المعادلة نحتاج في البداية إلى التخلص من الأقواس (عن طريق تحقيق ضرب أطراف الجداءات)، ثم نجمع الحدود التي تحوي المجهول x إلى طرف المعادلة والأعداد إلى الطرف الآخر، ثم نقسم للحصول على الحل، وبالتالي:

$$8+4(x-1)-5(x-3)=2(5+2x)$$
$$8+4x-4-5x+15=10+4x$$
$$4x-5x-4x=10+4-8-15$$
$$-5x=-9$$

وبالتقسيم على 5−

$$x=\frac{-9}{-5} \quad \text{أو} \quad x=\frac{9}{5}$$

علينا الحذر عند التعامل مع الإشارات. ولنتذكر أيضاً أن حاصل قسمة عدد سالب على عدد سالب آخر يعطي عدداً موجباً.

بدلاً من ذلك يمكن ضرب أعلى الكسر وأسفله بالعدد (1-)، عندئذ من (+)=(−) (−) (−) نحصل على $\frac{9}{5}$ وهو المطلوب.

3− لحل هذه المعادلة نحتاج إلى معالجة الكسر، أو تطبيق العملية الحسابية العكسية لكل حد. التبسيط للحصول على x باستخدام قواعد المناقلة معروضة بشكل كامل أدناه.

$$\frac{1}{2x+3}+\frac{1}{4x+3}=0$$

$$\frac{1(2x+3)}{2x+3}+\frac{1(2x+3)}{4x+3}=0(2x+3)$$

$$1+\frac{2x+3}{4x+3}=0$$

$$1(4x+3)+\frac{(2x+3)(4x+3)}{4x+3}=0(4x+3)$$

$$(4x+3)+(2x+3)=0$$

$$4x+3+2x+3=0$$

$$6x=-6$$

وبالتالي $x=-1$

كان بإمكاننا أن نقوم بعملية الضرب بالحدود في المقامات بعملية واحدة فقط عن طريق ضرب كل حد بالجداء $(2x+3)(4x+3)$. لاحظ أيضاً أنه عند ضرب أي حد بالصفر، يكون الناتج صفراً دوماً.

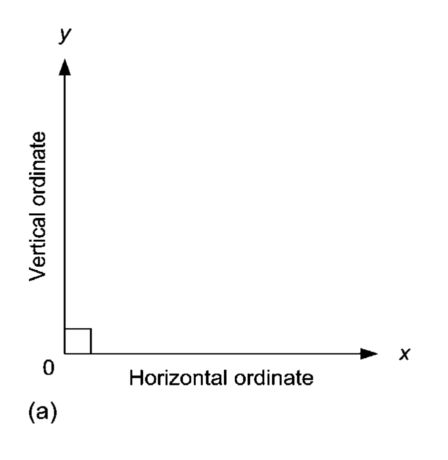
نقطة مفتاحية
في جميع المعادلات الخطية، أعلى قوة للمجهول هي 1 (الواحد).

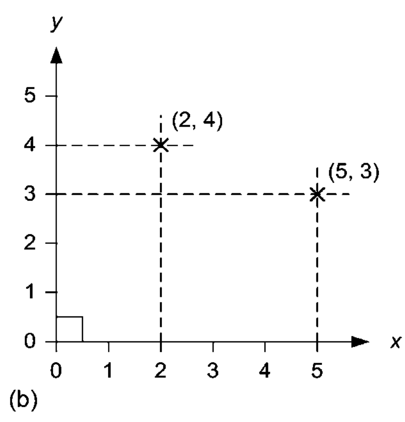
2-4-2 المحاور والمقاييس والإحداثيات البيانية

Graphical axes, scales and coordinates

لرسم مخطط، نأخذ، كما تعلم، خطين متعامدين، أي خطين بزاوية قائمة بالنسبة إلى بعضهما البعض الشكل (2-5 أ)) هذان الخطان يشكلان المحورين المرجعيين، حيث يحمل تقاطعهما عند النقطة صفر تسمية مبدأ الإحداثيات origin).

عند رسم خطط بياني يجب اختيار مقياس مناسب، وليس ضرورياً أن يكون هذا المقياس هو نفسه لكلا المحورين. لرسم نقاط على خط بياني، تعرف هذه النقاط بإحداثياتها. تم تمثيل النقطتين (2 و4) و(3 و5) على الشكل (2-5 ب). لاحظ أن الإحداثي x أو المتغير المستقل يرد أولاً (إلى اليسار) بشكل دائم. تذكر أيضاً أنه عندما نستعمل التعبير رسم s مقابل t، عندئذ ترسم كل قيم المتغير التابع s على المحور الشاقولي. وترسم قيم المتغير المستقل الآخر (t في هذه الحالة) على طول المحور الأفقي.





الشكل 2-5: محاور وإحداثيات المخطط البياني.

لقد مررنا على فكرة المتغيرات المستقلة والتابعة خلال دراستنا السابقة، حيث تحدد قيم المتغيرات التابعة حسب القيم المعروفة للمتغيرات المستقلة. مثلاً في المعادلة البسيطة $y = 3x + 2$ إذا كانت $x = 2$ عندها $y = 8$ وإذا كانت $x = -2$ عندئذ $y = -4$ وهكذا. لذلك كل ما نحتاجه إلى رسم المخطط البياني هو:

1− ارسم محورين مرجعيين بزاوية قائمة بينهما.

2− اختر مقياساً مناسباً للمتغيرات المستقلة والتابعة أو لكليهما.

3− تأكد من رسم قيم المتغير التابع على المحور الشاقولي.

4− أنشئ جدولاً للقيم، لمساعدتك في الرسم. إن كان ذلك ضرورياً.

إذا كان الرسم خطاً مستقيماً أو منحنياً ناعماً (مستمراً وبدون انكسارات)، عندئذ من الممكن أن نستخدم الرسم لتحديد قيم أخرى للمتغيرات، بمعزل عن القيم المعطاة.

مثال 2−45

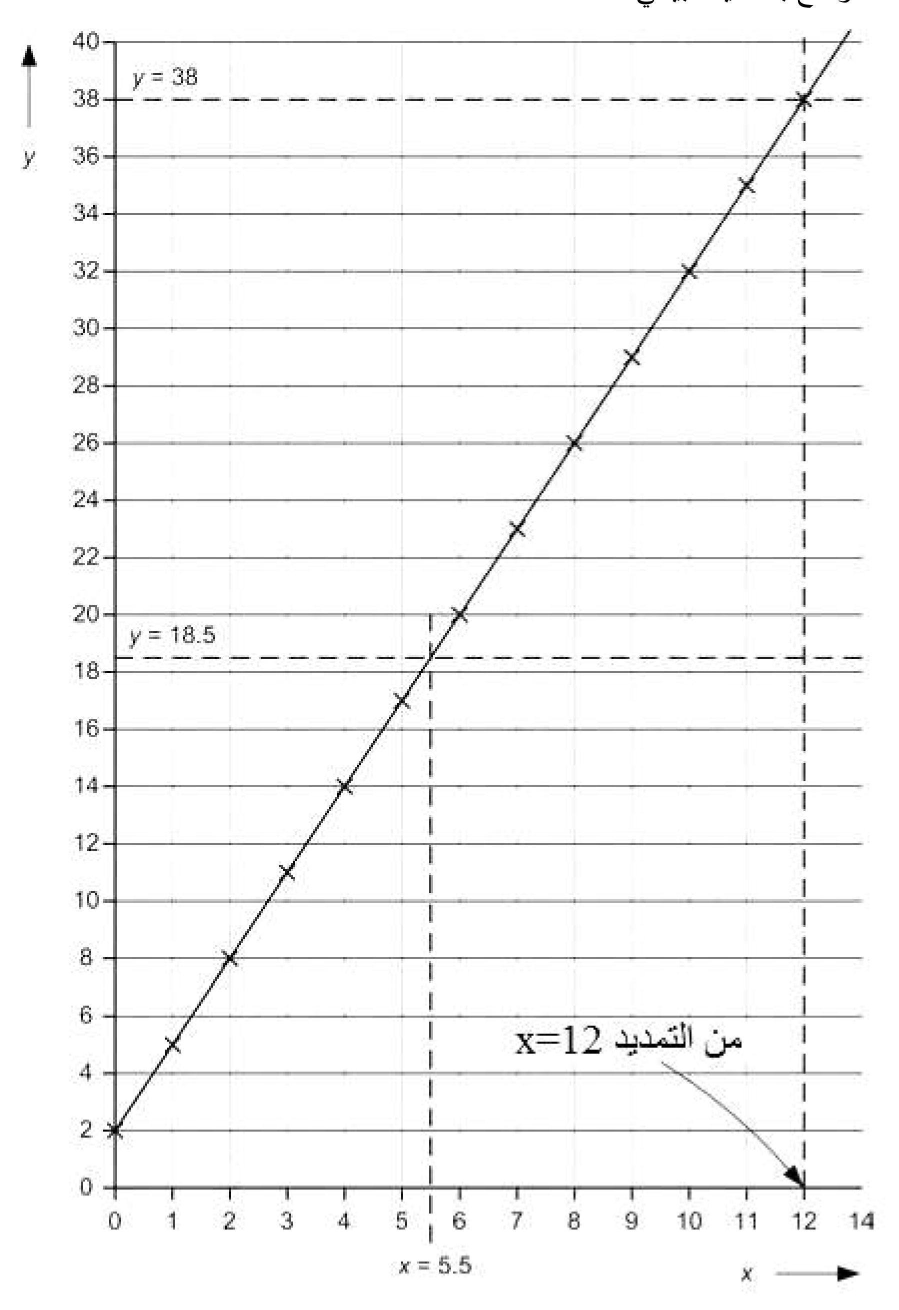
ارسم مخطط y مقابل x، للإحداثيات المعطاة التالية:

x(m)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y(m)	2	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32

وأوجد القيمة الموافقة لقيمة y عند $x=5.5$ وقيمة x عندما $y=38$.

المخطط مرسوم في الشكل (2−6)، لاحظ أننا عندما نصل نقاط الإحداثيات نحصل على خط مستقيم، مقياس المحور x هو $1cm=1m$ ومقياس المحور y هو $1cm=2m$. انظر الشكل (2−6) لإيجاد قيمة y الموافقة لـــ $x=5.5$، نجد 5.5 على المحور الأفقي، ثم نرسم خطاً شاقولياً نحو الأعلى حتى يلتقي مع الخط البياني عند النقطة p عندئذ نرسم خطاً أفقياً حتى التلاقي مع المحور الشاقولي y ونقرأ القيمة التي هي 18.5. وإذا رغبنا في إيجاد قيمة x عند قيمة y المعطاة، نعكس الإجراء. لذلك لإيجاد قيمة x الموافقة $y=38$، نوجد أولاً 38 على المحور y، ثم نرسم منها خطاً أفقياً ليلاقي الخط البياني، لكن في هذه الحالة لا يمتد الخط البياني بعيداً باستخدام القيم المجدولة، لذلك من الضروري تمديد أو مد الخط البياني. في هذه الحالة الخاصة يمكن فعل ذلك، كما هو موضح أعلاه، عند القراءة الشاقولية للأسفل نجد أن التقاطع يحدث عند $x=12$. تشمل هذه العملية تمديد الخط البياني بدون معطيات متاحة للتأكد من دقة الخط الممد. علينا أن نكون حذرين بشكل كافٍ لتجنب الأخطاء المتزايدة. في هذه الحالة

لمخطط الخط المستقيم أو المخطط الخطي، تعتبر هذه العملية مقبولة. تعرف هذه العملية بشكل واسع بالتمديد البياني.



الشكل 2-6: مخطط بياني للخط المستقيم.

نقطة مفتاحية
عند رسم أي متغير y مقابل x يرسم المتغير y على المحور الشاقولي.

2−4−3 مخططات المعادلات الخطية Graphs of linear equations

كل قيم الإحداثيات في المثال السابق هي قيم موجبة. وهذه ليست حالة دائمة، لضم الأعداد السالبة نحتاج إلى تمديد المحورين ليتفاعلا، كما في الشكل (2−7). حيث يمكن رسم كل من القيم الموجبة والسالبة على كلا المحورين. لا يظهر الشكل (2−7) المحورين بجزأيهما السالب والموجب فقط، لكن أيضاً رسماً بيانياً للمعادلة $y = 2x - 4$.

لتحديد قيم y الموافقة لقيم x المبينة بين (2-) و(3) نستخدم الجدول:

x	-2	-1	0	1	2	3
$2x$	-4	-2	0	2	4	6
-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
$y = 2x - 4$	-8	-6	-4	-2	0	2

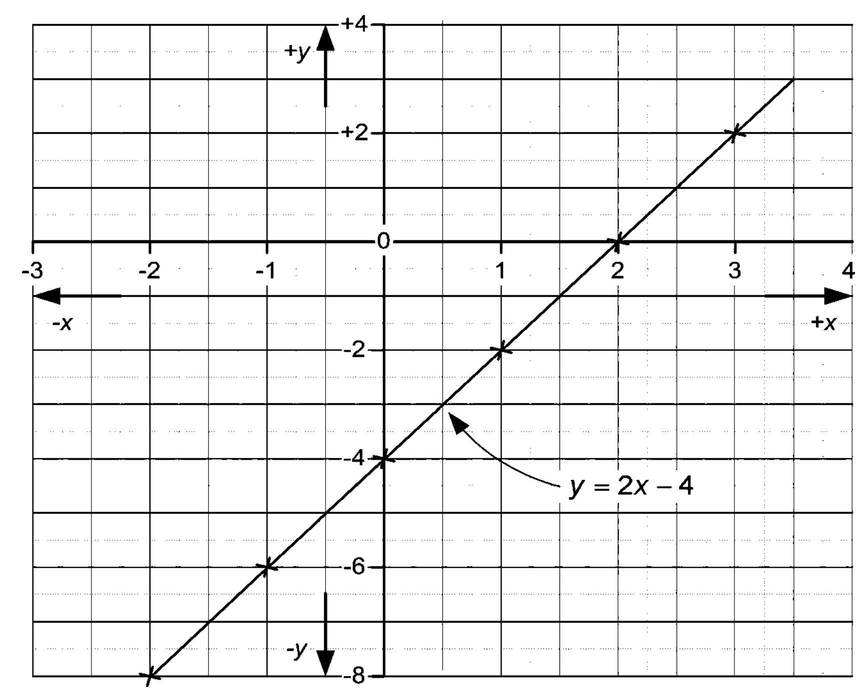
مثلا، عندما $x = -2$، $y = 2(-2) - 4 = -4 - 4 = -8$.

المقياس المستخدم:

على المحور y هو كل 1cm = وحدة واحدة (1 unit)

وعلى المحور x هو كل 2cm = وحدة واحدة.

هذه المعادلة، حيث القوة الأعلى لكل من المتغيرين x و y هي 1 تسمى معادلة من الدرجة الأولى أو معادلة خطية. مخططات جميع المعادلات الخطية هي دائماً خطوط مستقيمة.



الشكل 2–7: رسم بياني للمعادلة $y = 2x - 4$.

الآن يمكن كتابة كل معادلة خطية بالشكل القياسي، أي:

$$y = mx + c$$

وعليه لمعادلتنا $y = 2x - 4$ والتي هي بالشكل القياسي، $m=2$ و $c=-4$.

أيضاً يمكن إعادة ترتيب أي معادلة خطية لتصبح بالشكل القياسي؛ مثلاً:

$4y + 2 = 2x - 6$ تصبح بعد إعادة ترتيبها من أجل y، $4y = 2x - 6 - 2$

أو $4y = 2x - 8$

وبالقسمة على 4:

$$y = \frac{2}{4}x - \frac{8}{4} \quad \text{أو} \quad y = \frac{1}{2}x - 2$$

حيث: $m = \frac{1}{2}$ و $c = -2$

تحديد m و c لمعادلة أي مستقيم

في الشكل (2−8)، إحداثيا النقطة A ، حيث يتقاطع الخط المستقيم مع المحور y ، هما $x=0$ و $y=c$. وهكذا فإن c في المعادلة $y = mx + c$ هي الإحداثي y لنقطة تقاطع الخط المستقيم مع المحور y.

تسمى القيمة $\frac{Bc}{Ac}$ (الشكل (2−8)) تدرج (Gradient) الخط.

وأيضاً من الشكل (2−8) نحصل على:

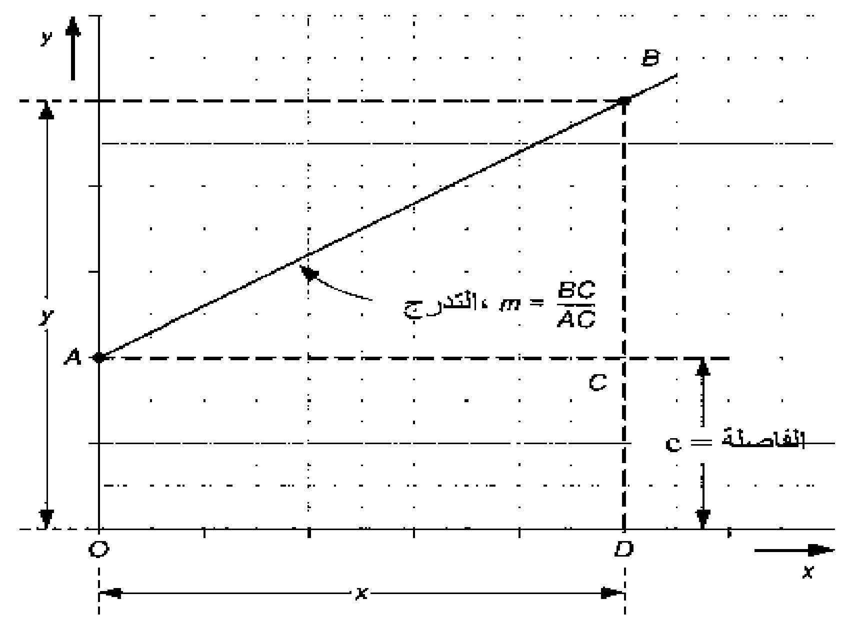
$$Bc = (\frac{Bc}{Ac})Ac = Ac \times (\text{تدرج الخط})$$

$$y = BC + CD + AO$$
$$= AC \times (\text{تدرج الخط}) + AO$$
$$= x \times (\text{تدرج الخط}) + c$$

لكن $y = mx + c$ ، لذلك يمكن أن تعرف أن:

m − تدرج الخط

c − الجزء المحصور من المحور y ، أو قيمة y في نقطة تقاطع الخط مع المحور y.



الشكل 2−8: مخطط يظهر العلاقة بين الثوابت c و m.

مثال 2−46

1− أوجد قانون الخط المستقيم المبين في الشكل (2−9)

2− إذا مرّ الخط البياني المستقيم عبر النقطة (3 ،1−) وكان ميله 4، أوجد قيم كلٍّ من m وc واكتب معادلة الخط.

1− بما أن c هي الجزء المحصور من المحور y (أو قيمة y في نقطة تقاطع الخط مع المحورy) فيمكننا أن نستنتج من المخطط أن $c-4$. لإيجاد قية m ، تدرج الخط، نأخذ قيماً مريحة لـِ x وy (مثل إحداثيات النقطتين N وQ) ونحسب بواسطتها التدرج m من المخطط $m=\dfrac{NP}{QP}=\dfrac{10cm}{2cm}=5$.

لذلك فإن معادلة الخط $y=mx+c$ هي $y=5x+4$.

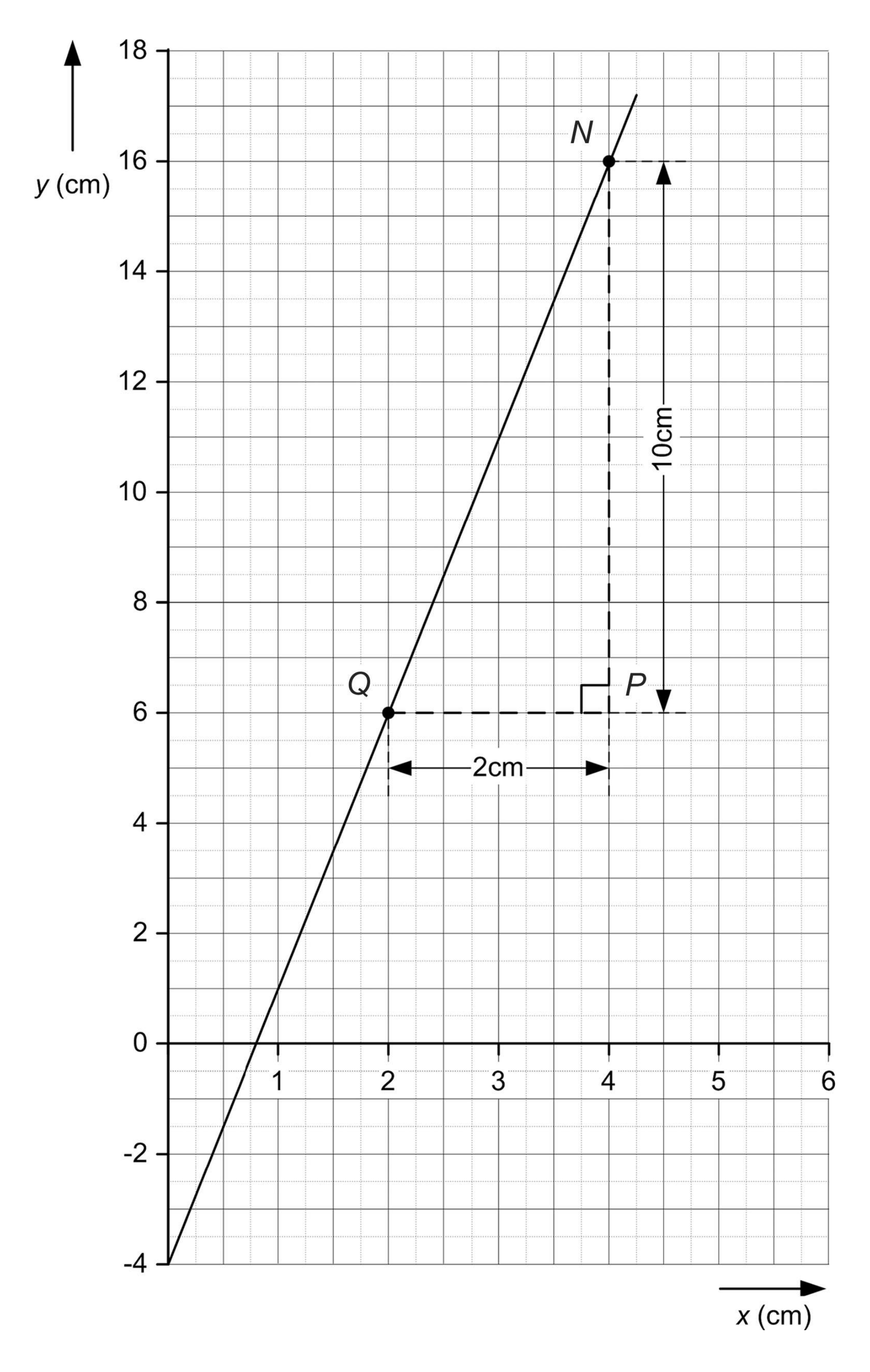
2− أعطِ التدرج $m=4$، لذلك $y=4x+c$ وهذا الخط يمر من النقطة (3 ،1−) وعليه فإن $y=3$ عندما $x=-1$ وبتعويض هذه القيم في معادلة الخط المستقيم $3=4(-1)+c$ نحصل على $c=7$.

عندئذ تصبح معادلة الخط هي $y=4x+7$.

لاحظ أن تدرجي (أو ميلي) الخطين المستقيمين، في الأسئلة المعطاة في المثال 2−46، كانا موجبين. يمكن أن تأخذ مخططات الخطوط المستقيمة تدرجاً سالباً، وهذا يحدث عندما يميل الخط البياني نزولاً إلى يمين المحور y.

في ظل هذه الظروف تكون قيم Δy سالبة، وقيم Δx موجبة أو العكس بالعكس لذلك عندها $m=\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{-|\Delta y|}{|\Delta x|}=-\dfrac{|\Delta y|}{|\Delta x|}$ وبالتالي يكون التدرج m سالباً.

نترك دراستنا للمعادلات الخطية وأشكالها الخطية المستقيمة بمثال على تطبيق قانون الخط المستقيم $y=mx+c$ على البيانات التجريبية.



الشكل 2-9: شكل المثال 2-46 السؤال الأول.

خلال تجربة للتحقق من قانون أوم. تم الحصول على النتائج التجريبية التالية:

E(V)	I(A)
0	0
1.1	0.25
2.3	0.5
3.4	0.75
4.5	1.0
5.65	1.25
6.8	1.5
7.9	1.75
9.1	2.0

ارسم التوتر مقابل التيار، ثم حدّد المعادلة التي تربط E بـِ I. الرسم الناتج مبين في الشكل (2−10)

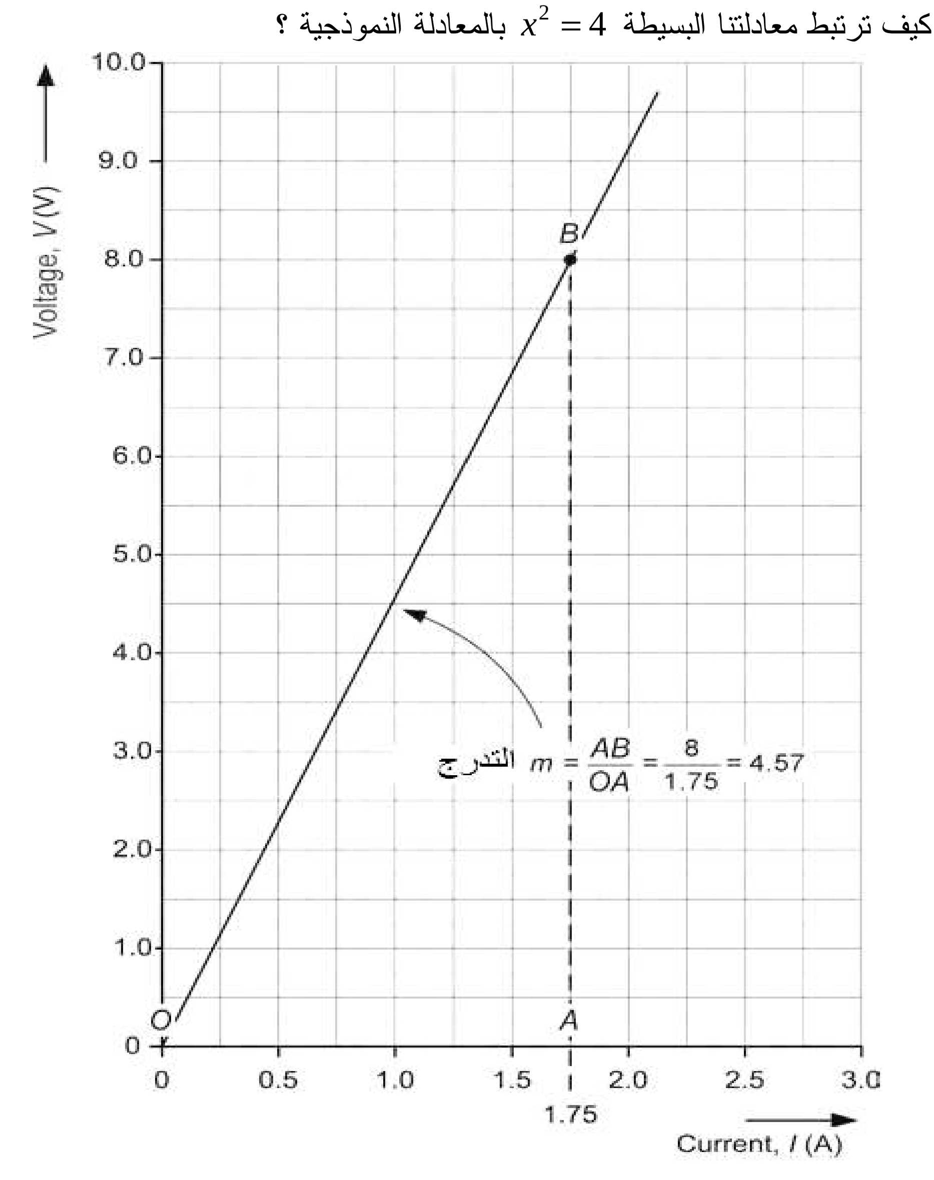
يمكن أن نرى من المخطط أن البيانات التجريبية تشكل خطاً مستقيماً. لذلك المعادلة التي تربط E مع I هي من الشكل $y = mx + c$. وطالما أن المخطط يمر مباشرة من مبدأ الإحداثيات، فإن الثابت c=0. أيضاً من الخطط وبعد أخذ القيم المناسبة نجد أن التدرج $m = 4.57$ مصحح لأقرب ثلاثة أرقام معتبرة؛ لذا فالمعادلة التي تربط E بـــ I هي $E = 4.57\ I$

2−4−4 المعادلات التربيعية **Quadratic equations**

المعادلات التربيعية هي تلك المعادلات التي يكون فيها المتغير المجهول مرفوعاً إلى القوة الثانية. مثلاً ربما تكون المعادلة $x^2 = 4$ من أبسط المعادلات التربيعية. يمكننا حل هذه العادلة بأخذ الجذر التربيعي لكلا الطرفين، وهي من الحلول التي مرت معنا سابقاً، عند مناقلة صيغة ما عندئذ $\sqrt{x^2} = \sqrt{4}$ أو $x = \pm 2$ بالنسبة إلى هذا المثال هناك حلان ممكنان، إما $x = +2$ أو $x + -2$ بتذكر قوانين الإشارات، عندما نربع عدداً موجباً نحصل على عدد موجب $+4 = (+2)(+2)$ أو ببساطة 4، وأيضاً $4 = (-2)(-2)$ ، حسب قوانين الإشارات.

عموماً المعادلة التربيعية هي من النوع $ax^2 + bx + c - o$ ، حيث يمكن أن تأخذ الثوابت c و b و a أي قيمة عددية، موجبة، أو سالبة، عشرية أو كسرية. بشكل مشابه للمعادلات الخطية، لا تظهر المعادلات التربيعية دوماً بالشكل القياسي، أي لا تكون دوماً مرتبة تماماً بنفس ترتيب المعادلة النموذجية $ax^2 + bx + c = 0$.

كيف ترتبط معادلتنا البسيطة $x^2 = 4$ بالمعادلة النموذجية ؟



الشكل 2–10: مخطط E بالنسبة إلى I.

حسناً معامل x^2 الذي هو العدد المضروب بـــ x^2 هو $a=1$. ماذا عن الثابت b، بالطبع لا يوجد حد يحتوي على x في معادلتنا، وبالتالي $b=0$. والآن ماذا عن c؟ معادلتنا ليست في الشكل القياسي، لأن المعادلة يجب أن تساوي الصفر. إن الشكل القياسي لمعادلتنا وبمناقلة بسيطة : $x^2-4=0$. لذلك نعلم الآن بالنسبة إلى معدلتنا أن الحد الثابت $c=-4$.

يمكن أن تحوي المعادلة التربيعية فقط مربع المتغير المجهول كما في مثالنا البسيط، أو يمكن أن تحوي مربع المتغير وقوته الأولى، مثلاً $x^2-2x+1=0$. أيضاً يمكن أن يملك المتحول حتى حلين حقيقيين ممكنين، المعادلات التي سنعالجها في هذا المقرر سيكون لها على الأقل حل حقيقي واحد.

هناك طرق عدة يمكن حل المعادلات التربيعية عن طريقها، أي إيجاد قيم المتغير المجهول. سوف نركز على ثلاث طرق فقط للحل: التحليل إلى عوامل واستخدام الصيغة والحل بالطرق البيانية.

حل المعادلات التربيعية بطريقة التحليل إلى عوامل

Solution of quadratic equations by factorization

خذ المعادلة $x^2-2x+1=0$.إذا تجاهلنا للحظة حقيقة أن هذه معادلة، وركزنا على التعبير x^2-2x+1. يمكنك أن تتذكر كيفية إيجاد عوامل هذا التعبير. لتذكير نفسك عُدْ وانظر الآن إلى عملك في العوامل. آمل أن تتمكن من تحديد عوامل هذا التعبير $(x-1)(x-1)$.

الآن كل ما نحتاج عمله هو مساواة هذه العوامل بالصفر، لحل معادلاتنا. وهكذا $(x-1)(x-1)=0$، عندئذ بالنسبة إلى معادلتنا للموازنة إما القوس الأول $(x-1)=0$ أو القوس الثاني (نفسه في هذه الحالة) $(x-1)=0$. وهكذا حل هذه المعادلة الخطية البسيطة جداً يعطي $x=1$ ولا يهم أي من القوسين تم اختياره. وهكذا في هذه الحالة تملك معادلتنا حلاً وحيداً $x=1$. لاحظ أنه إذا انعدم أي من التعبيرين ضمن القوسين $(x-1)=0$، فإن القوس الآخر سيضرب بالصفر، أي

$0(x-1)=0$. وهذا صحيح بشكل جلي، لأن حاصل ضرب أي كمية بالصفر هو الصفر نفسه.

نقطة مفتاحية
بالنسبة إلى كل المعادلات التربيعية، القوة الأعلى للمتغير المجهول هي 2 (اثنان).

مثال 2-48

حل المعادلة $3x^2-5=2x-4$ بطريقة التحليل إلى عوامل.

أول شيء يلاحظ قبل محاولة الحل أن هذه المعادلة ليست بالشكل القياسي. كل ما نحتاج فعله هو مناقلة المعادلة للحصول عليها بالشكل القياسي. معرفتك الحالية تجعلك قادراً على إنجاز المناقلة بسهولة، لذلك تأكد من حصولك على $3x^2+2x-1=0$. والآن وباستعمال تقنيات التحليل إلى عوامل، التي تعلمتها سابقاً، وبعد المحاولة والخطأ، عليك أن تجد أن: $(3x-1)(x+1)=0$ وعندها إما:

$3x-1=0$ وهذا يعطي $x=\frac{1}{3}$

أو $x+1=0$ وهذا يعطي $x=-1$

لاحظ أنه في هذه الحالة تملك المعادلة حلين مختلفين، يمكن فحص دقة كليهما بتعويض كل منهما في المعادلة الأصلية، عندها أيضاً:

$$3(\frac{1}{3})^2-5=-2(\frac{1}{3})-4$$

أو: $\frac{3}{9}-5=-\frac{2}{3}-4$

لذلك: $-4\frac{2}{3}=-4\frac{2}{3}$

وهو صحيح أو $3(-1)^2-5=-4-2(-1)$ أو $3-5=-4+2$

لذلك $-2=-2$ ، وهو صحيح أيضاً. لاحظ الحاجة إلى معالجة الكسور وإلى الاهتمام بقوانين الإشارات، آمل أنك قد اكتسبت المهارات في هذه المرحلة من تعلمك.

حل المعادلات التربيعية باستخدام الصيغة

Solution of quadratic equations using formula

ليس بالإمكان دائماً حل المعادلات التربيعية بطريقة التحليل إلى عوامل. عندما لا نستطيع أن نحلل تعبير المعادلة إلى عوامل، يمكننا إعادة الترتيب لاستخدام الصيغة القياسية. نعلم الآن أن الشكل القياسي للمعادلة التربيعية هو $ax^2+bx+c=0$ ويمكن أن يظهر أن حل هذه المعادلة هو: $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

الآن. يمكن أن تبدو هذه المعادلة معقدة، لكنها بسيطة نسبياً للاستخدام. المعاملات a و b و c هي نفسها المعادلات الموجودة في الشكل القياسي للمعادلة التربيعية. لذلك أثناء إيجاد المتحول x، كل ما نحتاج عمله هو تعويض المعاملات في الصيغة السابقة، بالنسبة إلى المعادلة التربيعية المدروسة. كل ما نحتاج ذكره هو أنه وقبل استخدام الصيغة السابقة نضع دائماً المعادلة المطلوب حلها بالشكل القياسي. لاحظ دائماً أن في الصيغة أعلاه، أن كل البسط بما فيه $-b$ مقسوم على $2a$

مثال 2−49

حل المعادلة $5x(x+1)-2x(2x-1)=20$

المعادلة أعلاه ليست بالشكل القياسي، في الحقيقة لا يمكن أن ندرك أنها معادلة تربيعية حتى نبسطها. لذلك نبسطها عن طريق ضرب الأقواس وتجميع الحدود المتشابهة لنجد:

$$5x^2+5x-4x^2+2x=20$$

وكذلك

$$x^2+7x-20=0$$

وهذه المعادلة الآن بالشكل القياسي، ويمكن حلها باستخدام الصيغة. ربما يمكن حلها أولاً بالتحليل إلى عوامل. إذا تعذر ذلك بالسرعة المعقولة، نستطيع عندئذ اللجوء إلى الصيغة، إلا إذا طلب منا غير ذلك.

عندئذ من

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - a4c}}{2a}$$

نجد

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - (4)(1)(-20)}}{2(1)}$$

بالتبسيط

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{129}}{2} \quad \text{أو} \quad x = \frac{-7 \pm 11.358}{2}$$

وكذلك

$$x = \frac{-7 + 11.358}{2} \quad \text{أو} \quad x = \frac{-7 - 11.358}{2}$$

كما هو معطى، قيم المجهول x المقرب لثلاثة أرقام دالة:

$$x = 2.18 \quad \text{أو} \quad x = -9.18$$

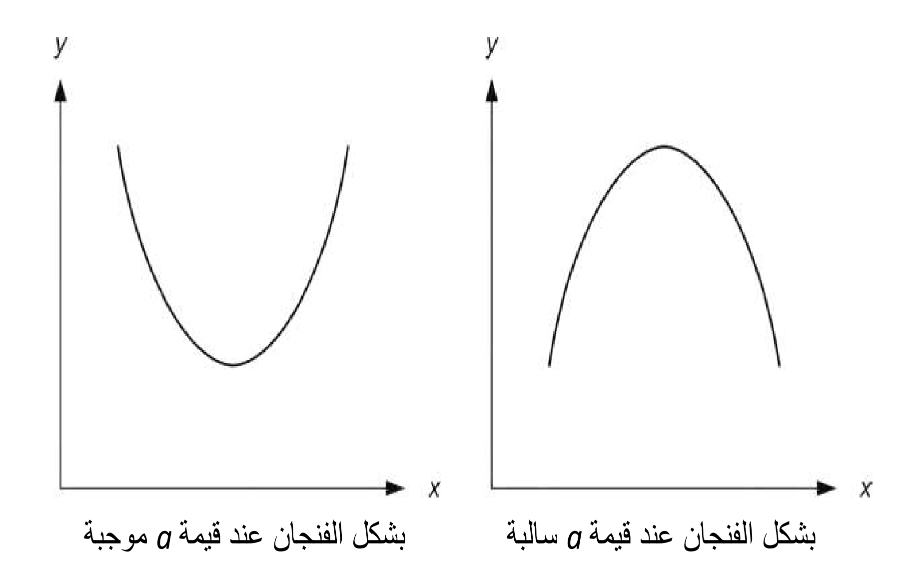
سندرس الآن طريقتنا الأخيرة في حل المعادلات التربيعية باستخدام الطريقة البيانية.

نقطة مفتاحية
تملك المعادلات التربيعية حلين (2) حقيقيين على الأكثر

حل المعادلات التربيعية باستخدام الطريقة البيانية

Solution of quadratic equations using graphical method

إذا رسمنا تابعاً تربيعياً من الشكل $ax^2 + bx + c$ ، فالمنحني الناتج يعرف بالقطع المكافئ (parabola) وبالاعتماد على إشارة المعامل a سيتحدد أي اتجاه سيتخذه المنحني الشكل (2−11).



الشكل 2−11: منحنيات توابع تربيعية.

يتطلب رسم مثل هذه المنحنيات جدولاً من قيم المتغيرات المستقلة والتابعة. أفضل ما يوضح به هذا الإجراء هو المثال التالي.

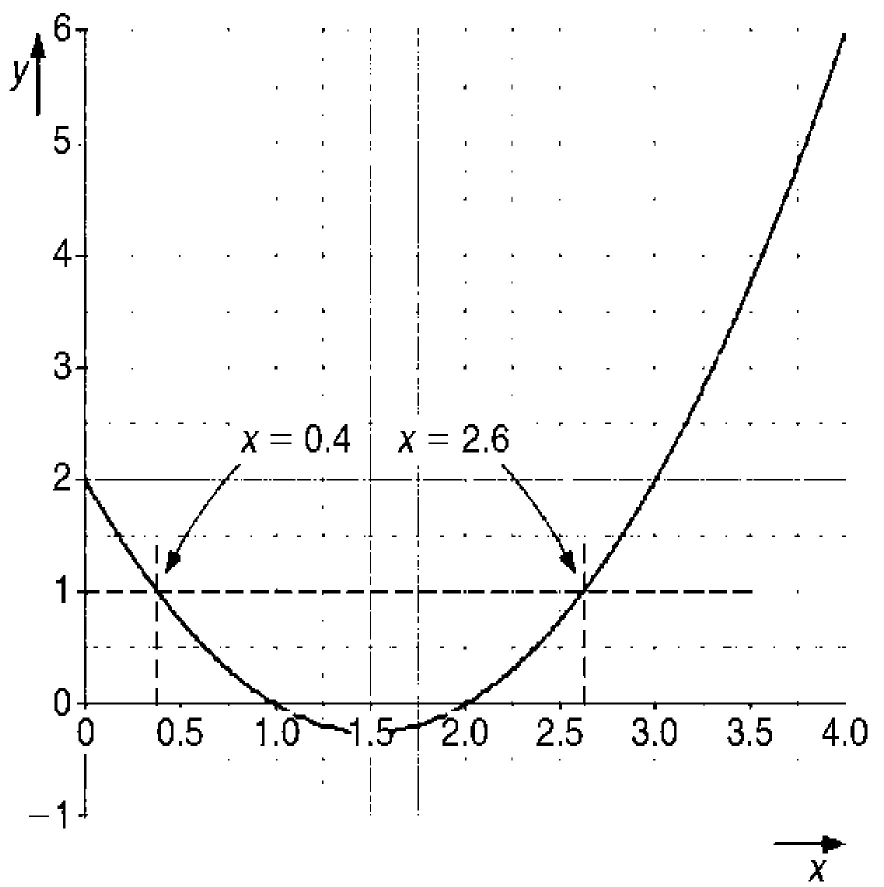
مثال 2−50

ارسم المنحني البياني $y = x^2 - 3x + 2$ آخذاً قيم المتغير المستقل x بين o و 4

x	0	1	2	3	4
x^2	0	1	4	9	16
$-3x$	0	−3	−6	−9	−12
2	2	2	2	2	2
y	2	0	0	2	6

لذلك من المعادلة عندما $x = 1.5$ فإن $y = 2.25 - 4.5 + 2 = 0.25$

الرسم الناتج موضح بالشكل (2−12)



الشكل 2−12 مخطط التابع $y = x^2 - 3x + 2$

الآن النقاط على المنحني حيث يقطع المحور x هي $x = 1$ و $x = 2$، هذه النقاط على المنحني حيث $y = 0$ أو $x^2 - 3x + 2 = 0$، لذلك $x = 1$ و $x = 2$ هما حل المعادلة التربيعية $x^2 - 3x + 2 = 0$

والآن من مخططنا هذا، نستطيع أن نحل أيضاً أي معادلة من الشكل $x^2 - 3x = k$ حيث k ثابت. إذا رغبنا مثلاً أن نحل $x^2 - 3x + 1 = 0$ عندئذ بمقارنة هذه المعادلة بمعادلة المخطط، كل ما نحتاج فعله هو إضافة 1 إلى كلا الحدين لنكسب المعادلة $y = x \;\; - 3x + 2 = 1$ لذلك لحل هذه المعادلة نحتاج إلى

نقاط على المنحني حيث $y=1$. عندئذ نرسم خط $y=1$ ونقرأ قيم x المكافئة عند تلك النقاط.

من الخط المقطّع على المخطط حصلنا على حل هذه المعادلة وهو $x = 2.6$ أو $x = 0.4$

نقطة مفتاحية
مخططات التعابير التربيعية والمعادلات تكون دوماً على شكل قطع مكافئ.

ننهي دراستنا عن المعادلات بدراسة المعادلات الآنية.

2-4-5 المعادلات الآنية Simultaneous equations

تتضمن المعادلات الآنية أكثر من متغير أو مجهول. نستطيع حل معادلة خطية بسيطة بمجهول واحد باستخدام قوانين الجبر التي تعلمناها. غالباً ما يكون مطلوباً تمثيل المسائل الهندسية التي تشمل أكثر من متغير. مثلاً إذا تضمنت إحدى المسائل الهندسية حل معادلة مثل $3x + 2y = 12$. كيف نتصرف بالنسبة إلى الحل؟ حسناً للإجابة عن هذا السؤال هو أن معادلة وحيدة مع مجهولين اثنين غير قابلة للحل، ما لم نعلم قيمة أحد المتغيرين. لكن إن كان لدينا معادلتان بمجهولين، فمن الممكن حل هاتين المعادلتين آنياً أي بنفس الوقت. يمكن حل ثلاث معادلات خطية مع ثلاث متغيرات بشكل آني. في الحقيقة، أي عدد من المعدلات الخطية مع العدد الموافق للمجاهيل (المتغيرات) يمكن حله آنياً. لكن عندما يكون عدد المتغيرات أكبر من ثلاثة من الأفضل حل النظام المعادلات باستخدام الحاسوب (الكمبيوتر)!

تظهر أنظمة المعادلات هذه في عدد من المجالات الهندسية، وخاصة عندما نمزج السلوك السكوني مع السلوك الحركي للأجسام والسوائل. سوف تُسَرّ عندما تعلم أننا سندرس أنياً فقط معادلتين، تحتويان على مجهولين! في بعض الأحيان، يتضمن إيجاد توزع التيارات والجهود في الشبكات الكهربائية مثلاً حل معادلات بمجهولين اثنين فقط.

الحل التحليلي للمعادلات الآنية

Analytical solution of simultaneous equations

ادرس زوج المعادلات:

$$3x + 2y = 12 \quad (1)$$

$$4x - 3y = -1 \quad (2)$$

كل ما نحتاج فعله لحل هذه المعادلات الآن هو استخدام تقنيتي العزل والتعويض، على كل من المعادلتين معاً. دعنا نعزل المتغير x من كلتا المعادلتين. يمكن تحقيق ذلك بضرب كل معادلة بثابت. عندما نفعل ذلك، نحن لا نبدل طبيعة المعادلة. إذا ضربنا المعادلة (1) بالثابت 4، والمعادلة (2) بالثابت 3، نجد:

$$12x + 8y = 48$$

$$12x - 9y = -3$$

لاحظ أننا نضرب كل حد بالمعادلة بالثابت. والآن، كيف سيساعد ذلك في عزل x؟

إذا جمعنا كل من المعادلتين إلى الأخرى سنحصل على الحد الأول $24x$، وهذا ليس مفيداً. لكن إذا طرحنا المعادلة (2) من (1) نحصل على:

$$\begin{array}{c} 12x + 8y = 48 \\ \underline{-(12x - 9y = -3)} \\ 0 + 17y = 51 \end{array}$$

والتي منها نرى أن $y=3$. والآن بإيجاد أحد المتغيرين المجهولين، نستطيع تعويض قيمته في إحدى المعادلتين الأصليتين من أجل إيجاد المجهول الآخر.

باختيار المعادلة (1) عندئذ من $3x + 2y = 12$

نحصل على: $3x + 2(3) = 12$

أو $3x = 6$ وبالتالي $x = 2$

وهكذا الحل المطلوب هو $y=3$ و $x = 2$

عند حل أية معادلة يمكن التحقق دائماً من الحل، وذلك عن طريق تعويض قيمته في المعادلة الأصلية، لذلك وبتعويض القيم في المعادلة (2) نجد: $4(2)-(3)(3)=-1$ وهذا صحيح.

نقطة مفتاحية
لحل معادلات معاً، نطلب عدداً من المعادلات مساوياً لعدد المجاهيل.

الحل البياني لمعادلتين آنيتين:

Graphical solution of two simultaneous equations

طريقة الحل مبيّنة في المثال التالي. نرسم خطاً بيانياً مستقيماً يمثل كل معادلة خطية، وحيث يتقاطع الخطان يكون الحل الوحيد لكلتا المعادلتين.

مثال 2−51

حل المعادلتين التاليتين بيانياً.

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=\frac{13}{6} \quad \text{و} \quad \frac{2x}{7}-\frac{y}{4}=\frac{5}{14}$$

بداية نحتاج إلى إعادة ترتيب وتبسيط هذه العادلات في حدود المتغير المستقل y. يمكننا تبسيط الكسور، ومن ثم نعيد ترتيب المعادلتين. نجد بالنتيجة:

$$2y = 13 - 3x$$
$$-7y = 10 - 8x$$

بمناقلة الحدود بالنسبة إلى y نجد:

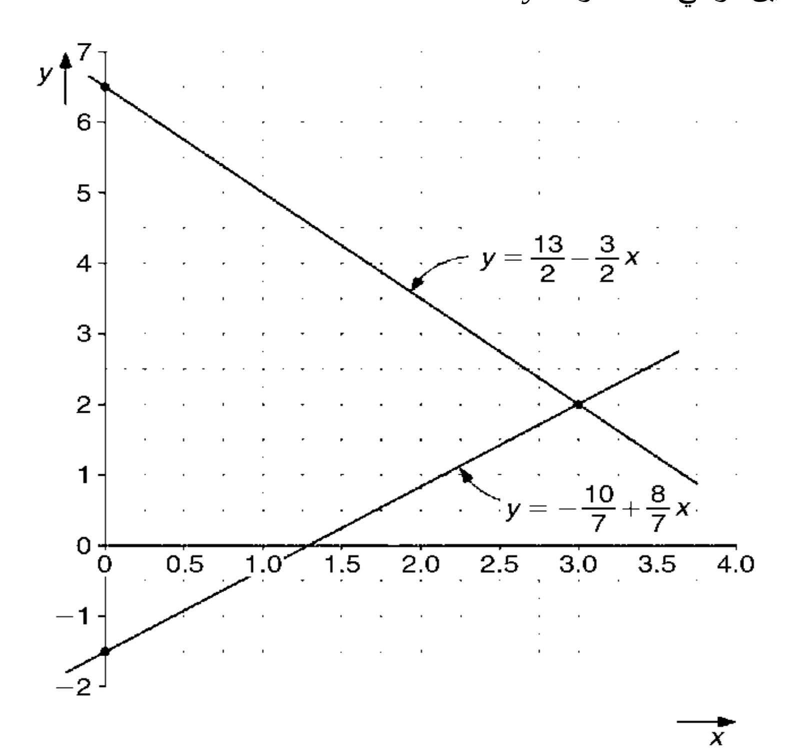
$$y = \frac{13}{2} - \frac{3}{2}x$$

$$y = -\frac{10}{7} + \frac{8}{7}x$$

والآن نستطيع إيجاد قيم y الموافقة للقيم المختارة لـــ x. باستخدام أربع قيم لـــ x ولتكن 0 و1 و2 و3 نستطيع أن نرسم خطين مستقيمين، أي :

x	0	1	2	3
$y = \frac{13}{2} - \frac{3}{2}x$	$\frac{13}{2}$	5	$\frac{7}{2}$	2
$y = -\frac{10}{7} + \frac{8}{7}x$	$-\frac{10}{7}$	$-\frac{2}{7}$	$\frac{6}{7}$	2

من المخطط المبين في الشكل (2−13)، نجد النتيجة من تقاطع الخطين المستقيمين، وهي: x=3 وy=2



الشكل 2−13: مخططا المعادلتين الآتيتين $y = \frac{13}{2} - \frac{3}{2}x$ و $y = -\frac{10}{7} + \frac{8}{7}x$.

في هذا الاستخدام الخاص، يمكن أن يكون من الأسهل حل هاتين المعادلتين باستخدام الطريقة الجبرية.

نقطة مفتاحية
يحدث الحل البياني لمعادلتين آنيتين في مكان تقاطع الخطوط البيانية المستقيمة لكلتا المعادلتين.

اختبر فهمك 2-11

1- تظهر القيم في الجدول كيف يتغير التيار اللحظي I مع التوتر V. ارسم المخطط V بالنسبة إلى I وأوجد قيمة V عندما I=3.0.

V	15	25	35	50	70
I	1.1	2.0	2.5	3.2	3.9

2- حل المعادلات الخطية التالية:

(أ) $5x-1=4$

(ب) $3(x-2)=2(x-1)$

(ج) $\frac{1}{p}+\frac{1}{p+1}=\frac{2}{p-1}$

3- حل المعادلات الآنية التالية:

(أ) $2x+3y=8\ ;\ 2x-3y=2$

(ب) $5x+4y=22\ ;\ 3x+5y=21$

(ج) $\frac{a+b}{a-b}=\frac{1}{2}\ ;\ \frac{a+1}{b+1}=2$

(د) $\frac{p}{2}+\frac{q}{3}=2\ ;\ 2p+3y=13$

4- إذا كان $y = ax + b$ أوجد قيمة y عندما x=4. ومعلوم أن y=4 عندما: x=1 وأن y=7 عندما x=2

5- حل بشكل بياني المعادلتين الآنيتين التاليتين:

$$7x - 4y = 37$$
$$6x + 3y = 51$$

6- حل المعادلات التربيعية التالية:

(أ) $6x^2 + x - 2 = 0$

(ب) $-2x^2 - 20x = 32$

(ج) $f + \frac{1}{f} = 3$

(د) $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+2} - \frac{2}{3} = 0$

7- حل المعادلة $\frac{3}{4}x^2 - x = \frac{5}{4}$ بيانياً

8- ارسم باستخدام نفس المقياس والمحاور مخططات:

$$s = 2u + 3$$
$$s = u^2 + u + 1$$

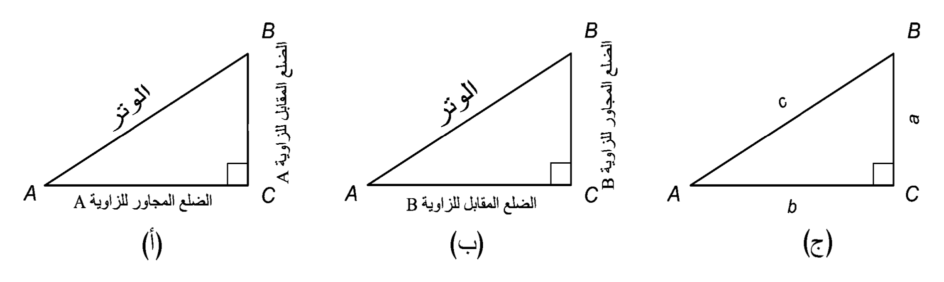
من المخطط، حل المعادلة:

$$u^2 - u = 2$$

2-4-6 النسب المثلثية- استخدام الجداول وحل المثلثات قائمة الزاوية

Trigonometric ratios, use of tables and the solution of right-angled triangles

نبدأ بتعريف التسمية المستخدمة في المثلثات قائمة الزاوية. نصف النقاط (الرؤوس) للمثلث باستخدام الأحرف الكبيرة A وB وC كما في الشكل (2-14)



الشكل 2–14: مثلث قائم الزاوية.

الضلع AB يقع مقابل الزاوية القائمة (90) ويسمى الوتر. الضلع BC يقع مقابل الزاوية A ويسمى الضلع المقابل لــ A. وأخيراً في الشكل (2–14 أ) الضلع AC معروف باسم الضلع المجاور لــ A.

الطريقة الأخرى للتمييز بين الضلع المقابل والضلع المجاور هي أن تتخيل أنك تنظر بعينك من وراء الزاوية، عندئذ ما تراه هو الضلع المقابلة. يبين هذا الشكل (2–14 ب) عندما ندرس الأضلاع وعلاقتها مع الزاوية B لوصف الأضلاع بشكل مناسب غالباً ما نميز هذه الأضلاع بالأحرف الصغيرة المقابلة للزاوية الخاصة بها، كما في الشكل (2–14 ج). فضلاً عن استخدامنا للأحرف الكبيرة فعند دراستنا لأية زاوية، نستخدم الرموز من الأبجدية الإغريقية.

الرموز الإغريقية الأكثر انتشاراً هو ثيتا θ، ولكن يمكن أيضاً استعمال $\phi, \gamma, \beta, \alpha$ (ألفا، بيتا، غاما، فاي، على التتالي).

نقطة مفتاحية
الضلع المقابل للزاوية القائمة في المثلث قائم الزاوية هو الوتر.

النسب المثلثية The trigonometric ratios

يبين الشكل (2–15) الزاوية θ، المحصورة بين الخطين OA وOB. إذا أخذنا أي نقطة P على الخط OB وأسقطنا من هذه النقطة عموداً على الخط OA لتلتقي معه في النقطة Q عندئذ النسبة:

$\frac{QP}{OP}$ تسمى جيب (sin) الزاوية AOB

$\frac{OQ}{OP}$ تسمى تجيب (cosin) الزاوية AOB

$\frac{QP}{OQ}$ تسمى ظل (tangent) الزاوية AOB

نسبة الجيب (sine)

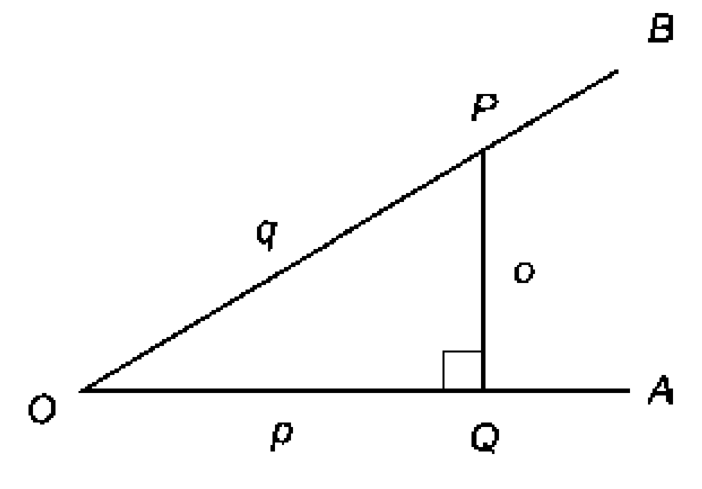
إذا درسنا المثلث OPQ (الشكل 2–16) من نقطة مشاهدة الزاوية θ عندئذ:

جيب (الاختصار sin) الزاوية = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ أي:

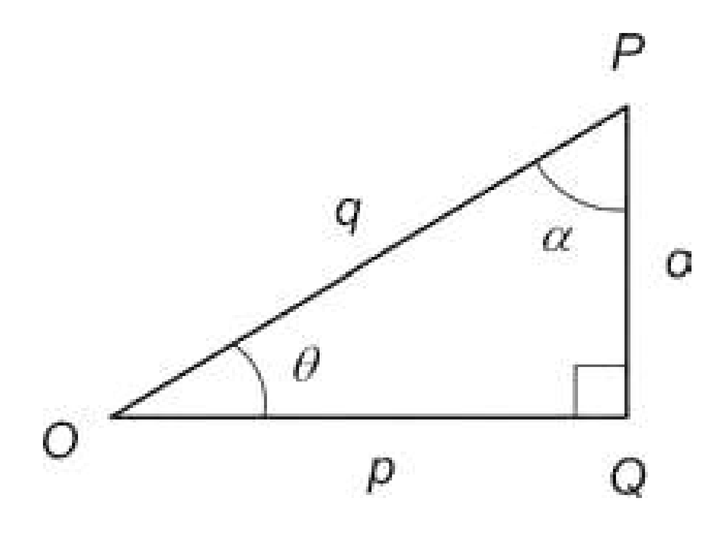
$$\sin\theta = \frac{QP}{OP}$$ أو $$\sin\theta = \frac{o}{q}$$

بشكل مماثل جيب الزاوية $\alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ أي:

$$\sin\alpha = \frac{OQ}{OP}$$ أو $$\sin\alpha = \frac{p}{q}$$



الشكل 2–15: مثلث قائم الزاوية.



الشكل 2−16: جيب الزاوية.

إذا كنا نعرف إحدى الزاويتين θ أو α نستطيع عندها إيجاد قيمة النسبة المثلثية (جيب) لتلك الزاوية المحددة. لفعل هذا يمكنك ببساطة استخدام حاسبتك. طالما نحن ندرس الرياضيات اللا حاسوبية نستطيع فقط استخدام الرسم أو الجداول لإيجاد قيمة النسبة المثلثية (جيب)

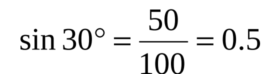
نقطة مفتاحية
من أجل أية زاوية θ: $\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$.

مثال 2−52

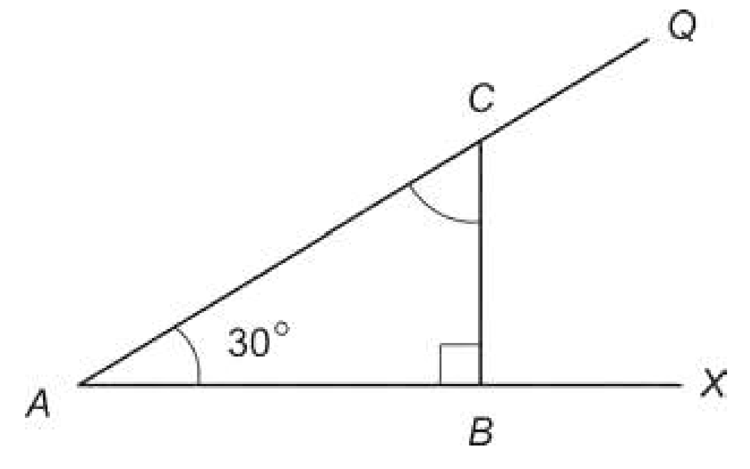
أوجد برسم مثلث مناسب قيمة $\sin 30°$.

إذاً باستخدام المنقلة، أو أي وسيلة أخرى، ارسم الخطين AP وAQ الذين يتقاطعان في A بحيث تكون الزاوية $PAQ = 30°$، كما هو مبين في الشكل (2−17).

على طول AQ قدر مقياساً مناسباً لــ AC (الوتر)، وليكن 100 وحدة، ثم ارسم من النقطة C خطاً CB عمودياً علىAP. وقس CB والتي ستجدها مساوية 50 وحدة، عندئذ:



$$\sin 30^\circ = \frac{50}{100} = 0.5$$



الشكل 2–17: المثلث ABC.

يمكن أن تستخدم هذه الطريقة لإيجاد جيب أية زاوية. لكن هذا ممل في الواقع، بالإضافة إلى محدودية دقته. أما جداول نسب الجيب فقد صنفت وجمعت لتسمح لنا بإيجاد جيب أية زاوية. يُظهر الجدول (2–4) ملخصاً من الجدول الكامل للجيوب الطبيعية والموجود في الملحق D. يمكن أن يرى من الجدول (2–4) أن الزوايا قسمت إلى درجات (°) ودقائق (')، حيث 1 دقيقة = $\frac{1}{60}$ من الدرجة. أعطي أيضاً مكافئ الدقائق بالكسور العشرية للدرجة وذلك في أعلى الجدول. سوف نشرح كيفية قراءة الجدول (2–4) بواسطة مثال.

الجدول 2-4 ملخص من جدول الجيب الطبيعي

	0′ 0.0°	6′ 0.1°	12′ 0.2°	18′ 0.3°	24′ 0.4°	30′ 0.5°	36′ 0.6°	42′ 0.7°	48′ 0.8°	54′ 0.9°	الفرق القليل 1′	2′	3′	4′	5′
0°	0.0000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157	3	6	9	12	15
1	0.0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	3	6	9	12	15
2	0.0349	0366	0384	0401	0419	0436	0454	0471	0488	0506	3	6	9	12	15
3	0.0523	0541	0558	0576	0593	0610	0628	0645	0663	0680	3	6	9	12	15
4	0.0698	0715	0732	0750	0767	0785	0802	0819	0837	0854	3	6	9	12	15
5	0.0872	0889	0906	0924	0941	0958	0976	0993	1011	1028	3	6	9	12	14
6	0.1045	1063	1080	1097	1115	1132	1149	1167	1184	1201	3	6	9	12	14
7	0.1219	1236	1253	1271	1288	1305	1323	1340	1357	1374	3	6	9	12	14
8	0.1392	1409	1426	1444	1461	1478	1495	1513	1530	1547	3	6	9	12	14
9	0.1564	1582	1599	1616	1633	1650	1668	1685	1702	1719	3	6	9	12	14
10°	0.1736	1754	1771	1788	1805	1822	1840	1857	1874	1891	3	6	9	11	14
11	0.1908	1925	1942	1959	1977	1994	2011	2028	2045	2062	3	6	9	11	14
12	0.2079	2096	2113	2130	2147	2164	2181	2198	2215	2233	3	6	9	11	14
13	0.2250	2267	2284	2300	2317	2334	2351	2368	2385	2402	3	6	8	11	14
14	0.2419	2436	2453	2470	2487	2504	2521	2538	2554	2571	3	6	8	11	14
15	0.2588	2605	2622	2639	2656	2672	2689	2706	2723	2740	3	6	8	11	14
16	0.2756	2773	2790	2807	2823	2940	2857	2874	2890	2907	3	6	8	11	14
17	0.2924	2940	2957	2974	2990	3007	3024	3040	3057	3074	3	6	8	11	14
18	0.3090	3107	3123	3140	3156	3173	3190	3206	3223	3239	3	6	8	11	14
19	0.3256	3272	3289	3305	3322	3338	3355	3371	3387	3404	3	5	8	11	14
20°	0.3420	3437	3453	3469	3486	3502	3518	3535	3551	3567	3	5	8	11	14
21	0.3584	3600	3616	3633	3649	3665	3681	3697	3714	3730	3	5	8	11	14
22	0.3746	3762	3778	3795	3811	3827	3843	3859	3875	3891	3	5	8	11	14
23	0.3907	3923	3939	3955	3971	3987	4003	4019	4035	4051	3	5	8	11	14
24	0.4067	4083	4099	4115	4131	4147	4163	4179	4195	4210	3	5	8	11	13
25	0.4226	4242	4258	4274	4289	4305	4321	4337	4352	4368	3	5	8	11	13
26	0.4384	4399	4415	4431	4446	4462	4478	4493	4509	4524	3	5	8	10	13
27	0.4540	4555	4571	4586	4602	4617	4633	4648	4664	4679	3	5	8	10	13
28	0.4695	4710	4726	4741	4756	4772	4787	4802	4818	4833	3	5	8	10	13
29	0.4848	4863	4879	4894	4909	4924	4939	4955	4970	4985	3	5	8	10	13
30°	0.5000	5015	5030	5045	5060	5075	5090	5105	5120	5135	3	5	8	10	13
31	0.5150	5165	5180	5195	5210	5225	5240	5255	5270	5284	2	5	7	10	12
32	0.5299	5314	5329	5344	5358	5373	5388	5402	5417	5432	2	5	7	10	12
33	0.5446	5461	5476	5490	5505	5519	5534	5548	5563	5577	2	5	7	10	12
34	0.5592	5606	5621	5635	5650	5664	5678	5693	5707	5721	2	5	7	10	12
35	0.5736	5750	5764	5779	5793	5807	5821	5835	5850	5864	2	5	7	9	12
36	0.5878	5892	5906	5920	5934	5948	5962	5976	5990	6004	2	5	7	9	12
37	0.6018	6032	6046	6060	6074	6088	6101	6115	6129	6143	2	5	7	9	12
38	0.6157	6170	6184	6198	6211	6225	6239	6252	6266	6280	2	5	7	9	11
39	0.6293	6307	6320	6334	6347	6361	6374	6388	6401	6414	2	4	7	9	11
40°	0.6428	6441	6455	6468	6481	6494	6508	6521	6534	6547	2	4	7	9	11
41	0.6561	6574	6587	6600	6613	6626	6639	6652	6665	6678	2	4	7	9	11
42	0.6691	6704	6717	6730	6743	6756	6769	6782	6794	6807	2	4	6	9	11
43	0.6820	6833	6845	6858	6871	6884	6896	6909	6921	6934	2	4	6	8	11
44	0.6947	6959	6972	6984	6997	7009	7022	7034	7046	7059	2	4	6	8	10

مثال 2−53

أوجد باستخدام الجدول (2−4):

(أ) $\sin 32°$ (ب) $\sin 32° 24'$ (ج) $\sin 32° 28'$

(أ) جيب أي زاوية ذات رقم صحيح من الدرجات مبين في العمود المعنون بـــ '0.
وهكذا $\sin 32° = 0.5299$

(ب) لإيجاد $\sin 32°24'$ القيمة المطلوبة الموجودة تحت العمود '24 هي 0.5358

(ج) عدد الدقائق ليست من مضاعفات 6. في هذه الحالة نستخدم جداول الفروق، المبين على يمين الجدول2−4. وهكذا $\sin 32°24' = 0.5358$ و '28 هي أكبر من '24 بـــ '4، عندئذ بالنظر إلى عمود الفرق المروس بـــ '4 نجد القيمة 10، وهذه تضاف إلى جيب '32°24 بعد ضربها بـِ 10^{-4}، عندئذ:

$$\sin 32^0 24' = 0.5358 + 10 \cdot 10^{-4} = 0.5368$$

افترض أننا قمنا بعملية عكسية لإيجاد جيب زاوية ما. بكلمات أخرى إذا أردنا إيجاد الزاوية التي جيبها 0.3878 (بالرموز $\sin^{-1} 0.3878$) عندئذ نقوم بما يلي: انظر إلى الجدول (2−4) وأوجد أقرب عدد أصغر من 0.3878، وهو 0.3875 الموافق للزاوية '22°48.

الآن 0.3875 أصغر من 0.3878 بـــ 0.0003، لذلك ننظر إلى جدول الفرق، وإلى العمود ذي القيمة 3، وإلى رأس هذا العمود لنجد '1. وهكذا الزاوية التي جيبها 0.3878 هي:

$$\sin^{-1} 0.3878 = 22°48' + 1' = 22°49' = 22.817°$$

نسبة الجيب التمام (cos) Cosine ratios

بنظرة إلى الشكل (2−15) السابق ترى أن تجيب الزاوية $AOB = \frac{OQ}{OP}$،

وبتعبير آخر:

$$\cos AOB = \frac{adjacent}{hypotenuse} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}.$$

قبل دراسة مثال عن استخدام نسبة الجيب التمام، علينا التأكد من أننا نستطيع إيجاد تجيب أي زاوية بين $0°$ و$90°$ باستخدام الجدول (2−5).

الفرق الوحيد في استخدام هذا الجدول مقارنةً بجدول الجيب الطبيعي، هو أنه عند البحث عن نسبة جيب الزاوية نطرح الأعداد في أعمدة الفرق.

نقطة مفتاحية
من أجل أية زاوية θ فإن: $\cos\theta = \frac{side\ adjacent}{hypotenuse} = \frac{\text{الضلع المجاور}}{\text{الوتر}}$.

مثال 2−54

أوجد من الجدول (2−5)

(أ) $\cos 27°34'$ (ب) $\cos^{-1} 0.9666$

(أ) بداية نوجد $\cos 27°30'=0.8870$ وبنظرة على عمود الفرق تحت '4 نجد القيمة 5 التي، بعد ضربها بـِ 10^{-4}، نطرحها من 0.8870، أي $\cos 27°34'= 0.8870-0.0005= 0.8865$

(ب) لإيجاد الزاوية التي تجيبها 0.9666 نوجد أولاً الزاوية ذات القيمة الأعلى الأقرب من القيمة المطلوبة. في هذه الحالة 0.9668 التي توافق الزاوية '14°48. الآن الفرق بين 0.9668 و 0.9666 هو: 0.0002. بنظرة إلى العمود الحاوي على 2 نذهب إلى أعلى العمود حيث يظهر 3 (أي '3). تضاف هذه القيمة الآن إلى '14°48 لإعطاء النتيجة المطلوبة '14°51

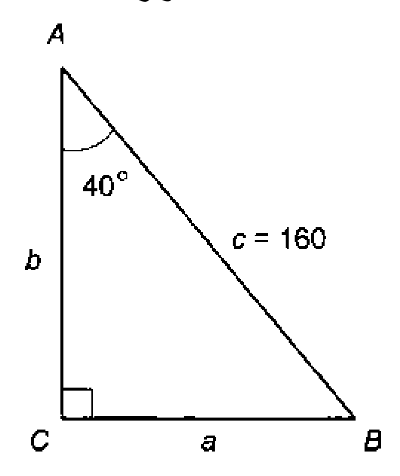
لاحظ أننا قمنا بعملية عكسية لإيجاد تجيب الزاوية. نحن الآن بصدد النظر إلى مثال بسيط يستخدم نسبة الجيب التمام.

مثال 2−55

في المثلث المبين في الشكل (2−18)، أوجد طول الضلع AC أي الضلع b.

إن تجيب الزاوية A هو:

$$\cos 40° = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c} = \frac{b}{160}$$



الشكل 2−18

والآن نجد من الجدول (2−5): cos40° = 0.7660 ، لذلك:

$$0.7660 = \frac{b}{160} \Rightarrow (0.7660)(160) = b$$

وبالتالي (بعملية الضرب الطويل) b = 122.56

نسبة الظل (tan)

أيضاً من الشكل (2−15) يمكننا أن نرى أن ظل الزاوية $AOB = \frac{QP}{OQ}$ أي:

$$\tan AOB = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

من جديد سنوضح استخدام هذه النسبة بمثال.

الجدول (2−6) هو ملخص من جدول الظل المعروف والموجود في الملحق D. يضاف عمود الفروقات في هذا الجدول بنفس الطريقة، كما في جدول الجيب (جدول 2−4).

الجدول 2-5 ملخص من جدول الجيب التمام الطبيعي

	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	طرح الفرق القليل				
	0.0°	0.1°	0.2°	0.3°	0.4°	0.5°	0.6°	0.7°	0.8°	0.9°	1′	2′	3′	4′	5′
0°	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.9999	9999	9999	9999	0	0	0	0	0
1	0.9998	9998	9998	9997	9997	9997	9996	9996	9995	9995	0	0	0	0	0
2	0.9994	9993	9993	9992	9991	9990	9990	9989	9988	9987	0	0	0	1	1
3	0.9986	9985	9984	9983	9982	9981	9980	9979	9978	9977	0	0	1	1	1
4	0.9976	9974	9973	9972	9971	9969	9968	9966	9965	9963	0	0	1	1	1
5	0.9962	9960	9959	9957	9956	9954	9952	9951	9949	9947	0	1	1	1	2
6	0.9945	9943	9942	9940	9938	9936	9934	9932	9930	9928	0	1	1	1	2
7	0.9925	9923	9921	9919	9917	9914	9912	9910	9907	9905	0	1	1	2	2
8	0.9903	9900	9898	9895	9893	9890	9888	9885	9882	9880	0	1	1	2	2
9	0.9877	9874	9871	9869	9866	9863	9860	9857	9854	9851	0	1	1	2	2
10°	0.9848	9845	9842	9839	9836	9833	9829	9826	9823	9820	1	1	2	2	3
11	0.9816	9813	9810	9806	9803	9799	9796	9792	9789	9785	1	1	2	2	3
12	0.9781	9778	9774	9770	9767	9763	9759	9755	9751	9748	1	1	2	3	3
13	0.9744	9740	9736	9732	9728	9724	9720	9715	9711	9707	1	1	2	3	3
14	0.9703	9699	9694	9690	9686	9681	9677	9673	9668	9664	1	1	2	3	4
15	0.9659	9655	9650	9646	9641	9636	9632	9627	9622	9617	1	2	2	3	4
16	0.9613	9608	9603	9598	9593	9588	9583	9578	9573	9568	1	2	2	3	4
17	0.9563	9558	9553	9548	9542	9537	9532	9527	9521	9516	1	2	3	3	4
18	0.9511	9505	9500	9494	9489	9483	9478	9472	9466	9461	1	2	3	4	5
19	0.9455	9449	9444	9438	9432	9426	9421	9415	9409	9403	1	2	3	4	5
20°	0.9397	9391	9385	9379	9373	9367	9361	9354	9348	9342	1	2	3	4	5
21	0.9336	9330	9323	9317	9311	9304	9298	9291	9285	9278	1	2	3	4	5
22	0.9272	9265	9259	9252	9245	9239	9232	9225	9219	9212	1	2	3	4	6
23	0.9205	9198	9191	9184	9178	9171	9164	9157	9150	9143	1	2	3	5	6
24	0.9135	9128	9121	9114	9107	9100	9092	9085	9078	9070	1	2	4	5	6
25	0.9063	9056	9048	9041	9033	9026	9018	9011	9003	8996	1	3	4	5	6
26	0.8988	8980	8973	8965	8957	8949	8942	8934	8926	8918	1	3	4	5	6
27	0.8910	8902	8894	8886	8878	8870	8862	8854	8846	8838	1	3	4	5	7
28	0.8829	8821	8813	8805	8796	8788	8780	8771	8763	8755	1	3	4	6	7
29	0.8746	8738	8729	8721	8712	8704	8695	8686	8678	8669	1	3	4	6	7
30°	0.8660	8652	8643	8634	8625	8616	8607	8599	8590	8581	1	3	4	6	7
31	0.8572	8563	8554	8545	8536	8526	8517	8508	8499	8490	2	3	5	6	8
32	0.8480	8471	8462	8453	8443	8434	8425	8415	8406	8396	2	3	5	6	8
33	0.8387	8377	8368	8358	8348	8339	8329	8320	8310	8300	2	3	5	6	8
34	0.8290	8281	8271	8261	8251	8241	8231	8221	8211	8202	2	3	5	7	8
35	0.8192	8181	8171	8161	8151	8141	8131	8121	8111	8100	2	3	5	7	8
36	0.8090	8080	8070	8059	8049	8039	8028	8018	8007	7997	2	3	5	7	9
37	0.7986	7976	7965	7955	7944	7934	7923	7912	7902	7891	2	4	5	7	9
38	0.7880	7869	7859	7848	7837	7826	7815	7804	7793	7782	2	4	5	7	9
39	0.7771	7760	7749	7738	7727	7716	7705	7694	7683	7672	2	4	6	7	9
40°	0.7660	7649	7638	7627	7615	7604	7593	7581	7570	7559	2	4	6	8	9
41	0.7547	7536	7524	7513	7501	7490	7478	7466	7455	7443	2	4	6	8	10
42	0.7431	7420	7408	7396	7385	7373	7361	7349	7337	7325	2	4	6	8	10
43	0.7314	7302	7290	7278	7266	7254	7242	7230	7218	7206	2	4	6	8	10
44	0.7193	7181	7169	7157	7145	7133	7120	7108	7096	7083	2	4	6	8	10

جدول 2–6 ملخص من جدول الظل المعروف

	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	Mean Differences				
	0.0°	0.1°	0.2°	0.3°	0.4°	0.5°	0.6°	0.7°	0.8°	0.9°	1′	2′	3′	4′	5′
0°	0.0000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157	3	6	9	12	15
1	0.0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	3	6	9	12	15
2	0.0349	0367	0384	0402	0419	0437	0454	0472	0489	0507	3	6	9	12	15
3	0.0524	9542	0559	0577	0594	0612	0629	0647	0664	0682	3	6	9	12	15
4	0.0699	0717	0734	0752	0769	0787	0805	0822	0840	0857	3	6	9	12	15
5	0.0875	0892	0910	0928	0945	0963	0981	0998	1016	1033	3	6	9	12	15
6	0.1051	1069	1086	1104	1122	1139	1157	1175	1192	1210	3	6	9	12	15
7	0.1228	1246	1263	1281	1299	1317	1334	1352	1370	1388	3	6	9	12	15
8	0.1405	1423	1441	1459	1477	1495	1512	1530	1548	1566	3	6	9	12	15
9	0.1584	1602	1620	1638	1655	1673	1691	1709	1727	1745	3	6	9	12	15
10°	0.1763	1781	1799	1817	1835	1853	1871	1890	1908	1926	3	6	9	12	15
11	0.1944	1962	1980	1998	2016	2035	2053	2071	2089	2107	3	6	9	12	15
12	0.2126	2144	2162	2180	2199	2217	2235	2254	2272	2290	3	6	9	12	15
13	0.2309	2327	2345	2364	2382	2401	2419	2438	2456	2475	3	6	9	12	15
14	0.2493	2512	2530	2549	2568	2586	2605	2623	2642	2661	3	6	9	12	16
15	0.2679	2698	2717	2736	2754	2773	2792	2811	2830	2849	3	6	9	13	16
16	0.2867	2886	2905	2924	2943	2962	2981	3000	3019	3038	3	6	9	13	16
17	0.3057	3076	3096	3115	3134	3153	3172	3191	3211	3230	3	6	10	13	16
18	0.3249	3269	3288	3307	3327	3346	3365	3385	3404	3424	3	6	10	13	16
19	0.3443	3463	3482	3502	3522	3541	3561	3581	3600	3620	3	7	10	13	16
20°	0.3640	3659	3679	3699	3719	3739	3759	3779	3799	3819	3	7	10	13	17
21	0.3839	3859	3879	3899	3919	3939	3959	3979	4000	4020	3	7	10	13	17
22	0.4040	4061	4081	4101	4122	4142	4163	4183	4204	4224	3	7	10	14	17
23	0.4245	4265	4286	4307	4327	4348	4369	4390	4411	4431	3	7	10	14	17
24	0.4452	4473	4494	4515	4536	4557	4578	4599	4621	4642	4	7	11	14	18
25	0.4663	4684	4706	4727	4748	4770	4791	4813	4834	4856	4	7	11	14	18
26	0.4877	4899	4921	4942	4964	4986	5008	5029	5051	5073	4	7	11	15	18
27	0.5095	5117	5139	5161	5184	5206	5228	5250	5272	5295	4	7	11	15	18
28	0.5317	5340	5362	5384	5407	5430	5452	5475	5498	5520	4	8	11	15	19
29	0.5543	5566	5589	5612	5635	5658	5681	5704	5727	5750	4	8	12	15	19
30°	0.5774	5797	5820	5844	5867	5890	5914	5938	5961	5985	4	8	12	16	20
31	0.6009	6032	6056	6080	6104	6128	6152	6176	6200	6224	4	8	12	16	20
32	0.6249	6273	6297	6322	6346	6371	6395	6420	6445	6469	4	8	12	16	20
33	0.6494	6519	6544	6569	6594	6619	6644	6669	6694	6720	4	8	13	17	21
34	0.6745	6771	6796	6822	6847	6873	6899	6924	6950	6976	4	9	13	17	21
35	0.7002	7028	7054	7080	7107	7133	7159	7186	7212	7239	4	9	13	18	22
36	0.7265	7292	7319	7346	7373	7400	7427	7454	7481	7508	5	9	14	18	23
37	0.7536	7563	7590	7618	7646	7673	7701	7729	7757	7785	5	9	14	18	23
38	0.7813	7841	7869	7898	7926	7954	7983	8012	8040	8069	5	9	14	19	24
39	0.8098	8127	8156	8185	8214	8243	8273	8302	8332	8361	5	10	15	20	24
40°	0.8391	8421	8451	8481	8511	8541	8571	8601	8632	8662	5	10	15	20	25
41	0.8693	8724	8754	8785	8816	8847	8878	8910	8941	8972	5	10	16	21	25
42	0.9004	9036	9067	9099	9131	9163	9195	9228	9260	9293	5	11	16	21	27
43	0.9325	9358	9391	9424	9457	9490	9523	9556	9590	9623	6	11	17	22	28
44	0.9657	9691	9725	9759	9793	9827	9861	9896	9930	9965	6	11	17	23	29

نقطة مفتاحية

من أجل أية زاوية θ $\tan\theta = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الضلع المجاور}}$.

مثال 2−56

أوجد طول الضلع a المبين في الشكل (2−19).

بتطبيق نسبة الظل على الزاوية A، نجد أن:

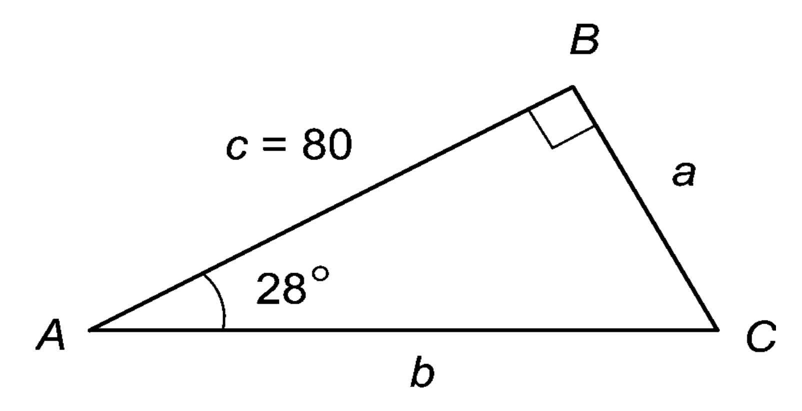
$$A = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c} = \frac{a}{80}$$

الآن يمكن أن نرى من الجدول (2−6)، أن:

$$\tan 28° = 0.5317 = \frac{a}{80}$$

ومنه نرى أن:

$$a = (0.5317)(80) = 42.54$$



الشكل 2−19: شكل من أجل المثال 2−56.

النسب المثلثية للمثلثات °45/°45 أو°30/°60

Trigonometric ratios for 45°/45° or 30°/60° triangles

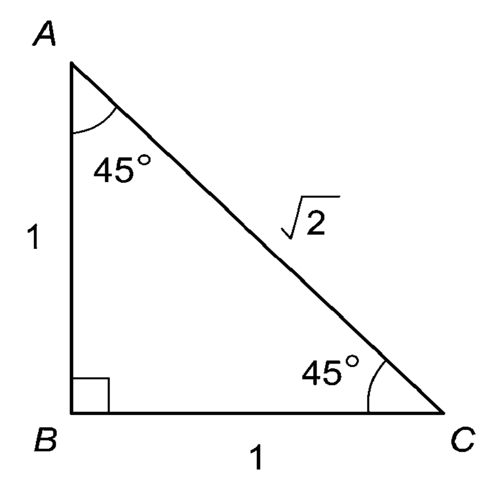
في حالة خاصة حينما تكون الزاويتان الباقيتان للمثلث القائم تساويان °45، فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين أيضاً متساويان.

في الشكل (2−20)، أعطيت لهذين الضلعين قيمة اعتباطية مقدارها 1.0 وبواسطة فيثاغورث (التي مرت معك من قبل) نجد:

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

لذلك طول الوتر $AC = \sqrt{2}$ كما هو مبين.

لذلك $\sin 45 = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ بعد ضرب البسط والمقام بــ $\sqrt{2}$



الشكل 2−20: مثلث قائم من الزاوية °45/°45.

وبشكل مشابه:

$$\cos 45 = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45 = \frac{1}{1} = 1$$

نقطة مفتاحية

في المثلث القائم 45°/45° نسبة الأضلاع $\sqrt{2}$:1:1.

الجذر التربيعي للعدد 2 يساوي 1.4142 مقربة إلى أربع خانات عشرية. ومن المفيد حفظه في الذاكرة. وهكذا مثلاً، جيب وتجيب 45° هو:

$\sin 45 = \cos 45 = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1.4142}{2} = 0.7071$ يمكنك أن تتأكد من ذلك بواسطة الجدولين (2–4) و(2–5). لاحظ أيضاً العلاقة الهامة بين نسب الجيب والجيب التمام والظل. مما سبق:

$$\frac{\sin 45}{\cos 45} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = (\frac{\sqrt{2}}{2})(\frac{2}{\sqrt{2}}) = 1 = \tan 45$$

هذه العلاقة (المشكلة من الطرفين المتطرفين) صحيحة ليس فقط من أجل 45°، لكنها صحيحة من أجل كل زاوية ويمكن أن نعمم:

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$$

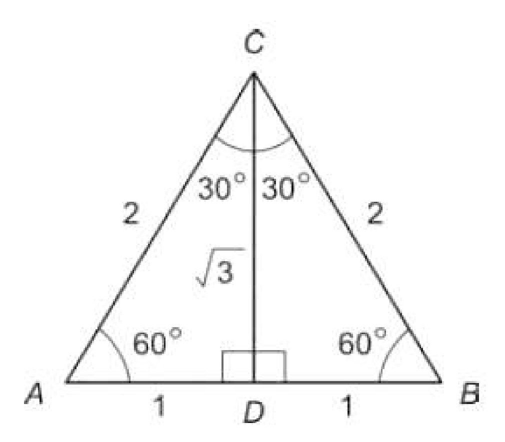
قبل الانتقال إلى دراسة المثلث القائم 60°/30° سنتعرف على المثلث المتساوي الأضلاع

المثلث المتساوي الأضلاع هو المثلث الذي تتساوى فيه أضلاعه.

نقطة مفتاحية

المثلث المتساوي الأضلاع هو المثلث الذي تتتساوى فيه أطوال الأضلاع الثلاثة.

يبين الشكل (2–21) المثلث ABC الذي تتساوى فيه كل الأضلاع، وطول كلٍّ منها وحدتان 2. نرسم العمود من C إلى D، يُنَصِّف هذا العمود الضلع AB في D،



الشكل 2–21: إنشاء للمثلث 60°/30°.

من فيثاغورث للمثلث القائم ACD نجد:

$$(CD)^2 = (AC)^2 - (AD)^2 = 2^2 - 1^2 = 3$$

لذلك فإن الضلع CD يساوي: $CD = \sqrt{3}$

لاحظ أن كل الزوايا في المثلث ABC تساوي 60° (تذكّر أنه يوجد 180° في المثلث).

لنعد الآن إلى دراسة المثلث القائم 60°/30°. إن الزاوية $ACD = 30°$

عندئذ النسب المثلثية لهاتين الزاويتين، ستكون كما يلي:

$$\sin 30 = \frac{1}{2}, \cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 60 = \frac{1}{2}, \tan 60 = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

نقطة مفتاحية
في المثلث القائم 60°/30°، نسبة الأضلاع $2 : \sqrt{3} : 1$.

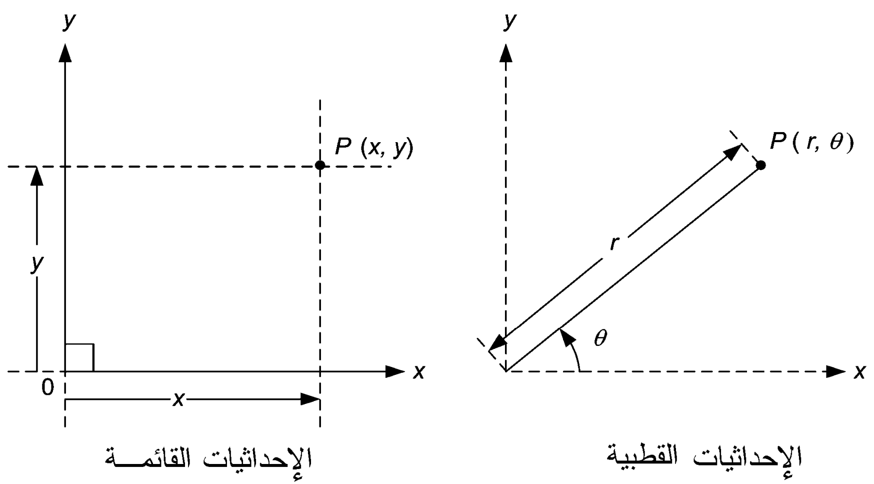
الإحداثيات القائمة والقطبية Rectangular and polar co-ordinates

قبل أن ندرس مثالاً أو مثالين على التطبيقات البسيطة للنسب المثلثية، مثل زاوية الارتفاع واتجاه الطائرة، بداية نحتاج إلى الاطلاع على أنظمة الإحداثيات القائمة والقطبية. لقد قمت باستخدام الإحداثيات القائمة في عمل بياني سابق. هنا سوف نرسم نظام الإحداثيات هذا، ونكتشف كيف نستطيع التحويل من الإحداثيات القائمة إلى الإحداثيات القطبية وبالعكس.

نقطة مفتاحية
تعرف الإحداثيات القائمة بالإحداثيات الديكارتية .

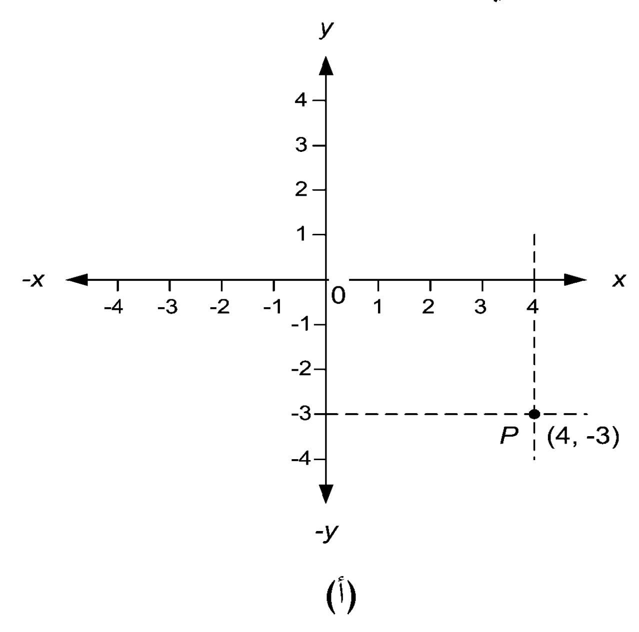
يمكن تعريف أي نقطة على مستوي الرسم بعدة طرق. أشهر طريقتين هما الإحداثيات القائمة والإحداثيات القطبية.

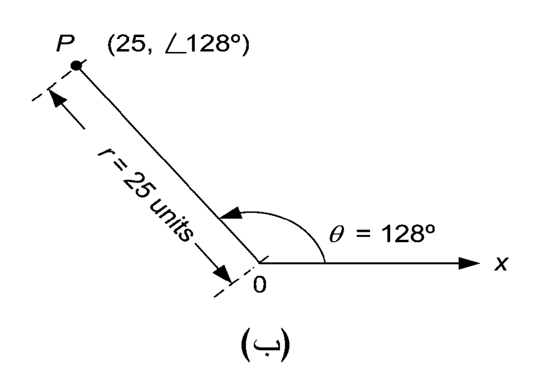
تستخدم الإحداثيات القائمة الشكل (2−22) محورين متعامدين، يسميان عادة x وy. حيث تحدد أي نقطة P ببعدها الأفقي على امتداد المحور x وبعدها الشاقولي على طول المحور y. تعطي الإحداثيات القطبية المسافة r، من مبدأ الإحداثيات O والزاوية θ بين الخط OP، الذي يربط مبدأ الإحداثيات بالنقطة P، والمحور x.



الشكل 2−22: نظاما الإحداثيات القطبية والقائمة.

وهكذا فإن النقطة (4,–3) مثلاً هي الإحداثيات القائمة أو الديكارتية للنقطة، أي 4 وحدات إلى اليمين على امتداد المحور x (الشكل (2–23 أ)) و3 وحدات في الاتجاه السالب للمحور y أي إلى الأسفل.





الشكل 2–23: تحديد النقطة P باستخدام الإحداثيات القائمة والقطبية.

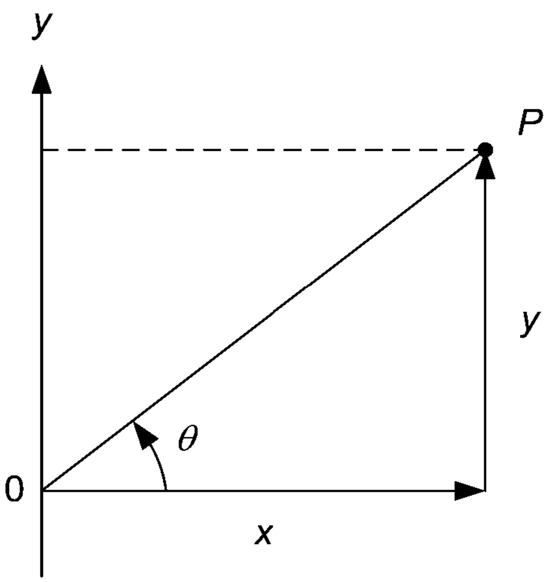
النقطة (25∠128) تمثل الإحداثيات القطبية للنقطة P (الشكل2–23–ب) التي لها 25 وحدة طول من مبدأ الإحداثيات، وبزاوية °128 مقيسة باتجاه معاكس لحركة عقارب الساعة، انطلاقاً من النصف الموجب للمحور الأفقي x.

تحويل الإحداثيات القائمة والقطبية

Converting rectangular and polar co-ordinates

إنها لمهارة جيدة أن تكون قادراً على تحويل الإحداثيات القائمة إلى القطبية وبالعكس. يساعدك هذا بشكل خاص عند التعامل مع التوابع الجيبية والتوابع المتناوبة الأخرى التي يمكن أن تصادفها في دراستك القادمة.

لننظر إلى الشكل (2–24) والذي يبين مجموعة محاور قائمة وقطبية مشتركة.



الشكل 2–24: الإحداثيات القائمة والقطبية المشتركة.

لتحويل الإحداثيات القائمة إلى قطبية، نستخدم نظرية فيثاغورث ونسبة الظل لنجد:

$$\tan\theta = \frac{y}{x} \quad و \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

لتحويل الإحداثيات القطبية إلى قائمة، نستخدم نسب الجيب والجيب التمام، ونجد:

$$\sin\theta = \frac{y}{r} \Rightarrow y = r\sin\theta$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r\cos\theta \qquad و$$

مثال 2−57

(أ) حول الإحداثيات القائمة ((−5,−12) إلى إحداثيات قطبية.

(ب) حول الإحداثيات القطبية (150∠300) إلى إحداثيات مستطيلة.

(أ) باستخدام نظرية فيثاغورث ونسبة الظل، نجد:

$$r = \sqrt{(5)^2 + (-12)^2}$$

$$= \sqrt{25 + 144}$$

$$= \sqrt{169} = 13$$

$$\tan\theta = \frac{-12}{-5} = 2.4 \Rightarrow \theta = 67.4^o$$

وهكذا الإحداثيات القطبية هي 13∠67.4

(ب) باستخدام نسب الجيب والجيب التمام، لإيجاد y و x على التتالي، نجد :

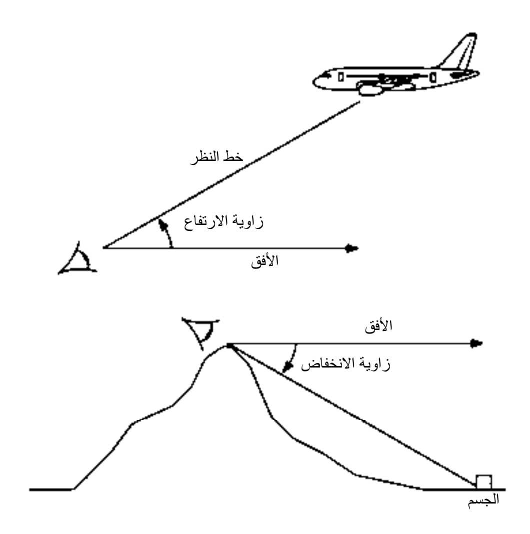
$$y = r\sin\theta = 150\sin 300 = (150)(-0.866) = -129.9$$
$$x = r\cos\theta = 150\cos 300 = (150)(0.5) = 75$$

وهكذا الإحداثيات القائمة هي (129.9، 75)

زوايا الارتفاع والانخفاض Angles of elevation and depression

إذا نظرت إلى الأعلى إلى جسم على مسافة ما، ولنقل طائرة تطير على ارتفاع منخفض، عندئذ تسمى الزاوية المتشكلة بين الأفق وخط نظرك زاوية الارتفاع. وبشكل مشابه، إذا نظرت إلى الأسفل، ولنقل من أعلى تلة، إلى جسم على

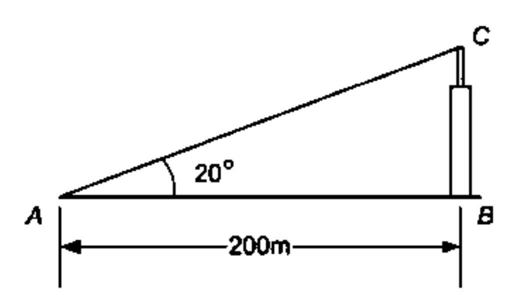
مسافة ما، فالزاوية المتشكلة بين الأفق وخط نظرك تسمى زاوية الانخفاض. هاتان الزاويتان مبينتان بالشكل (2–25).



الشكل 2–25: زوايا الارتفاع والانخفاض.

مثال 2–58

لإيجاد ارتفاع عمود بثّ لاسلكي حقل الطيران المثبت على قمة برج التحكم، يضع المسّاح مزواته (جهاز قياس زوايا) على بعد 200 متر من قاعدة البرج. يجد المسّاح أن زاوية ارتفاع قمة العمود هي 20°. إذا كان الجهاز معلقاً على ارتفاع 1.6 متر عن سطح الأرض، ما هو ارتفاع البرج؟



الشكل 2–26: محطة برج تحكم الطيران وعمود البث اللاسلكي.

الحالة مبينة في الشكل (2−26). بما أننا نعرف كلا الضلعين المقابل والمجاور لزاوية الارتفاع، فسنستخدم نسبة الظل لحل هذه المسألة:

من الشكل (2−26) $\tan 20 = \frac{BC}{AB}$ ، وبالتالي:

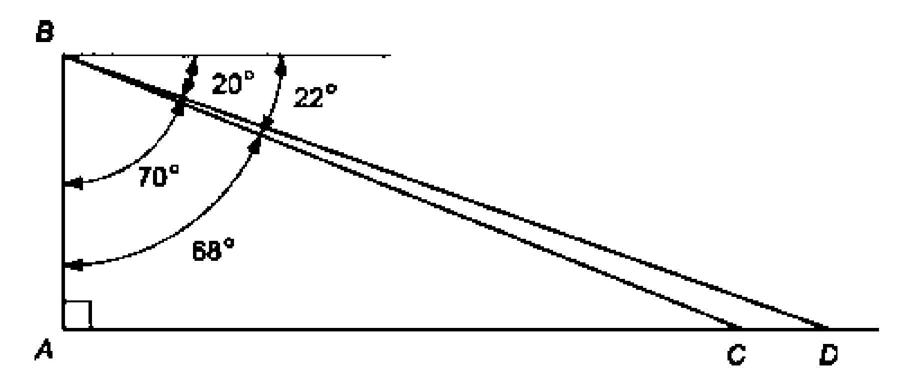
$$BC = (\tan 20) \times (AB) = (0.364) \times (200) = 72.8m$$

والآن كل ما نحتاج عمله هو إضافة ارتفاع أداة المشاهدة في المزواة (Theodolite) عن الأرض. عندئذ يكون الارتفاع حتى قمة العمود هو:

$$72.8 + 1.6 = 74.4\text{m}$$

مثال 2−59

ينتصب هوائي على ارتفاع 50 متراً فوق عمود بث لاسلكي، على خط واحد مع ضوئي هبوط، زاويتا انخفاضهما هما °20 و°22. احسب المسافة بين ضوئي الهبوط.



الشكل 2−27: زوايا الانخفاض لضوءي الهبوط.

يوضح الشكل (2−27) هذه الحالة، حيث في المثلث ABC الزاوية *ABC*

$$ABC = 90° - 22° = 68°$$

وفي المثلث ABD الزاوية ABD

$$ABD = 90° - 20° = 70°$$

عندئذ:

$$\tan ABC = \frac{AC}{AB}$$

لذلك :

$$AC = (\tan ABC) \times (AB)$$
$$= (\tan 68°) \times (50)$$
$$= (2.4751) \times (50)$$

وبالتالي فإن الطول

$$AC = 123.755m$$

بشكل مشابه

$$\tan ABD = \frac{AD}{AB}$$

$$AD = (\tan ABD) \times (AB$$
$$= (\tan 70°) \times (50)$$
$$= (2.7475) \times (50)$$

وبالتالي:

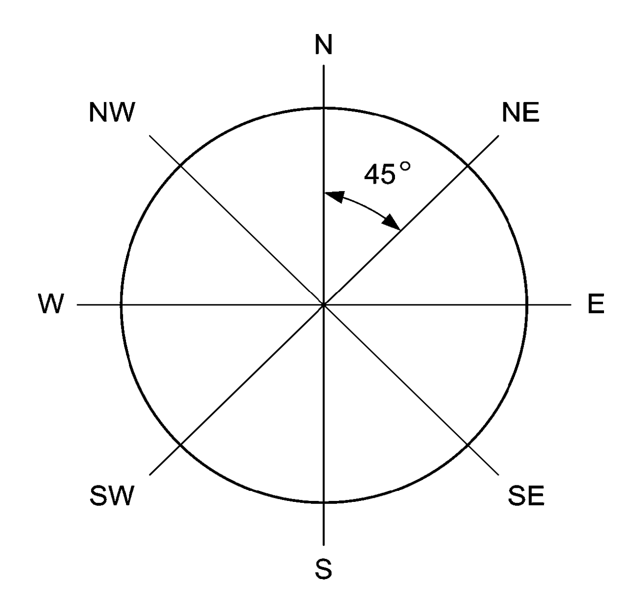
$$AD = 137.375$$

وهكذا المسافة بين ضوئي الهبوط

$$137.375 - 123.755 = 13.62m$$

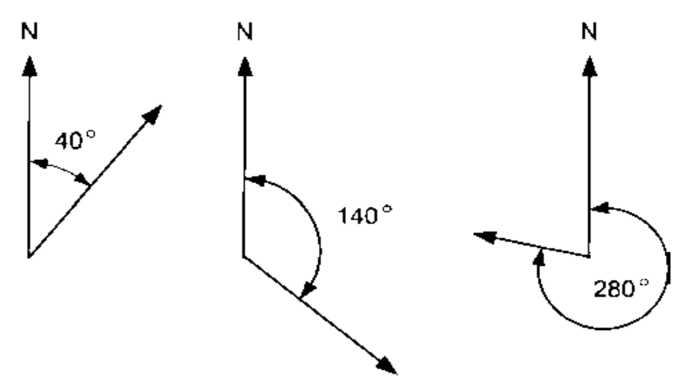
الاتجاهات Bearings

النقاط الأساسية الأربع للبوصلة هي الشمال (N) والجنوب (S) والشرق (E) والغرب (W). وبالتذكر أن هناك 360° في الدائرة، فالنقاط الثماني للبوصلة تتضمن أيضاً NE وSE وSW وNW وكل منها تنزاح عن الأخرى بزاوية 45°، كما في الشكل (2-28)



الشكل 2–28: الاتجاهات.

الاتجاه N30°W يعني زاوية مقدارها °30 مقيسة من الشمال باتجاه الغرب. أما الاتجاه S20°E فيعني زاوية مقدارها °20 مقيسة من الجنوب باتجاه الشرق. لكن عادة ما تقاس الاتجاهات من الشمال وباتجاه عقارب الساعة، ما لم يُنص على ما يخالف ذلك، يؤخذ الشمال كــ °0. تستخدم ثلاث خانات للإشارة إلى الاتجاهات، لذلك كل النقاط في البوصلة يمكن اعتبارها. يوضح الشكل (2–29) مثالاً للاتجاهات المقيسة بهذه الطريقة:

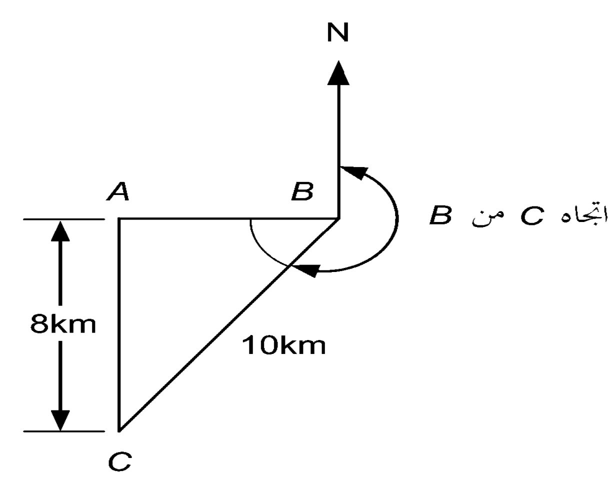


الشكل 2–29: مثال للاتجاهات المقيسة بشكل تقليدي من الشمال.

مثال 2−60

لاحظ الطيار وجود نقطة B واقعة شرق النقطة A تماماً على الشاطئ. ولوحظت نقطة أخرى C على الشاطئ تقع جنوب النقطة A تماماً وعلى بعد 8km منها. إذا كانت المسافة BC تساوي 10km. احسب اتجاه C من B.

من أكثر المسائل صعوبة عند التعامل مع الاتجاهات هي تصور ماذا يحدث. يوضح الشكل (2−30) هذه الحالة. من الشكل نحدد بداية الزاوية B، عندئذ اتجاه الموقع C، تقليدياً باتجاه عقارب الساعة من الشمال.



الشكل 2−30: مخطط الحالة.

عندئذ، باستخدام نسبة الجيب:

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} = 0.8$$

وبالتالي:

B = 53.133° أو B = 53°8'

وعندئذ اتجاه C من B

$$270° - 53.133° = 216.867°$$

نقطة مفتاحية
في قياس القوس هناك 60min ('60) في °1 و 60s ("60) في 1min من القوس.

2–4–7 علم المثلثات والدائرة Trigonometry and the circle

سنركز في هذا المقطع القصير على الخصائص الهندسية للدائرة واستخدام علم المثلثات في حل المسائل المتعلقة بالدائرة. لقد قدمنا طريقة نستطيع من خلالها إيجاد محيط ومساحة الدائرة. سوف نوسع معرفتنا بالدائرة بتعريف عناصر محددة فيها. يتعلق ذلك بهندسة الدائرة بشكل أساسي، والذي ستجده مفيداً عند البحث عن المقاطع العرضية الخاصة، أو عند دراسة الحركة الدائرية.

عناصر وخصائص الدائرة Elements and properties of the circle

العنصر الأهم في الدائرة مبينة في الشكل (2–31). ستكون على اطلاع على أغلب هذه العناصر، إن لم تكن كلها. لكن من أجل الكمال، سنعرّفهم بشكل رسمي.

أية نقطة على مستوي وتبعد مسافة ثابتة عن نقطة محددة على نفس المستوي، تقع على محيط دائرة. تسمى النقطة المحددة مركزاً للدائرة وتسمى المسافة الثابتة نصف القطر.

يمكن أن ترسم الدائرة على الأرض بغرز وتد أو مسمار في مركزها. عندئذ باستخدام حبل، متمفصل بالوتد أو المسمار وبطول ما كنصف قطر، وبالدوران نرسم محيط الدائرة بواسطة مؤشر مثبت في نهاية الحبل.

الوتر هو الخط المستقيم الذي يربط بين نقطتين على محيط دائرة.

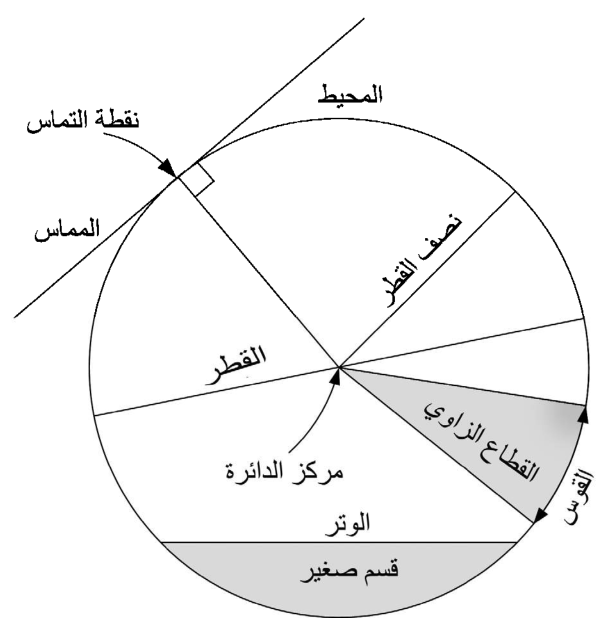
القطر هو الوتر المرسوم عبر مركز الدائرة.

المماس هو خط يلامس محيط الدائرة في نقطة واحدة (نقطة التماس). يشكل خط المماس هذا زاوية قائمة مع نصف القطر المرسوم من نقطة التماس.

يقطع خط الوتر الدائرة إلى قطعة دائرية صغيرة (قسم صغير) وآخرى كبيرة (قسم كبير).

القطاع الزاوي في الدائرة هو المساحة المحصورة بين نصفي قطرين وطول من المحيط (طول القوس).

نقطة مفتاحية
يلامس خط المماس الدائرة في نقطة وحيدة، ويصنع زاوية قائمة مع نصف القطر المرسوم من تلك النقطة.



الشكل 2-31: عناصر الدائرة.

بعض النظريات الهامة في الدائرة

Some important theorems of the circle

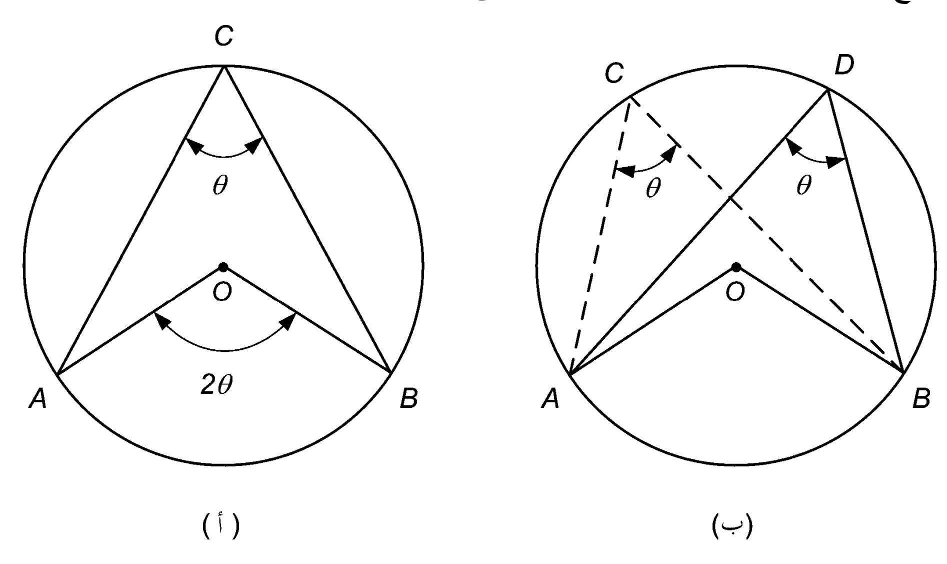
تتعلق هذه النظريات بالزوايا الموجودة داخل الدائرة ومماس الدائرة. وقد أدرجت هنا بدون برهان، من أجل المساعدة في الحل المثلثي للمسائل المتعلقة بالدائرة.

النظرية 1

الزاوية المركزية المقابلة لقوس في دائرة تساوي ضعف الزاوية المحيطية المقابلة لنفس القوس.

وهكذا ففي الشكل (2–32 أ)، الزاوية AOB= ضعف الزاوية ACB.

تنتج النظريتان التاليتان من النظرية الأولى.



الشكل 2–32

النظرية 2

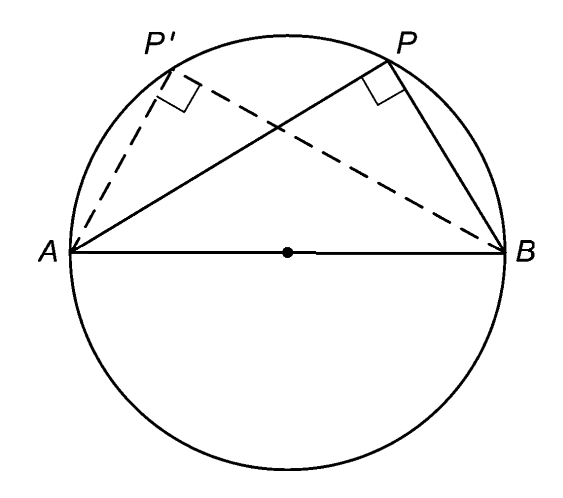
جميع الزاوايا المحيطية التي تحصر قوساً محدداً من الدائرة متساوية فيما بينها.

يوضح الشكل (2–32 ب) هذه الحقيقة، حيث الزاوية C تساوي الزاوية D.

النظرية 3

المثلث المُنشأ على نصف دائرة قائمٌ دوماً.

يوضح الشكل (2–33) هذه النظرية. مهما كان موقع النقطة P على محيط نصف الدائرة، فإن زاويته P المقابلة لنصف القطر قائمة دوماً.



الشكل 2−33

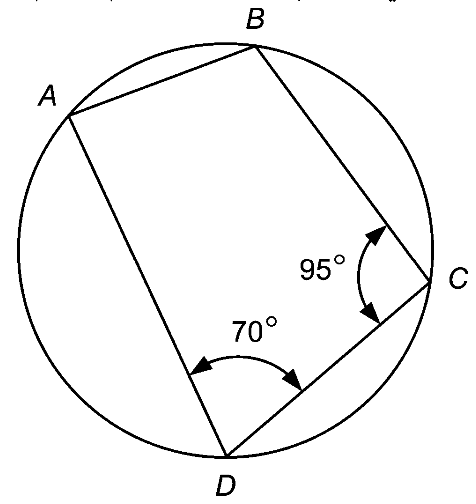
النظرية 4

مجموع الزاويتين المتقابلتين لأي رباعي دائري يساوي °180.

نقطة مفتاحية
الرباعي الدائري هو رباعي مقيد بدائرة.

مثال 2−61

أوجد الزوايا A و B للرباعي الدائري المبين بالشكل (2−34)



الشكل 2−34: رباعي دائري.

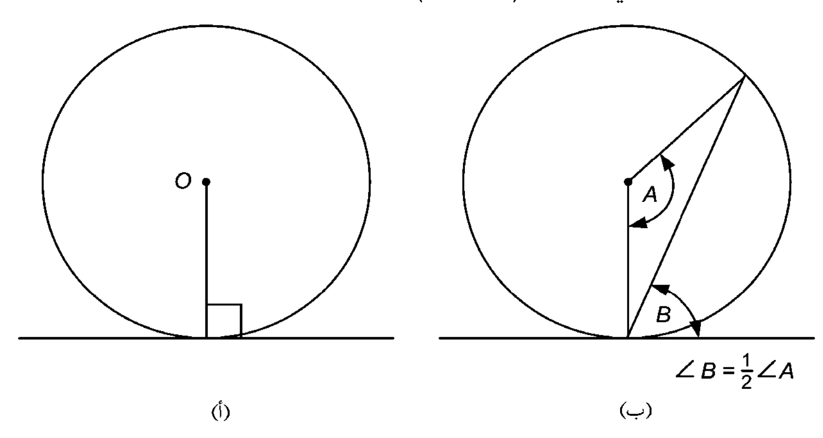
حسب النظرية 4 نجد: $\angle B+\angle D=180°$ لذلك الزاوية $\angle B=110$ ، بشكل مشابه $\angle A+\angle C=180°$ لذلك $\angle A=85°$.

هناك عدة نظريات تتعلق بمماس الدائرة. من أجل فهم هذه النظريات، عليك أن تكون قادراً على تحديد مماس دائرة ما، كما هو مبين أعلاه.

النظرية 5

المماس لدائرة ما يشكل زاوية قائمة مع نصف القطر المرسوم من نقطة التماس.

هذه النظرية موضحة في الشكل (2−35 أ).



الشكل 2−35: نظرية المماس.

النظرية 6

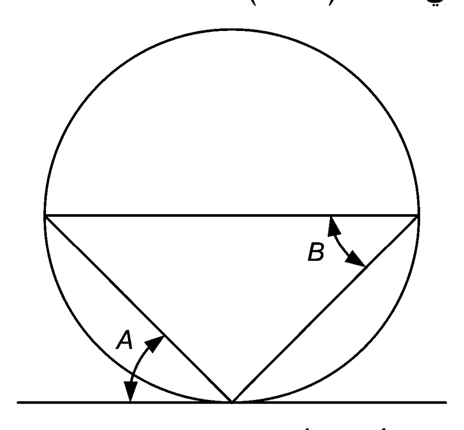
الزاوية المحصورة بين المماس والوتر المرسوم من نقطة التماس تساوي نصف الزاوية المركزية المقابلة لهذا الوتر.

يوضح الشكل (2−35 ب) هذه النظرية.

النظرية 7

الزاوية المحصورة بين المماس والوتر المرسوم من نقطة التماس تساوي الزاوية المحيطية المقابلة لهذا الوتر.

هذه النظرية موضحة في الشكل (2−36).



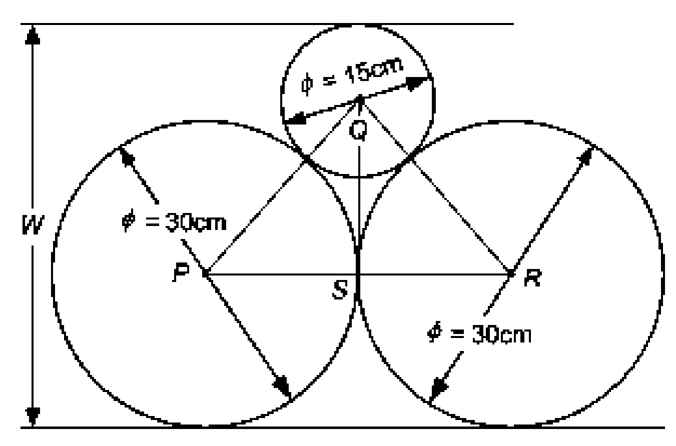
الشكل 2−36: الزاوية بين المماس والوتر.

النظرية 8

إذا تلامست دائرتان داخلياً أو خارجياً، عندئذ الخط الواصل بين مركزيهما يمر عبر نقطة التماس (انظر الشكل (2−37))

مثال 2−62

قطر دوائر الخطوة لثلاثة دواليب مسننة مبينة في الشكل (2−37). معلوم أن أسنان المسننات معشقة بشكل مماسي كلاً منها مع الآخر. أوجد العرض w للمجموعة.



الشكل 2−37: ثلاثة دواليب مسننة معشقة.

بما أن دوائر الخطوة متماسة مع بعضها البعض فإن:

$$PQ = 15 + 7.5 = 22.5\ cm,\ QR = 15 + 7.5 = 22.5\ cm,\ PR = 15 + 15 = 30\ cm.$$

لذلك فإن المثلث PQR متساوي الساقين. وبالتالي $PS = (0.5) \times (30) = 15\ cm$، من حقيقة أنه في المثلث المتساوي الساقين، العمود النازل من الرأس يقسم الضلع المقابل إلى قسمين متساويين. باستخدام فيثاغورث في المثلث PQS نجد:

$$(QS)^2 = (PQ)^2 - (PS)^2 = 22.5^2 - 15^2 = 506.25 - 225 = 281.25$$

من جداول الجذور التربيعية $QS = 16.7$ cm وبالتالي

w =15+16.77+7.5=39.27 cm لذلك يكون العرض w =39.27.

اختبر فهمك 2-12

1- أوجد باستخدام الجداول المناسبة:

(أ) $\sin 57°$ (ب) $\cos 82°$ (ج) $\tan 13°$

(د) $\sin 12°38'$ (هـ) $\cos 27°14'$ (و) $\tan 52.56°$

2- أوجد بالرسم جيب الزوايا:

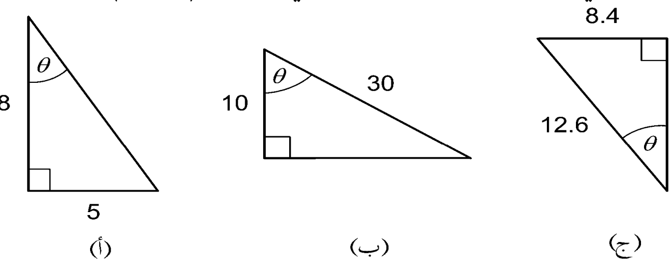
(أ) $30°$ (ب) $70°$

3- أوجد بالرسم الزوايا التي جيبها هو:

(أ) 3/4 (ب) 5/13

4- مثلث متساوي الساقين طول قاعدته 5.0cm وطول كلٍّ من الضلعين المتساويتين 6.5cm. أوجد كل الزوايا الداخلية للمثلث وارتفاعه الشاقولي.

5- أوجد الزاوية θ في المثلثات القائمة المبينة في الشكل (2-38).



الشكل 2-38

1- إذا كانت الإحداثيات القائمة للنقطة P هي (6, 7). ما هي الإحداثيات القطبية لهذه النقطة؟ عليك استخدام جداول الجذور التربيعية في الملحق D لمساعدتك.

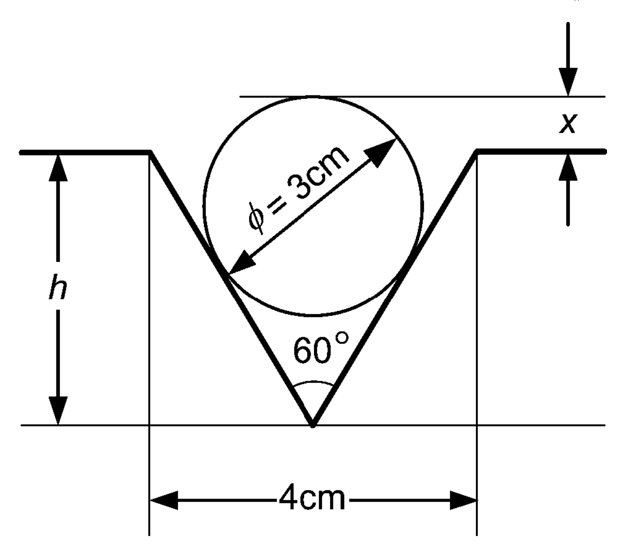
2- احسب إحداثيات القائمة للنقاط التالية:

(أ) $(5, 30°)$ (ب) $(8, 150°)$

1- رصد مسّاح زاوية الارتفاع لمبنى فوجدها °26. إذا كانت عين المسّاح ترتفع 1.8 متر فوق الأرض الأفقية، ويقف على بعد 16 متراً عن المبنى، ما هو ارتفاع المبنى؟

2- يقف رجل على قمة هضبة ارتفاعها 80 متراً على خط مع مخروطي مرور على الطريق السفلي. إذا كانت زاويتا الانخفاض لمخروطي المرور هي °17 و °21 ، ما هي المسافة الأفقية بينهما.

3- يستند قضيب أسطواني إلى مسند بشكل حرف V كما في الشكل (2−39). حدد الارتفاع الشاقولي للمقطع V (h) والارتفاع (x) الذي يعلو به القضيب الاسطواني عن المسند (V).



الشكل 2−39

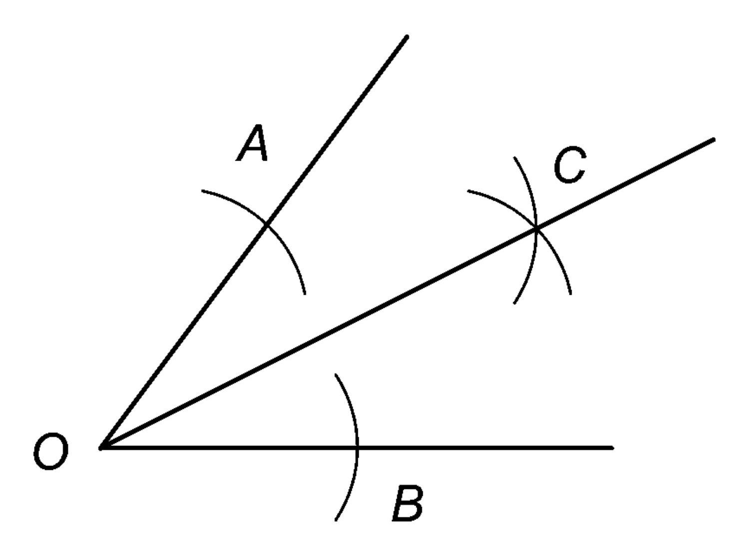
8-4-2 التركيبات الهندسية Geometric constructions

ستجد مضمون المقطع القصير التالي في التركيبات الهندسية البسيطة مفيداً عند دراستك لمقطع الرسم الهندسي والفني المحتوى في الوحدة 7 لمتطلبات الطيران المشترك (JAR) في ممارسة الصيانة. أفضل ما تشرح به هذه المسألة الهامة عن طريق استخدام أمثلة موضحة، والتي ستحدد الخطوات الضرورية المطلوبة مع كل تقنية. سوف نحدد تقنياتنا لاختيار المفيد من أجل تقديم مخططات هندسية بسيطة ورسومات وما يساعد في تعريف وحل شكل المثلث والدائرة.

لتنصيف زاوية معطاة AOB، عندما يتلاقى ضلعا الزاوية

To bisect the given angle AOB, when the arms of the angle meet

من الشكل (2–40) يمكننا أن نرى أنه من المركز O نرسم أقواساً متساوية التقوس (ذات أنصاف أقطار متساوية) تقطع ضلعي الزاوية في A و B. ومن كل من المركزين A و B نرسم قوسين متساويي التقوس يتقاطعان في C. عندئذ الخط OC يقسم الزاوية إلى نصفين.



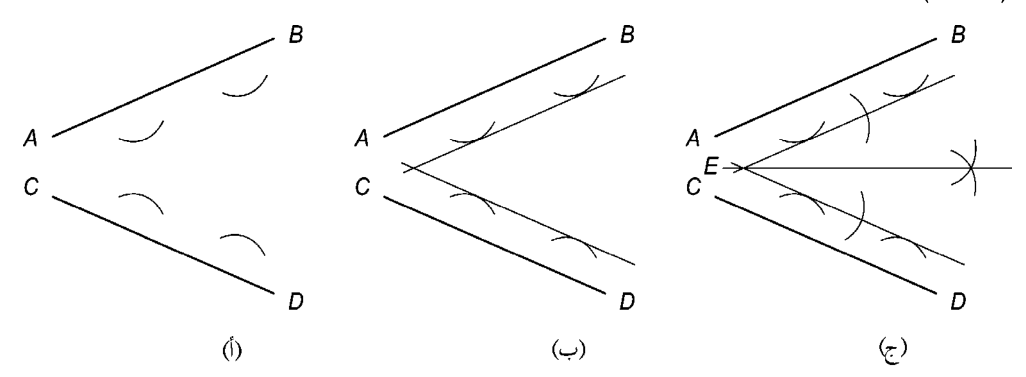
الشكل 2–40: طريقة تنصيف زاوية معطاة.

لتنصيف زاوية معطاة AOB، عند عدم تلاقي ضلعي الزاوية

To bisect the given angle AOB, when the arms of the angle do not meet

تتضمن هذه الطريقة ببساطة رسم خطين موازيين للضلعين المعلومين بشكل كاف لجعلهما يتقاطعان في نقطة، ومن ثم باستخدام التقنية السابقة ننصف الزاوية المتشكلة.

من نقطتين على AB ونقطتين على CD ارسم أربعة أقواس متساوية أنصاف الأقطار، كما في الشكل (2–41 أ). ومن ثم باستخدام هذه الأقواس ارسم خطين يوازيان AB وCD فيلتقيان في النقطة E (انظر الشكل (2–41 ب). والآن نَصِّف الزاوية ذات الرأس E الشكل (2–41 ج)، باستخدام الطريقة المبينة في الشكل (2–40).



الشكل 2–41: طريقة لتنصيف زاوية معطاة عند عدم تلاقي ضلعي الزاوية.

لرسم الزوايا باستخدام النسب المثلثية

To set out angles using the trigonometric ratios

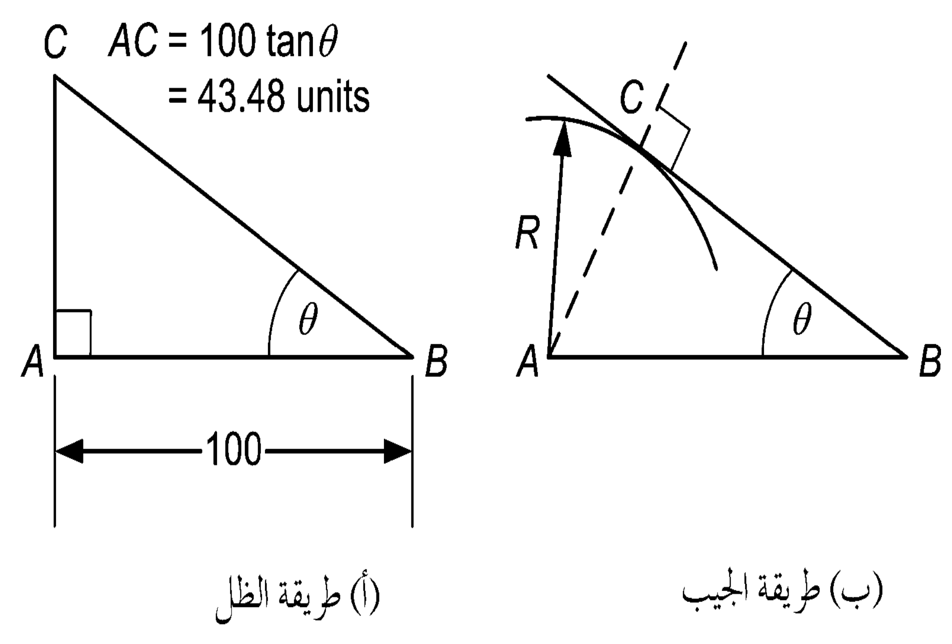
هذه طريقة دقيقة جداً لإنشاء المثلثات ذوات المقياس الكبير بشكل كاف.

غالباً ما يستخدم بناؤو الساحات وتخطيط الأبنية هذه الطريقة. لاتباع هذه الطريقة عليك أن تكون مدركاً لأساسيات النسب المثلثية، التي مررت عليها للتو، عد

إلى الوراء لتتذكر قليلاً. سنستخدم عامل قياس قدره 100 لتكبير النسب المأخوذة من الجداول. يبين الشكل (2−42) هذه الطريقة.

يوضح الشكل (2−42 أ) كيف نوجد زاوية باستخدام نسبة الظل. في هــذه الحـــالة الزاويـــة تساوي '30 °23 ، والتي من جداولنا تعطي قيمة ظل تساوي 0.4348. وبالتالي باستخدام الضرب بـــ 100 وحدة الخط AC يساوي 43.48 وحدة، عندئذ ارسم AC بزاوية قائمة على AB كما موضح. اربط BC، عندئذ الزاوية ABC ستكون الآن تساوي '30 °23 .

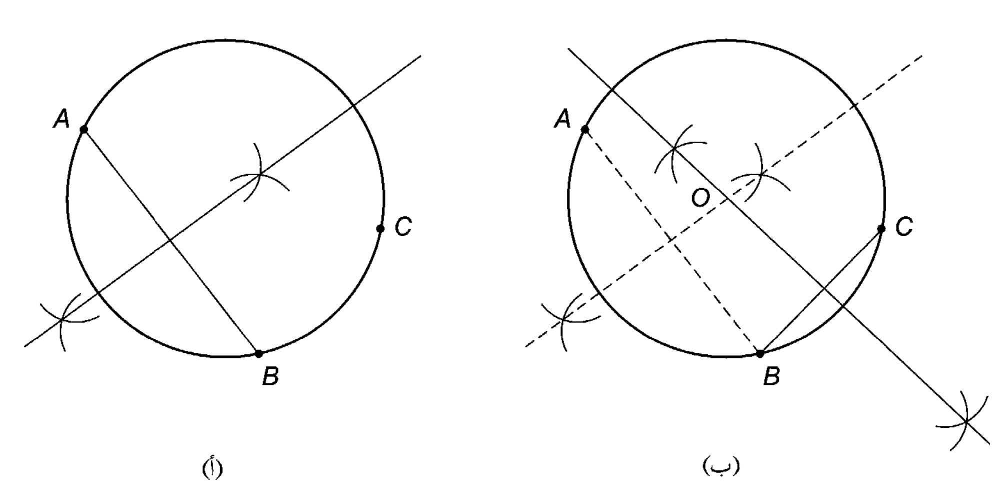
بشكل مشابه، يبين الشكل (2−42 ب) الزاوية θ=28°36' التي رسمت باستخدام قاعدة الجيب (sin). بدايةً نوجد جيب '28°36 من جداولنا ويساوي 0.4787. عندئذ باستخدام معامل الضرب 100 نجد (وحدة) R=47.78 وحدة وهو نصف قطر القوس من A. ارسم AB كما في السابق بطول 100 وحدةK ثم ارسم من A قوساً نصف قطره R=47.78 وحدة وانشئ من B خطاً يمس القوس (مماساً). الزاوية ABC هي الآن تساوي '28°36 .



الشكل 2−42: رسم الزوايا باستخدام النسب المثلثية.

لإيجاد مركز دائرة معطاة To find the center of a given circle

يبين الشكل (2–43 أ) الدائرة مع ثلاث نقاط متفرقة A وB وC واقعة على محيطها. ننصف الوتر الممتد بين زوج من تلك النقاط ولتكن AB. يبين الشكل (2–34 ب) الدائرة نفسها وقد نُصِّف الوتر الممتد بين الزوج الثاني من النقاط BC. نفطة تقاطع المنضفين في O هي مركز الدائرة.



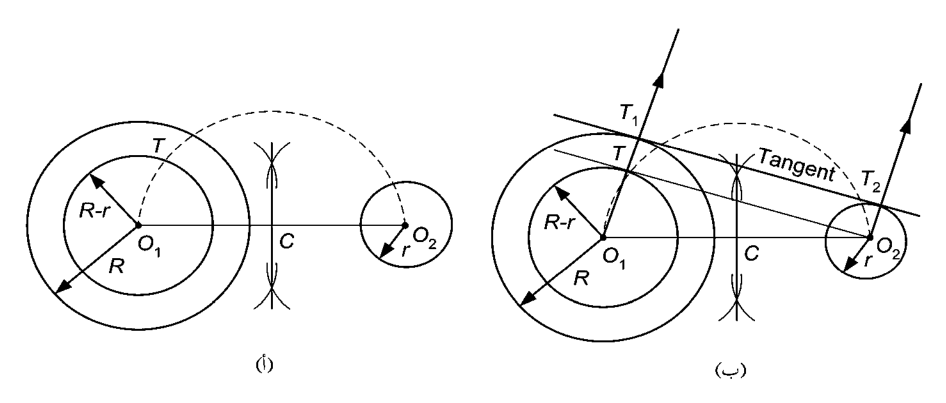
الشكل 2–43: إيجاد مركز دائرة معلومة.

لرسم مماس خارجي مشترك لدائرتين معلومتين

To draw a common external tangent to two given circles

يبين الشكل (2–44 أ) دائرتين، نصفا قطريهما R وr. نرسم من المركز O_1 دائرة أخرى بنصف قطر R-r. نصل بين O_1 وO_2. ننصف O_1O_2 ونعين المركز C. ومنها نرسم نصف دائرة نصف قطرها CO_1 لتقطع الدائرة الداخلية في T. نرسم من O_1 مستقيماً عبر T ليلاقي الدائرة الخارجية في T_1. ننشئ من O_2 مستقيماً موازياً للمستقيم O_1T_1 فيقطع الدائرة الصغيرة في T_2 (انظر الشكل (2–44 ب)). نرسم الآن مستقيماً عبر T_1 وT_2 للحصول على المماس الخارجي للدائرتين، كما يظهر في الشكل.

هذه الطريقة مفيدة جداً للرسم الدقيق لسير التحريك حول بكرتين.

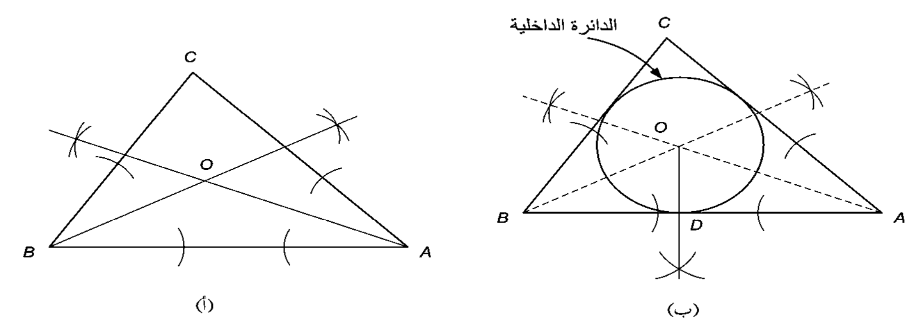


الشكل 2–44: إيجاد المماس الخارجي لدائرتين

لرسم الدائرة الداخلية لمثلث معلوم

To draw the inscribed circle for a given triangle

يبين الشكل (2–45 أ) المثلث المعطى ABC وقد نصفت زاويتاه ∠A و ∠B، مع تمديد المنصفين ليلتقيا في O. ننشئ من O عموداً على AB فيقطعه في D (انظر الشكل (2–45 ب)). من المركز O وبنصف قطر OD نرسم الدائرة الداخلية للمثلث ABC.



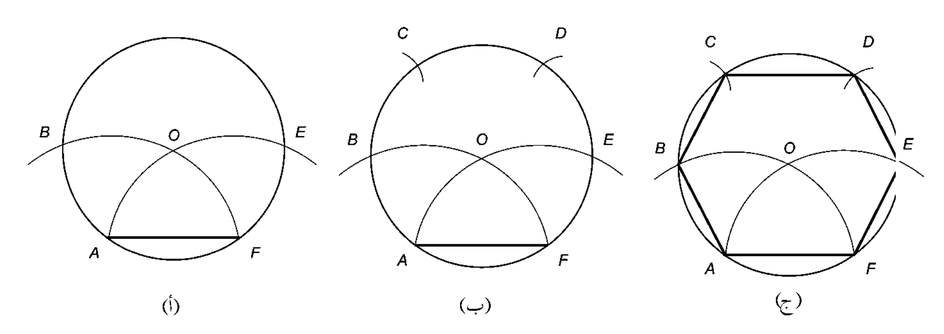
الشكل 2–45: إيجاد الدائرة المرسومة داخل مثلث معطى.

لرسم مسدس علم فيه طول الضلع

To draw a hexagon given the length of a side

نرسم خطاً مستقيماً AF مساوياً لطول الضلع المعطى. نرسم من المركزين A و F قوسين نصف قطرهما AF ليتقاطعا في O. من المركز O نرسم دائرة

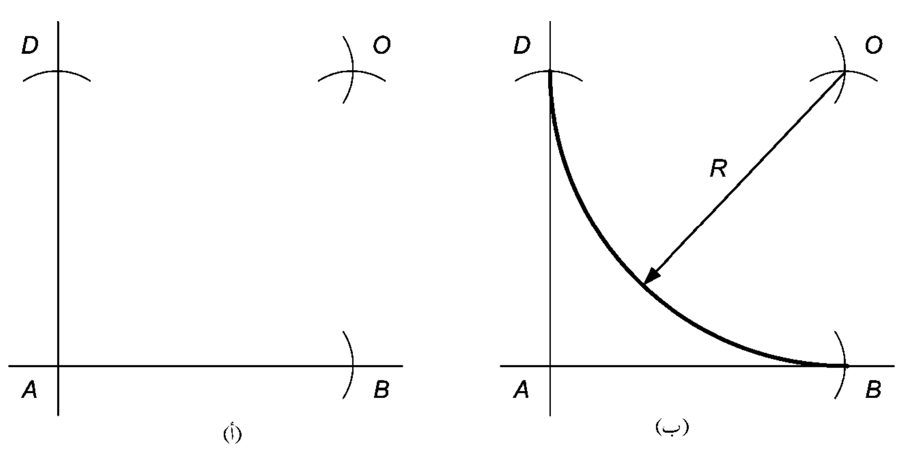
نصف قطرها OA=AF لتقطع القوسين في B وE كما في الشكل (2–46 أ)).
نرسم من المركزين B و E قوسين بنصف قطر AF ليقطعا الدائرة في C وD بالترتيب، كما في الشكل (2–46 ب). نصل أخيراً النقاط المتشكلة على الدائرة للحصول على المسدس النظامي المطلوب كما في الشكل (2–46 ج).



الشكل 2–46: إنشاء مسدس علم فيه طول الضلع

لدمج قوس في زاوية قائمة To blend an arc in a right angle

لأجل القوس المطلوب، نرسم خطين مستقيمين باهتين (خفيفين) متقاطعين ومتعامدين. من الزاوية A نرسم AB و AD بطول يساوي نصف القطر المطلوب R. من B وD نرسم قوسين بنصف قطر R ليتقاطعا في O الشكل (2–47 أ). نرسم من O قوساً بنصف قطر R ليدمج الخطين المستقيمين الشكل (2–47 ب). أخيراً نزيل الخطوط المتقاطعة غير المرغوبة، ونعلم الباقي بقلم رصاص عريض مناسب.

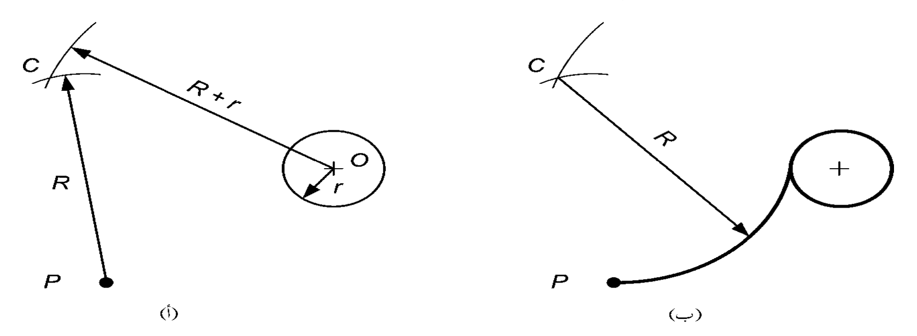


الشكل 2–47: دمج قوسس في زاوية قائمة.

لرسم قوس من نقطة إلى دائرة نصف قطرها r

To draw an arc from a point to a circle of radius r

بنصف قطر R من النقطة P وبنصف قطر R+r من النقطة O نرسم قوسين يتقاطعان في C (الشكل (2–48a)). نرسم من C قوساً نصف قطره R ليمس الدائرة ويمر من النقطة P، الشكل (2–48 ب). وبشكل مماثل لدمج قوس من نقطة مع الجانب البعيد للدائرة نرسم قوساً بنصف قطر R من P وآخر بنصف قطر R-r من O . عندئذ من C نرسم قوساً نصف قطره R ليمس الدائرة ويمر من P.



الشكل 2–48: دمج قوس من نقطة في الجانب القريب لدائرة.

يلخص ما سبق هذا المقطع القصير من الإنشاء الهندسي، وهناك المئات من التقنيات التي يمكن أن تستخدم في الرسم الهندسي، والتي لا يمكن ببساطة تغطيتها جميعاً هنا. التقنيات المعطاة أعلاه هي بعض من أكثر التقنيات شيوعاً وأكثرها فائدة، التي يمكن أن تحتاجها في إخراج المخططات الهندسية والتنفيذية عند دراسة الوحدة التدريسية 6.

لم يتم وضع أسئلة اختبار الفهم لهذا المقطع. لكن ننصحك بقوة أن تناقش أي نص شامل مكتوب في الرسم الهندسي، لتتعرف وتتدرب على التقنيات الكثيرة والمختلفة المطلوبة لتعزيز مهارتك في الرسم.

أُعْطِيَ في الجزء الأخير من مقطع الرياضيات اللا حاسوبية عددٌ من أسئلة الاختبار أكثر من تلك المعطاة للوحدة التدريسية الأولى، والتي عليك أن تحاول حلها عندما تتأكد من أنك أصبحت بارعاً في الرياضيات المقدمة حتى الآن.

5-2 أسئلة متعددة الخيارات **Multiple choice questions**

تم فيما يلي وضع أسئلة الرياضيات التابعة للوحدة الأولى من منهاج الجزء 66. لقد تم فصل هذه الأسئلة بمستويات حيث كان ذلك ضرورياً. هناك عدة مقاطع غير مطلوبة في ترخيص الفئة A للميكانيكي (مثل النسب المثلثية والمعادلات الخطية والأعداد الثنائية واللوغايتمات ... إلخ).

وعلينا التذكر أنه يجب حل كل هذه الأسئلة بدون استخدام الحاسبة، وعلامة المرور (النجاح) من أجل كل امتحانات الجزء 66 الاختيارية هي 75%.

الحساب:

1- مجموع 12000 و 1200 يساوي:

[A, B1, B2]

(أ) 12200
(ب) 13200
(ج) 23200

1. حاصل ضرب 230×180 يساوي:

[A, B1, B2]

(أ) 4140
(ب) 41040
(ج) 41400

2. حاصل قسمة العدد 18493.4 على 18 يساوي:

[A, B1, B2]

(أ) 0.000973
(ب) 102.74
(ج) 1027.41

3. 0.0184−0.006432 يساوي:

[A, B1, B2]

(أ) 0.011968−

(ب) 0.177658−

(ج) 0.0177568−

4. مجموع 200.2+1086.14+329.67 يساوي:

[A, B1, B2]

(أ) 1319.3

(ب) 1616.01

(ج) 1632.31

5. مكافئ $\frac{326\times12.82}{0.62}$ مقرباً إلى خانتين عشريتين تساوي:

[A, B1, B2]

(أ) 6740.84

(ب) 674.08

(ج) 67.41

6. $21+6\times(8-5)$ يساوي إلى:

[A, B1, B2]

(أ) 39

(ب) 64

(ج) 81

7. p وq عددان صحيحان موجبان، وبالتالي يجب أن يكون $p-q$ عدداً:

[B1, B2]

(أ) موجباً

(ب) طبيعياً

(ج) صحيحاً

8. قيمة $\sqrt{26\times36}$ تساوي:

[A, B1, B2]

(أ) 30

(ب) 150

(ج) 180

9. $-16+(-4)-(-4)+22$ تساوي:

[A, B1, B2]

(أ) 2−
(ب) 6
(ج) 14

10. قيمة $3\times\frac{-12}{2}$ تساوي:

[A, B1, B2]

(أ) 2
(ب) 2−
(ج) 18−

11. قيمة $5\times3+4\times3$ تساوي:

[A, B1, B2]

(أ) 57
(ب) 75
(ج) 27

12. قيمة $a(b+c-d^2)$ عندما a=2 و b=-3 و c=4 و d=-2 هي:

[A, B1, B2]

(أ) 10−
(ب) 6−
(ج) 10

13. القيمة التقديرية للجداء 4.28×10.1×0.125 مقربة لرقم دال واحد:

[A, B1, B2]

(أ) 5.41
(ب) 5.4
(ج) 5

14. يكتب التعبير $2\frac{1}{50}$ بالشكل العشري كالتالي:

[A, B1, B2]

(أ) 2.2
(ب) 2.01
(ج) 2.02

15. يعبّر عن العدد 0.00009307 بالشكل القياسي التالي:

[A, B1, B2]

(أ) 9.307×10^{-5}
(ب) 9.307×10^{-4}
(ج) 9.307×10^{4}

16. إذا تم توزيع ما نسبته $\frac{2}{5}$ من بضاعة تحوي 600 برغي إلى صندوق الاحتياط (spares carousels) كم برغياً يتبقى؟

[A, B1, B2]

(أ) 240
(ب) 360
(ج) 400

17. قدرت قيمة التعبير $1600-(80.125\times20.875)$ مع التقريب لثلاثة أرقام دالة بـــ:

[A, B1, B2]

(أ) 74.1
(ب) 80.5
(ج) 85.51

18. القيمة الوسطية لكل من $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{12}$ هي:

[A, B1, B2]

(أ) $\frac{1}{3}$
(ب) $\frac{1}{6}$
(ج) $\frac{1}{8}$

19. قيمة التعبير $2\frac{1}{8}+\frac{1}{16}-(\frac{3}{14}\times\frac{7}{12})$ هي:

[A, B1, B2]

(أ) $2\frac{3}{16}$

(ب) $2\frac{1}{4}$

(ج) $2\frac{5}{16}$

20. قيمة $\frac{3}{4}$ من $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\div\frac{1}{3}$ تساوي:

[A, B1, B2]

(أ) $\frac{1}{32}$

(ب) $\frac{1}{8}$

(ج) 2

21. الكسر $\frac{13}{25}$ كنسبة مئوية يساوي:

[A, B1, B2]

(أ) %5.2

(ب) %26

(ج) %52

22. يشتري مزود طائرات 200 علبة من المسامير بسعر £100.00، ويبيعها بسعر 70 بنساً لكلّ علبة. تبلغ النسبة المئوية لربحه :

[A, B1, B2]

(أ) %30

(ب) %40

(ج) %59

23. حمّلت طائرة بـــ 20 صندوقاً، كتلة كل صندوق من ثمانية منهم 120kg. وكتلة كل من الصناديق لبقية 150kg. الكتلة الوسطية لكل صندوق تساوي:

[A, B1, B2]

(أ) 132kg

(ب) 135kg
(ج) 138kg

24. نسبة طولين إلى بعضهما البعض تساوي 12:5، طول الثاني الأقصر يساوي 25m، طول الأول الأطول يساوي:

[A, B1, B2]

(أ) 60m
(ب) 72m
(ج) 84m

25. تطير طائرة بسرعة ثابتة لتقطع أول 800km من رحلتها في 1.5h. كم من الوقت ستستغرق لتقطع كامل رحلتها البالغة 2800km مفترضاً ثبات سرعتها؟

[A, B1, B2]

(أ) 3.5h
(ب) 5.25h
(ج) 6.25h

26. تتناسب المقاومة الكهربائية (R) للسلك طرداً مع الطول (L) وعكساً مع مربع نصف القطر (r). ويمثل هذا بالرموز بالشكل:

[B1, B2]

(أ) $R \propto \frac{r}{L^2}$
(ب) $R \propto \frac{L^2}{r}$
(ج) $R \propto \frac{L}{r^2}$

27. نعلم أن 2.2 lb (رطل كتلة) موجودة تقريباً في 1 kg، وبالتالي فإن عدد الأرطال المكافئة لـِ 60kg هو:

[A, B1, B2]

(أ) 132lb
(ب) 60lb
(ج) 27.3lb

28. الضغط 1 bar يساوي تقريباً 14.5 psi (رطل على الأنش المربع)، وعليه عدد البارات المكافئ 362 5psi يساوي:

[A, B1, B2]

(أ) 125bar

(ب) 250bar

(ج) 255bar

29. يساوي الجالون (Gallon) 4.5 لتر تقريباً. كم ليتراً سيجل مقياس الوقود إذا تم توزيع 1600 جالون؟

[A, B1, B2]

(أ) 7200 لتر

(ب) 355.6 لتر

(ج) 55.6 لتر

30. تبلغ كتلة قطعة كهربائية 23 غراماً، ما هي الكتلة الكلية لــ 80 قطعة مشابهة؟

[A, B1, B2]

(أ) 1840

(ب) 184

(ج) 1.84

31. يمكن كتابة $2^5 + 2^3 + 1$ بالشكل الثنائي كما يلي:

[B1, B2]

(أ) 10110

(ب) 101001

(ج) 101010

32. العدد العشري 37 هو العدد الثنائي:

[B1, B2]

(أ) 101001

(ب) 10101

(ج) 100101

33. يكافئ العدد الست عشري $6E_{16}$ العدد العشري:

[B1, B2]

(أ) 94

(ب) 108

(ج) 110

34. يكافئ العدد العشري 5138 العدد الست عشري:

[B1, B2]

(أ) 412

(ب) 214

(ج) 321

الجبر

35. حاصل ضرب $3x, x, -2x^2$ يساوي:

[A, B1, B2]

(أ) $-6x^4$

(ب) $-5x^4$

(ج) $4x-2x^2$

36. عند تبسيط التعبير $4(a+3b)-3(a-4c)-5(c-2b)$ نحصل على:

[A, B1, B2]

(أ) $a+22b+17c$

(ب) $a+22b-17c$

(ج) $a+22b+7c$

37. عند تبسيط التعبير $\frac{(a+b)(a-b)}{a^2-b^2}$ نحصل على:

[A, B1, B2]

(أ) 1

(ب) $a+b$

(ج) $a-b$

38. عند تبسيط التعبير $(a-b)^2-(a^2-b^2)$ نحصل على:

[A, B1, B2]

(أ) $2a^2-2ab$

(ب) $2b^2$

(ج) $2b^2-2ab$

39. عند تبسيط التعبير $\frac{5a}{4}-\frac{a-1}{3}$ يصبح:

[A, B1, B2]

(أ) $\frac{11a+1}{12}$

(ب) $\frac{11a+4}{12}$

(ج) $\frac{11a-4}{12}$

40. عند تبسيط التعبير $\frac{12x^2+16x^4-24x^6}{4x^2}$ يصبح مساوياً لــ:

[A, B1, B2]

(أ) $4x^2-9x^4$

(ب) $4x^2-2x^4$

(ج) $3+4x^2-6x^4$

41. عند تبسيط التعبير $(x-2)^2+x-2$ يصبح مساوياً لــ:

[A, B1, B2]

(أ) $(x-2)(x-3)$

(ب) $(x-2)(x-1)$

(ج) $(x-2)(x+1)$

42. التعبير $\frac{3^3\times 3^{-2}\times 3}{3^{-2}}$ يعادل:

[B1, B2]

(أ) 81

(ب) 1

(ج) $\frac{1}{27}$

43. يبسط التعبير $\frac{(2^3)(4^{\frac{1}{2}})^3}{(3^{-3})(2^3)^2}$ إلى:

[B1, B2]

(أ) $\frac{1}{27}$

(ب) $\frac{1}{9}$

(ج) 27

44. يبسط التعبير $\frac{1}{2^{-2}} - \frac{1}{2^{-4}} + \frac{1}{2^{-3}}$ إلى:

[B1, B2]

(أ) $-\frac{1}{16}$

(ب) 20

(ج) 32

45. يبسط التعبير $1 + \left[\frac{(a^6b^3c^{-2}d)}{abc^{-1}}\right] - \left[\frac{(a^2b^3c)(a^2)(a^2b)d}{(ab^2c^2)}\right]$ إلى:

[B1, B2]

(أ) -1

(ب) 0

(ج) 1

46. عوامل التعبير $3x^2 - 2x - 8$ هي:

[A, B1, B2]

(أ) $(3x-2)(x+4)$

(ب) $(3x+4)(x-2)$

(ج) $(3x+2)(x-4)$

47. أي من التعابير التالية يُعد عاملاً مشتركاً لكلٍّ من x^2-x-6 و $2x^2-2x-12$:

[B1, B2]

(أ) $x+2$

(ب) $x-2$

(ج) $2x-6$

48. عوامل a^3+b^3 هي:

[B1, B2]

(أ) $(a+b)$ و (a^2-ab+b^2)

(ب) $(a-b)$ و (a^2-ab-b^2)

(ج) $(a+b)$ و $(a^2-2ab+b^2)$

49. المناقلة الصحيحة للصيغة $x=\frac{ab-c}{a+c}$ هي:

[A, B1, B2]

(أ) $c=\frac{a(b-x)}{x+1}$

(ب) $c=\frac{ab-ax}{x-1}$

(ج) $c=\frac{a(b-x)}{2}$

50. المناقلة الصحيحة للصيغة $X=\sqrt{Z^2-R^2}$ بالنسبة إلى R هي:

[A, B1, B2]

(أ) $R=\sqrt{Z^2-X^2}$

(ب) $R = \sqrt{Z^2 + X^2}$
(ج) $R = Z - X$

51. قيمة F في الصيغة $F = \frac{mV^2}{r}$، عندما $V = 20$ و $r = 5$ و $m = 64$ هي:

[A, B1, B2]

(أ) 256
(ب) 512
(ج) 5120

52. قيمة L في الصيغة $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ عندما $R = 4$ و $C = 0.00625$ و $Q = 1$ هي:

[A, B1, B2]

(أ) 2.5
(ب) 1.0
(ج) 0.1

53. إذا كان $\frac{4}{x} = 3 + \frac{3}{x}$ عندئذ x تساوي:

[A, B1, B2]

(أ) $\frac{1}{3}$
(ب) $2\frac{1}{3}$
(ج) 3

54. إذا كانت المعادلات الآنية $8x + 10y = 35$ و $2x - 10y = 5$، عندئذ قيمة x تساوي:

[B1, B2]

(أ) 5
(ب) 4

(ج) $-\frac{3}{10}$

55. إذا كان a عدداً صحيحاً، وكان $a^2+a-30=0$ عندها تكون قيمة a مساوية لـــ:

[B1, B2]

(أ) 6
(ب) 5
(ج) 4

56. تقطع طائرة مسافة s km في 15min. وتقطع عند معدل السرعة نفسه hh. عندئذ تكون المسافة الكلية التي تقطعها مقدرة بـــ km هي:

[A, B1, B2]

(أ) $\frac{sh}{15}$
(ب) $\frac{15h}{s}$
(ج) $4sh$

57. حل المعادلة $(x-2)^2+3=(x+1)^2-6$ هو:

[B1, B2]

(أ) 2
(ب) −2
(ج) 1

58. جذور المعادلة التربيعية $x^2+10x=96$ هي:

[B1, B2]

(أ) $6, -16$
(ب) $-6, 10$
(ج) $-6, 16$

59. من الجداول، $\log 57.68$ يساوي:

[B1, B2]

(أ) $\bar{1}.7610$

ب) 1.7610
ج) 1.7598

60. من الجداول، اللوغاريتم العكسي لـ $\bar{2}.4177$ يساوي:

[B1, B2]

أ) 0.02617
ب) 0.02607
ج) 0.2607

61. من الجداول، الجذر $\sqrt{2587}$ يساوي:

[A, B1, B2]

أ) 160.8
ب) 50.86
ج) 72.42

62. حاصل ضرب $(76.76)\times(8795.42)$ مقرباً لستة أرقام دالة يساوي:

[B1, B2]

أ) 675 136
ب) 675 000
ج) 675 100

63. حاصل ضرب $(\sqrt{4900})\times(\sqrt{3600})$ يساوي:

[A, B1, B2]

أ) 1764
ب) 4620
ج) 4200

64. محيط الدائرة ذات القطر 10cm، يساوي:

[A, B1, B2]

أ) 31.4cm
ب) 15.7cm
ج) 62.8cm

65. مساحة الدائرة ذات نصف القطر 15cm تساوي:

[A, B1, B2]

(أ) $707.14cm^2$

(ب) $1414.28cm^2$

(ج) $94.25cm^2$

66. حجم أسطوانة قائمة ارتفاعها 15cm ونصف قطر قاعدتها 5cm يساوي:

[A, B1, B2]

(أ) $1125\pi \, cm^3$

(ب) $375\pi \, cm^3$

(ج) $75\pi \, cm^3$

67. مساحة سطح الدائرة ذات نصف القطر 10nm تساوي:

[A, B1, B2]

(أ) $1333.3\pi \, mm^2$

(ب) $750\pi \, mm^2$

(ج) $100\pi \, mm^2$

68. أنبوب وقود مجوف بطول 20m، قطره الداخلي 0.15m وقطره الخارجي 0.20m، حجم المادة التي صنع منها أنبوب الوقود سوف تساوي:

[A, B1, B2]

(أ) $0.35\pi \, m^3$

(ب) $0.0875\pi \, m^3$

(ج) $0.45\pi \, m^3$

الهندسة وعلم المثلثات

69. في معادلة خط بياني مستقيم $y = mx + c$ ، أي من العبارات التالية صحيحة؟

[A, B1, B2]

(أ) y هو المتغير المستقل

(ب) m هو تدرج الخط

(ج) c هو المتغير التابع

70. يمر خط مستقيم من النقاط (3،1) و (6،4)، معادلة هذا الخط هي:
[A, B1, B2]

(أ) $y = x + 2$

(ب) $y = 2x - 2$

(ج) $y = x - 2$

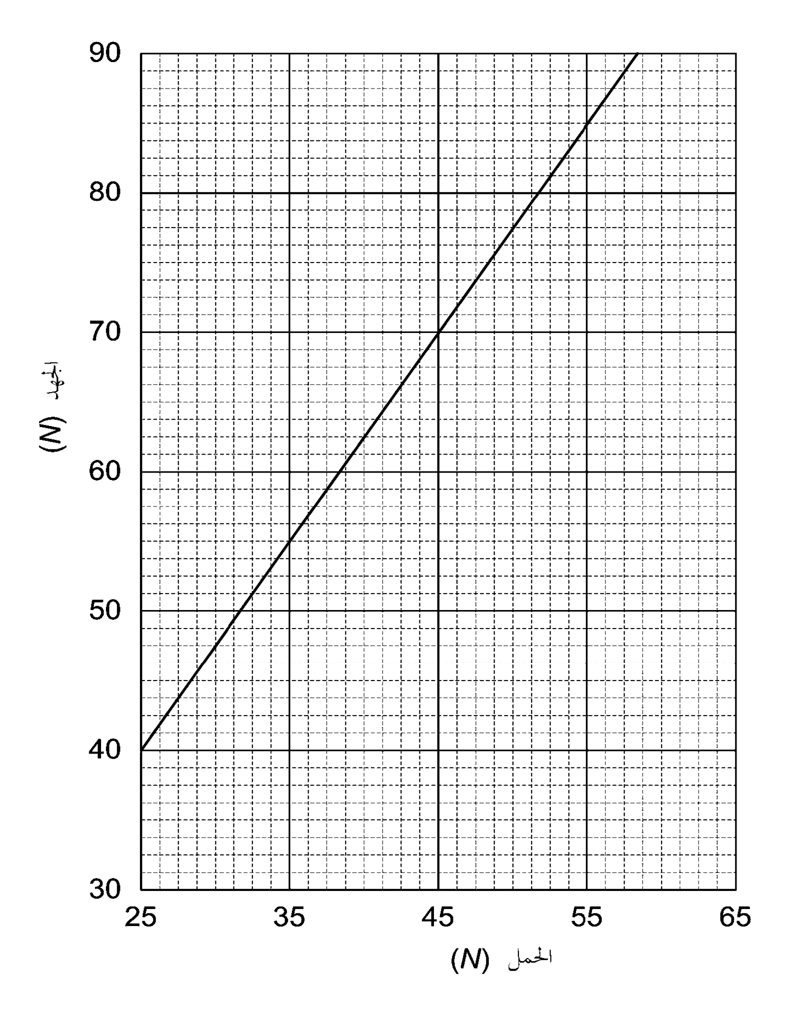
71. معادلة الخط البياني المستقيم المبين في الشكل (2−49) هي:
$y = mx + c$ ، تساوي قيمة m تقريباً:

[A, B1, B2]

(أ) 40

(ب) −30

(ج) 1.5



الشكل 2–49: خط بياني مستقيم للجهد مقابل الحمل.

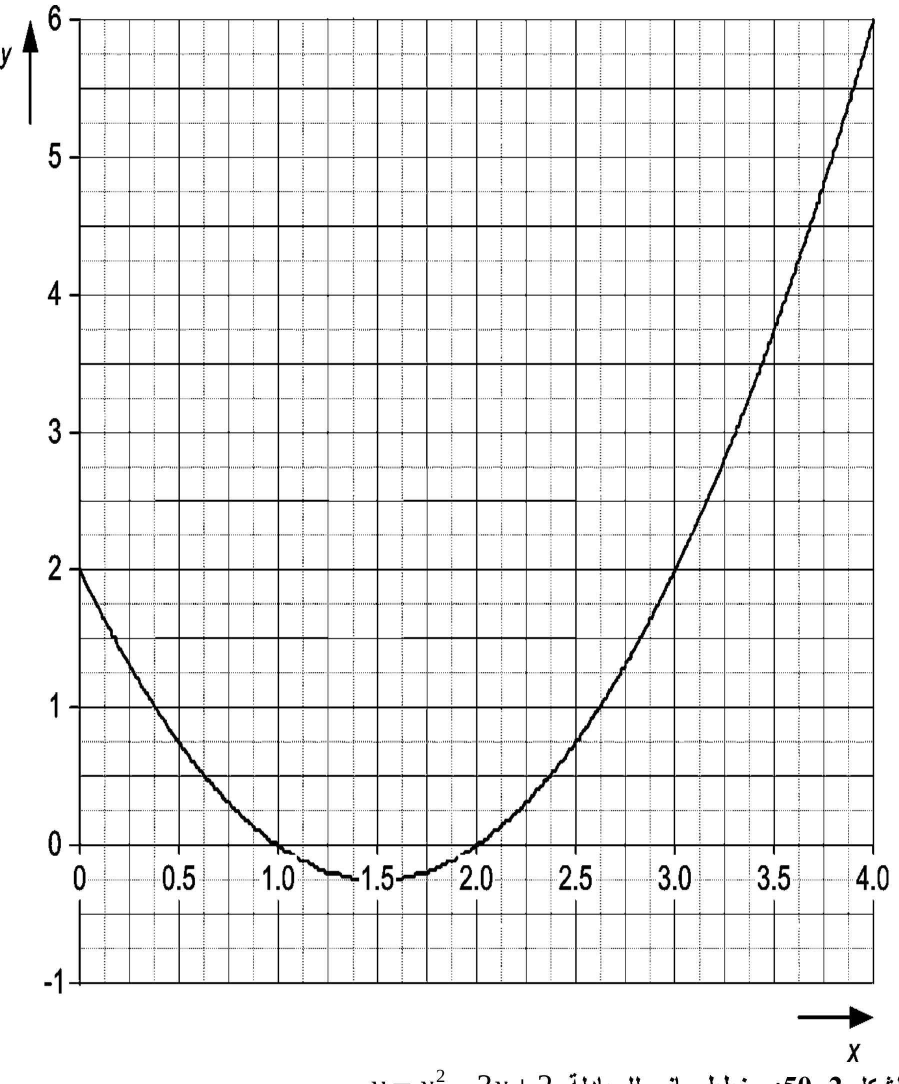
72. المخطط البياني للمعادلة التربيعية $y = x^2 - 3x + 2$ مبين في الشكل (2–50)، استناداً إلى هذا المخطط فإن القيمتين التقديريتين لجذري المعادلة $y = x^2 - 3x + 2$ هما:

[A, B1, B2]

(أ) $x = 2$ و $x = 1$

(ب) $x = 0.5$ و $x = 2.5$

(ج) $x = 0.4$ و $x = 2.6$



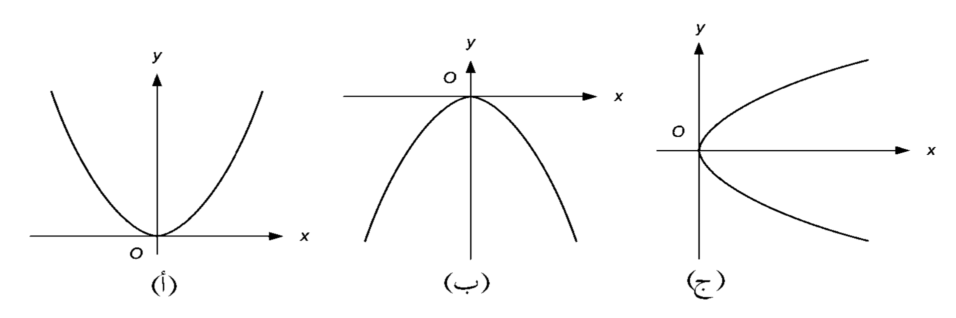
الشكل 2−50: مخطط بياني للمعادلة $y = x^2 - 3x + 2$.

73. أي من المخططات الظاهرة في الشكل (2−51) يمثل العلاقة: $y \propto -x^2$ ؟
[B1, B2]

(أ) A

(ب) B

(ج) C



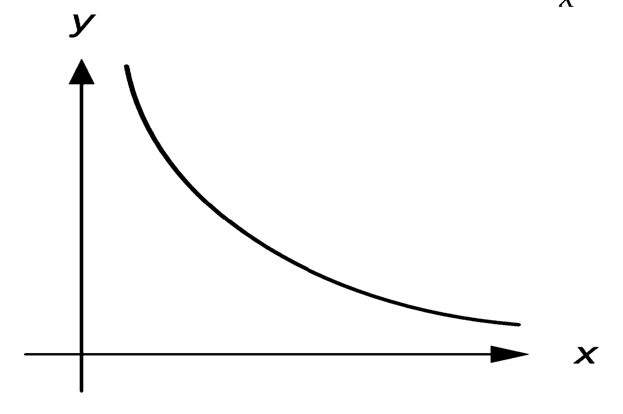
الشكل 2-51

74. أي من العلاقات التالية ممثلة بالمخطط المبين في الشكل (2-52)؟ [A, B1, B2]

(أ) $y \propto x$

(ب) $y \propto \sqrt{x}$

(ج) $y \propto \frac{1}{x}$



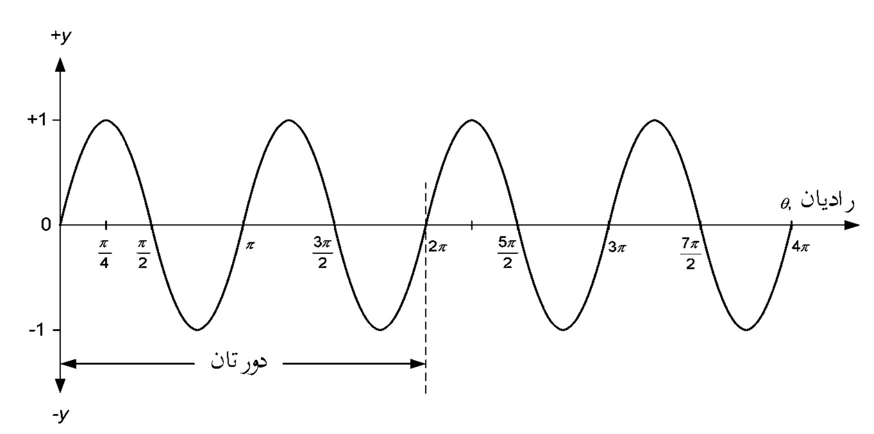
الشكل 2-52

75. أي من التوابع التالية ممثل بالمخطط المبين في الشكل (2-53)؟ [B1, B2]

(أ) $y = \sin\theta$

(ب) $y = 2\sin\theta$

(ج) $y = \sin 2\theta$



الشكل 2−53

76. من الجداول $\cos 57°50'$ يساوي:

[B1, B2]

(أ) 0.5324

(ب) 0.5334

(ج) 0.5319

77. إذا كان $\sin A = \frac{3}{5}$، عندئذ $\cos A$ هو:

[B1, B2]

(أ) $\frac{4}{5}$

(ب) $\frac{2}{5}$

(ج) $\frac{3}{4}$

78. من أعلى برج المراقبة، وعلى ارتفاع 40m يصنع ضوء الهبوط للمطار زاوية انخفاض قدرها 30°، كم يبعد هذا الضوء عن قاعدة برج التحكم؟

[B1, B2]

(أ) 69.3m

(ب) 56.7m

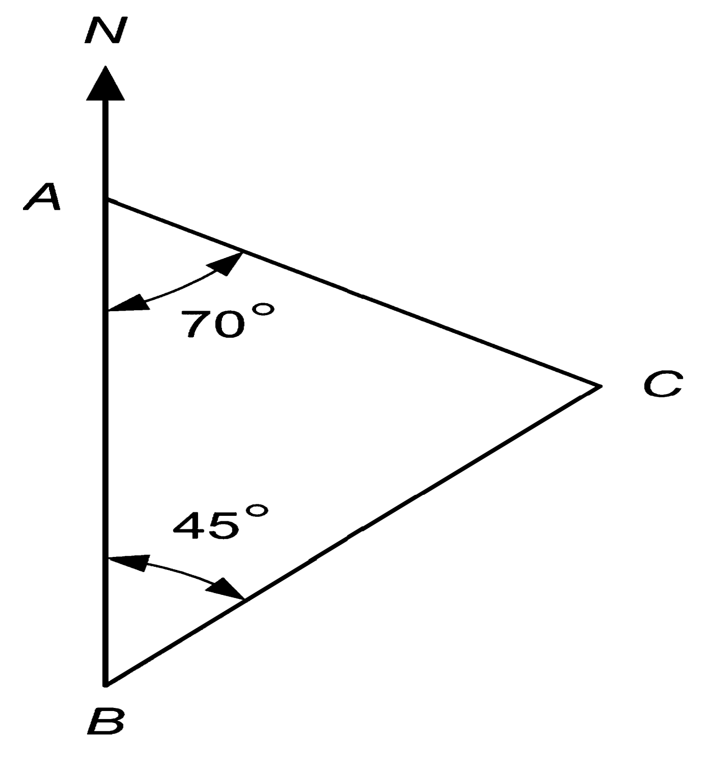
(ج) 23.1m

79. في المثلث ABC المبين في الشكل (2−54)، اتجاه B من C هو:
[B1, B2]

(أ) 45°

(ب) 225°

(ج) 245°



الشكل 2−54

80. عند تحويل الإحداثيات القائمة إلى القطبية، يتم إيجاد القطر r للإحداثيات القطبية من:

[B1, B2]

(أ) $r = x \tan \theta$

(ب) $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

(ج) $r = \sqrt{x^2 - y^2}$

81. الإحداثيات القائمة (12,5) هي في الشكل القطبي:

[B1, B2]

(أ) $13\angle 67.4$

(ب) $11.79\angle 67.4$

(ج) $12\angle 112.6$

82. الشكل القائم للإحداثيات القطبية ($15\angle 30$) هي:

[B1, B2]

(أ) (12.99, 7.5)

(ب) (7.5, 12.99)

(ج) (12.99, 8.66)

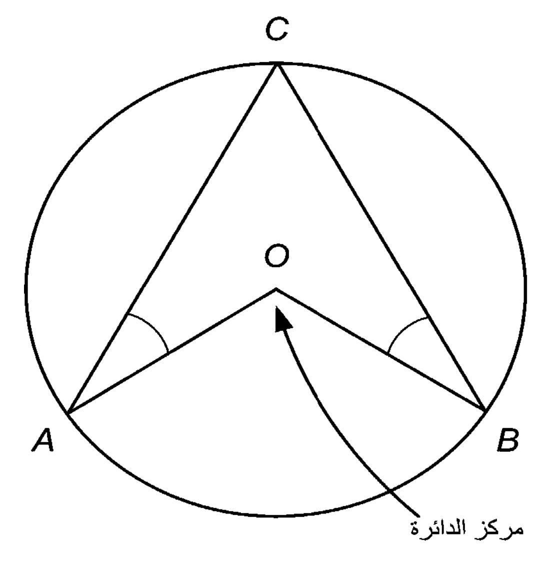
83. من الشكل (2−55) الزاوية AOB ∠ تساوي إلى:

[B1, B2]

(أ) $180 - 2\text{AB}$

(ب) $270 - (\text{A} + \text{B})$

(ج) $2\text{A} + 2\text{B}$



الشكل 2−55

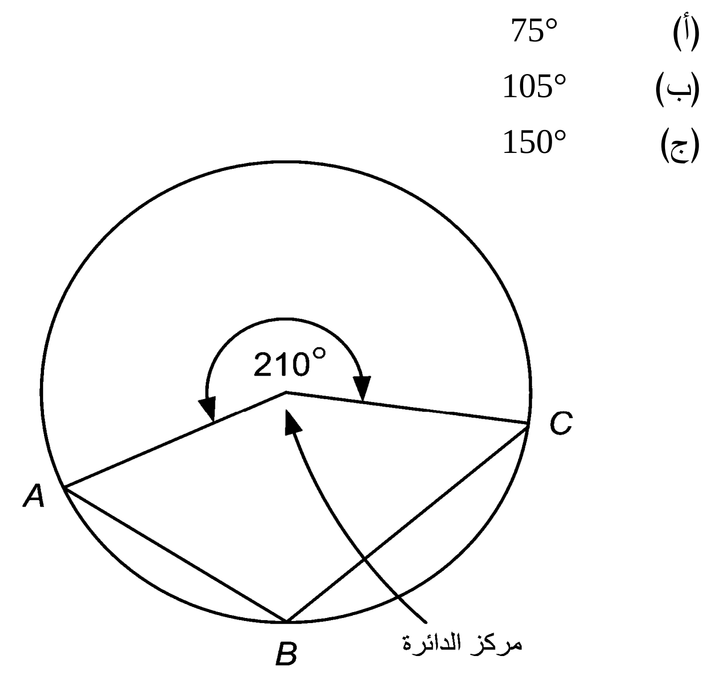
84. الزاوية ABC∠ في الشكل (2−56) تساوي:

[B1, B2]

(أ) 75°

(ب) 105°

(ج) 150°



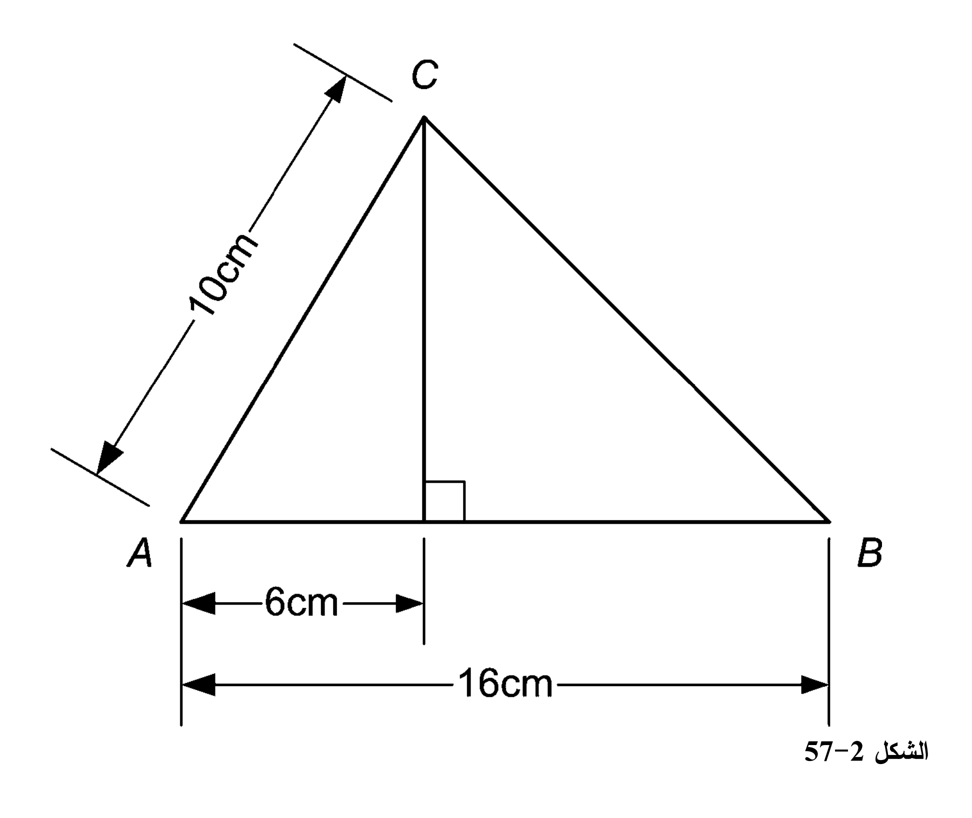
الشكل 2−56

85. بالنسبة إلى المثلث المبين في الشكل (2−57)، ما قيمة $\cos B$؟
[B1, B2]

(أ) $\frac{10}{16}$

(ب) $\frac{8}{\sqrt{164}}$

(ج) $\frac{10}{\sqrt{164}}$



الشكل 2−57

الفصل الثالث

الرياضيات المكمّلة

Further mathematics

كما أشرنا في مقدمة الفصل الثاني، فإن التوسع في تعلم الرياضيات ضروري من أجل دراسة وحدات الفيزياء والمبادئ الكهربائية اللاحقة والواردة في الفصلين الرابع والخامس على التوالي.

كما أن دراسة هذا الفصل سوف تؤسس لدراسة الرياضيات وهذا موجود في أي برنامج تعليم أعلى كدرجة الأساس (foundation degree - FD) و/أو درجة الشرف (B.Eng(Hons في هندسة صيانة الطائرات أو مجالات الهندسة ذات العلاقة.

سيشمل هذا الفصل دراسة متقدمة لبعض مواضيع الجبر، بالإضافة إلى علم المثلثات ومقدمة عن طرق الإحصاء. أخيراً سنأخذ لمحة موجزة عن طبيعة واستخدام حسابات التفاضل والتكامل. وأثناء دراسة الرياضيات المتقدمة سيكون من المفروض استخدام الحاسبة.

3−1 الجبر المكمّل Further algebra

3−1−1 مناقلة وتقييم للصيغ والمعادلات الأكثر تعقيداً

Transposition and evaluation of more complex formulae and equations

قمنا حتى الآن بمناقلة صيغ بسيطة نسبياً، فالترتيب الذي أنجزنا به المعادلات كان واضحاً نوعاً ما، ومع معادلات وصيغ أكثر تعقيداً، ربما يتغير ترتيب العمليات. لكن في جميع الحالات يجب اتباع التسلسل التالي :

1- إزالة إشارات الجذور، وإزالة الكسور والأقواس (بترتيب مناسب للمسألة المحددة).

2- إعادة ترتيب الصيغة من أجل الموضوع، باتباع العمليات الحسابية.

3- تجميع كل الحدود في جهة واحدة للمعادلة التي تحتوي الموضوع.

4- استخراج الموضوع كعامل مشترك إن كان ذلك ضرورياً.

5- تقسيم الطرف الآخر على معامل (أمثال) الموضوع.

6- أخذ الجذور والقوى عند الضرورة.

لاحظ أن المعامل (coefficient) هو عدد عشري ضرب بعدد حرفي في صيغة ما، مثلاً في الصيغة البسيطة:

$$3b = cde$$

العدد 3 هو معامل b وبالقسمة على 3 نحصل على:

$$b = \frac{cde}{3}$$

سيتم توضيح الإجراء أعلاه بشكل جيد بالمثال التالي.

مثال 3−1

1. معطى أن $\frac{1}{f}=\frac{1}{u}+\frac{1}{v}$ ،اجعل v موضوع الصيغة.
2. إذا كانت $s=ut+\frac{1}{2}at^2$ ناقل الصيغة بالنسبة إلى a.
3. إذا كان $\frac{D}{d}=\sqrt{\frac{f+p}{f-p}}$ ناقل الصيغة من أجل f.

1− باتباع الإجراءات، نحتاج أولاً إلى إزالة الكسور. تذكر بأنك لا تستطيع هنا أن تقلب الكسور رأساً على عقب، يمكن إجراء ذلك فقط، عندما يتألف كل طرف من المساواة من كسر واحد. سنجري عملية توحيد للكسرين (يمكن العودة ومراجعة عملية توحيد الكسور). عندئذ:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{u}+\frac{1}{v} \quad \text{أو} \quad \frac{1}{f}=\frac{v+u}{uv}$$

ولإزالة الكسور نضرب كلا الجانبين بـــ f و uv ونحصل على $uv=f(v+u)$ وبعد توزيع الضرب: $uv=fv+fu$ نجمع كل الحدود الحاوية على الموضوع (v) فنجد: $uv-fv=fu$، ثم نخرج العامل المشترك $v(u-f)=fu$ وبعد قسمة الطرفين على $(u-f)$ نحصل على:

$$v=\frac{fu}{u-f}$$

2− باتباع الإجراءات، في الواقع يمكن إقصاء كسر واحد وهو $\frac{1}{2}$ ، فإذا ضربنا كلَّ حد بمقلوب الــ $\frac{1}{2}$ أي بـِـ $\frac{2}{1}$ نحصل على:

$$2s=2ut+at^2$$

بطرح 2ut من كلا الطرفين نحصل على $2s-2ut=at^2$. بقسمة كلا الطرفين على t^2 نحصل على:

$$\frac{2s-2ut}{t^2}=a$$

بعكس الصيغة وإخراج العامل المشترك نحصل على:

$$a = \frac{2(s-ut)}{t^2}$$

ونستطيع بدلاً من ذلك، وبتذكر قوانين الأسس، أن نرفع الحد t^2 ونكتب الصيغة بالنسبة إلى a كالتالي:

$$a = 2t^{-2}(s-ut)$$

3– من جديد نتبع الإجراء، أولاً نزيل الجذور، ثم الكسور بالأسلوب التالي. بالتربيع:

$$\left(\frac{D}{d}\right)^2 = \frac{f+p}{f-p} \quad \text{أو} \quad \frac{D^2}{d^2} = \frac{f+p}{f-p}$$

ثم نضرب كلا الطرفين بالحدود في المقام، أو بالضرب المتصالب نجد:

$$D^2(f-p) = d^2(f+p) \quad \text{و} \quad D^2 f - D^2 p = d^2 f + d^2 p$$

لذلك بتجميع الحدود المتوية على الموضوع في جانب واحد نحصل على:

$$D^2 f - d^2 f = d^2 p + D^2 p$$

بعد استخراج العوامل المشتركة نحصل على:

$f(D^2-d^2) = (d^2+D^2)p$ وبتقسيم كلا الجانبين على (D^2-d^2) نحصل على:

$$f = \frac{(d^2+D^2)p}{D^2-d^2}$$

مثال 3–2

إذا كانت $F = \frac{mV^2}{r}$ ، أوجد m عندما $F = 2560$ و $V = 20$ و $r = 5$.

بالتعويض المباشر:

$(2560)(5) = m(400)$ بالتالي $2560 = \frac{m(20)^2}{5}$

أي $400m = 12800$ ومنه: $m = \frac{12800}{400}$ وبالتالي: $m = 32$

نستطيع عوضاً عن ذلك مناقلة الصيغة من أجل m ثم نعوض بالقيم المعطاة:

$F = \frac{mV^2}{r}$ ومنه $Fr = mV^2$ وبالتالي $\frac{Fr}{V^2} = m$ أو $m = \frac{Fr}{V^2}$

وبالتعويض:

$$m = \frac{(2560)(5)}{(20)^2} = \frac{12800}{400} = 32$$

وهي نفس النتيجة السابقة.

سنستخدم في مثالنا الأخير على التعويض صيغة لها علاقة بالشحن الكهربائي Q (charge) والمقاومة R (resistance) والتحريض أو الحث L (induction) والسعة C (capacitance).

مثال 3-3

أوجد C إذا كانت $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ حيث: $L = 0.1, \quad R = 40\Omega, \quad Q = 10$.

لدينا $QR = \sqrt{\frac{L}{C}}$؛ بتربيع كلا الطرفين نحصل على:

$(QR)^2 = \frac{L}{C}$ أو $Q^2R^2 = \frac{L}{C}$ ومنه $C(Q^2R^2) = L$ عندئذ $C = \frac{L}{Q^2R^2}$

وبالتعويض بالقيم المعطاة نحصل على:

$$C = \frac{0.1}{10^2\,40^2} = 6.25 \times 10^{-7}\ F$$

3-1-2 اللوغاريتمات والتوابع اللوغاريتمية

Logarithms and logarithmic functions

لقد درسنا قوانين واستخدام الأسس، ونظرنا إلى اللوغاريتمات كأسلوب لتبسيط العمليات الحسابية. احتجنا إلى استخدام الجداول اللوغاريتمية واللوغاريتمية العكسية من أجل حساب ذلك. وكما هو معلوم إن لوغاريتم أي عدد هو بالحقيقة أسُّه. وكتذكير $1000 = 10^3$، الجانب الأيسر من المعادلة (10^3) هو العدد 1000 مكتوباً بالشكل الأسي. الأس 3 هو بالحقيقة لوغاريتم العدد 1000. (بالضغط على الزر log في الحاسبة (وهو اللوغاريتم للأساس 10)، مع كتابة العدد 1000 ثم الضغط على الزر (=) نحصل على العدد 3).

يمكن تبسيط عملية معالجة الأعداد والتعابير والصيغ ذات الشكل الأسي باستخدام اللوغاريتمات. الاستخدام الآخر للوغاريتمات هو قدرتها أحياناً على تخفيض العمليات الحسابية المعقدة للضرب والقسمة وتحويلها إلى جمع أو طرح. وغالباً ما يكون ذلك ضرورياً عند معالجة التعابير الجبرية الأكثر تعقيداً.

نبدأ بدراسة قوانين اللوغاريتمات بأسلوب مشابه للطريقة التي عالجنا بها قوانين الأسس سابقاً.

نقطة مفتاحية
قوة أو أس عدد ما، عندما يكون العدد بالشكل الأسي، هو أيضاً لوغاريتمه إذا أُخذ العدد كأساس للوغاريتم.

3-1-3 قوانين اللوغاريتمات

The laws of logarithms

نجد فيما يلي تصنيفاً لقوانين اللوغاريتمات، وملحقاً بكل منها مثال بسيط لاستخدامه. نستخدم في كل هذه الأمثلة اللوغاريتم الشائع، أي لوغاريتم الأساس 10. لاحقاً سوف ننظر في نوع آخر وهو اللوغاريتم النيبري (Naperian Logarithm)، أو اللوغاريتم الطبيعي، حيث أساسه العدد e (2.71828....):

العدد	القانون اللوغاريتمي
1	$a=b^c \Rightarrow c=\log_b a$
2	$\log_a MN=\log_a M+\log_a N$
3	$\log_a \frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$
4	$\log_a(M^n)=n\log_a M$
5	$\log_b M=\frac{\log_a M}{\log_a b}$

القانون 1

تبدو هذه القوانين جميعها معقدة، لكننا قد استخدمنا القانون 1 عندما أنجزنا التمرين الحسابي السابق. لذلك ومن جديد نعلم أن 10^3=1000. إذا أردنا أن نضع هذا العدد بالشكل الخطي (الشكل العشري)، عندئذ يمكن عمل ذلك بأخذ اللوغاريتم.

وباتباع القانون 1، في هذه الحالة حيث $a=100$ و $b=10$ و $c=3$ عندئذ : $3=\log_{10}1000$. نتعامل في هذه الحالة مع اللوغاريتمات الشائعة، أي الأعداد بالشكل الأسي حيث أساس اللوغاريتم هو 10. يمكننا أيضاً دراسة الأعداد بالشكل الأسي والتي لا يكون العدد 10 أساساً لها، كما سنرى لاحقاً. ويمكن أن نواجه أيضاً مسائل يكون فيها الأس (القوة) غير معروف.

افترض أننا واجهنا هذه المسألة: أوجد قيمة x حيث $10^x=750$. الجواب ليس واضحاً كثيراً، لكن يمكن أن يحل بسهولة باستخدام قانوننا الأول في اللوغاريتمات. وهكذا، باتباع القانون، أي بأخذ اللوغاريتمات للأساس المناسب نجد: $x=\log_{10}750$ والآن باستخدام الحاسبة نحصل على: $x=2.8751$ (مقرب لأربعة أرقام عشرية).

القانون 2

إحدى أزواج عوامل العدد 1000 هي 10 و100. لذلك بالاعتماد على القانون الثاني: $\log_a (10)(100) = \log_a 10 + \log_a 100$. إذا اخترنا اللوغاريتم للأساس 10، عندئذ $\log_{10} 1000 = 3$ (نعلم ذلك مسبقاً). ونجد باستخدام الحاسبة أن $\log_{10} 10 = 1$ و $\log_{10} 100 = 2$. ما نستطيع فعله باستخدام هذا القانون هو تحويل ضرب الأعداد في الشكل الأسي إلى جمع. ولقد درسنا سابقاً المقارنة بين هذا القانون والقانون الأول للأسس. ونحن أحرار في اختيار الأساس الذي نرغب، شريطة أن نكون قادرين على التعامل مع هذا الأساس. تقدم الحاسبة لوغاريتمات لأساسين اثنين هما 10 و e.

القانون 3

يسمح لنا هذا القانون بتحويل قسمة الأعداد ذات الشكل الأسي إلى طرح. عند التعامل مع مناقلة الصيغ المعقدة، يمكن لهذه التحويلات أن تكون مفيدة بشكل خاص لمساعدتنا في المناقلة.

وهكذا باستخدام القانون بشكل مباشر نجد:

$$\log_{10} \frac{1000}{10} = \log_{10} 100 = \log_{10} 1000 - \log_{10} 10$$

باستخدام الحاسبة $2 = 3 - 1$

القانون 4

ينص هذا القانون على أن لوغاريتم عدد ما بالشكل الأسي $\log_a M^n$ يساوي إلى لوغاريتم أساس هذا العدد $\log_a M$، مضروباً بأس العدد $n \log_a M$. مثلاً:

$$\log_{10} (100^2) = \log_{10} 10000 = 2 \log_{10} 100.$$

وهذا سهل التأكد منه بواسطة الحاسبة $(2)(2) = 4$

القانون 5

يعتبر هذا القانون مختلف كثيراً عن سابقيه، ذلك أنه يسمح لنا بتغيير أساس اللوغاريتم. وهذا مفيد جداً، إذا كنا نتعامل مع لوغاريتمات أو صيغ تتضمن لوغاريتمات ذات أساس غير موجود في حاسبتنا.

مثلاً، افترض أننا نريد معرفة القيمة العددية للوغاريتم $\log_2 64$، عندئذ باستخدام القانون 5 نجد:

$$\log_2 64 = \frac{\log_{10} 64}{\log_{10} 2} = \frac{1.806179974}{0.301029995} = 6$$

إذا عكسنا القانون 1، عندئذ $\log_2 64$ يكافئ العدد $64 = 2^6$، الذي يمكن بسهولة معرفته باستخدام الحاسبة. يوضح هذا المثال مرة أخرى أن العدد المعطى بالشكل الأسي (أس العدد) هو لوغاريتم ذلك العدد شريطة أن يكون للوغاريتم نفس الأساس.

سندرس من خلال المثال التالي بعض الاستخدامات الهندسية لقوانين اللوغارتمات المعروفة والطبيعية.

نقطة مفتاحية
اللوغاريتم المعروف له أساس هو 10

مثال 3-4

تعطى معادلة تربط بين السرعة النهائية v للآلة ومتحولات الآلة z و p و w بالصيغة $v = 20^{\left(\frac{w}{pz}\right)}$. ناقل هذه الصيغة بالنسبة إلى w وأوجد قيمتها العددية عندما $z = 34.64$ و $p = 1.24$ و $v = 15$.

يمكن معاملة هذه الصيغة كعدد بالشكل الأسي. لذلك لإيجاد w، كموضوع لهذه الصيغة، نحتاج إلى تطبيق قوانين اللوغاريتم. الخطوة الأولى لمثل هذه المسائل هي أخذ لوغاريتم الطرفين. أساس اللوغاريتم المختار ليس مهماً، شريطة أن نكون

قادرين على إيجاد القيم العددية لهذه اللوغاريتمات عند الحاجة. وبالتالي، نأخذ عادةً اللوغاريتم ذا الأساس 10 أو الأساس e. (وبما أننا لم ندرس اللوغاريتم ذا الأساس e، سنأخذ اللوغاريتم المعروف لكلا الطرفين). لكن إذا لم يكن للعدد (أو للتعبير) الأساس الذي نستطيع معالجته، نستطيع عندئذ تغيير هذه القاعدة بحرية باستخدام القانون 5.

بأخذ لوغاريتم الطرفين نجد:

$$\log_{10} v = \log_{10} 20^{\left(\frac{w}{pz}\right)}$$

لكن إذا طبقنا الآن قوانين اللوغاريتم المناسبة سنكون قادرين على جعل w موضوعاً للصيغة. بتطبيق القانون 4 على الجانب الأيمن من التعبير، نجد:

$$\log_{10} v = \left(\frac{w}{pz}\right)\log_{10} 20$$

بإيجاد القيمة العددية لــ $\log_{10} 20 = 1.30103$، نستطيع متابعة المناقلة:

$$\log_{10} v = \left(\frac{w}{pz}\right)1.30103 \Rightarrow \frac{\log_{10} v}{1.30103} = \frac{w}{pz} \Rightarrow w = \frac{(pz)(\log_{10} v)}{1.30103}$$

بعد الحصول على مناقلة الصيغة من أجل w، نستطيع تعويض القيم المناسبة للمتحولات وإيجاد القيمة العددية لــ w، وهكذا:

$$w = \frac{(1.24)(34.64)(\log_{10} 15)}{1.30103} = \frac{(1.24)(34.65)(1.17609)}{1.30103} = 38.84$$

3-1-4 اللوغاريتم النيبري والتابع الأسي

Naperian logarithms and exponential functions

يشير الزر (ln) في الحاسبة إلى اللوغاريتم النيبري. والتابع العكسي للوغاريتم النيبري هو e^x أو $\exp x$ أي التابع الأسي (inverse Naperian logarithm function). يعرف هذا اللوغاريتم أحياناً باللوغاريتم الطبيعي (natural)، لإنه غالباً ما يستخدم لنمذجة الظواهر التي تحدث بشكل طبيعي، كنمو

الأشياء أو تناقصها. ففي الهندسة مثلاً، يمكن أن تحاكى عملية تفريغ الشحنة من المكثف باستخدام اللوغاريتم الطبيعي. لذلك فهو تابع (function) [*] مفيد، وكلٌ من اللوغاريتم الطبيعي وتابعه العكسي ضروريان في الهندسة.

وسندرس الآن عملية مناقلة صيغة تتضمن استخدام اللوغاريتمات الطبيعية وقوانين اللوغاريتمات.

مثال 3−5

ناقل الصيغة $b = \log_e t - a\log_e D$ واجعل t موضوعها.

لاحظ بداية أنه يمكن التعبير عن اللوغاريتم الطبيعي أو النيبري بالرمز $\log_e$ أو ln، كما هو الحال في الحاسبة. (يجب الانتباه إلى عدم الخلط بين التعبير $\log_e$ أو تابعه العكسي e^x أو $\exp x$ مع التابع الأسي (EXP) على الحاسبة، الذي يضرب أي عدد بقوى العدد 10).

بداية نستخدم قوانين اللوغاريتمات كالتالي:

من القانون الرابع $$b = \log_e t - \log_e D^a$$

من القانون الثالث $$b = \log_e\left(\frac{t}{D^a}\right)$$

والآن، للمرة الأولى نأخذ عكس اللوغاريتم الطبيعي أو اللوغاريتم العكسي (Antilogarithm). لاحظ أن حاصل ضرب أي تابع بعكسه يساوي الواحد (1). وبالتالي ضرب كلٍّ من طرفي المعادلة بـــ e أي عكس ($\log_e$) ln نحصل على:

$$e^b = \frac{t}{D^a}$$

(حيث e هي عكس أو اللوغاريتم العكسي لـــ $\log_e$=ln أو $(e)(\log_e)=1$)

عندئذ يكون المطلوب:

$$t = e^b D^a$$

[*] يستخدم التعريب تابع أو دالّة للدلالة على المصطلح (function).

كما لاحظنا آنفاً، أن للتابع العكسي e^x أو $\exp x$ وعكسه ln (اللوغاريتم الطبيعي) استخدامات عدة في هندسة الطيران، لأنها يمكن أن تستخدم في نمذجة عمليات النمو والتناقص. وبالتالي فإن طريقة تمدد الأجسام وتغير المقاومة الكهربائية مع درجة الحرارة وتبريد المواد وتغيرات الضغط مع الارتفاع وشحن المكثفات، كل هذه العمليات يمكن نمذجتها بواسطة التابع الأسي.

سنعرض هنا مثالين هندسيين فقط حول استخدام التابع الأسي.

نقطة مفتاحية
للوغاريتم النيبري أو الطبيعي الأساس e، حيث $e \approx 2.718281828$ (مقرب إلى تسع خانات عشرية).

نقطة مفتاحية
التابع العكسي للوغاريتم النيبري هو التابع الأسي الذي يعبر عنه بالرموز $\exp x$ أو e^x.

مثال 3−6

إذا كان الضغط p على ارتفاع h (بالمتر) عن سطح الأرض يعطى بالعلاقة التالية:

$$p = p_0 e^{\frac{h}{k}}$$

حيث p_0 الضغط عند سطح البحر ويساوي 101325Nm^{-2}. حدد قيمة الارتفاع h عندما يكون الضغط p على ذلك الارتفاع 70129Nm^{-2} علماً أن $k = -8152$.

نحتاج أولاً إلى مناقلة الصيغة من أجل h، يتضمن هذا أخذ اللوغاريتمات الطبيعية للطرفين، أي التابع العكسي لـــلحد $e^{\frac{h}{k}}$. أولاً نعزل الحد الأسي:

$$\frac{p}{p_0} = e^{\frac{h}{k}}$$

بأخذ اللوغاريتمات الطبيعية للطرفين نجد:

$$\log_e(\frac{p}{p_0}) = \frac{h}{k} \quad \Rightarrow \quad k\log_e(\frac{p}{p_0}) = h$$

بالتعويض بالقيم المعطاة:

$$\begin{aligned} h &= (-8152)\log_e\left(\frac{70129}{101325}\right) \\ &= (-8152)\log_e(0.692) \\ &= (-8152)(-0.368) = 3000 \end{aligned}$$

أي أن الارتفاع $h = 3000m$ (بتقريب حتى الرقم الرابع).

يرتكز مثالنا الأخير على معلومات موجودة في رسائل الاتصالات اللاسلكية. ليس من الضروري، كما سنرى لاحقاً، أن نعي الخلفية الفيزيائية من أجل حل المسألة.

مثال 3−7

يمكن أن يبرهن أن المعلومات المحتواة في رسالة ما تعطى بالعلاقة:

$$I = \log_2(\frac{1}{p})$$

بيّن أنه باستخدام قوانين اللوغاريتمات يمكن التعبير عن المحتوى المعلوماتي بالشكل: $I = -\log_2(p)$، وأوجد المحتوى المعلوماتي للرسالة إذا كانت احتمالات تلقي الكود (p) هي $\frac{1}{16}$.

المطلوب برهان أن:

$$I = \log_2(\frac{1}{p}) = -\log_2(p)$$

يمكن كتابة الطرف اليساري من هذا التعبير بالشكل $\log_2(p^{-1})$. ومن قوانين الأسس (القانون الرابع)، حيث $\log_a(M^n) = n\log_a(M)$ نجد بالمقارنة أن $M = p,\ n = -1$ بالتعويض:

$\log_2(p^{-1}) = -1.\log_2 p = -\log_2 p$ وهو المطلوب.

ومن أجل إيجاد المحتوى المعلوماتي للرسالة نعوض القيمة المعطاة $p = \frac{1}{16}$ في المعادلة:

$$\log_2(p^{-1}) = \log_2(\frac{1}{p}) = \log_2(16)$$

ليس من السهل إيجاد قيمة اللوغاريتم للأساس 2. لكن يمكن ذلك باستخدمنا القانون اللوغاريتمي الخامس، عندئذ نجد:

$$\log_2 16 = \frac{\log_{10} 16}{\log_{10} 2} = 4$$

أي أن المحتوى المعلوماتي للرسالة يساوي 4.

بقي هناك تطبيق واحد فقط نحتاج إلى دراسته في قوانين اللوغاريتمات. وهو مفيد جداً عند دراسة البيانات التجريبية لتحديد فيما إذا كانت هذه البيانات يمكن أن تتبع قانوناً معيناً. إذا استطعنا أن نربط هذه البيانات بقانون الخط المستقيم $y = mx + c$، عندئذ نستطيع بسهولة تحديد النتائج المفيدة. لكن لسوء الحظ لا تتبع البيانات دائماً لهذا الشكل، لكن الكثير من البيانات الهندسية تتبع الشكل العام $y = ax^n$، حيث وكما سبق، x المتحول المستقل وy المتحول التابع، وفي هذه الحالة كلٌّ من a وn ثابت حسب البيانات التجريبية الخاصة للحالة المدروسة.

بواسطة اللوغاريتمات نستطيع استخدام آلية نخفض من خلالها المعادلات من الشكل $y = ax^n$ إلى الشكل الخطي الذي يتبع قانون الخط المستقيم $y = mx + c$. وأفضل طريقة لتوضيح هذه الآلية هي عبر المثال التالي.

مثال 3–8

يتبع ضغط الغاز p وحجمه v عند درجة حرارة ثابتة لقانون بويل، الذي يعبّر عنه بالشكل $p = cv^{-0.7}$، حيث c ثابت. بيّن أن القيم التجريبية المعطاة في الجدول تتبع لهذا القانون، وارسم المخطط المناسب للنتائج وحدد قيمة الثابت c.

الحجم $v\ (m^3)$	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
الضغط $p\ (10^5\ Nm^{-2})$	7.5	6.2	5.26	4.63	4.14

القانون هو من الشكل $p = ax^n$. بأخذ لوغاريتم الطرفين للقانون $p = cv^{-0.7}$ نحصل على $\log_{10} p = \log_{10}(cv^{-0.7})$ وبتطبيق القانون الثاني والرابع على الجانب الأيمن من المعادلة نجد:

$$\log_{10} p = -0.7 \log_{10} v + \log_{10} c$$

(تأكد من أنك تستطيع الوصول إلى هذه النتيجة)

بمقارنة هذه المعادلة بمعادلة الخط المستقيم $y = mx + c$ نجد:

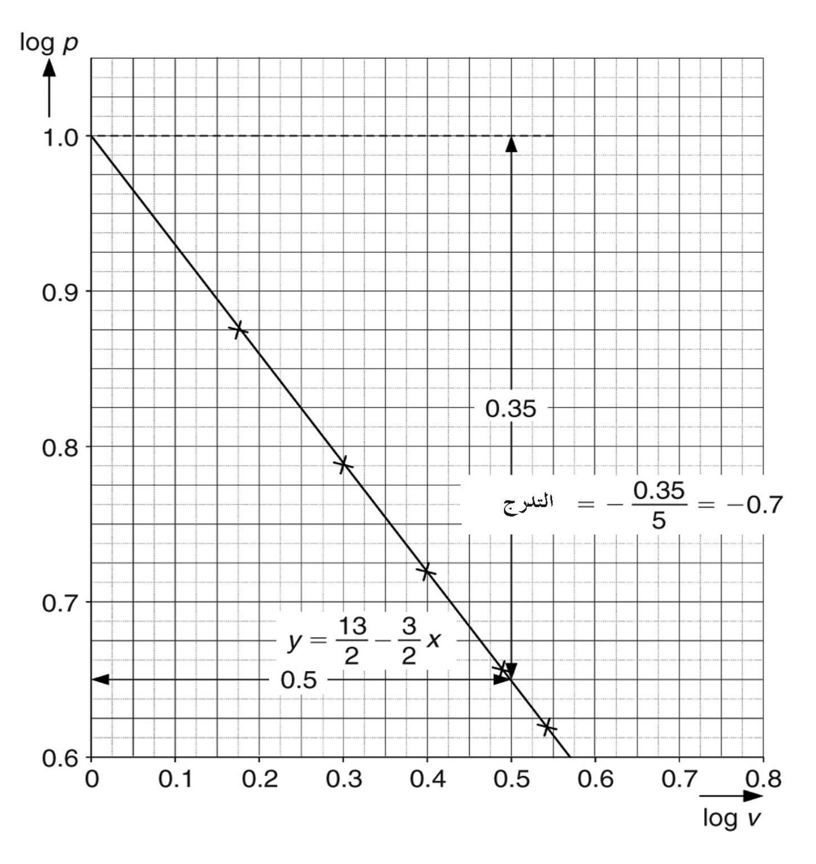
$y = \log_{10} p$ و $m = -0.7$ و $x = \log_{10} v$ و $c = \log_{10} c$

لذلك نحن بحاجة إلى رسم $\log_{10} p$ مع $\log_{10} v$، كما في الشكل (3–1)، والجدول الآتي يبين القيم الناتجة.

الحجم $v\ (m^3)$	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
$\log_{10} v$	0.176	0.301	0.398	0.447	0.544
الضغط $p\ (10^5\ Nm^{-2})$	7.5	6.2	5.26	4.63	4.14
$\log_{10} p$	0.875	0.792	0.721	0.666	0.619

يمكن أن نرى من المخطط أن ميل المستقيم هو 0.7– ونقطة تقاطع المستقيم مع المحور y (أي عندما $\log_{10} v = 0$) هي عند القيمة 1.0 أي $\log_{10} c = 1.0$

وبالتالي $c=10$. لذلك النتائج المرسومة تتبع القانون $p=10v^{-0.7}$. هكذا نرى أنه من المفيد جداً استخدام اللوغاريتمات في معالجة البيانات التجريبية.



الشكل 3−1: مخطط $\log_{10} p$ **بالنسبة إلى** $\log_{10} v$.

اختبر فهمك 3−1

1. إذا كانت $Q=A_2\sqrt{\dfrac{2gh}{1-(\dfrac{A_2}{A_1})^2}}$ أوجد Q عندما:

A_1=0.0201 و A_2=0.005 و g=9.81 و h=0.554.

2. إذا كانت $X=\dfrac{1}{2\pi f C}$ احسب قيمة C عند: X=405.72 و f=81.144.

3. بسّط مايلي: $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{3}{2(x^2-1)}$.

4. يمكن كتابة معادلة برنولي بالشكل: $\frac{p_1}{\gamma}+\frac{v_1^2}{2g}+h_1=\frac{p_2}{\gamma}+\frac{v_2^2}{2g}+h_2$،
ومعلوم أن: $(h_1-h_2)=2,\ (v_1^2-v_2^2)=8.4,\ p_1=350,\ \gamma=10$.
ناقل هذه الصيغة بطريقة مناسبة لإيجاد قيمة الضغط p_2 عندما g=9.81.

5. ناقل الصيغة $q=rx^{\frac{s}{t}}$ من أجل (t) ثم أوجد قيمتها عندما:

$$q=30\pi,\ r=3\pi,\ x=7.5,\ s=16$$

6. تربط الصيغة $P=T(1-e^{-\mu\theta})v$ الاستطاعة P بقوة شد السير T وزاوية اللف θ والسرعة الخطية v ومعامل الاحتكاك μ لنظام القيادة بالسيور. ناقل الصيغة من أجل معامل الاحتكاك μ ثم أوجد قيمته عندما:

$$P=2500,\ T=1200,\ v=3,\ \theta=2.94$$

7. في تجربة ما، قيست قيم التيار I والمقاومة R وأدرجت النتائج في الجدول التالي:

المقاومة R	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
التيار I	0.00017	0.0015	0.0043	0.0083	0.014	0.021	0.029

بيّن أنه للقانون الذي يربط التيار I بالمقاومة R الشكل $I=aR^b$، حيث a و b ثابتان، ثم حدّد هذا القانون.

5-1-3 الأعداد العقدية (أو المعقدة) Complex numbers

أدرجت أدناه أهم الصيغ لمعالجة الأعداد العقدية المطبقة في المسائل الهندسية بدون برهان. سيتم توضيح استخدامها مباشرة من خلال الأمثلة.

Formulae **الصيغ**

1. $z = x + iy$ حيث حد z الحقيقي هو x وحد z التخيلي هو y و $i = \sqrt{-1}$، وبالتالي $i^2 = -1$.

2. $\bar{z} = x - iy$ هو مرافق العدد العقدي $z = x + iy$.

3. $z\bar{z} = x^2 + y^2$

4. الطويلة (Modulus) $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

5. المسافة بين النقطتين z_1 و z_2 هي : $|z_1 - z_2| = |z_2 - z_1|$.

6. الشكل القطبي $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ وباستخدام الصيغة (1) نحصل على $x + iy = r(\cos\theta + i\sin\theta)$، هنا: $r = |z|$ (الطويلة modulus) و θ هي زاوية z ويرمز لها بـِ $\theta = \arg z$. أيضاً $\cos\theta = x/r$ و $\sin\theta = y/r$، وبالتالي $\tan\theta = x/y$ وَ:

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2)] = r_1 r_2 \angle \theta_1 + \theta_2$$

وَ

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1[\cos(\theta_1 - \theta_2) + i\sin(\theta_1 - \theta_2)]}{r_2}$$

$$= \frac{r_1}{r_2} \angle (\theta_1 - \theta_2)$$

7. الشكل الأسي $z = re^{i\theta}$ و $|e^{i\theta}| = 1 = \cos\theta + i\sin\theta$

8. نظرية دي مايفري (DeMoivre) : إذا كان n عدداً صحيحاً فإن:

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin\theta$$

نستنتج مما سبق، أن العدد العقدي يتألف من جزء حقيقي (Re) هو x، وجزء تخيلي هو y، ويكون الرمز التخيلي (i أو j) مضروباً بالجزء التخيلي y. يكتب العدد العقدي بالشكل الطبيعي كالتالي: $z = x + iy$ أو $z = x + jy$ حيث $i = j$ دائماً وغالباً ما تستخدم j في التطبيقات من قبل المهندسين.

لننظر إلى المثالين التاليين، ونرى كيف تستخدم هذه الصيغ.

مثال 3-9

اجمع واطرح واضرب واقسم الأعداد العقدية التالية:

(أ) $(3+2j)$ و $(4+3j)$

(ب) بشكل عام $(a+bj)$ و $(c+dj)$.

الجمع

(أ) $(3+2j)+(4+3j)=3+4+2j+3j=7+5j$

(ب) بشكل عام $(a+bj)+(c+dj)=(a+c)+(b+d)j$.

الطرح

(أ) $(3+2j)-(4+3j)=-1-j$

(ب) بشكل عام $(a+bj)-(c+dj)=(a-c)+(b-d)j$.

الضرب

(أ) $(3+2j)\times(4+3j)=3(4+3j)+2j(4+3j)=12+9j+8j+6j^2$

من تعريف $j^2=-1$ يصبح الطرف الأيمن كما يلي:

$$=12+17j+(6)(-1)=6+17j$$

(ب) بالنسبة إلى حالة العامة

$$
\begin{aligned}
(a+bj)\times(c+dj) &= ac+adj+bcj+bdj^2 \\
&= ac+adj+bcj-bd \quad (j^2=-1) \\
&= (ac-bd)+(ad+bc)j
\end{aligned}
$$

وهكذا بقيت نتيجة عملية الضرب عدداً عقدياً.

القسمة

(أ) $\frac{3+2j}{4+3j}$ سنستخدم هنا فكرة جبرية للمساعدة، حيث سنضرب أعلى وأسفل الكسر بمرافق العدد العقدي الذي في المقام. لدينا $z=4+3j$، وبالتالي مرافقه $\bar{z}=4-3j$، (رأينا من الصيغ السابقة أن $\bar{z}$ هو مرافق العدد العقدي z). وهكذا ستكون العملية كالتالي:

$$
\left(\frac{3+2j}{4+3j}\right)\left(\frac{4-3j}{4-3j}\right)=\frac{12-9j+8j-6j^2}{16+12j-12j-9j^2}=\frac{18-j}{25}
$$

(ب) لاحظ أن المقام أصبح عدداً صحيحاً، وبشكل عام:

$$
\begin{aligned}
\frac{a+bj}{c+dj} &= \left(\frac{a+bj}{c+dj}\right)\left(\frac{c-dj}{c-dj}\right)=\frac{ac-adj+bcj-bdj^2}{c^2+cdj-cdj-dj^2} \\
&= \frac{(ac+bd)+(-adj+bcj)}{c^2+d^2}
\end{aligned}
$$

يمكن تحويل الأعداد العقدية من الإحداثيات الديكارتية (القائمة) إلى القطبية عن طريق إيجاد الطويلة والزاوية، كما هو محدد بالصيغتين 4 و 6 السابقتين.

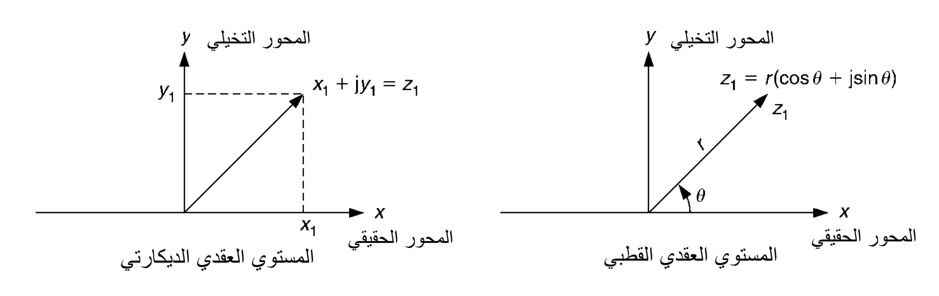
مثال 3- 10

عبّر عن العددين العقديين بالشكل القطبي:

(أ) $z=2+3j$

(ب) $z=2-5j$

تذكر من دراستك للإحداثيات والمخططات البيانية أن الإحداثيات القطبية تمثل بالزاوية θ والطويلة r. وبالطريقة نفسها يمكن تمثيل الأعداد العقدية، كما في الشكل (3−2).



الشكل 3−2: الأنظمة الإحداثية للأعداد العقدية.

للتعبير عن الأعداد العقدية بالشكل القطبي علينا أولاً إيجاد طويلة العدد وزاويته. لذلك من الصيغتين 4 و6، ومن أجل $z = 2 + 3j$ تكون الطويلة $r = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$.

أما الزاوية θ حيث $\tan\theta = y/x = 3/2 = 1.5 \Rightarrow \theta = 56.3$ فتساوي $\theta = 56.3$ وهكذا يكون العدد:

$$z = 2 + 3j = \sqrt{13}(\cos 56.3 + j\sin 56.3)$$

أو بالشكل المختصر $z = \sqrt{13}\angle 56.3$.

وبشكل مشابه بالنسبة إلى العدد $z = 2 - 5j$ تساوي الطويلة:

$$|z| = r = \sqrt{2^2 + (-5)^2} \Rightarrow r = \sqrt{29}$$

والزاوية تساوي θ، حيث $\tan\theta = -5/2 = -2.5$، وبالتالي $\theta = -68.2$.

وهكذا يكون الشكل العقدي للعدد z كالتالي:

$$z = 2 - 5j = \sqrt{29}\left[\cos(-68.2) + j\sin(-68.2)\right]$$

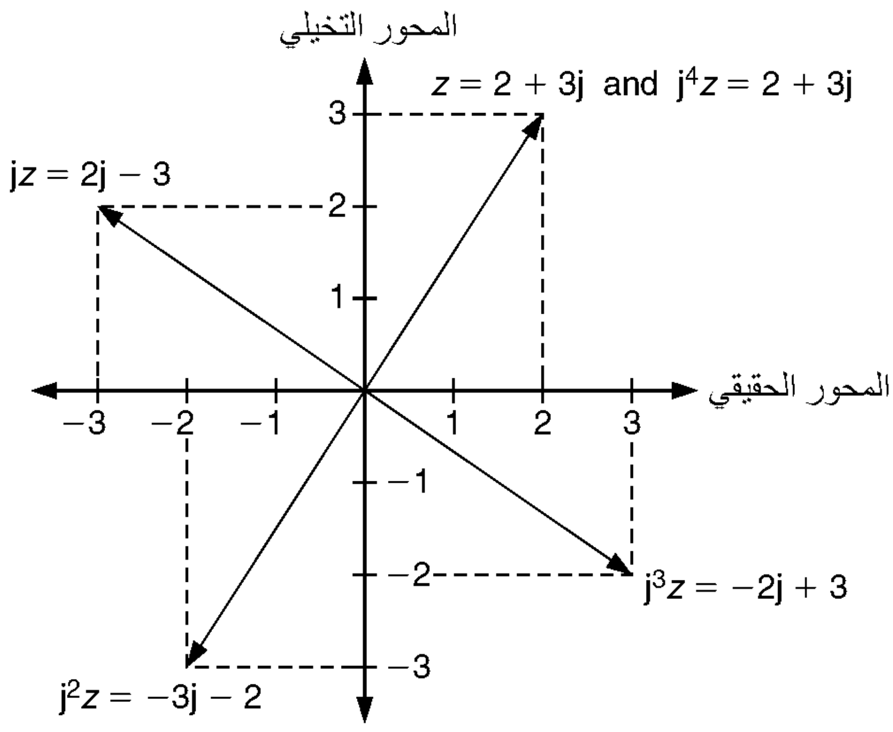
والشكل المختصر $z = \sqrt{29}\angle -68.2$

تمثل الزاوية θ زاوية العدد العقدي بالراديان، التي يمكن أن تأخذ أي عدد لانهائي من القيم حتى 2π راديان.

عند دراستنا للعدد العقدي بالشكل الديكارتي (القائم)، نجد أنه في كل مرة نضرب الأعداد العقدية بـــ ($i=j$) ينزاح الشعاع العقدي بزاوية 90^o أو $\pi/2$ راديان. هذه الحقيقة تستخدم عندما تُمَثِّل الأشعة العقدية ما يسمى ضابطات الطور أو المطارات (phasors) (الأشعة الكهربائية). عندئذ يزيح الضرب المتعاقب بـــ j الطور بمقدار $\pi/2$، كما هو موضح في المثال التالي، تحت هذه الظروف تعرف الوحدة التخيلية j بالمشغل-j.

مثال 3-11

اضرب العدد العقدي $z = 2 + 3j$ بالمشغل-j ثلاث مرات بشكل متتالٍ. هذه الحالة موضحة بالشكل (3-3).



الشكل 3-3: دوران المشغل-j.

إن الضرب المتتالي يعطي مايلي:

$$jz = j(2+3j) = 2j + 3j^2 = 2j - 3$$
$$j^2 z = j(2j-3) = 2j^2 - 3j = -3j - 2$$
$$j^3 z = j(-3j-2) = -3j^2 - 2j = -2j + 3$$
$$j^4 z = j(-2j+3) = -2j^2 + 3j = 2 + 3j$$

لاحظ أن $z = j^4 z$ أي أننا أدرنا الشعاع (المطوار) بزاوية 2π راديان (360°)، وعاد إلى وضعه الأصلي، كما هو مبين في المخطط.

ننهي هذه الدراسة الموجزة للأعداد العقدية بدراسة العمليات الحسابية في ضرب وقسمة الأعداد العقدية ذات الشكل القطبي، لن تتم دراسة عمليتي الجمع والطرح لأننا بحاجة إلى تحويل العدد العقدي من الشكل القطبي إلى الشكل الديكارتي قبل أن نتمكن من إنجاز هاتين العمليتين.

عند ضرب الأعداد العقدية بالشكل القطبي نضرب طويلاتها ونجمع زواياها. والعكس بالعكس بالنسبة إلى القسمة، حيث نقسم طويلتيها ونطرح زاويتيها.

مثال 3−12

أوجد حاصل ضرب العددين العقديين المدرجين أدناه ($z_1 z_2$) وناتج قسمتهما:

$$z_1 = 3(\cos 120 + j \sin 120)$$
$$z_2 = 4(\cos(-45) + j \sin(-45))$$

بضرب العددين نجد:

$$z_1 z_2 = (3)(4)[\cos(120-45) + j \sin(120-45)]$$
$$= 12(\cos 75 + j \sin 75)$$

وبشكل مشابه، بالقسمة نحصل على:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{3}{4}[\cos(120+45) + j \sin(120-45)]$$
$$= \underline{0.75(\cos 165 + j \sin 165)}$$

أما في حال كانت الأعداد العقدية بالشكل المختصر فستكون عمليتا الضرب والقسمة بشكل مشابه، لكن بالنسبة إلى عمليتي الجمع والطرح فنحن بحاجة إلى تحويل العدد إلى الإحداثيات الديكارتية.

لذلك الشكل المختصر للعددين:

$z_1 = 3\angle 120$ و $z_2 = 4\angle -45$ ومنه نجد:

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 \angle(\theta_1 + \theta_2) = 12\angle 120 - 45 = 12\angle 75°$$

وبأسلوب مشابه:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}\angle(\theta_1 - \theta_2) = \frac{3}{4}\angle 120 + 45 = 0.75\angle 165°$$

وهي نفس النتيجة السابقة.

اختبر فهمك 3−2

1. أنجز العمليات الحسابية المطلوبة على الأعداد العقدية التالية، ثم عبّر عن النتيجة بالشكل $a + ib$.

(أ) $(3-2i)-(4+5i)$ ، (ب) $(7-3i)(3+5i)$ ، (ج) $\frac{1+2i}{3-4i}$

2. مثّل الأعداد العقدية التالية بالشكل القطبي:

(أ) $6-6j$ ، (ب) $3+4j$ ، (ج) $(4+5j)^2$

3. عبّر عن الأعداد العقدية التالية بالشكل الديكارتي:

(أ) $\sqrt{30}\angle 60°$ ، (ب) $\sqrt{13}\angle\frac{\pi}{4}(rad)$

4. إذا كان: $Z_1 = 20 + 10j,\ Z_2 = 15 - 25j,\ Z_3 = 30 + 5j$ أوجد:

(أ) $|Z_1||Z_2|$ ، (ب) $Z_1 Z_2 Z_3$ ، (ج) $\frac{Z_1 Z_2}{Z_3}$ ، (د) $\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 Z_3}$

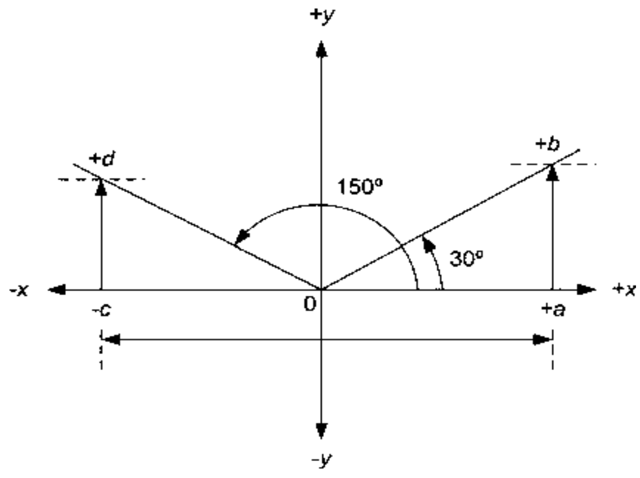
3–2 علم المثلثات المكمل Further trigonometry

نبدأ دراستنا لعلم المثلثات المتقدم بمقدمة عن القواعد الضرورية في حل أي مثلث، سواء أكان قائم الزاوية أو غير ذلك. ومن ثم نلقي نظرة موجزة على الراديان وتطبيقاته الهندسية. مما يقودنا إلى دراسة توابع الجيب والجيب تمام وتحليلاتها البيانية. وننهي هذا المقطع بدراسة استخدام تطابق المثلثات كوسيلة مساعدة في الحسابات الهندسية وكطريقة لتبسيط التوابع قبل تطبيقها على حسابات التفاضل والتكامل، الذي سيمر لاحقاً.

3–2–1 الزوايا في أي ربع دائرة Angles in any quadrant

في دراستنا للزوايا حتى الآن لم ندرس سوى الزوايا الواقعة بين $0°$ و$90°$. أما الآن فسندرس الزوايا في كل ربع، أي كل الزوايا بين $0°$ و $360°$.

إذا حسبنا قيمة $\cos 150$ على الحاسبة سنحصل على قيمة -0.866 . وهي القيمة نفسها لـــ $\cos 30 = 0.866$، مع تغير في الإشارة. سواء كانت النسبة المثلثية موجبة أم سالبة فهذا يتعلق بالمسقط على الجزء الموجب أو السالب لنظام الإحداثيات. يبيّن الشكل (3–4) نظامَ إحداثياتٍ قائماً، وضع عليه مستقيمان بزاويتين $30°$ و $150°$ من الإحداثي x الأفقي الموجب.



الشكل 3–4: إسقاط الزاويتين $30°$ و$150°$.

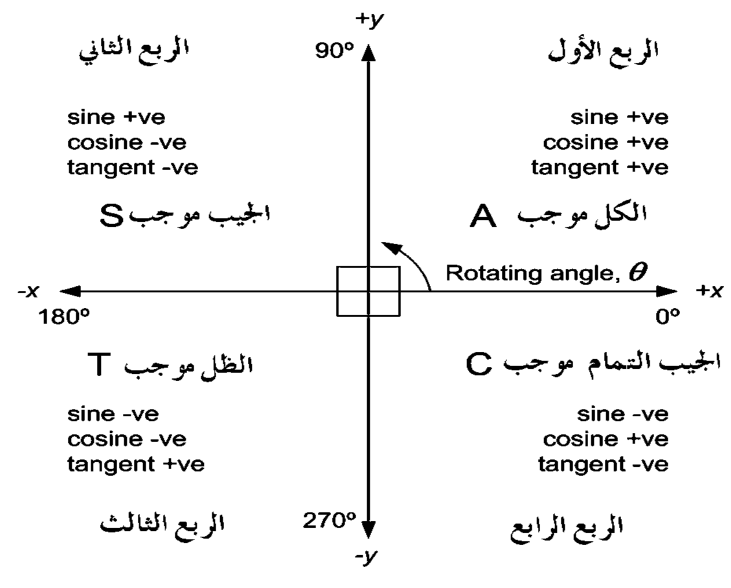
والآن إذا درسنا نسبة الجيب لكلتا الزاويتين نجد:

$$\sin 30 = \frac{+ab}{+ob} \ , \ \sin 150 = \frac{+cd}{+od}$$

كلتا هاتين النسبتين موجبتان، وبالتالي فإن قيمة كلٍّ من $\sin 30$ و $\sin 150$ موجبة. وفي الواقع تعطي الحاسبة القيمة 0.5 لكلٍّ منهما، أي $\sin 30 = \sin 150 = 0.5$.

من المخطط نجد : $\cos 30 = \frac{+oa}{+ob}$ وهي قيمة موجبة أيضاً، وفي الواقع $\cos 30 = 0.866$، لكن: $\cos 150 = \frac{-oc}{+od}$ هي نسبة سالبة، وهذا يعطي القيمة السالبة 0.866− التي رأيناها سابقاً.

إذا تابعنا تدوير هذين الخطين بعكس اتجاه عقارب الساعة سنجد أن $\cos 240 = -0.5$ و $\cos 300 = 0.5$. وهكذا تبعاً للربع (ربع الدائرة، أي كل °90) الذي تقع فيه النسبة، تكون تلك النسبة موجبة أو سالبة. ويعتبر ذلك صحيحاً بالنسبة إلى النسب المثلثية الثلاث الأساسية. يظهر الشكل (3−5) إشارات توابع الجيب والجيب تمام والظل.



الشكل 3−5: إشارات توابع الزوايا في أي ربع.

كما يبين الشكل (3−5) أيضاً طريقة لتذكر متى تكون إشارة هذه النسب موجبة باستخدام كلمة (Cosine All Sine Tangent- CAST) للتعبير عن النسب الموجبة. تظهر الحاسبة وبشكل آلي الإشارة الصحيحة لأي نسبة ولأي زاوية، لكن من المفيد معرفة ما تتوقعه من تلك الحاسبة.

مثال 3−13

أوجد باستخدام الحاسبة قيم النسب المثلثية التالية، وتأكد من صحة الإشارة من مناقشة الشكل (3−5):

(أ) sin 57　　(ب) cos 236　　(ج) tan 97

(د) sin 320　　(هـ) cos 108　　(و) tan 347

(ز) sin 137　　(ج) cos 310　　(ط) tan 237

تمّت جدولة القيم مع إشاراتها المناسبة، كما يلي:

(أ) 0.8387　　(ب) −0.5592　　(ج) −8.144

(د) −0.6428　　(هـ) −0.3090　　(و) −0.2309

(ز) 0.6819　　(ح) 0.6428　　(ط) 1.5397

باستطاعتك التحقق من مدى توافق هذه القيم مع الشكل (3−5).

وننهي حل المثلثات بدراسة المثلثات ذات الزوايا الداخلية المختلفة. وهذا يرتبط باستخدام قواعد الجيب والجيب تمام، التي سترد بدون برهان.

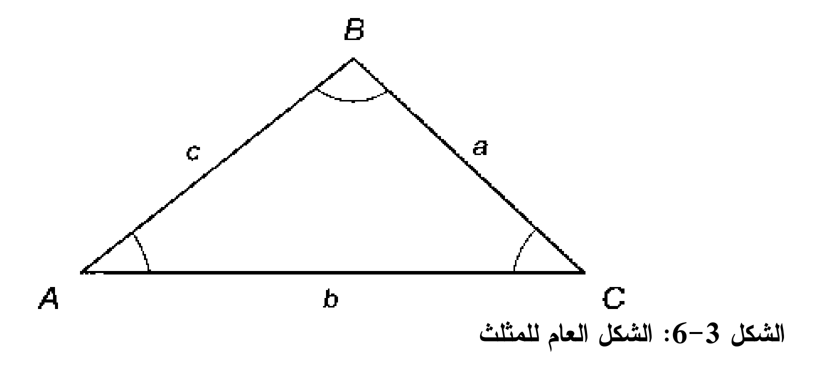
3−2−2 الحل العام للمثلث General solution of triangles

سوف نوسّع معرفتنا الآن لحل المثلثات غير القائمة. لذلك نحن بحاجة إلى أن نتسلح بصيغتين إضافيتين، ونتخذهما كمرجع:

قاعدة الجيب	$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$
قاعدة الجيب تمام	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
	$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$
	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

يمكن استخدام القواعد السابقة في حالات خاصة. بالنسبة إلى الشكل العام للمثلث المبين في الشكل (3−6) حيث الأضلاع a و b و c والزوايا $\angle A$ و $\angle B$ و $\angle C$ عندئذ يمكن أن تستخدم قاعدة الجيب عندما:

- معرفة طول ضلع وأي زاويتين.
- معرفة طولي ضلعين وزاوية (ماعدا الزاوية بينهما).



الشكل 3−6: الشكل العام للمثلث

وتستخدم قاعدة الجيب تمام فقط عند:

- معرفة ثلاثة أضلاع.
- معرفة ضلعين والزاوية بينهما.

ملاحظة 1

تسمح إشارتا المساواة في قاعدة الجيب، باستخدام أي جزء من القاعدة يمكن أن يساعد في الحل. فمثلاً، إذا أردنا أن نحل مثلثاً ما، ونعلم فيه الزاويتين $\angle A$ و $\angle C$ والضلع a، نستخدم عندئذ الطرفين $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$ لإيجاد الضلع c.

ملاحظة 2

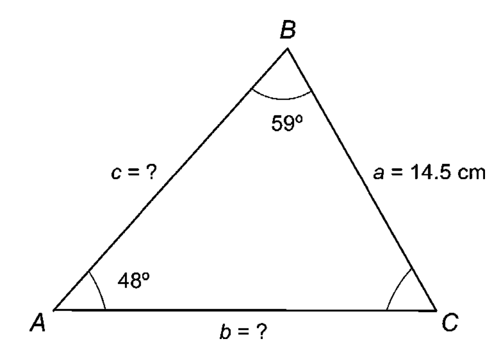
عند استخدام قاعدة الجيب تمام، فالصيغة المختارة تعتمد أيضاً على المعلومات المعطاة. فإذا علمت الضلعين a و b والزاوية C مثلاً، عندها نختار الصيغة $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$ لإيجاد الضلع المتبقي c.

نورد فيما يلي بعض الأمثلة لشرح استخدام هذه القواعد، التي يمكن استخدامها في حل مسائل أكثر تعقيداً.

مثال 3−14

لدينا في المثلث ABC: $\angle A = 48°$ و $\angle B = 59°$ والضلع $a = 14.5\,\text{cm}$. أوجد قيم الزوايا والأضلاع الباقية. المثلث ABC موضح بالشكل (3−7).

عند رسم المثلث نجد أن لدينا زاويتين وضلعاً، وبالتالي نستطيع استخدام قاعدة الجيب. وتذكر أن مجموع الزوايا الداخلية لأي مثلث =°180، عندئذ $\angle C = 180 - 48 - 59 = 73°$.



الشكل 3−7: المثلث.

باستخدام الطرفين الأولين من قاعدة الجيب $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B}$ لإيجاد الضلع المجهولة b. عندها بالتعويض:

$$\frac{14.5}{\sin 48} = \frac{b}{\sin 59}$$

$$b = \frac{(\sin 59)(14.5)}{\sin 48} = \frac{(0.8572)(14.5)}{0.7431} = 16.72\text{cm}$$

بشكل مشابه، لإيجاد الضلع c نستخدم:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$$

وبالتعويض بالقيم نجد:

$$\frac{14.5}{\sin 48} = \frac{c}{\sin 73} \Rightarrow$$

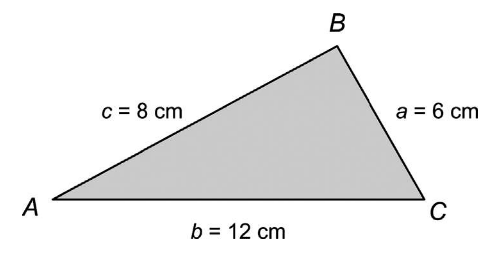
$$c = \frac{(\sin 73)(14.5)}{\sin 48} = \frac{(0.9563)(14.5)}{0.7431} = \frac{13.8664}{0.7431} = 18.66\,\text{cm}$$

عند استخدام قاعدة الجيب تمام في حال معرفة ثلاثة أضلاع، من الضروري مناقلة الصيغة لإيجاد الزوايا المطلوبة. في المثال التالي سنرى كيفية إجراء هذه المناقلة. (يمكن مراجعة فقرة مناقلة الصيغ في حال مواجهة بعض الصعوبة).

مثال 3−15

تمّ قصّ صفيحة معدنية من الفولاذ بأطوال أضلاع 12cm و8cm و6cm. حدد الزوايا الثلاث لتلك الصفيحة.

مخطط الصفيحة والموصَّف بشكل مناسب مبيّن في الشكل (3−8)، حيث $a = 6\text{cm}$ و $b = 12\text{cm}$ و $c = 8\text{cm}$. والآن في هذه الحالة الخاصة نحن أحرار في اختيار أي صيغة من الصيغ لإيجاد الزاوية الموافقة. سنستخدم العلاقة $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$ من أجل إيجاد الزاوية B. بالمناقلة نجد من أجل $\cos B$:



الشكل 3−8: المثلث.

$$2ac\cos B = a^2 + c^2 - b^2$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos B = \frac{6^2 + 8^2 - 12^2}{(2)(6)(8)} = \frac{36 + 64 - 144}{96} = \frac{-44}{96} = -0.4583$$

وباستخدام الحاسبة نجد $\angle B = 117.28^\circ$. لاحظ أن $\cos B$ سالب، لذلك الزاوية B تقع خارج الربع الأول، أي أن الزاوية أكبر من 90°. وطالما أنها زاوية مثلث فهي أقل من 180°، وهكذا تكون القيمة $\angle B = 117.28^\circ$ هي الخيار الوحيد.

لإيجاد الزاوية الثانية يمكننا استخدام قاعدة الجيب تمام مرة ثانية. لكن بما أن لدينا زاوية وضلعين غير حاصرين لها a و b فهناك حرية في أن نستخدم قاعدة الجيب الأبسط. عندئذ:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\frac{6}{\sin A} = \frac{12}{\sin 117.28} \Rightarrow$$

$$\sin A = \frac{(6)(\sin 117.28)}{12} = \frac{(6)(0.8887)}{12} = 0.4444$$

باستخدام الحاسبة نجد $\angle A = 26.38^\circ$.

وأخيراً :

$$\angle C = 180 - 117.28 - 26.38 = 36.34^\circ .$$

مساحة أي مثلث Area of any triangle

والآن لاستكمال دراستنا للمثلثات العامة يجب أن نكون قادرين على حساب مساحتها. لقد فعلنا ذلك أثناء دراستنا للمساحات والحجوم في الرياضيات اللاحاسوبية. وكما في المثلث القائم، سنستخدم صيغة مرت معنا لإيجاد مساحة أي مثلث. الصيغة هي:

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

حيث a و b و c أطوال الأضلاع و s هي:

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

في حالة المثلث الذي درسناه في المثال 3−15، حيث $a = 6\text{cm}, b = 12\text{cm}, c = 8\text{cm}$ نجد:

$$s = \frac{6+12+8}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

بالتالي المساحة:

$$\begin{aligned} Area &= \sqrt{13(13-6)(13-12)(13-8)} \\ &= \sqrt{(13)(7)(1)(5)} = \sqrt{455} = 21.33\,\text{cm}^2 \end{aligned}$$

والآن يمكن إيجاد مساحة أي مثلث ABC باستخدام إحدى الصيغ التالية:

$$\begin{aligned} ABC &= \frac{1}{2}ab\sin C \\ &= \frac{1}{2}ac\sin B \\ &= \frac{1}{2}bc\sin A \end{aligned}$$

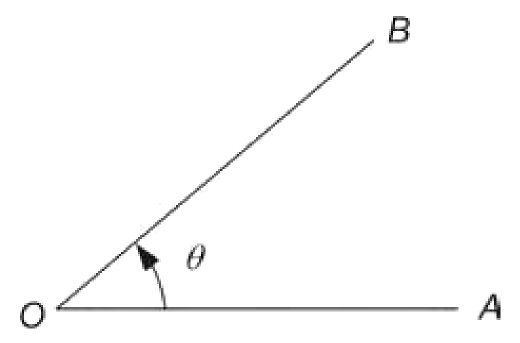
أدرجت هذه الصيغ بدون برهان، ويمكن استخدام أي من تلك الصيغ بالاعتماد على المعلومات المتوفرة. مرة أخرى بالنسبة إلى المثلث في المثال 3−15 وباستخدام الصيغ السابقة، نجد أن مساحة المثلث ABC هي:

$$\begin{aligned} ABC = \frac{1}{2}ab\sin C &= \frac{1}{2}(6)(12)(\sin 36.34) \\ &= (0.5)(72)(0.5926) = 21.33\,\text{cm}^2 \end{aligned}$$

وهي النتيجة السابقة ذاتها.

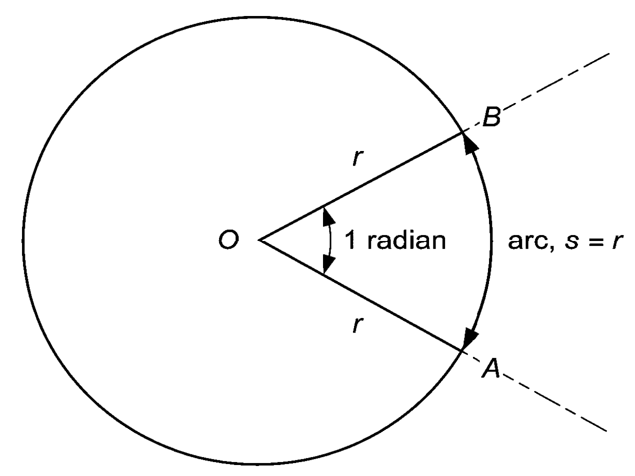
3-2-3 الراديان والقياس الدائري The radian and circular measure

منذ أيام البابليين، ونحن نستخدم الدرجات للتعبير عن القياس الدائري، حيث تم تقسيم الدائرة إلى 360 قسماً متساوياً بما يتفق مع ما كانوا يعتقدون أنه عدد أيام السنة. الزاوية بالدرجات هي قياس للدوران، وتتشكل الزاوية عندما يدور خط ما (OB) بالنسبة إلى الخط ثابت (OA) حول مركز دوران واحد، كما في الشكل (3-9).



الشكل 3-9: الزاوية كمقياس للدوران.

لا تستخدم الدرجة للقياسات الدورانية ، كواحدة مناسبة في الحسابات الرياضية بشكل دائم. هناك واحدة أخرى وضعت موضع الاستخدام وتعرف بالراديان (الشكل (3-10))، ميزة هذه الواحدة هي علاقتها بطول قوس الدائرة.



الشكل 3-10: شرح الراديان.

يعرف الراديان بأنه الزاوية الممتدة من مركز الدائرة والتي تقابل قوساً طوله يساوي نصف قطر الدائرة. (أي: هو الزاوية المركزية، ذات الرأس المنطبق على مركز الدائرة، التي تحصر قوساً طوله نصف قطر الدائرة).

نعلم أن محيط الدائرة يعطى بالعلاقة $C = 2\pi r$ حيث r نصف القطر. وبالتالي يحتوي المحيط على 2π راديان. لقد ذكرنا الآن أن طول قوس قدره 1 راديان يساوي نصف القطر $s = r$. لذلك يجب أن تحتوي الدائرة الكاملة على 2π راديان، أي تقريباً 6.28 راديان. تضم الدائرة $360°$، وبالتالي $2\pi\,\text{rad}=360°$ أو $\pi\,\text{rad}=180°$. نستطيع استخدام هذه العلاقة للتحويل من الدرجات إلى الراديان وبالعكس.

مثال 3−16

(أ) عبر بالراديان عن $60°$.

(ب) عبر بالدرجات عن $\frac{\pi}{4}\text{rad}$.

(أ) بما أن $180° = \pi\,\text{rad}$ وبالتالي $1° = \frac{\pi\,\text{rad}}{180}$ بالتعويض:

$$60° = 60(\frac{\pi\,\text{rad}}{180}) \Rightarrow 60° = \frac{\pi\,\text{rad}}{3} = 1.047\,\text{rad}$$

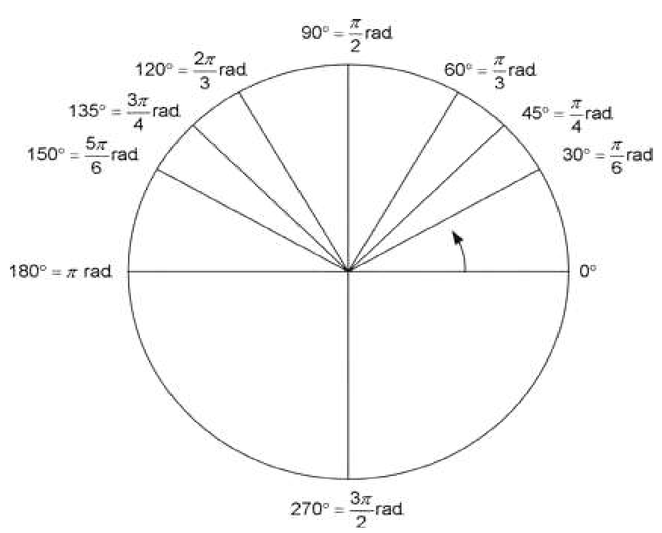
لاحظ أننا إذا تركنا الراديان متعلقاً بـــ π نحصل على القيمة الدقيقة للنتيجة، وذلك لاستخدامها في حسابات رياضية أخرى. لهذا السبب من المناسب بقاء التعبير عن الراديان بالرمز π.

(ب) نتبع الإجراء نفسه لكن بأسلوب معاكس.

$$\pi\,\text{rad} = 180° \Rightarrow 1\text{rad} = \frac{180°}{\pi}$$

$$\frac{\pi}{4}\text{rad} = (\frac{\pi}{4})\frac{180°}{\pi} \Rightarrow \frac{\pi}{4} = 45°$$

لمساعدتك في فهم العلاقة بين الدرجة والراديان، يوضح الشكل (3−11) مقارنة بيانية بين بعض الزوايا المعروفة باستخدام كل من شكلي القياس. لاحظ أنه في الشكل ذاته كل الزوايا المقاسة بالراديان تم التعبير عنها باستخدام الرمز π.



الشكل 3−11: مقارنة بين القياس بالراديان والدرجة.

مساحة القطاع — The area of a sector

من المفيد غالباً معرفة كيفية حساب مساحة القطاع الزاوي، عند دراسة مساحات المقاطع العرضية. لتحديد مثل هذه المساحات، نحتاج إلى فهم العلاقة بين طول القوس s والزاوية المركزية θ التي تحصر هذا القوس.

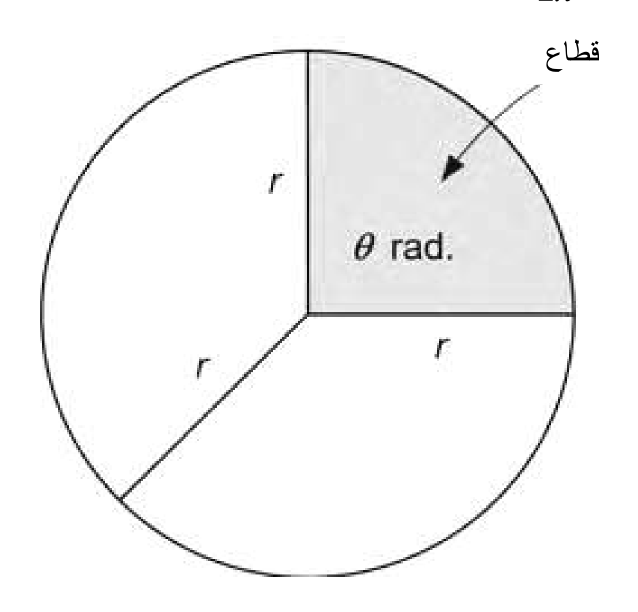
رأينا سابقاً أن محيط الدائرة يحوي 2π راديان. لذلك إذا اعتبرنا أن المحيط يساوي قوساً طوله $2\pi r$، عندها يمكن القول:

$2\pi \text{ rad} = \frac{2\pi r}{r}$، حيث r نصف القطر.

أو، الزاوية بالراديان = $\frac{\text{طول القوس } (s)}{\text{نصف القطر } (r)}$

عندئذ، $\theta \text{ rad} = \frac{s}{r} \Rightarrow s = r\theta$

عند استخدام هذه العلاقة يجب أن تكون الزاوية θ بالراديان. أصبحت الآن مساحة القطاع سهلة الإيجاد نوعاً ما، كما في الشكل (3−12). نعلم أن مساحة الدائرة تساوي πr^2، هذا يعني أننا عندما نتعامل مع جزء (قطاع) من دائرة، كما في الشكل (3−12)، فإن نسبة زاوية القطاع θ بالراديان إلى زاوية الدائرة كلها بالراديان هي $\frac{\theta}{2\pi}$، متذكراً أنه يوجد 2π راديان في الدائرة °360.



الشكل 3−12: مساحة قطاع من دائرة.

عندئذ مساحة أي جزء من الدائرة مثل:

مساحة القطاع = مساحة الدائرة × نسبة الزوايا،

أي أن مساحة القطاع A تساوي:

$$A = (\pi r^2)\left(\frac{\theta}{2\pi}\right)$$
$$= \frac{r^2\theta}{2}\ ,(\theta[\text{rad}])$$

مثال 3−17

(أ) إذا كانت الزاوية المركزية المقابلة لقوس (التي تحصر قوساً) طوله 4.5 cm تساوي °120، ما هو نصف قطر الدائرة؟

(ب) أوجد زاوية قطاع نصف قطره 20 cm ومساحته $300\ cm^2$.

(أ) بداية علينا تحويل °120 إلى الراديان. وهذا ممكن بسهولة باستخدام عامل التحويل، حيث وجدنا سابقاً أن:

$$120° = \frac{120\pi \text{ rad}}{180} = \frac{2\pi}{3}\text{rad}$$

نبقي على الزاوية مع الرمز π. من العلاقة $s = r\theta$ نجد:

$$r = \frac{s}{\theta} = \frac{4.5}{2\pi/3} = 2.149 \text{ cm}$$ (بالتقريب إلى ثلاث مراتب عشرية)

(ب) لإيجاد زاوية القطاع نستخدم علاقة مساحة القطاع، أي:

$$A = \frac{1}{2}r^2\theta \Rightarrow \theta = \frac{2A}{r^2}$$

بالتعويض بالقيم المعطاة، نجد:

$$\theta = \frac{(2)(300)}{20^2} = \frac{600}{400} = 1.5\text{rad}$$

إذا رغبنا بتحويل هذه الزاوية إلى الدرجات، عندئذ:

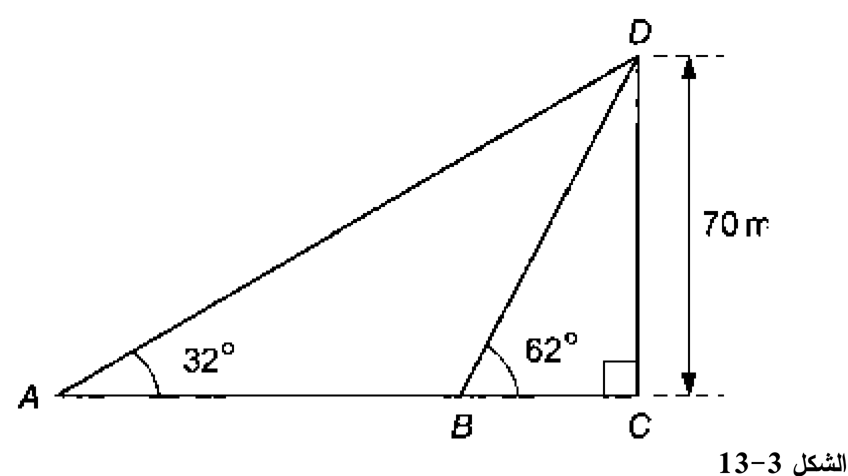
$$1.5\text{rad} = (1.5)\frac{180°}{\pi} = 85.94°$$ (بالتقريب إلى ثلاث مراتب عشرية)

اختبر فهمك 3−3

1− في المثلث قائم الزاوية، طول الضلعين القصيرين 6 cm ، 9 cm . أحسب طول الوتر.

2− مجموع أطوال الأضلاع في مثلث يبلغ 8 cm، ما هو طول الارتفاع الشاقولي في ذلك المثلث؟

3- في الشكل (3-13) تبلغ زوايا الارتفاع للنقطتين A و B إلى D: $32°$ و $62°$ على الترتيب. إذا كان طول DC=70 mm احسب طول الضلع BC.



الشكل 3-13

4- يثبت برج إشارة لاسلكية بأسلاك طولها 64 m تمتد من قمة البرج. يصنع كل سلك زاوية مقدارها $65°$ مع الأرض، أوجد:

(أ) بعد كل سلك عن قاعدة البرج.

(ب) الارتفاع الشاقولي للبرج.

5- أذكر الشروط التي تسمح بـــ:

(أ) استخدام قاعدة الجيب.

(ب) استخدام قاعدة الجيب التمام.

6- استخدم قاعدة الجيب في حل المثلث ABC حيث:

$$\angle B = 37°, \; b = 31.6\text{cm}, \; a = 37.2\text{cm}$$

7-استخدم قاعدة الجيب التمام في حل المثلث ABC حيث:

$c = 6\text{cm}, \; b = 10\text{cm}, \; a = 12\text{cm}$ ثم أوجد مساحة هذا المثلث.

8-عرف الراديان.

9-قوس دائري طوله 8.5cm محصور بزاوية مركزية مقدارها $190.5°$:

(أ) أوجد نصف القطر.

(ب) حدد مساحة القطاع المحصور بالزاوية $190.5°$.

10- يستطيع ضوء الهبوط للطائرة أن ينشر نوره ضمن زاوية مقدارها $40°$ ولمسافة 170m. حدد المساحة الأعظمية المضاءة بواسطة ضوء الهبوط الموجود في مقدمة الطائرة.

3-2-4 التوابع المثلثية Trigonometric functions

سوف نقيد دراستنا للتوابع المثلثية بتابعي الجيب والجيب تمام. وسنبحث بشكل خاص في طبيعة منحنياتهما، وأين يمكن أن تستخدم هذه المنحنيات. تعد هذه المخططات مهمة للغاية، حيث يوضح منحنيا الجيب والجيب تمام عدة أنواع من الحركة الترددية، التي سندرسها مستقبلاً. تستخدم توابع الجيب والجيب تمام في نمذجة الحركة الترددية للتيارات والتوترات والنوابض والمخمدات الاهتزازية وارتفاع وانخفاض المد والجذر والعديد من الأنظمة الاهتزازية، حيث تكون الحركة ترددية.

نقصد بالترددية (oscillatory) الحركة التي تهتز إلى الأمام والخلف حول قيمة معينة خلال كل دورة من الزمن. سنبدأ برسم منحنيي الجيب والجيب تمام، ومن ثم ندرس استخدامهما في حل توابع الجيب والجيب تمام، بأسلوب مشابه للمعادلات الجبرية والبيانية التي درسناها سابقاً.

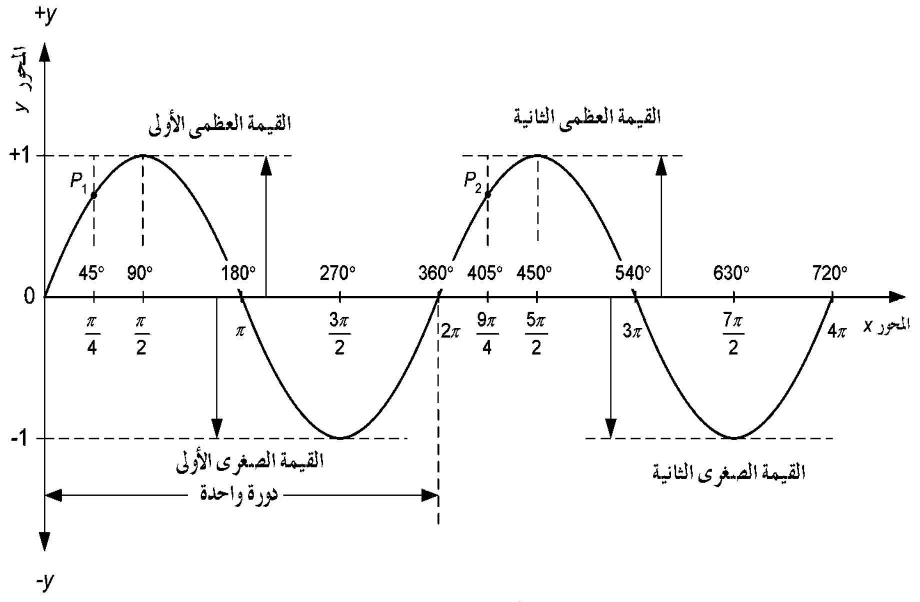
الرسوم البيانية لتابعي الجيب والجيب التمام

Graphs of sine and cosine functions

منحني الجيب الأساسي من أجل $y = \sin x$ هو موجة تمتد بين قيمتي 1+ و 1-، لذلك فهي محدودة. ولهذا تصل قيمة المتحول التابع y إلى القيمة العظمى

+1 والدنيا 1−، كما في الشكل (3−14). وتنعدم قيمة المنحني عند مضاعفات °180 أو مضاعفات π راديان.

المحور x في الشكل (3−14) مدرج بالراديان والدرجات التي تقيس المسافة الزاوية، القيم العظمى والصغرى للتابع y مبينة أيضاً على الشكل. أمر آخر يجدر ذكره وهو أن المخطط يكرر نفسه كل °360 أو 2π. يصل هذا المنحني لذروته العظمى الأولى عند الزاوية °90 أو $\frac{\pi}{2}$ راديان، ويصل إلى نهايته العظمى الثانية عند °450 أو $\frac{5\pi}{2}$، أي بعد °360 أو 2π.



الشكل 3−14: الرسم البياني للتابع $y = \sin x$.

بشكل مشابه يصل التابع لنهايته الصغرى الأولى عند °270 أو $\frac{3\pi}{2}$ راديان، ومن ثم بعد °360 أو 2π، يبلغ نهايته الصغرى الثانية عند °630 أو $\frac{7\pi}{2}$ راديان. تتكرر القيم العظمى والصغرى بشكل دوري كل °360 أو 2π. لذلك يمكننا القول إن موجة الجيب لها حركة دورية، حيث تكرر أي نقطة p_1

نفسها كل $360°$ أو 2π راديان. يعرف هذا التكرار بالدورة (cycle)، كما هو مبين بالشكل (3−14).

والآن كيف يمكن رسم القيم من أجل التوابع الجيبية؟ ارجع إلى الشكل (3−9) ولاحظ كيف تم تمثيل القياس الزاوي. وكما في الشكل (3−15) يمثل القياس الزاوي بجملة إحداثيات قائمة، وبالتالي تقاس الزاوية (بالدرجات أو بالراديان) بدءاً من محور x الموجب وتزداد القيمة مع الدوران بعكس عقارب الساعة إلى أن تبلغ القيمة العظمى (maximum value) عند الزاوية 90 درجة أو $\frac{\pi}{2}$ راديان، وعند نصف قطر دوران مساو للواحد تصبح القيمة العظمى أيضاً مساوية إلى الواحد، كما في المخطط. تحدد المرتبة (magnitude) الفعلية للزاوية (وهي المسافة باتجاه المحور y) باستخدام تابع الجيب (sine function). وعلى سبيل المثال يحسب الارتفاع AB من المثلث OAB من العلاقة التالية:

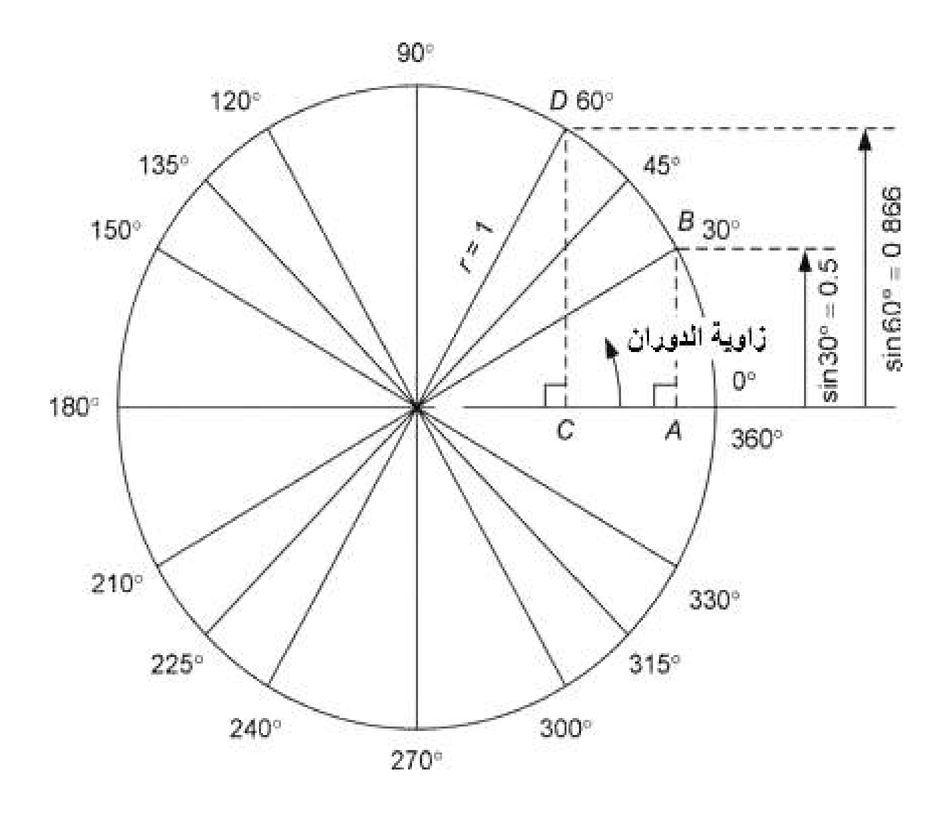
$$\sin 30° = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{1} = AB = 0.5$$

هنا: hyp هي اختصار لـِ right angle triangle's hypotenuse ويقصد بها وتر المثلث القائم و opp هي اختصار لـِ opposite side ويقصد بها الضلع المقابل.

وبالتشابه عندما تزداد الزاوية إلى $60°$ أو $\frac{\pi}{3}$ راديان، عندئذ $CD = \sin 60° = 0.866$. وعند الزاوية $90°$ تبلغ المرتبة الفعلية للزاوية قيمتها العظمى الأولى:

$$OE = \sin 90° = 1.0 = \text{r نصف القطر}$$

قارن هذه القيم بقيم تابع الجيب الموضح في الشكل (3−15). ومع ازدياد قيمة الزاوية تنتقل الزاوية إلى الربع الثاني، وعندها تتزايد الزاوية حتى 180 درجة مقابل تناقص في قيمة المرتبة الفعلية للزاوية لتنتهي إلى الصفر.



الشكل 3–15: زاوية الدوران وتابع الجيب

وهكذا تعبّر الزاوية إلى الربع الثالث، وتبدأ مرة أخرى مرتبة الزاوية بالزيادة، لكن بإشارة سالبة حتى تبلغ القيمة العظمى عند 270 درجة، حيث $\sin 270 = -1$. وأخيراً تعبر الزاوية إلى الربع الرابع في تزايد لتصل إلى 360 درجة حيث تبدأ قيمة المرتبة الفعلية للزاوية بالتزايد من القيمة العظمى السالبة 1− إلى 0. منحني سلوك هذه النقطة مبين في الشكل (3–15)، حيث ينتج المنحني من وصل قيم مراتب لعدة قيم للزوية (ما بين 0 و °360) ومن ثم يكرر المنحني نفسه كل °360.

يعطي الجدول التالي تغيرات قيم y مع زاوية الدوران. تحقق من أن هذه النقاط تقابل نقاط منحني الجيب الموضح بالشكل (3–15).

$y = \sin\theta$	$x = angle\ \theta$ [درجة]	$y = \sin\theta$	$x = angle\,\theta$ [درجة (rad)]
		0	0
−0.5	210	0.5	$30\,(\frac{\pi}{6})$
−0.7071	225	0.7071	$45\,(\frac{\pi}{4})$
−1.0	270	1.0	$90\,(\frac{\pi}{2})$
−0.866	300	0.8660	$120\,(\frac{2\pi}{3})$
−0.7071	315	0.7071	$135\,(\frac{3\pi}{4})$
−0.5	330	0.5	$150\,(\frac{5\pi}{6})$
0	360	0	$180\,(\pi)$

الجدول أعلاه شبيه بالجدول الذي قد تحتاج إلى إنشائه عندما ترسم بيانياً أي تابع جيبي. على سبيل المثال، افترض أن المطلوب هو رسم منحني التابع $y = 2\sin\theta$، نستطيع مباشرة القول إن كل قيمة لـِ y في الجدول ستتضاعف مرتين (ستضرب بـِ 2). هذا يعني أن القيمة العظمى الأولى لهذا التابع ستكون $y = 2\sin 90° = (2)(1) = 2$ وبالنسبة إلى زوايا الأخرى وبشكل مشابه فإن قيم y ستتضاعف مرتين.

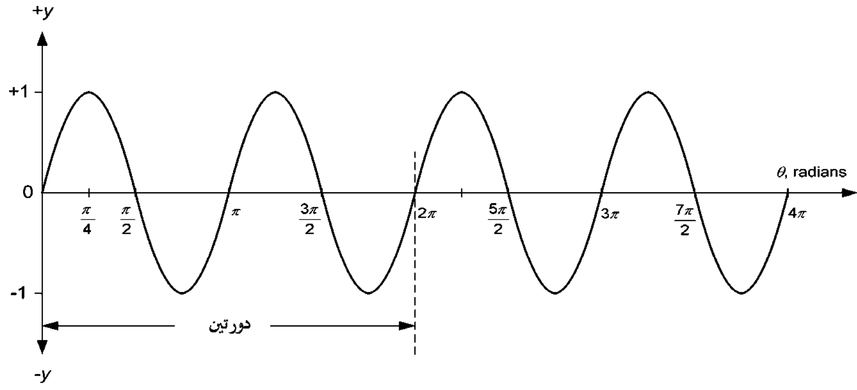
إذا كان المطلوب هو رسم منحني التابع $y = 3\sin\theta$، نستطيع مباشرة القول إن كل قيمة لـِ y في الجدول ستتضاعف ثلاث مرات (ستضرب بـِ 3)، وبالتالي يمكن القول عموماً إن المرتبة الفعلية للزاوية (قيمة y المرسومة) تتبع لقيمة لثابت (a) وذلك عندما $y = a\sin\theta$. وتطلق على المرتبة الفعلية للزاوية تسمية المطال الأعظمي عندما يكون $\sin\theta$ أعظمياً، أي عند $\sin\theta = 1$. ويظهر

هذا، حسب ما نعلم من الجدول أعلاه، لأول مرة عند $\theta = 90°$ حيث $\sin 90^{\circ} = 1$ ويتكرر ظهوره كل 360^{o} أو 2π راديان. تظهر القيمة الأصغر للمطال لأول مرة عند $\theta = 270°$ حيث $\sin 270^{\circ} = -1$ ويتكرر ظهورها كل 360^{o} أو 2π راديان.

والسؤال الآن ماذا سيحدث إذا أنشأنا المنحني البياني للتابع $y = \sin 2\theta$ ؟ حسناً إذا كانت $\theta = \frac{\pi}{4}\,\text{rad}$ فإن:

$$y = \sin(2)(\tfrac{\pi}{4}) = \sin(\tfrac{\pi}{2}) = 1.0$$

إذا قارنا هذا مع القيم المرسومة أعلاه لوجدنا أن التابع $y = \sin 2\theta$ قد وصل إلى قيمته العظمى بسرعة تساوي ضعفي سرعة التابع $y = \sin\theta$. وأثر هذا هو زيادة عدد الذبذبات (الدورات) في مسافة زاوية معطاة. وهذا مبين في الشكل (3−16).



الشكل 3−16: رسم بياني للتابع $y = \sin 2\theta$ بين الزاويتين 0 و 2π راديان.

تابع التجيب (الجيب التمام) The cosine function

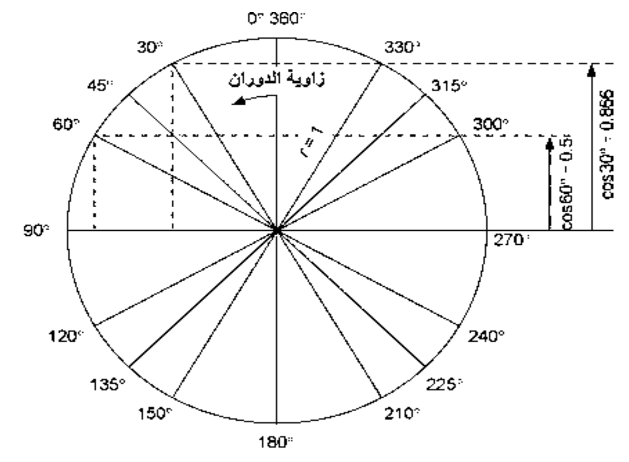
تم التركيز فيما سبق على تابع الجيب، لأن تابع الجيب تمام يشبه كثيراً تابع الجيب باستثناء أنه يبلغ قيمه العظمى والصغرى عند قيم زاوية مختلفة عن تلك التي لتابع الجيب. في جميع الأمور الأخرى هناك تطابق تام.

وبالعودة إلى الشكل (3−15) نجد أن تابع الجيب يتحول الآن إلى تابع الجيب تمام، حيث تبدأ زاوية الدوران من الوضع الشاقولي أي على طول الخط OE عند زاوية $\theta = 90°$. هذا يعني أن ما كان 90° لتابع الجيب هو الآن 0° لتابع الجيب تمام. وهذا مبين في الشكل (3−17).

الآن، جيب تمام الزاوية θ=30° معطى بواسطة ارتفاع الإحداثي y بشكل مشابه لتابع الجيب، وهو cos30=0.866. وبالمثل، فإن جيب تمام 90° هو أيضاً ارتفاع الإحداثي y، الذي يظهر بوضوح بأنه صفر، أي cos90=0 والذي يمكن التأكد منه بسهولة بواسطة حاسبتك. النتيجة النهائية تقول إن جميع قيم تابع الجيب تمام، عند زاوية محددة متقدمة 90 درجة عن قيم تابع الجيب. على سبيل المثال يبدأ تابع الجيب تمام قيمته العظمى عند الزاوية 0°، التي تتقدم 90° عن القيمة العظمى الأولى لتابع الجيب.

يبيّن الشكل (3−18 أ) منحني الجيب تمام بين 0 و 4π يظهر فيه تقدم تابع الجيب تمام عن تابع الجيب بمقدار 90 درجة.

ننهي هذا المقطع القصير بمثالين عن كيفية استخدام الرسوم البيانية لهذين التابعين، وكيف يمكن استخدامهما في إيجاد حلول بعض المعادلات المثلثية البسيطة.



الشكل 3−17: زاوية الدوران لشرح تابع الجيب التمام.

مثال 3−18

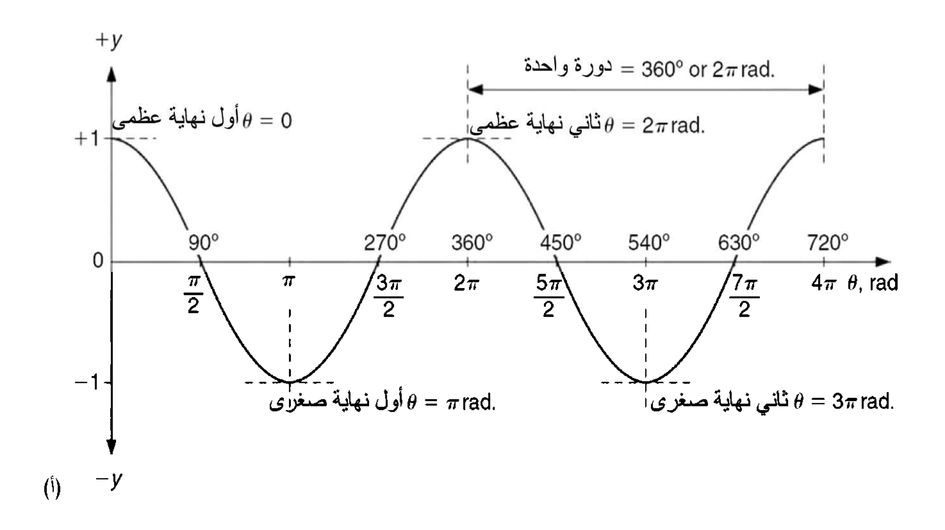
ارسم منحني التابع $y = 2\sin\theta + 3\cos\theta$ لكل القيم بين 0 و °90، وأوجد:

(أ) قيمة المطال الأعظمي للتابع.

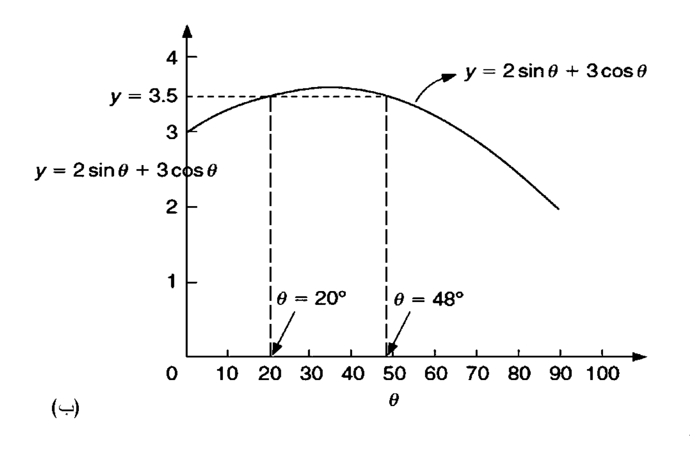
(ب) عيّن θ التي تحقق المعادلة: $2\sin\theta + 3\cos\theta = 3.5$.

(أ) بداية الحل بوضع جدول يبين قيم θ وقيم y المقابلة لها، وسنحدد قيم θ بقفزة °10 درجات، كما في الجدول التالي:

$y = 2\sin\theta + 3\cos\theta$	$3\cos\theta$	$2\sin\theta$	θ
3	3	0	0
3.3	2.95	0.35	10
3.5	2.82	0.68	20
3.6	2.60	1.0	30
3.59	2.30	1.29	40
3.47	1.94	1.53	50
3.23	1.50	1.73	60
2.91	1.03	1.88	70
2.49	0.52	1.97	80
2.0	0	2.0	90



(أ)



الشكل 3-18: مخطط $y = \cos\theta$.

يظهر الجدول كل القيم بدقة مرتبتين عشريتين، حيث من الصعوبة بمكان عند الرسم البياني التعامل مع قيم أكثر دقة من ذلك. ويمكن القول من المنحني إن القيمة العظمى للتابع هي عند الزاوية 30°، وسنأخذ نقطتين بجوار الزاوية 30، وهما 27 و33 على التوالي، ونجد مقابلاتها لقيم y وهي 3.58 3.61 نجد أن القيم السابقة تنحرف قليلاً، لذلك يمكن اعتمادها كقيمة عظمى. يبين الشكل (3-18 ب) أن القيمة العظمى لمطال التابع تساوي 3.5 بحسب دقة الرسم.

(ب) القيم المناسبة لحل المعادلة $2\sin\theta + 3\cos\theta = 3.5$ هي من تقاطع المنحني مع المستقيم y=3.5 ، وبالتالي الحلول هي $\theta = 20°$ و $\theta = 48°$

مثال 3-19

أوجد كلاً من المطال الأعظمي الأول والمسافة الزاوية ابتداءً من θ=0 لكلٍّ من التوابع المثلثية التالية، وعلِّق على شكل كلّ تابع.

1- $y = 4.2\cos\theta$

2- $y = 3\sin 2\theta$

3- $y = \sin(\theta - \frac{\pi}{2})$

1– المطال الأعظمي من أجل كل التوابع هو حاصل ضرب a بالواحد، ولكل حالة من الحالات.

نعلم أنه لأجل $\cos\theta$ يظهر المطال الأعظمي لأول مرة عندما $\theta = 0$ وبالتالي، وبالنسبة إلى التابع الأول فإن المطال الأعظمي هو 4.2 عند مسافة زاوية قدرها 0°، بدءاً من الزاوية المرجعية.

سيتبع المنحني بالتمام شكل المنحني $y = \cos\theta$ باستثناء أن كل قيمة لـِ y سوف تضرب بعامل قدره 4.2.

2– في هذه الحالة المطال الأعظمي هو 3، ويحدث هذا المطال عند $2\theta = 90^\circ$ أي عند الزاوية $+45^\circ$ بالنسبة إلى الزاوية المرجعية 0. ويمكن القول إن هذا التابع يكمل دورة كاملة خلال نصف مسافة زاوية مقارنةً بتابع الجيب $y = \sin\theta$.

3– يأخذ التابع مطالاً أعظمياً، أي a=1 الذي يحدث بداية عندما: $\theta - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}\,\text{rad}$

وبالتالي $\theta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi\,\text{rad}$؛ أي أن المطال الأعظمي الأول يحصل عند زاوية 180° تلي الزاوية المرجعية. بالمقارنة نجد أن أي قيمة للتابع تتأخر بمقدار $\pi/2$ عن قيم تابع الجيب $y = \sin\theta$.

إذا كانت هناك بعض الصعوبات في إدراك ما يحصل، ارسم كلّ التوابع السابقة على نفس المحاور، وقارن القيم عند نفس المسافة الزاوية.

3–2–5 العلاقات المثلثية (المتطابقات المثلثية)

Trigonometric identities

هناك الكثير من المتطابقات المثلثية الشهيرة والمفيدة وسنقدمها بدون برهان، حيث يمكن استخدامها كأدوات لتبسيط الصيغ أو التعابير الرياضية بهدف تسهيل التعامل معها، وخاصة قبل إجراء عمليات التكامل التي ستأتي لاحقاً.

متطابقات عامة

$$1-\quad \cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}\ ،\ \sec\theta=\frac{1}{\cos\theta}\ ،\ \text{cosec}\,\theta=\frac{1}{\sin\theta}$$

$$2-\quad \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$ (سبق ومرّ معك هذا التعريف)

$$3-\quad \sin^2\theta+\cos^2\theta=1$$

$$4-\quad \cot^2\theta+1=\text{cosec}^2\theta\ ،\ \tan^2\theta+1=\sec^2\theta$$

$$5-\quad \sin(A\pm B)=\sin A\cos B\pm\cos A\sin B$$

$$6-\quad \cos(A\pm B)=\cos A\cos B\mp\sin A\sin B$$

$$7-\quad \tan(A\pm B)=\frac{\tan A\pm\tan B}{1\pm\tan A\tan B}$$

أيضاً نحصل من المتطابقات 4 إلى 7 أعلاه على متطابقات مثلثية لضعف ومربع الزاوية:

$$8-\quad \sin 2A=2\sin A\cos A$$

$$9-\quad \cos 2A=\cos^2 A-\sinh 2A=2\cos^2 A-1$$
$$=1-2\sin^2 A$$

$$10-\quad \tan 2A=\frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$$

متطابقات النسب المثلثية من مجاميع إلى جداءات:

$$11-\quad \sin A+\sin B=2\sin\tfrac{A+B}{2}\cos\tfrac{A-B}{2}$$

$$12-\quad \sin A-\sin B=2\cos\tfrac{A+B}{2}\sin\tfrac{A-B}{2}$$

$$13-\quad \cos A+\cos B=2\cos\tfrac{A+B}{2}\cos\tfrac{A-B}{2}$$

$$14-\quad \cos A+\cos B=-2\sin\tfrac{A+B}{2}\sin\tfrac{A-B}{2}$$

متطابقات النسب المثلثية من جداءات إلى مجاميع:

$$15-\quad \sin A\cos B=\tfrac{1}{2}[\sin(A+B)+\sin(A-B)]$$

$$16-\quad \cos A\sin B=\tfrac{1}{2}[\sin(A+B)-\sin(A-B)]$$

$$17- \quad \cos A \cos B = \tfrac{1}{2}[\cos(A+B) + \cos(A-B)]$$

$$18- \quad \sin A \sin B = \tfrac{1}{2}[\cos(A+B) - \cos(A-B)]$$

تحتاج العلاقات المثلثية هذه إلى بعض الوقت للتأقلم معها، حيث تعتبر دساتير التحويل السابقة مرجع ومصدر. وعادة ما نستخدمها لتبسيط أو تغيير شكل تعبير ليسهل التعامل معه.

يشرح المثالان التاليان بعض هذة الدساتير.

مثال 3−20

حل المعادلات المثلثية التالية:

(أ) $4\sin^2\theta + 5\cos\theta = 5$

(ب) $3\tan^2\theta + 5 = 7\sec\theta$

(أ) أصعب خطوة في الحل هي اختيار من أين نبدأ! نلاحظ أنه لدينا معادلة بمجهولتين (جيب وجيب تمام) والمنطق هو محاولة التوصل إلى معادلة بمجهول واحد وهذا ما يقودنا إلى التوجه إلى استخدام دساتير التحويل والعلاقات المثلثية المناسبة، وهنا يمكننا استخدام العلاقة: $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ ومنه $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ و بالتعويض في المعادلة (أ) نجد:

$$4(1-\cos^2\theta) + 5\cos\theta = 5$$

أو

$$-4\cos^2\theta + 5\cos\theta - 1 = 0$$

وهي معادلة بمجهول واحد من الدرجة الثانية يمكن حلها بعدة طرق منها التحليل إلى عوامل نجد:

$$(-4\cos\theta + 1)(\cos\theta - 1) = 0$$

$$\Leftarrow -4\cos\theta = -1 \quad \text{أو} \quad \cos\theta = 1$$

أي: إما $\cos\theta = \frac{1}{4}$ أو $\cos\theta = 1$

ومنه إما $\theta = 75.5°$ أو $\theta = 0°$ وهما حلا المعادلة.

(ب) بنفس طريقة الحل في (أ)، نجد أنه يلزمنا التحويل المتعلق بكل من $\tan\theta$ و $\sec\theta$، حيث إن المعادلة $3\tan^2\theta + 5 = 7\sec\theta$ باستخدام العلاقة التالية:

$\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$ أو $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$ نحصل على:

$$3(\sec^2\theta - 1) + 5 = 7\sec\theta$$

$$\Rightarrow 3\sec^2\theta - 3 + 5 = 7\sec\theta$$
$$\Rightarrow 3\sec^2\theta - 7\sec\theta + 2 = 0$$

ومرة أخرى بالتحليل إلى عوامل نجد:

$$(3\sec\theta - 1)(\sec\theta - 2) = 0$$
$\Leftarrow 3\sec\theta = 2$ أو $\sec\theta = 2$

(تذكر أن $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$)

إذن: $\sec\theta = \frac{1}{3}$ أو $\sec\theta = 2$

كذلك $\cos\theta = 3$ أو $\cos\theta = \frac{1}{2}$

بما أن $\cos\theta = 3$ مستحيلة، إذاً لدينا فقط $\cos\theta = 0.5$ ومنه $\theta = 60°$.

المثال التالي يظهر إمكانية استخدام دساتير ضعف الزاوية أو دساتير التحويل المجاميع إلى جداءات.

مثال 3−21

تحقق من صحة العلاقات التالية:

(أ) $(\sin\theta+\cos\theta)^2 \equiv 1+\sin 2\theta$

(ب) $\dfrac{\sin 3\theta-\sin\theta}{\cos\theta-\cos 3\theta} \equiv \cot 2\theta$

(أ) المطلوب معالجة الطرف الأيسر جبرياً للوصول إلى الطرف الأيمن، وهكذا بنشر الطرف الأيسر من المعادلة وإصلاحها نجد:

$$(\sin\theta+\cos\theta)^2 \equiv 1+\sin 2\theta$$

$$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta \equiv$$

$$\sin^2\theta\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta \equiv$$

ومن $(\sin^2\theta+\cos^2\theta=1)$ نجد:

$$1+2\sin\theta\cos\theta \equiv$$

$$1+\sin 2\theta \equiv 1+\sin 2\theta$$

وهو المطلوب.

(ب) لإصلاح الطرف الأيسر من المعادلة نستخدم مطابقات (12−14) من مجموع إلى جداءات، ونجد:

$$\sin A-\sin B = 2\cos\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$$

و $$\cos A-\cos B = -2\sin\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$$

وبما أن $A>B$ إذاً:

$$\sin 3\theta-\sin\theta = 2\cos(\frac{3+1}{2})\theta\sin(\frac{3-1}{2})\theta$$
$$= 2\cos 2\theta\sin\theta$$

$$\cos\theta - \cos 3\theta = -2\sin(\frac{1-3}{2})\theta \sin(\frac{1+3}{2})\theta$$

$$\cos\theta - 3\cos\theta = -2\sin(-\theta)\sin 2\theta$$

ومن حقيقة أن : $\sin(-\theta) = -\sin\theta$ نجد:

$$\cos\theta - \cos 3\theta = 2\sin 2\theta \sin\theta$$

بالتالي:

$$\frac{\sin 3\theta - \sin\theta}{\cos\theta - \cos 3\theta} \equiv \frac{2\cos 2\theta \sin\theta}{2\sin 2\theta \sin\theta} \equiv \cot 2\theta$$

سترى في هذا المثال الأخير كيف يمكن استخدام المتطابقات المثلثية لتقييم النسب المثلثية.

مثال 3−22

بفرض A زاوية حادة وB زاوية منفرجة حيث $\sin A = \frac{3}{5}$ و $\cos B = -\frac{5}{13}$

أوجد القيم التالية:

(أ) $\sin(A+B)$

(ب) $\tan(A+B)$

(أ) من المتطابقة (5) لدينا : $\sin(A+B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B$

كي نستطيع استخدام هذه المتطابقة نحتاج إلى إيجاد قيم النسب $\sin A$ و $\cos B$. وعليه علينا اختيار متطابقة تسمح لنا بإيجاد sin θ أو cos θ أحدهما بدلالة الآخر. نعلم أن $\sin^2 B = 1 - \cos^2 B$، وبالتالي $\sin^2 B = 1 - \cos^2 B$، لذلك وبتعويض القيم:

$$\sin^2 B = 1 - (-\frac{5}{13})^2$$

$$\sin^2 B = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$$

$$\sin B = \frac{12}{13}$$

إن الزاوية B منفرجة ($90° < B < 180°$) بالتالي هي في الربع الثاني (الجيب موجب)، لذلك نختار القيمة الموجبة فقط. بشكل مماثل بالنسبة إلى الزاوية A نجد:

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\cos^2 A = 1 - \sin^2 A$$

$$= 1 - \frac{9}{25}$$

مع الانتباه دائماً إلى أن الزاوية A حادة ($A < 90°$) بالتالي هي في الربع الأول (الجيب تمام موجب)، لذلك نختار القيمة الموجبة فقط، أي: $\cos A = \frac{4}{5}$

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$= (\frac{3}{5})(-\frac{5}{13}) + (\frac{4}{5})(\frac{12}{13})$$

$$= -\frac{15}{65} + \frac{48}{65}$$

$$\sin(A+B) = \frac{33}{56}$$

إن استخدام الكسور يحافظ على النسب الدقيقة.

(ب) انطلاقاً من أن $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$، بالتعويض:

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{3/5}{4/5} = (\frac{3}{5})(\frac{4}{5}) = \frac{3}{4}$$

و $\tan B = \frac{\sin B}{\cos B} = \frac{12/13}{-5/13} = (\frac{12}{13})(-\frac{13}{5}) = -\frac{12}{5}$

وباستخدام المتطابقة (7):

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{12}{5}}{1 - (\frac{3}{4})(-\frac{12}{5})}$$

بضرب المعادلة بالعدد 20 نجد:

$$\tan(A+B) = \frac{15 - 48}{20 + 36} = -\frac{33}{56}$$

اختبر فهمك 3-4

1- إذا علمت أن $\sin(\theta+\phi) = 0.6$ و $\cos(\theta+\phi) = 0.9$ أوجد قيمة μ حيث $\mu = \tan\phi$.

2- أثبت صحة العلاقات التالية:

(أ) $$\tan 3\theta = \frac{\sin\theta + \sin 3\theta + \sin 5\theta}{\cos\theta + \cos 3\theta + \cos 5\theta}$$

(ب) $$\tan 2\theta = \frac{1}{1 - \tan\theta} - \frac{1}{1 + \tan\theta}$$

3- عبّر عن التعابير التالية بنسب لزاوية واحدة:

(أ) $\sin 5\theta \cos\theta + \cos 5\theta \sin\theta$

(ب) $\cos 9t \cos 2t - \sin 9t \sin 2t$

وبهذا ننهي العرض المبسط للمتطابقات المثلثية، وسنقدم في الجزء (3-3) أفكاراً أولية عن الإحصاء.

3-3 طرق الإحصاء Statistical methods

تؤخذ النظرة عن الإحصاء عادة مما قرئ في الصحف أو شوهد في التلفاز وغيره. تظهر نتائج الاستطلاع: أي حزب سياسي سيفوز بالانتخابات، ولماذا يربّي الرجال الشارب، ما إذا كان التدخين يضر بالصحة، والكلفة الوسطية للمنازل حسب المنطقة، وما إلى ذلك من معلومات.

يستخدم الإحصاء لتحليل نتائج الاستطلاعات وعندما يستخدم بشكل صحيح، يحاول تحييد النتائج المنحرفة والمثيرة للجدل أثناء جمع البيانات.

يهتم الإحصاء بجمع وتصنيف وتحليل العوامل العددية التي تنشأ من المشاهدات المختلفة. هذه العوامل تجمع وترتب بجداول ومخططات، الخ...

نتطلع من هذه المقدمة الصغيرة إلى أمرين: أولهما جمع وترتيب المعلومات وتقديمها بأشكالها المختلفة، ومن ثم ننظر ونعامل هذه البيانات لإيجاد القيمة الوسطى (average values) وكيفية تغيرها. وفي دراسة أعمق في الإحصاء سنتعلم طرقاً تجعلك قادراً على التنبوء الصحيح بالاعتماد على هذه الأرقام واحتمالاتها، وسنقتصر في هذا الفصل على التركيز على التعامل مع المعلومات ومقاييس النزعة المركزبة.

3-3-1 معالجة البيانات Data manipulation

في أغلب مجلات العلوم والأعمال والهندسة والصحف والتقارير الحكومية وغيرها الكثير، تمثل البيانات الإحصائية على شكل مخططات وجداول ورسومات. وسنهتم بجزء صغير من طرق العرض هذه والتي تضم التعامل الضروري مع البيانات لتقديمها بالشكل المناسب.

نقطة مفتاحية
يهتم الإحصاء بجمع وترتيب وتحليل الحقائق العددية.

المخططات

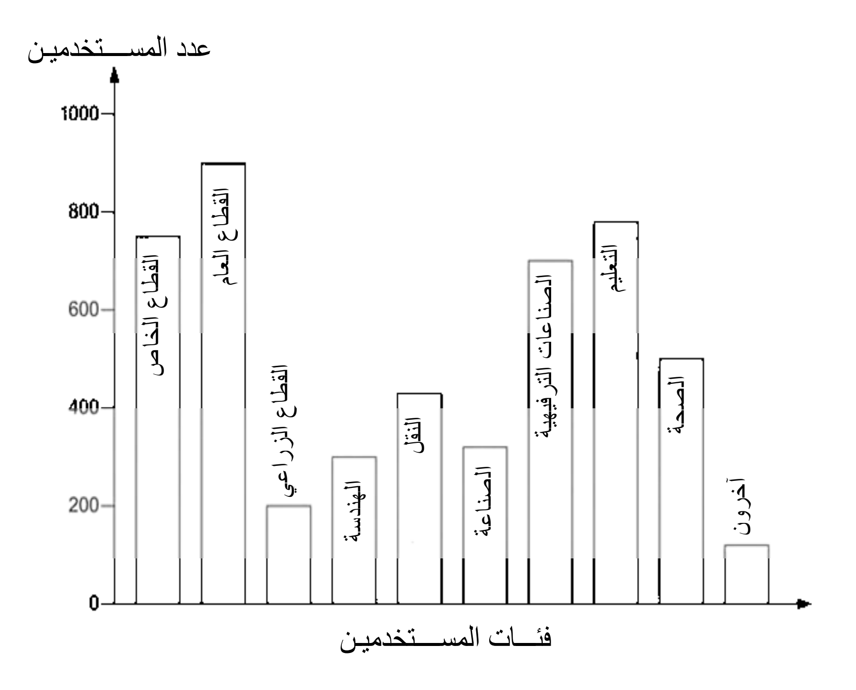
لنفرض أنه لدينا نتائج استطلاع معروضة بالشكل الإحصائي التالي:

الفئات الرئيسية للمستخدمين	عدد المستخدمين
القطاع الخاص	750
القطاع العام	900
القطاع الزراعي	200
الهندسة	300
النقل	425
الصناعة	325
الصناعات الترفيهية	700
التعليم	775
الصحة	500
آخرون	125

وبغضّ النظر للحظة عن دقة هذه المعلومات، سنطّلع على الطريقة النموذجية في تمثيل هذه المعلومات على شكل مخططات، وخاصة بطريقة مخطط الأعمدة (bar chart) والمخطط الدائري (pie chart).

مخطط الأعمدة Bar Chart

وهو أبسط الأشكال، ويمكن استخدامه لعرض البيانات على شكل أذرع عمودية منفصلة، كما في الشكل (3–19) باستخدام الرموز الواردة ضمن أسطر البيانات (البيانات الواردة في الجدول).



الشكل 3−19: مخطط أعمدة يمثل عدد المستخدمين بالفئات.

تحدد تدريجات المحور العمودي من الجدول باختيار أكبر قيمة وأصغر قيمة وهما 900 و125، لذلك اخترنا التدريجة من 0 إلى 1000 مستخدم.

ويمثل المحور الأفقي الفئة التي نتعامل معها، وتحدد بنفس العرض لكل الفئات، وبالتالي يستطيع هذا المخطط أن يقول لنا ببساطة ما لم نستطع أن نقرأه من الجدول. هناك نوع آخر من المخططات تستطيع إجراء مقارنة من خلاله يدعى مخططَ أعمدةٍ تناسبياً. نستخدم في هذا النوع عموداً واحداً بعرض ثابت لكل الفئات تمثل عليه البيانات محددة بمقاطع أفقية لكل فئة في كل مقطع يحدد عدد الأشخاص المخصصين لكل فئة مقارنة بالعدد الكلي المستقصى عنهم.

لننشئ هذا المخطط نحتاج إلى العدد الكلي للأشخاص المشاركين في الاستطلاع وهم 5000. ربما نحتاج إلى تمثيل النسبة بالارتفاع أو بنسبة مئوية، فلو كان الخيار الأول إذاً نحتاج إلى تحديد مناسب للتدرج للمحور العمودي وليكن 10cm لذلك يلزمنا عشرة حسابات بسيطة لتحديد الارتفاع لكل عمود منفرد.

وعلى سبيل المثال يعطى الارتفاع الكلي لـــ 5000 شخص، وبعدها الارتفاع لكل عمود، أي:

العمال في القطاع الخاص: $(\frac{750}{5000})10 = 1.5cm$

ويكرر الحساب لباقي الفئات لنحصل على الشكل (3−20).

مثال 3−23

ارسم مخططَ أعمدةٍ تناسبياً لاستطلاع التوظيف المبيّن في الجدول باستخدام طريقة النسبة المئوية.

في هذه الطريقة كل ما هو مطلوب هو معرفة النسبة المئوية للمجموع (5000) لكل فئة على حِدَة من المستخدمين، ثم نختار ارتفاع مناسب للعمود ليمثل العلامة 100% ومن ثم النسب المئوية المناسبة لكلٍّ من فئات المستخدمين العشرة.

الشكل 3−20: مخطط أعمدة تناسبي مدرج شاقولياً

(لضيق المساحة، تمّ حساب فئات المستخدمين الخمسة الأولى).

(أ) القطاع الخاص=

$$(\frac{750}{5000})\times 100 = 15\%$$

(ب) القطاع العام

$$(\frac{900}{5000})\times 100 = 18\%$$

(ج) الهندسة =

$$(\frac{300}{5000})\times 100 = 6\%$$

(د) القطاع الزراعي =

$$(\frac{200}{5000})\times 100 = 4\%$$

(ه) النقل =

$$(\frac{425}{5000})\times 100 = 8.5\%$$

(و) الصناعة = 6.5%

وبالمثل نجد:

(ز) الصناعات الترفيهية = 14%

(ح) التعليم = 15.5%

(ط) الصحة = 10%

(ي) فئات أخرى = 2.5%

آخرون (2.5%)
الصحة (10%)
التعليم (15.5%)
الصناعات الترفيهية (14%)
الصناعة (6.5%)
النقل (8.5%)
الهندسة (6%)
القطاع الزراعي (4%)
القطاع العام (18%)
القطاع الخاص (15%)

الشكل 3-21

يبيّن الشكل (3-21) المخطط كاملاً.

وهناك أنواع أخرى من مخططات الأعمدة مثل المخطط الأفقي، ويبيّن الشكل (3-19) بدوران 90 درجة بجهة عقارب الساعة. النوع الأخير المستخدم لوصف البيانات هو مخطط مرتبط بالزمن حيث المحور الأفقي هو الزمن (بالثواني أو الساعات إلخ..) والمحور العمودي هو تغير البيانات مع الزمن (Chronological).

مثال 3−24

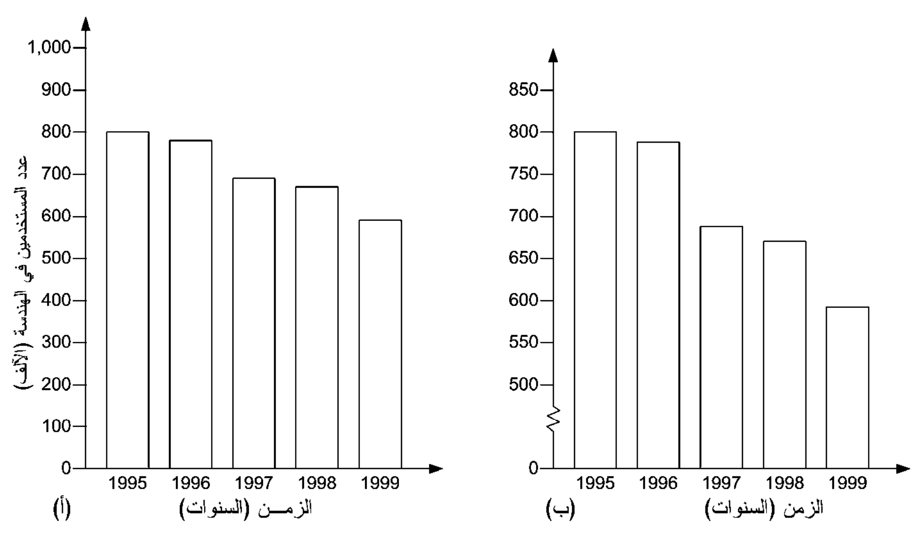
مثل البيانات التالية بمخطط أعمدة زمني

السنة	عدد المستخدمين في الهندسة بشكل عام (آلاف)
1995	800
1996	785
1997	690
1998	670
1999	590

طالما لم يذكر نوع محدد لمخطط أعمدة محدد لعرض البيانات نختار الأبسط، ولذلك لا نحتاج سوى للتدريجة (scale) على المحور العمودي، وليكون التمثيل صحيحاً (true) نختار التدريج من 0 إلى 800 حسب الشكل (3−22 أ).

ومن أجل تأكيد النزعة (trend) وهي كيفية ارتفاع أو هبوط المتحول مع الزمن، يمكننا استخدام مقياس مبالغ به، كما في الشكل (3−b22). هذا يؤكد نزعة الانحدار (downward trend) منذ 1995.

لاحظ أن هذه البيانات غير واقعية (fictitious)، وهي فقط لتقريب المسألة.



الشكل 3−22: (أ) مخطط زمني بالنسبة الصحيحة. (ب) مخطط زمني بالمقياس المدرج.

المخطط الدائري Pie chart

تمثل البيانات في هذا النوع على شكل قطاع زاوي (مساحة قطاع دائري). والمثال التالي يوضح المخطط بشكل جيد.

مثال 3−25

مَثِّل البيانات الواردة في المثال 3−24 في مخطط دائري.

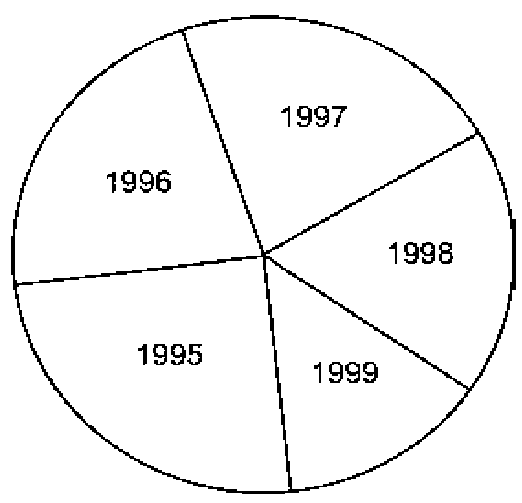
نعلم أن الدائرة فيها °360، وأن عدد المستخدمين الكلي في الهندسة العامة (حسب الأشكال):

$$590 + 670 + 690 + 785 + 800 = 3535 \text{(ألف)}$$

ستتم معالجة البيانات كالتالي:

السنة	عدد المستخدمين في الهندسة العامة (آلاف)	زاوية القطاع
1995	800	$(\frac{800}{3535}) \times 360 = 81.5$
1996	785	$(\frac{785}{3535}) \times 360 = 80$
1997	690	$(\frac{690}{3535}) \times 360 = 70.3$
1998	670	$(\frac{670}{3535}) \times 360 = 68.2$
1999	590	$(\frac{590}{3535}) \times 360 = 60$
المجموع	3535	360

وتوضح النتائج في الشكل (3−23).



الشكل 3-23: مخطط دائري للمثال 3-25 التوظيف في الهندسة بالسنوات.

وهناك طرق أخرى للتمثيل البصري للبيانات مثل الرسم التصويري (pictograms) والصورة التوضيحية (ideographs) أو غيره، تستخدم لهؤلاء الأشخاص غير المهتمين بالأعداد وغيرها من الصيغ الهندسية التي ربما من الصعب عليهم تصورها وفهمها.

نقطة مفتاحية
يقدم المخطط أو المنحني دافعاً فعّالاً لتمثيل البيانات الإحصائية.

التوزعات التكرارية Frequency distribution

ويعتبر الأكثر شيوعاً وأهمية في تمثيل وتنظيم البيانات من خلال التوزعات التكرارية. والجدول التالي يبيّن بالساعات الزمن الذي يستغرقه العامل لإنجاز العمل كاملاً بمفرده.

بيانات عمل لخط تجميع assembly line task

0.7	1.2	0.9	0.8	1.1	0.9	1.1	0.6	1.0	1.1
1.1	1.0	1.0	1.1	0.9	1.0	1.4	0.9	1.5	1.0
1.0	0.7	0.8	0.9	1.2	0.6	0.7	1.2	0.9	0.8
0.9	0.9	1.1	0.7	1.4	1.1	1.0	1.0	1.2	1.0
0.8	1.3	1.3	0.8	0.5	1.3	1.0	1.0	1.1	0.8

وهنا نستطيع تحديد الزمن الأقل وهو 0.5 ساعة والزمن الأعلى وهو 1.5 ساعة، وكل منهما_يتكرر مرة واحدة (أي عامل واحد)، كما ونلاحظ أن معظمهم يستغرق ساعة واحدة لإنجاز العمل وعددها 11 (يتكرر الرقم 11 مرة) ومحاولة ترتيب القيم بطريقة *ad hoc* هي استهلاك للزمن، وربما يقود إلى ارتكاب الأخطاء. وللمساعدة سنستخدم مخطط ترقيم (tally chart) يوضح ببساطة عدد مرات تكرار الحدث (frequency of events) لإكمال المهمة. لتسجيل تكرار الأحداث، نستخدم الرقم 1 في مخطط الترقيم. وعندما يصل تكرار الحدث للقيمة 5، نشطب أربع واحدات (1111) لإظهار أن التكرار وصل للقيمة 5. والمثال التالي يشرح هذه الطريقة.

مثال 3-26

استخدم مخطط الترقيم لتحديد تكرار الأحداث المعطاة في المثال السابق.

الزمن	الترقيم	التكرار
0.5	1	1
0.6	11	2
0.7	1111	4
0.8	~~1111~~ 1	6
0.9	~~1111~~ 111	8
1.0	~~1111~~ ~~1111~~ 1	11
1.1	~~1111~~ 111	8
1.2	1111	4
1.3	111	3
1.4	11	2
1.5	1	1
المجموع		50

لدينا الآن كل أرقام التكرار للأحداث (frequency of events)، على سبيل المثال لدينا 8 أشخاص أكملوا المهمة في 1.1 ساعة أو الوقت 1.1 ساعة تكرر 8. ولاحقاً سنستخدم هذه الأرقام في تحديد النزعة المركزية.

لاحظ أن البيانات معطاة على شكل أعداد منفردة (individually counted) وهذا ما نسميه بيانات منفصلة (discrete data) تزداد أو تنقص في خطى قابلة للعد. لذلك نقول إن الأرقام الأرقام 13.0،11.1،9،8.6،3.4،1.2، كلها منفصلة. وإذا حصلنا على القيم من خلال القياس نقول إن البيانات مستمرة (contineous) (مثلاً قياس أطوال مجموعة من الأشخاص) والتعامل بهذا النوع من البيانات لا بد من الإشارة إلى الحدود وتتعلق مباشرة بدقة القياس، ومثالاً شخص طوله 174±0.5 cm. عندما نتعامل مع أعداد في بيانات مستمرة أو نتعامل مع كمية كبيرة من الأعداد في البيانات المنفصلة يفضل أن نقسم البيانات إلى مجموعات أو فئات، وبالتالي يسهل إيجاد التكرار لكل عنصر داخل مجموعته. والجدول التالي يبيّن أطوال 200 شخص بالغين مجمّعين في عشر مجموعات.

جدول يبين أطوال البالغين

الطول (cm)	التكرار
150–154	4
155–159	9
160–164	15
165–169	21
170–174	32
175–179	45
180–184	41
185–189	22
190–194	9
195–199	2
المجموع	200

الفائدة القصوى من التوزيع إلى مجموعات هي الحصول على صورة واضحة عن التوزع التكراري.

كما هو مبين في الجدول فإن الفئة الأولى للطول تتراوح بين 150–154، ونعرف العدد 150 على أنه القيد (limit) الأدنى للفئة وبالمقابل العدد 154 هو القيد الأعلى (upper limit) للفئة وقرب القياس إلى أقرب سنتمتر (±0.5) أي أصبحت الفئة التي تضم 150–154 حقيقة تضم الأطوال من 149.5–154.5 نسمّي القيمتين 149.5 و154.5 بالحدين الأدنى والأعلى (boundaries) على التتالي، يؤخذ عرض الفئة (class width) على أنه الفرق بين حدّي الفئة الأعلى والأدنى، وليس بين القيدين الأعلى والأدنى لمجال الفئة.

نقطة مفتاحية
وضع التوزعات التكرارية في مجموعات يعطي صورة واضحة عن الواقع.

المخطط النسيجي (الهستوغرام) **The histogram**

المخطط النسيجي هو من المخططات الخاصة التي تمثل التوزع التكراري، كما في مخطط الأطوال المجمعة المبين أعلاه. وهو يتشكل من مجموعة مستطيلات تمثل مساحاتها التكرارات للفئات المختلفة ذات العرض المتساوي. لذلك نقول إن التكرارات المختلفة تتتمثل بارتفاعات مختلفة. نعرف النقط الوسطية (midpoints) للمستطيلات بأنها نقاط الوسط للفئات، وفي مثالنا السابق هي على التوالي: 152 ، 157 ، 162 ، 167 ، الخ...

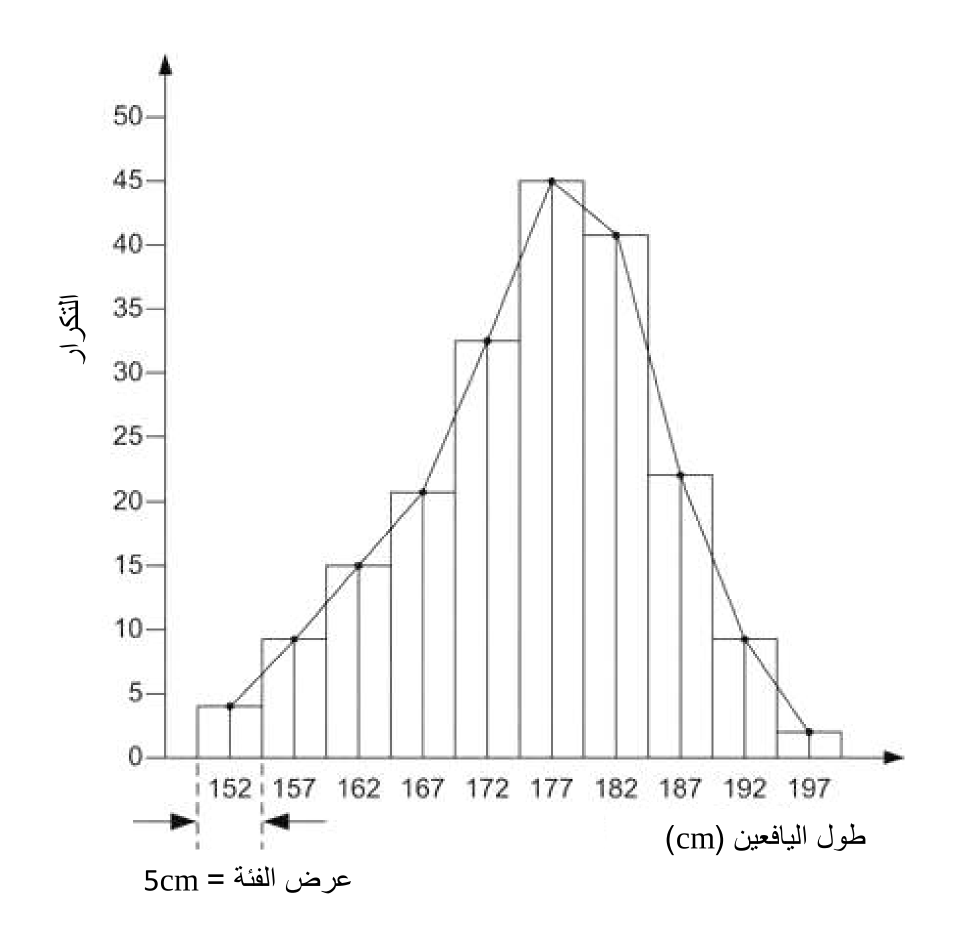
هناك تعديل على المخطط النسيجي هو المضلع التكراري frequency polygon وتمثل فيه التوزعات التكرارية أيضاً.

مثال 3–27

مثّل البيانات الواردة في المثال السابق في ارتفاعات مجمعة للبالغين في مخطط نسيجي، وارسم التوزع في مضلع تكراري.

كل ما يلزم لإنتاج المخطط النسيجي هو رسم التكرار مقابل فئات الطول الموافقة له، حيث تمثل التدريجة عرض الفئة. وكما يظهر في الشكل (3–24)، فإن مساحة كل جزء من المخطط النسيجي تساوي حاصل ضرب التكرار بعرض الفئة. يرسم مخطط المضلع التكراري بوصل النقاط الوسطية للفئات.

نقطة مفتاحية
يمكن أن تجمع تكرارات التوزع بشكل متتالٍ لنحصل على منحني التوزع التكراري التراكمي.



الشكل 3–24: المثال 3–27، مخطط نسيجي يظهر التوزع التكراري.

اختبر فهمك 3–5

1– يمثل الجدول التالي عدد الطلاب المسجلين في الجامعة بحسب توزعهم في الكليات.

الكلية	أرقام الطلاب
إدارة وأعمال	1950
إنسانيات وعلم الاجتماع	2820
علوم حيوية وفيزيائية	1050
علوم تطبيقية	850
المجموع	6670

والمطلوب تمثيل البيانات في كلٍّ من مخطط الأعمدة والمخطط الدائري.

2– أوجد مخطط الترقيم للبيانات المجدولة التالية، وحدد تكرار كل حادثة.

36	41	42	38	39	40	42	41	37	40
42	44	43	41	40	38	39	39	43	39
36	37	42	38	39	42	35	42	38	39
40	41	42	37	38	39	44	45	37	40

3– أرسم المخطط النسيجي للتوزع التكراري التالي، وارسم عليه المضلع التكراري.

الفئة	التكرار	الفئة	التكرار
60–64	4	75–79	16
65–69	11	80–84	7
70–74	18	85–90	4

2-3-3 القياسات الإحصائية Statistical measurments

نحتاج عادة إلى قيمة أو اثنتين لتمثيل بيانات إحصائية كالقيمة الوسطى مثلاً. نقول مثلاً إن متوسط الطول للنساء في بريطانيا هو 170cm، أو إن متوسط قياس الحذاء للرجال البريطانيين هو 9. يمكن أن نمثّل في الإحصاء هذه القيم الوسطية باستخدام المتوسط والقيمة الوسطى والنمط للبيانات التي ندرسها. لنفرض أن لدينا القيمة الوسطى لطول النساء، وأردنا معرفة كيفية تغير الأطوال لكلّ العيّنات ومدى انحرافها عن قيمتها الوسطى. لذلك نحتاج إلى مفاهيم إحصائية تستطيع تحديد ذلك، منها التبعثر، أي الانحراف الوسطي والانحراف المعياري والتفاوت للبيانات المدروسة. هذه المتوسطات الإحصائية وأسلوب اختلافها سوف تدرس فيما يلي.

المتوسط الحسابي Arithmetic mean

ونرمز له AM ويختصر أحياناً بكلمة المتوسط، وهو الوسطي المتعارف عليه. مثلاً، لإيجاد المتوسط الحسابي لمجموعة الأعداد التالية 8، 7، 9، 10، 5، 6، 12، 9، 6، 8، يكفي جمع الأعداد المذكورة جميعها، وتقسيم المجموع الكلي على عدد الأعداد.

$$AM = \frac{\text{المجموع العام لكل القيم الفردية}}{\text{عدد القيم}} = \frac{\sum x_i}{n}$$

حيث الرمز سيغما $\sum x_i$ هو المجموع الفردي للقيم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \ldots\ldots + x_n$$

و n هو عدد الأرقام، وبالتالي المتوسطي للأعداد العشرة :

$$Mean = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{8+7+9+10+5+6+12+9+6+8}{10} = \frac{80}{10} = 8$$

يحسب المتوسط الحسابي بهذه الطريقة بغضّ النظر عن طول وتعقيد البيانات التي نتعامل معها، شريطة أن تكون القيم مستقلة (معطيات منفصلة). يرمز إلى وسطي كل قيم x بالرمز $\bar{x}$.

مثال 3−28

تبين الأرقام التالية أطوال 11 امرأة كما يلي: 165.5، 171.5، 159.4، 167.5،163، 181.4، 172.5، 179.6، 162.3، 168.2، 157.3 ، أوجد المتوسط الحسابي لأطوال هذه النساء.

لدينا $n = 11$ ومنه:

$$\bar{x} = \frac{165.6 + 171.5 + 159.4 + 163 + 167.5 + 181.4 + 172.5 + 179.6 + 162.3 + 168.2 + 157.3}{11}$$

$$\bar{x} = \frac{1848.3}{11} = 168.03cm$$

متوسط مجموعة بيانات Mean for grouped data

والآن كيف يمكننا تحديد المتوسط الحسابي لتوزعات مجمعة، كما في المثال الأسبق لأطوال 200 بالغ مجمعين في 10 فئات! هنا يجب الأخذ بعين الاعتبار التكرار لكل فئة. نختار متوسط كل فئة x كوسطي للفئة، ثم نضرب هذه القيمة بالتكرار (f) في الفئة فنحصل على القيمة (fx) بجمع هذه القيم نحصل على التوزع ($\sum fx$)، ومن ثم يقسم على مجموع التكرار ($\sum f$) لتحديد الوسطي، كما يلي:

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 ..... + f_n x_n}{f_1 + f_2 + f_3 + ... f_n}$$

$$= \frac{\sum (f \times \text{متوسط الفئة})}{\sum f}$$

والمثال التالي يوضح حالة أعقد.

مثال 3−29

حدّد المتوسط الحسابي لأطوال الـــ 200 بالغ مستخدماً معطيات الجدول.

كما ذكر سابقاً يجب تحديد متوسط الفئة وتكرار كل فئة، ومن ثم إعادة جدولة القيم، كما في الجدول التالي. تذكر أن متوسط الفئة يحسب كحاصل قسمة مجموع الحدين الأعلى والأدنى على 2. (من أجل الفئة الأولى $152 = 2 / (149.5 + 154.5)$ وهكذا..)

متوسط (x) لطول(cm)	التكرار(f)	fx
152	4	608
157	9	1413
162	15	2430
167	21	3507
172	32	5504
177	45	7965
182	41	7462
187	22	4114
192	9	1728
197	2	394
المجموع	$\sum f = 200$	$\sum fx = 35\,125$

يجب أن تتأكد من طريقة حساب كل قيمة في هذا المثال. كما يجب الانتباه الشديد في كل الأمثلة ذات الأعداد الكبيرة، التي تقتضي تحديد المتوسط الحسابي. وبالتالي يبين الحساب التالي المتوسط الحسابي للتوزع للمثال السابق:

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{35\,125}{200}$$
$$= 175.625 \pm 0.5cm$$

لاحظ أن الخطأ في المتوسط الحسابي هو نفسه الأساسي، ولا يتأثر بكيفية إيجاده.

القيمة الوسطى (الميديان) Median

يستخدم مفهوم القيمة الوسطى في الحالات التي لا يستطيع المتوسط الحسابي التعبير بشكل دقيق عن متوسط البيانات، ونجد ذلك في البيانات المتباعدة مثلاً 3 ، 2 ، 6 ، 5 ، 4 ، 93 ، 7 ، نلاحظ أن المتوسط الحسابي هو 20 ولا يمكنه التعبير بدقة عن مجموعة الأعداد، لذلك نلجأ إلى مفهوم القيمة الوسطى، ونحددها بترتيب الأعداد تصاعدياً، وتحديد القيم التي ترتيبها في الوسط، كما يلي:

نرتب الأعداد 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 93 ، وتكون القيمة الوسطى هي 5.

(لاحظ أن الأعداد عددها فردي، لذلك كان من السهولة اختيار القيمة الوسطى، وفي حال كان العدد زوجياً نأخذ المتوسط الحسابي للعددين الأوسطين).

مثال 3−30

أوجد المتوسط الحسابي والقيمة الوسطى لمجموعة الأعداد التالية: 9 ، 7 ، 8 ، 12 ، 70 ، 68 ، 6 ، 5 ، 8.

المتوسط الحسابي:

$$\bar{x} = \frac{9+7+8+7+12+70+68+6+5+8}{10}$$

$$= \frac{200}{10} = 20$$

ولا يمكن لهذه القيمة التعبير عن أي قيمة من قيم الجدول. ولإيجاد القيمة الوسطى نرتب الأعداد تصاعدياً، أي:

70، 68، 12، 9، 8، 8، 7، 7، 6،5

من الأعداد العشرة الناتجة، نجد أن القيمة الوسطى للعددين الخامس والسادس وهما 8 و 8 هي: $8 = \frac{8+8}{2}$.

النمط (المود) Mode

قياس آخر مفيد في البيانات المنفصلة ذات الأرقام المتباعدة لتحديد النزعة المركزية وهو النمط.

وهو ببساطة القيمة الأكثر تكراراً، في المثال التالي نحدد النمط وهو القيمة 5:

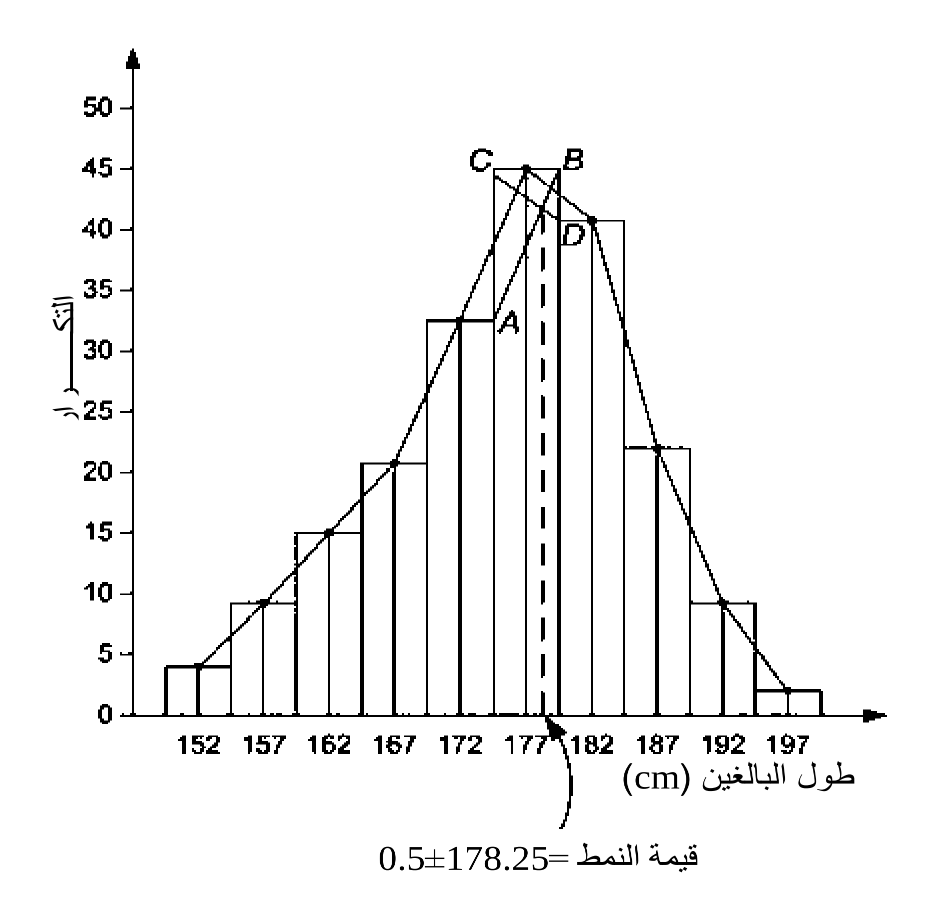
4 ، 4 ، 4 ، 5 ، 5 ، 5 ، 5 ، 6 ، 6 ، 6 ، 7 ، 7 ، 7 ، هي قيمة وحيدة، ونسمي البيانات عندها وحيدة النمط (unimodal). وفي أمثلة أخرى، كما في المثال 3−30، نجد قيمتين للنمط (7 و 8) ونسميها ثنائية النمط والأكثر من ثنائية النمط نسميها متعددة (multimodal)، أما البيانات التي لا تتكرر فيها القيم (1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8) فنقول ببساطة لا تحوي نمطاً (non modal). في التوزعات التكرارية المجمعة، نسمي الفئة الأكثر تكراراً بالفئة النمط (modal class). ولتحديد قيمة النمط يلزمنا المخطط النسيجي.

مثال 3−31

أوجد الفئة النمط وقيمتها، للمثال السابق الذي يبين التوزع التكراري لأطوال الطلاب البالغين.

بالعودة إلى الجدول نجد بسهولة أن الفئة النمطية هي (175−179) التي تكررت 45 مرة، ولتحديد قيمة النمط يلزمنا المخطط النسيجي للبيانات، وهو موضح بالمثال 3−27، وأعيد في الشكل (3−25) ومنه نجد أن قيمة النمط هي: $178.25 \pm 0.5\text{cm}$. وحصلنا على القيمة من تقاطع المنحنيين AB و CD.

يرسم المستقيم AB قطرياً بدءاً من القيمة الأكبر للفئة السابقة صعوداً إلى الزاوية اليمنى الأكبر للفئة النمطية، كما ويرسم المستقيم CD بدءاً من الزاوية النمطية اليسرى إلى القيمة الأصغر للفئة التالية، ومن ثم نأخذ مسقط نقطة التقاطع على المحور x.

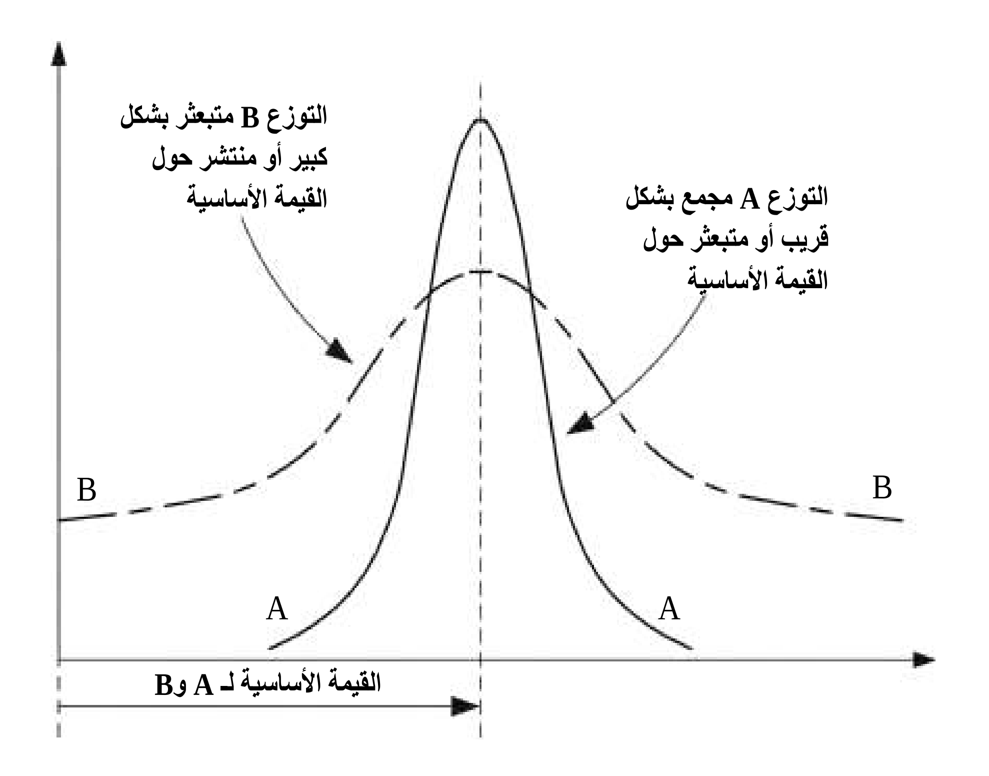


الشكل 3−25: مخطط نسيجي يبين التوزع التكراري وقيمة النمط لأطوال البالغين.

نقطة مفتاحية
كلٌّ من المتوسط الحسابي و القيمة الوسطى و النمط هي متوسطات إحصائية أو مقاييس للنزعة المركزية من أجل التوزع الإحصائي.

الانحراف المتوسط Mean deviation

تكلمنا سابقاً أننا بحاجة إلى القيم الإحصائية الوسطية لنأخذ فكرة عن توضع النقاط في التوزع، لكننا بحاجة إلى معرفة انحراف أو انتشار dispersed or spread النقاط عن القيم الوسطى. يبيّن الشكل (3−26) توزعين مختلفين لمجموعتين من البيانات لهما نفس المتوسط الحسابي.



الشكل 3−26: انحراف التوزع عن القيمة الوسطية

نستخدم الانحراف المتوسط (mean deviation) كمقياس للانحراف ونحدده نسبة إلى القيم الوسطية الإحصائية، ونحدده كما يلي: نوجد القيم الإحصائية الوسطى، ونحسب بعدها الفروقات فردياً بين كل قيمة والقيمة الوسطية، ومن ثم نوجد المتوسط الحسابي لهذه الفروقات (مجموع الفروقات مقسومة على عددها).

يمكن أن يعطى الانحراف المتوسط بالعلاقة التالية:

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\sum\left|x-\bar{x}\right|}{n}$$

حيث $x =$ قيمة من التوزع

$\bar{x} =$ القيمة الوسطية

وهنا تجدر الإشارة إلى أن الفروقات تؤخذ بالقيمة الموجبة (القيمة المطلقة) مثلاً:

$x = 12$ و $\overline{x} = 16$ نجد $|x - \overline{x}| = |12 - 16| = |-4| = +4$

من أجل التوزعات التكرارية للبيانات المجمعة، يمكننا إيجاد الانحراف بنفس العبارة التي تحسب المتوسط الحسابي، ولكن بعد جداء هذه القيمة بالتكرار

$$\text{متوسط الانحراف} = \frac{\sum f|x - \overline{x}|}{\sum f}$$

مثال 3−32

أوجد الانحراف الأساسي انطلاقاً من المتوسط الحسابي للبيانات التالية:

طول المسمار(mm)	التكرار
9.8	3
9.9	18
9.95	36
10.0	62
10.05	56
10.1	20
10.2	5

الطريقة الأسهل لمعالجة هذه المسألة هي بوضع جدول بالقيم بشكل مماثل للجدول الذي عملناه في المثال 3−29. وتؤخذ العناوين لهذا الجدول من الصيغة السابقة لإيجاد الانحراف المتوسط للتوزع التكراري.

طول المسمار (x)	f	fx	$\lvert x-\bar{x}\rvert$	$f\lvert x-\bar{x}\rvert$
9.8	3	29.4	0.208	0.624
9.9	18	178.2	0.108	1.944
9.95	36	358.2	0.058	2.088
10.0	62	620.0	0.008	0.496
10.05	56	562.8	0.042	2.352
10.1	20	202	0.092	1.84
10.2	5	51	0.192	0.96
المجموع	$\sum f = 200$	$\sum fx = 2001.6$		$\sum f\lvert x-\bar{x}\rvert = 10.304$

نحسب المتوسط الحسابي كما يلي:

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{2001.6}{200} = 10.008$$

يلزمنا المتوسط الحسابي لإتمام العمودين الأخيرين في الجدول. لإيجاد الانحراف الوسطي من متوسط أطوال المسامير:

$$= \frac{\sum f\lvert x-\bar{x}\rvert}{\sum f} = \frac{10.304}{200} = 0.05152mm \approx 0.05mm$$

نجد أن هذه القيمة الصغيرة للانحراف عن المتوسط الحسابي هي مثال على توزع تكراري فيه جميع القيم تتوزع بشكل قريب حول القيمة المتوسطة وبخطأ صغير.

نقطة مفتاحية
الانحراف المتوسط يعبر عن طريقة انحراف التوزع عن القيمة المتوسطة (average value).

الانحراف المعياري Standard deviation

يعتبر الانحراف المعياري الطريقة الأهم التي تحدد كيفية تشتت أو انتشار القيم في التوزع عن القيمة المتوسطة. ويلزمنا لحسابه خطوة أو خطوتان إضافيتان عن حساب الانحراف المتوسط. تشمل هاتان الخطوتان الرياضيتان معالجة إضافية لقيم كلٍّ من $|x-\bar{x}|$ أو $f|x-\bar{x}|$ ، التي أوجدناها لحساب الانحراف المتوسط للبيانات المجمعة أو الفردية (discreet). تتطلب الخطوات الإضافية إيجاد مربع هذه الفروقات، ومن ثم إيجاد متوسطها الحسابي، وأخيراً إيجاد الجذر التربيعي لها لعكس عملية التربيع. تعرف هذه الطريقة الغريبة في معالجة الفروقات بطريقة الجذر التربيعي للانحراف الوسطي أو الانحراف القياسي، ونرمز له بـــ سيغما (σ).

ويمكن أن نوجد الإنحراف المعياري للتوزعات التكرارية المجمعة بشكل رياضي من خلال ثلاث عمليات متقدمة، كما يلي:

1- إيجاد مربعات الفروق وضربها بالتكرار $f|x-\bar{x}|^2$

2- حساب مجاميع الفروقات وإيجاد المتوسط الحسابي لها (بنفس طريقة حساب الانحراف الوسطي). $\frac{\sum f|x-\bar{x}|^2}{\sum f}$ تعرف قيمة الانحراف المحسوب بهذه الخطوة بالتباعد.

3- إيجاد الجذر التربيعي لمتوسط مجاميع الفروقات $\sqrt{\frac{\sum f|x-\bar{x}|^2}{\sum f}}$

تم تبديل الأقواس || بالأقواس العادية في الصيغة النهائية، لأنه لا داعي لإيجاد الفروقات بالقيمة المطلقة لوجود التربيع (يعطي قيمة موجبة بعد الجذر)، وبالتالي يحسب الانحراف المعياري بالعلاقة:

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{\sum f}}$$

يعبّر الانحراف المعياري بصورة أفضل من الانحراف الوسطي لأنه يأخذ بعين الاعتبار الفروقات الكبيرة في قيم البيانات، كما في حسابات النمط أو القيمة الوسطى لتحديد القيمة المتوسطة.

عند دراسة البيانات الفردية غير المجمعة، نطبق الخطوات نفسها الواردة سابقاً للفروقات $|x-\bar{x}|$ لنحصل على العبارة التالية:

$$\sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n}}$$

ومن ثم العبارة التالية لحساب الانحراف المعياري للبيانات غير المجمعة:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n}}$$

لاحظ أنه لا داعي للقيمة المطلقة بسبب وجود التربيع.

نقطة مفتاحية
يأخذ الانحراف المعياري، الذي يعتبر مقياساً للانحراف عن القيمة الوسطية (average) الإحصائية، بالحسبان البيانات ذات القيم المتطرفة، وهي البيانات المنحرفة إحصائياً

مثال 3−33

أوجد كلاً من المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للأعداد التالية:

8 ، 12 ، 11 ، 9 ، 16 ، 14 ، 12 ، 13 ، 10 ، 9

كما في كلّ الأمثلة المتعلقة بالنزعة المركزية وحساب الانحراف، سيتم حل المسألة بوضع جدول للقيم. وبالتالي هناك حاجة إلى إيجاد المتوسط الحسابي من أجل استكمال الجدول، هنا البيانات غير مجمعة و $n=10$:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{8+12+11+9+16+14+12+13+10+9}{10} = \frac{114}{10} = 11.4$$

جدول القيم:

$(x-\bar{x})^2$	$(x-\bar{x})$	x
11.56	−3.4	8
0.36	0.6	12
0.16	−0.4	11
5.76	−2.4	9
21.16	4.6	16
6.76	2.6	14
0.36	0.6	12
2.56	1.6	13
1.96	−1.4	10
5.76	−2.4	9
$\sum(x-\bar{x})^2 = 56.4$		$\sum x = 114$

ومن الجدول نحسب الانحراف المعياري كما يلي:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{56.4}{10}}$$

$$= \sqrt{5.64} = 2.375$$

طريقة أخرى لحساب التباعد (variance) وهي ببساطة إيجاد الانحراف المعياري قبل حساب الجذر التربيعي، وفي هذا المثال نجد:

التباعد (variance) $= \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$

$$= \frac{56.4}{10} = 5.64$$

عند حساب الانحراف المعياري يمكن أيضاً حساب التباعد. تأكد أخيراً من تضمين القيم المستحصل عليها في الجدول.

وسننهي الدراسة الأولية لحساب الانحراف بمثال عن البيانات المجمعة.

مثال 3−34

أوجد الانحراف المعياري للبيانات الواردة في المثال (3−32)

للسهولة سنعرض بيانات المثال (4−70)

طول المسمار (mm)	التكرار
9.8	3
9.9	18
9.95	36
10.0	62
10.05	56
10.1	20
10.2	5

والآن من المثال 3−32 سنحسب المتوسط الحسابي، وكذلك الانحراف المتوسط باستخدام جدول القيم ومنه نحصل على الجدول التالي:

طول المسمار (x)	f	fx	$\lvert x-\bar{x}\rvert$	$f\lvert x-\bar{x}\rvert$
9.8	3	29.4	0.208	0.624
9.9	18	178.2	0.108	1.944
9.95	36	358.2	0.058	2.088
10.0	62	620.0	0.008	0.496
10.05	56	562.8	0.042	2.352
10.1	20	202	0.092	1.84
10.2	5	51	0.192	0.96
المجموع	$\sum f = 200$	$\sum fx = 2001.6$		$\sum f\lvert x-\bar{x}\rvert = 10.304$

ومنه نجد المتوسط الحسابي:

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{2001.6}{200} = 10.008$$

والآن يجب حساب الانحراف المعياري بحساب قيم إضافية موضحة في الجدول التالي:

$f(x-\bar{x})^2$	$(x-\bar{x})^2$	$(x-\bar{x})$	fx	f	(x)
0.129792	0.043264	−0.208	29.4	3	9.8
0.209952	0.011664	0.108−	178.2	18	9.9
0.121104	0.003364	0.058−	358.2	36	9.95
0.003968	0.000064	0.008−	620.0	62	10.0
0.098784	0.001764	0.042	562.8	56	10.05
0.16928	0.008464	0.092	202	20	10.1
0.18432	0.036864	0.192	51	5	10.2
0.9172			2001.6	200	المجموع

ومن الجدول نجد:

$$\sum f = 200 \ , \ \sum f(x-\bar{x})^2 = 0.9172$$

ومنه الانحراف المعياري:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{\sum f}} = \sqrt{\frac{0.9172}{200}} = 0.067mm$$

وتعتبر هذه القيمة أكثر دقة من الانحراف الوسطي المحسوب في المثال 4−70 وهو 0.05 مم. كما نلاحظ أن هناك كثيراً من الحسابات الرياضية، لذلك لا بد من التأكد من إمكانية حسابها بشكل صحيح ومقارنتها بقيم الجدول.

اختبر فهمك 3-6

1- أوجد المتوسط الحسابي للأعداد التالية: 176.5 ، 98.6 ، 112.4 ، 189.8 ، 95.9 ، 88.8.

2- حدّد كلاً من المتوسط الحسابي والقيمة الوسطى والنمط لمجموعة الأعداد التالية: 9 ، 8 ، 7 ، 27 ، 16 ، 3 ، 1 ، 9 ، 4 ، 116

3- احسب طول لوح الخشب المطلوب لصناعة رفوف تتمتع بالمواصفات التالية:

الطول(cm)	35	36	37	38	39	40	41	42
التكرار	1	3	4	8	6	5	3	2

4- أحسب المتوسط الحسابي والانحراف الوسطي للبيانات المجدولة أدناه:

الطول (mm)	167	168	169	170	171
التكرار	2	7	20	8	3

5- أحسب قيمة الإنحراف المعياري انطلاقاً من القيمة الوسطى للأعداد الواردة في السؤال الثاني.

6- أجريت 50 تجربة على محركات الاحتراق الداخلي لتحديد النسبة المئوية للغازات المنبعثة المسببة للاحتباس الحراري، وسجلت النتائج في الجدول التالي:

النسبة المئوية لغازات الدفيئة	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7
التكرار	2	12	20	8	6	2

حدّد المتوسط الحسابي و الانحراف المعياري لنسبة الغازات.

3-4 حسابات التفاضل والتكامل Calculus

3-4-1 مقدمة Introduction

غالباً ما يكون العمل في حساب التفاضل والتكامل أمراً يحتوي على صعوبات، ولكن نظراً إلى أهميته لا بد من تعريفه أولاً.

ما هو هذا الحساب، وما هي توابعه؟

لنفرض أنك تقود سيارة أو دراجة بدءاً من السكون حتى مسافة ولتكن 1km. إذا استغرقت هذه الرحلة 25s، يكون متوسط السرعة خلال المسافة المقيسة بحسب القانون: السرعة=المسافة/الزمن. باستخدام الواحدات المناسبة، تكون السرعة الوسطية 1000m/25s أو 40m/s. ولكن لو أردنا معرفة التسارع مثلاً بعد قطع مسافة 500 م، يلزمنا معرفة التغير في السرعة عند تلك النقطة، وهو بالتعريف معدل التغير في السرعة. يمكن استخدام حساب التفاضل والتكامل في إيجاد التسارع.

يقسم حساب التفاضل والتكامل إلى قسمين أساسيين الحساب التفاضلي والحساب التكاملي.

الحساب التفاضلي (differential calculus): وهو جزء من الرياضيات، يحسب التغير تبعاً لمتحول ما كالزمن مثلاً. وخاصة عندما يكون التغير مستمراً على طول زمن الحساب. نهتم في الدراسة الهندسية بدراسة الحركة مثل حركة السيارات مع الزمن، وكذلك تغيرات كل من الضغط ودرجة الحرارة والكثافة خلال الزمن أو تغير المقادير الكهربائية خلال الزمن مثل الشحن الكهربائي أو التيار المتناوب أو الاستطاعة الكهربائية وما إلى ذلك. كل ذلك يمكن إيجاده بالحساب التفاضلي.

يقوم **الحساب التكاملي (integral calculus):** بوظيفتين أساسيتين وهما حساب بعض المقادير مثل (طول قوس من دائرة أو حساب سطح ما أو حجم ما) وإيجاد التكامل وهو العملية الرياضية المعاكسة للتفاضل (antidiffirentiation) مثل حساب معدل التغير في سرعة الدراجة بالنسبة إلى الزمن، أي السرعة

اللحظية، ثم نستخدم حساب التكامل (العملية العكسية) لإيجاد المسافة المقطوعة انطلاقاً من السرعة اللحظية. إذن:

يعرف **التفاضل (differentiation)** بأنه العملية الرياضية المستخدمة في الحساب التفاضلي، كما يعرف **التكامل (integration)** بأنه العملية الرياضية المستخدمة في الحساب التكاملي.

قبل أن نتمكن من تطبيق هذه الحسابات على المسائل ذات المعنى الهندسي، نحن بحاجة أولاً إلى فهم الرموز والأفكار التي تندرج تحت هذه التطبيقات. وبالتالي عند هذا المستوى، سنمضي القسم الأكبر من وقتنا في البحث في القواعد الأساسية لحسابات التفاضل والتكامل، التي نستطيع من خلالها مفاضلة ومكاملة عدد محدود جداً من التوابع الرياضية. يمكن بمتابعة الدراسة في الرياضيات المتقدمة، الحصول على معرفة كافية لإجراء حسابات التفاضل والتكامل للمسائل الهندسية الحقيقية.

سوف نبدأ دراستنا ببعض المصطلحات والرموز التمهيدية، التي سنحتاجها إلى إجراء هذه الحسابات

نقطة مفتاحية
يهتم الحساب التفاضلي بمعدل التغير.

نقطة مفتاحية
الحساب التكاملي معاكس للتفاضل، ويهتم بإيجاد المجاميع.

التوابع (الدوال) Functions

عند دراسة أي موضوع جديد، علينا تقديم مجموعة من المسميات والتعاريف الجديدة، ولسوء الحظ، فإن حسابات التفاضل والتكامل ليست استثناءً. لقد مررنا على الكثير من التوابع خلال دراستنا للرياضيات، وقد حان الوقت لمناقشة مفهوم التابع بشيء من التفصيل قبل دراسة تفاضل وتكامل هذه التوابع.

التابع هو علاقة عنصر – عنصر أو علاقة مجموعة – عنصر. وكمثال على علاقة (تابع) عنصر – عنصر ندرج علاقة السيارة برقم لوحة الرخصة، حيث لكل سيارة رقم رخصة مختلف عن أرقام السيارات الأخريات، وبالتالي الرقم وحيد. وبالتالي لوحة الرخصة هي تابع للسيارة.

هناك الكثير من الناس لهم نفس درجة الذكاء (IQ) 120، وهذا مثال على تابع أو علاقة مجموعة –عنصر، أي إن الكثير من الناس مرتبطون بدرجة الذكاء 120.

لكن ماذا عن التوابع الرياضية؟

نقطة مفتاحية
التابع هو علاقة بين عنصر إلى عنصر أو مجموعة إلى عنصر.

لنأخذ التابع التالي $y = x^2 + x - 6$ وهو تابع رياضي، لأنه مقابل كل قيمة مستقلة للمتغير x هناك قيمة مقابلة للمتغير التابع y، ولذلك نقول إن y تابع لـــ x. مثلاً عندما $x = 2$ نجد $y = (2)^2 + (2) - 6 = 0$. عند التعامل مع التوابع الرياضية، يتم غالباً تمثيل تلك التوابع باستخدام $f(x)$ كمتغير تابع بدلاً من y ، أي $f(x) = x^2 + x - 6$ حيث يمثل الحرف بين القوسين المتغير المستقل. مثلاً التابع $f(t) = t^2 + t - 6$ هو التابع f بالنسبة إلى المتحول المستقل t، والذي يمكن أن يمثل الزمن. وإذا أردنا إسناد أي قيمة للمتحول المستقل، يتم وضع هذه القيمة بين القوسين، ومن ثم يتم إيجاد قيمة التعبير عند القيمة المختارة. أي إذا كانت $t = \pm 3$ نكتب العبارة كالتالي:

$f(3) = (3)^2 + (3) - 6 = 6$ ، وبشكل مشابه $f(-3) = (-3)^2 + (-3) - 6 = 0$.

وبنفس الطريقة يمكن تعويض أية قيمة للمتحول المستقل.

مثال 3−35

تعطى المسافة بالأمتار التي تقطعها سيارة بالعلاقة: $f(t)=\frac{t^2+t}{2}+50$ ،

أوجد المسافة المقطوعة عند الأزمان التالية $t=0,\ \ t=2.4,\ \ t=5.35s$.

يربط التابع السابق المسافة $f(t)$ بالزمن t المقدر بالثواني، لذلك لإيجاد المتغير التابع $f(t)$ نعوض قيم متغير الزمن t في التابع.

عندما $t=0$

$$f(0)=\frac{(0)^2+(0)}{2}+50=50\text{m}$$

وعندما $t=2.4s$

$$f(2.4)=\frac{(2.4)^2+2.4}{2}+50=54.08\text{m}$$

وعندما $t=5.35s$

$$f(5.35)=\frac{(5.35)^2+5.35}{2}+50=66.99\text{m}$$

ويمكن تعميق الفكرة بالتعبير عن كيفية تتغير المسافة مع الزمن بالتابع:

$$f(t)=\frac{t^2+t}{2}+50 \ .$$

وسنظهر بيانياً كيف يتغير التابع التربيعي للمسافة $f(t)$ مع الزمن t بين $t=0$ و $t=10s$

مثال 3−36

1− ارسم الخط البياني للتابع $f(t)=\frac{t^2+t}{2}+50$ ، الذي يربط المسافة مقدرة بالمتر مع الزمن المقدر بالثانية، ما بين $t=0\text{s}$ و $t=10\text{s}$ بفاصل زمني مقداره 1.0s.

2− من الخط البياني أوجد:

(أ) المسافة عند $t=6.5\text{s}$.

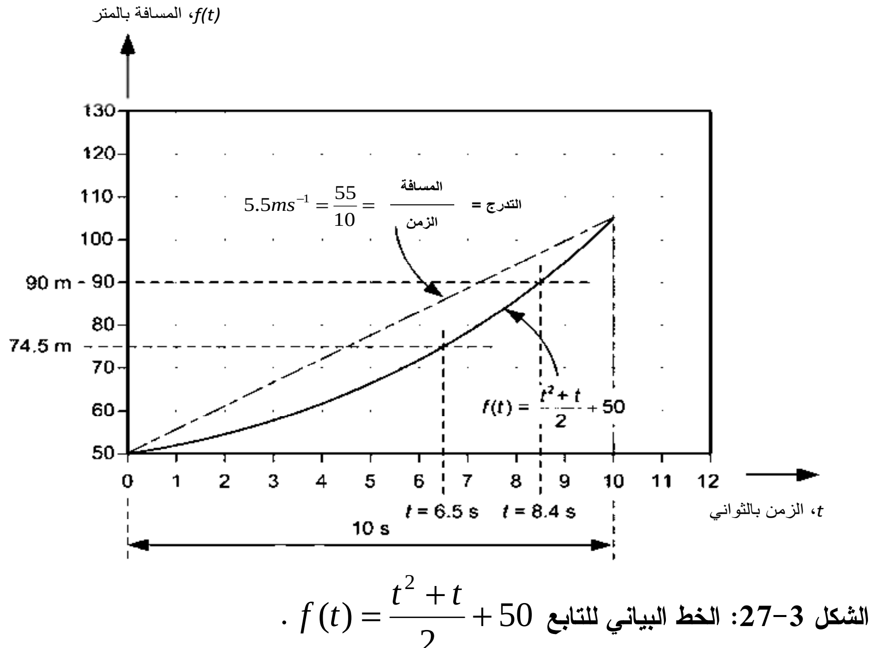
(ب) الزمن اللازم لبلوغ مسافة 90m.

3− إلى ماذا يشير ميل المنحني؟

1− قمنا برسم توابع تربيعية عند دراستنا للجبر. وسنضع الآن جدولاً بالقيم بشكل عمودي، ومن ثم نرسم المنحني.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
$+t$	0	2	6	12	20	35	42	56	72	90	110
$\div 2$	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
$+50$	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
$f(t)$	50	51	53	56	60	65	71	78	86	95	105

2− المنحني هو قطع مكافئ (معادلة تربيعية) كما يظهر في الشكل (3−27). ومن الشكل نجد أن المسافة عند $t=6.5s$ هي تقريباً $y=74.5m$ ، والزمن المستغرق للوصول إلى مسافة 74.5m هو تقريباً 8.4 s.



الشكل 3–27: الخط البياني للتابع $f(t) = \dfrac{t^2 + t}{2} + 50$.

3– بسبب كون الخط البياني منحني الشكل، يتغير تدرج أو ميل المخطط، لكن يمكن إيجاد التدرج التقريبي باستخدام خط مستقيم يصل بين النقطتين (0، 50) و(10،105) ونحسب عندئذ التدرج كالتالي:

$$\text{التدرج} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$$

$$= \frac{55}{10} = 5.5ms^{-1}$$

والذي هو السرعة نفسها. عملياً هي السرعة الوسطية خلال 10s.

3–4–2 الحساب التفاضلي The differential calculus

تدرج منحني والتفاضل البياني

Gradient of a curve and graphical differentiation

لنفترض أننا نريد إيجاد سرعة السيارة المذكورة في المثال 3–36، خلال فترة زمنية صغيرة، ولتكن بين 1 و9 ثوانٍ، نعلم أن السرعة هي ميل أو تدرج

slope or gradient المنحني بين هاتين النقطتين، الشكل (3−28)، وباستمرار الحساب للنقاط بين 3 و8 ثوانٍ، وكذلك بين 3 و 4 ثوانٍ، سنجد قيمة التدرج أو الميل هي على التوالي 5.5m/s و 6.2m/s و 5m/s. يمكن الاستمرار بهذه الطريقة بتقليص المجال أكثر فأكثر، سنحصل عندئذ على التدرج أو الميل في نقطة من المنحني. وبكلمات أخرى سنحصل على التدرج عند لحظة من الزمن. وانطلاقاً من أن المماس يمس المنحني في نقطة التماس، نقول إن إيجاد تدرج (ميل) المنحني في نقطة منه هو مكافئ لإيجاد تدرج ظل (tangent) المماس للمنحني في نفس النقطة. يظهر ذلك في الشكل (3−29).

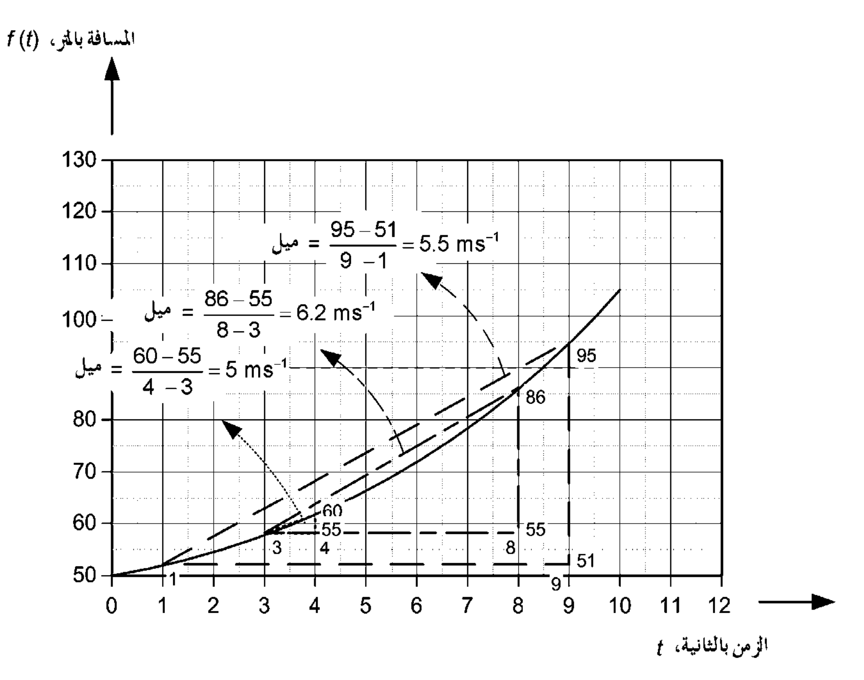
وفي مثالنا 3−28 نجد أن التدرج حقيقة هو نفسه السرعة، ولذلك نقول إن تدرج المماس في أي نقطة هو السرعة اللحظية instantaneous للمتحرك عند تلك النقطة.

إيجاد التدرج في نقطة (الظل) هو أمر طويل وصعب نسبياً، لذلك نلجأ إلى الحساب التفاضلي لإيجاد تفاضل التابع.

لنعد إلى مثالنا لحساب السرعة، بإيجاد الميل عند نقطة ما (أي ميل المماس عند تلك النقطة)، يكون لدينا بالفعل التفاضل البياني للتابع، أو إيجاد الصيغة التي تتغير فيها المسافة $f(x)$ في أي لحظة أي عبارة السرعة اللحظية.

تبدو العملية معقدة قليلاً، ولكن بتطبيق بعض القواعد الخاصة نكون قادرين على إنجاز العملية التفاضلية، ومن ثم نوجد كيفية تغير التوابع عند أي لحظة زمنية. ولكن قبل عمل ذلك، هناك بعض الأشياء تجب معرفتها.

نقطة مفتاحية
للحصول على تدرج مماس في نقطة ما من تابع ما نُفاضل التابع.



الشكل 3–28: تحديد تدرج (ميل) المماس في نقطة ما من منحني.

نقطة مفتاحية
إيجاد ميل منحني ما في نقطة منه هو تفاضل بياني.

مثال 3–37

1– ارسم منحني التابع $f(x)=x^2$ لقيم x في المجال $x=3, x=-3$

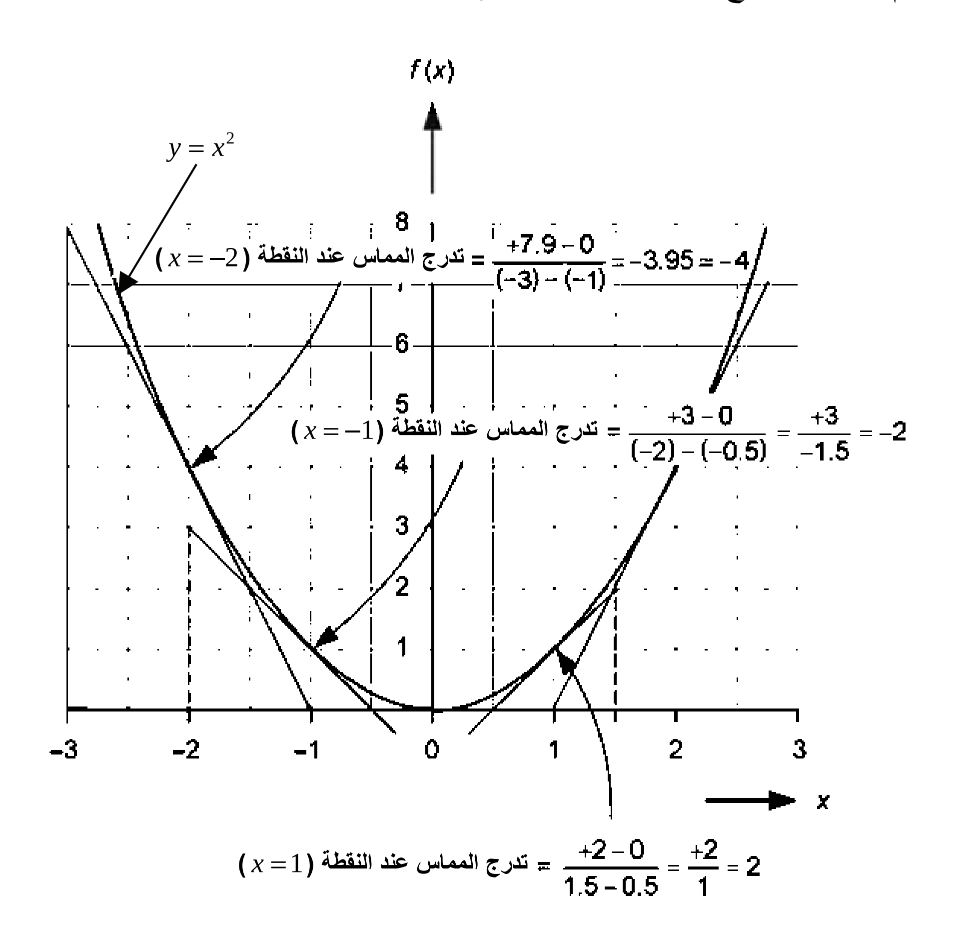
2– أوجد ميل المماسات عند $x=-1$ ، $x=1$ ، $x=-2$ وعلّق على النتائج.

1– يبين الشكل (3–29) المنحني البياني للتابع $f(x)=x^2$ ونستطيع أن نقول إن التابع متناظر بالنسبة إلى المحور $y=0$ وهو جزء من قطع مكافئ.

2– من المنحني نجد أن تدرج المماس عند النقاط -1, 1, -2 هو على التوالي -2, 2, -4. يبدو في هذا الشكل أنه عند النقطة $x=-1$ تكون قيمة التدرج الموافقة تساوي -2 . لذلك يكون التدرج أكبر بمرتين من قيمة

المتغير المستقل x وهذا صحيح أيضاً من أجل $x = 1$ و $x = -2$ حيث التدرج ضعف قيمة x ، وهذا بالطبع ليس مصادفة.

وجدنا في الحالات الثلاث بالنسبة إلى التابع $f(x) = x^2$ وعند ثلاث نقاط مختلفة أن تدرج (ميل) المماس يساوي إلى ضعف قيمة المتغير المستقل، وبشكل عام نقول إن تدرج المماس $f'(x) = 2x$.



الشكل 3−29: إيجاد تدرج المنحني عند نقطة ما، بالنسبة إلى الخط البياني $y = x^2$.

تعرف عملية إيجاد تدرج المماس عند نقطة بالتفاضل البياني. وما تم فعله هو عملية إيجاد معامل التفاضل للتابع $f(x) = x^2$. بتعبير آخر أوجدنا التعبير الجبري لكيفية تغير التابع كلما ازدادت أو نقصت قيمة المتغير المستقل.

في الترميز الوظيفي، تعطى عملية إيجاد معامل التفاضل للتابع $f(x)$ أو إيجاد ميل المماس في نقطة أو إيجاد التابع المشتق رمزاً واحداً وهو $f'(x)$ ويقرأ (f فتحة "f prime").

ويمكن أن نعمم ذلك في إيجاد التابع المشتق. لندرس مرة أخرى جزءاً من التابع $y = x^2$، الشكل (3−30)، نفترض أن النقطة A ذات الإحداثي x تنتمي للمنحني، وأيضاً النقطة B ذات الإحداثي $(x+h)$.عندها يكون الإحداثي y للنقطة A يساوي x^2 وللنقطة B : $(x+h)^2$

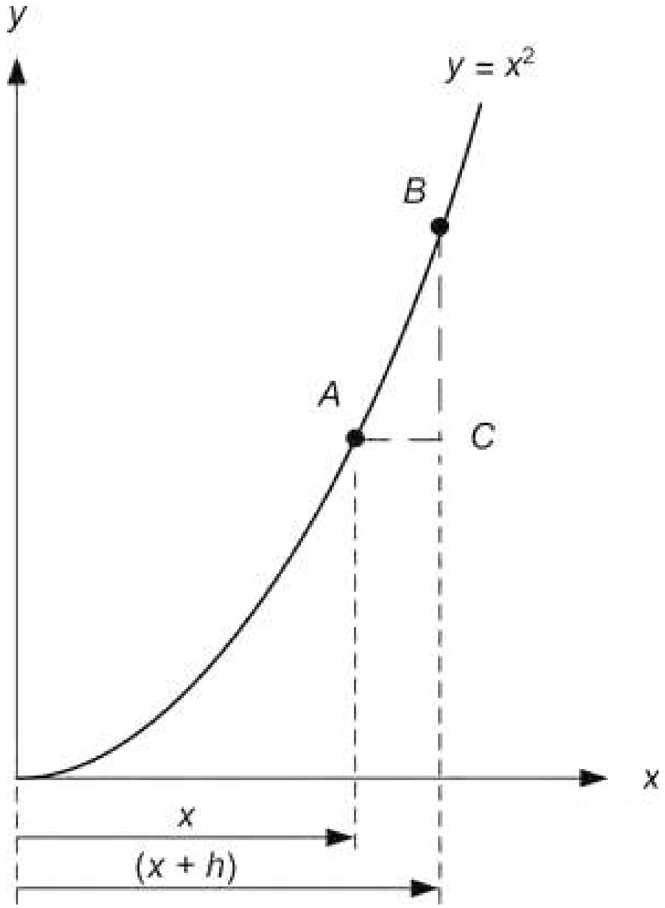
وبالتعويض نجد:

$$BC = (x+h)^2 - x^2 = 2hx + h^2$$
$$AC = (x+h) - x = h$$

وبالتالي نجد أن قيمة التدرج:

$$AB = \frac{2hx + h^2}{h} = 2x + h$$

حيث h لا تساوي الصفر. وعندما تنتهي h إلى الصفر، نجد أن التدرج يسعى إلى $2x$. لذلك وجدنا بيانياً أن تدرج المماس يساوي $2x$ والتابع المشتق $2x$ أيضاً. وهناك طرق أخرى لتمثيل معامل التفاضل أو التابع المشتق.



الشكل 3−30: إيجاد تدرج منحني أو إيجاد تابع مشتق.

مثال 3−38

أوجد التابع المشتق (تدرج المنحني) للتابع: $y = 2x^2 - 2x - 6$ عند النقطة (x, y). وبنفس الطريقة عند نقطة أخرى ولتكن $(x+h,\ y+k)$. ثم أوجد ميل الخط الواصل بين هاتين النقطتين، ثم اجعل النقطتين تقتربان لتصبحا نقطة واحدة، وبالتالي أوجد ميل المنحني، بتعبير آخر أوجد مشتق التابع.

بتعويض كل من النقطتين في التابع نجد:

$$y + k = 2(x+h)^2 - 2(x+h) - 6 \quad (1)$$

$$y = 2x^2 - 2x - 6 \quad (2)$$

بتوسيع المعادلة (1) وبالتبسيط باستخدام الجبر نجد:

$$y+k=2(x^2+hx+hx+h^2)-2x-2h-6$$
$$y+k=2(x^2+2hx+h^2)-2x-2h-6$$
$$y+k=2x^2+4hx+2h^2-2x-2h-6$$

أو $y+k=2x^2-2x-6+2hx+2h^2-2h \quad (1a)$

وبطرح المعادلة (2) من المعادلة (1a) نجد:

$$k=4hx+2h^2-2h$$

وبالقسمة على h نجد أن تدرج الوتر $\frac{k}{h}=4x+2h-2$ ، وعندما تتناهى h إلى الصفر، تسعى النسبة $\frac{k}{h}$ على $(4x-2)$. وهكذا فإن $(4x-2)$ هي التابع المشتق للتابع $y=2x^2-2x-6$ ، والذي هو أيضاً تدرج التابع عند النقطة (x,y). مثلاً عند النقطة $(3,-3)$ تكون قيمة التدرج $10=[4(3)-2]$.

من المفيد أن تعلم أننا لن نكرر هذه الطرقة المعقدة في إيجاد التابع المشتق (المماس عند نقطة الميل). سنرى لاحقاً أنه يمكن إيجاد جميع التوابع المشتقة للتعابير الجبرية البسيطة (كثيرات حدود) باستخدام قواعد سهلة. ولكن قبل ذلك يجب الاطلاع على الطرق المختلفة للتعبير عن التابع المشتق.

ترميز المشتقات **Notation for the derivative**

هناك طرق عدة لإيجاد معامل التفاضل (differential coefficient) أو التابع المشتق (derived function) وسنورد بعض الطرق الشائعة لتوصيف التابع المشتق الموجودة في بعض الكتب والمراجع الخاصة بالحساب التفاضلي.

المقصود من كل التعابير التالية هو إيجاد التابع المشتق، وهي:

- أوجد التابع المشتق ....
- أوجد المشتق....

- أوجد المعامل التفاضلي....
- فاضل ...
- أوجد معدل التغير لـــ....
- أوجد المماس للتابع ....
- أوجد تدرج التابع في نقطة ... ألخ....

وعادة ما يسبب هذا الاختلاف في المصطلح بعض الارتباك للمبتدئين في دراسة التفاضل، ولكن يبقى رمز التفاضل (symbol) المستخدم في عملية التفاضل (إيجاد التابع المشتق) هو الخيار الصحيح.

وتبعاً لذلك نقول إن إيجاد المشتق الأول (first derivative) هو عملية تفاضل للتابع $f(x)$ ويرمز له بـــ $f'(x)$ ، ولو أجرينا التفاضل مرة ثانية على التابع المشتق الأول نحصل عندها على المشتق الثاني للتابع ونرمز له بـــ $f''(x)$ وهكذا.

وسنعتمد هذه المصطلحات لشرح فكرة التابع الرياضي، وكذلك سنعتمد تعبير ترميز ليبنتز (Leibniz notation) من هنا إلى آخر الفصل.

في ترميز ليبتنز، يمثل التابع الرياضي اصطلاحياً بالشكل $y(x)$ ويمثل تابعه المشتق أو معامله التفاضلي بالشكل $\frac{dy}{dx}$. يمكن أن يفهم من تعبير التابع المشتق هذا أننا نريد إيجاد معادلة ميل مماس المنحني، حيث نأخذ مقداراً أصغر وأصغر من Δx ، وليكن (dx)، ونقسم عليه المقدار الموافق له من Δy، وليكن (dy). لإيجاد ميل مماس المنحني عند نقطة ما (x و y) من تابعه $y(x)$ يكفي تعويض قيمة x في تابعه المشتق (dy) حتى نحصل على الميل المطلوب.

وهكذا يمثل العامل التفاضلي للتابع $y = x^2$ حسب ترميز ليبنتز بالعلاقة $\frac{dy}{dx}$ كما رأينا ذلك سابقاً. أما المشتق الثاني في ترميز ليبنتز فيمثل بالشكل $\frac{d^2y}{dx^2}$، وكذلك المشتق الثالث $\frac{d^3y}{dx^3}$ وهكذا.

وهنا تظهر مشكلة أخرى مع هذه الرموز وهي أن هذه الرموز تختلف باختلاف المتغير المستخدم. مثلاً إذا كان التابع الرياضي هو $s(t)$ فإنه وحسب ترميز ليبنتز يكون المشتق الأول $\frac{ds}{dt}$ كما أننا لو نفاضل المتغير s بالنسبة إلى t. وبالطريقة نفسها بالنسبة إلى $\frac{dy}{dx}$ حيث نفاضل المتغير y بالنسبة إلى x. وعموماً $\frac{dy}{dx}$، $\frac{ds}{dt}$، $\frac{du}{dv}$ تمثل المشتق الأول للتوابع y و s و u بالترتيب.

النوع الأخير في الرموز والذي يستخدم غالباً في الميكانيك هو النقطة.

حيث تعني كل من $\dot{v}$ و $\ddot{s}$ ...إلخ، أن التابع مفاضل مرة $(\dot{v})$ أو مرتين $(\ddot{s})$ وهكذا. لن يستخدم هذا الترميز في هذا الكتاب، لكن ربما نجده في دراسات أخرى.

وهكذا، بعد كل ما تقدم من نظريات معقدة نوعاً ما، رأينا أن نستخدم قاعدة أو اثنتين لإنجاز العملية التفاضلية التي تصبح بسيطة تماماً إذا ما تفهمناها بشكل جيد.

نقطة مفتاحية
تعني $\frac{dy}{dx}$ في ترميز ليبنتز أننا نوجد المشتق الأول للتابع y بالنسبة إلى x.

نقطة مفتاحية
ترميز التابعين $f'(x)$ و $f''(x)$ يعني المشتق الأول والمشتق الثاني للتابع f على التتالي.

التفاضل Differentiation

كما علمنا حتى الآن أن كلمة يفاضل هي إحدى الطرق الكثيرة للقول بأننا نرغب بإيجاد التابع المشتق. نعود إلى التابع البسيط $y = x^2$. عندما فاضلنا هذا

التابع، وجدنا أن التابع المشتق كان $\frac{dy}{dx}=2x$. وبشكل مماثل عند إنجاز عملية التفاضل على التابع $y=2x^2-2x-6$ نحصل على $\frac{dy}{dx}=4x-2$.

لو رغبنا بزيادة تعقيد العملية، واستخدمنا توابع أخرى مثل $y=3x^2$ و $y=x^3$ و $y=x^3-3x^2-2$ لحصلنا على $\frac{dy}{dx}=6x$ و $\frac{dy}{dx}=3x^2$ و $\frac{dy}{dx}=3x^2+6x$ على التتالي.

لنتساءل، هل يمكننا إيجاد طريقة للوصول إلى هذه النتائج.

فيما يلي بعض نماذج اشتقاقية تم تجميعها بشكل مناسب. (هل تستطيع إيجاد أسلوب الاشتقاق؟)

$$y=x^2 \qquad \frac{dy}{dx}=2x$$

$$y=3x^2 \qquad \frac{dy}{dx}=6x$$

$$y=2x^2-2x-6 \qquad \frac{dy}{dx}=4x-2$$

$$y=x^3 \qquad \frac{dy}{dx}=3x^2$$

$$y=x^3-3x^2-2 \qquad \frac{dy}{dx}=3x^2+6x$$

مما تقدم نلاحظ أن كل تابع من التوابع أعلاه يتألف من حد أسي واحد أو أكثر، وعند اشتقاق تابع الحد الأسي الوحيد نضرب أمثال المتغير. مما سبق نجد أننا نضرب بأس (قوة) المتغير، ثم نطرح واحداً (1) من أس المتغير. مثلاً بالنسبة

إلى التابع $y = 3x^2$، الأس هو 2 و $2\times3 = 6$. والأس الأصلي للمتغير هو 2 وبطرح واحد (1) من الأس الأصلي يصبح $x^{(2-1)} = x^{(1)} = x$ لذلك نحصل أخيراً على: $\frac{dy}{dx} = 6x$

تطبق هذه الطريقة على أي مجهول مرفوع إلى قوة. يمكننا كتابة هذه القاعدة بالشكل العام:

$$y = x^n \Rightarrow \frac{dy}{dx} = n\,x^{n-1} \quad y = ax^n \Rightarrow \frac{dy}{dx} = na\,x^{n-1}$$ هنا a عدد ثابت

أو بتعبير آخر، لإيجاد المعامل التفاضلي للتابع $y = ax^n$ $y = x^n$ نضرب أولاً الحد المتغير المجهول بالأس، ومن ثم نطرح واحداً (1) من الأس للحصول على الأس الجديد.

لكن، ومع هذا الشرح سيكون من المفيد التعبير عن هذه القاعدة باستخدام الصيغة.

عند اشتقاق متعددات الحدود، استخدمنا، بالإضافة إلى القاعدة أعلاه، قاعدة أخرى تنص على أن مشتق متعدد الحدود يساوي المجموع الجبري لمشتقات حدوده.

إذا كان التابع المدروس يملك أكثر من حد، مثلاً $y = x^3 + 3x^2 - 2x$، فإننا وببساطة نطبق القاعدة بالتعاقب على كل حد.

ربما تتساءل لماذا اختفت مشتقات حدود التوابع السابقة الثابتة اختفى الثابت (العدد) من التوابع السابقة.

إذا تذكرنا كيفية انجاز العملية التفاضلية بيانياً، وذلك بإيجاد الميل عند نقطة ما على التابع، وبالتالي من أجل تابع ثابت $y = -6$ يكون الخط البياني عبارة عن خط أفقي مستقيم يقطع المحور y في النقطة -6، لذلك يكون ميل المستقيم صفراً، وهذا يعني أن التابع المشتق يساوي الصفر. وهذا صحيح من أجل أي حد ثابت مهما كانت قيمته.

مثال 3−39

فاضل التوابع التالية بالنسبة إلى المتغيرات:

1− $y = 3x^3 - 6x^2 - 3x + 8$

2− $y = \frac{3}{x} - x^3 + 6x^{-3}$

3− $s = 3t^3 - \frac{16}{t^2} + 6t^{-1}$

1− يمكن أن نطبق على هذا المثال القاعدة $\frac{dy}{dx} = n\,x^{n-1}$ $\frac{dy}{dx} = n\,ax^{n-1}$

وذلك على كل حد على التتالي.

وهكذا نجد:

$$\frac{dy}{dx} = (3)(3)x^{3-1} - (2)(6)x^{2-1} - (1)(3)x^{1-1} + 0$$

ونتذكر أن قيمة أي عدد مرفوع إلى القوة صفر تساوي الواحد، أي $x^0 = 1$ نجد:

$$\frac{dy}{dx} = 9x^{3-1} - 12x^{2-1} - 3x^{1-1} + 0$$

$$\frac{dy}{dx} = 9x^2 - 12x^1 - 3x^0$$

$$\frac{dy}{dx} = 9x^2 - 12x - 3$$

2− نحن بحاجة في هذا المثال إلى عملية تبسيط قبل استخدام القاعدة. تتعلق عملية التبسيط هذه بإزالة الكسور. تذكّر أن $x = x^1$ ومن قوانين الأسس تذكر أنه عند نقل رقم بالشكل الأسي فوق خط الكسر نغيّر إشارة الأس، وبالتالي تصبح:

$$y = \frac{3}{x} - x^3 + 6x^{-3}$$

$$y = \frac{3}{x^1} - x^3 + 6x^{-3}$$

$$y = 3x^{-1} - x^3 + 6x^{-3}$$

وبتطبيق القاعدة نجد:

$$\frac{dy}{dx} = (-1)(3)x^{1-1} - (3)x^{3-1} + (-3)(6)x^{-3-1}$$

$$\frac{dy}{dx} = -3x^2 - 3x^2 - 18x^{-4}$$

لاحظ كيف تعاملنا مع الأسس السالبة. فالقاعدة تستخدم أيضاً عند وجود أسس كسرية.

3- الفرق الوحيد في هذا المثال هو الارتباط بمتغير مختلف. وبالتالي يكون السؤال عن تفاضل التابع s بالنسبة إلى المتغير t.

لذلك باتباع الإجراءات السابقة مع التبسيط أولاً نجد:

$s = 3t^3 - 16t^{-2} + 6t^{-1}$ ،

ومن ثم نفاضل:

$$\frac{ds}{dt} = (3)(3)t^{3-1} - (-2)(16)t^{-2-1} + (-1)(6)t^{-1-1}$$

$$\frac{ds}{dt} = 9t^2 + 32t^{-3} - 6t^{-2}$$

نقطة مفتاحية
لإيجاد المشتق الأول للتابع من نوع $y = ax^n$ ، نستخدم القاعدة: $\frac{dy}{dx} = n\,a\,x^{n-1}$.

المشتق الثاني Second derivative

أوجدنا في الأمثلة السابقة، وفي كل الحالات المشتق الأول. وإذا رغبنا في إيجاد المشتق الثاني للتابع فكل ما نحتاجه هو إعادة التفاضل من جديد، ولكن على

المشتق الأول. لذلك وفي المثال 3−39، السؤال الأول من أجل التابع $y = 3x^3 - 6x^2 - 3x + 8$ نجد:

$$\frac{dy}{dx} = 9x^2 - 12x - 3$$

وبتفاضل هذا التابع مرة أخرى، نجد:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = (2)(9)x^{2-1} + (1)(-12)x^{1-1}$$
$$= 18x - 12x^0 = 18x - 12$$

لاحظ في المثال السابق مصطلح ليبنتز للتفاضل الثاني،

بشكل مماثل بالنسبة إلى التابع $s = 3t^3 - 16t^{-2} + 6t^{-1}$

$$\frac{ds}{dt} = 9t^2 + 32t^{-3} - 6t^{-2}$$

وبمفاضلة هذا التابع مرة ثانية نجد:

$$\frac{d^2s}{dt^2} = (2)(9)t^{2-1} + (-3)(32)t^{-3-1} + (-6)(-2)t^{-2-1}$$
$$= 18t - 96t^{-4} + 12t^{-3}$$

لاحظ أيضاً في هذا المثال الحرص الشديد على الإشارات.

نقطة مفتاحية
$\frac{d^2y}{dx^2}, f'', \ddot{s}$ كلها طرق للتعبير عن المشتق الثاني.

معدل التغير Rate of change

تطبيق آخر من حسابات التفاضل هو إيجاد معدلات التغير اللحظية. يتعلق المثال المعطى في بداية هذا المقطع بقدرتنا على إيجاد كيفية تغير سرعة محرك المركبة عند نقطة معينة مع الزمن. من أجل إيجاد معدل تغير أي تابع، نشتق

التابع (نوجد تدرجه) عند نقطة معينة. مثلاً، لدينا $y = 4x^2$ ، لنوجد معدل التغير عند النقطتين $x = 2$ و $x = -4$. كل ما نحتاجه هو أن نشتق التابع، ومن ثم نعوض في النقاط المحددة.

وهكذا $\frac{dy}{dx} = (2)(4)x = 8x$

عندما $x = 2$ نجد $\frac{dy}{dx} = (8)(2) = 16$ ، وهكذا فإن ميل التابع عند $x = 2$ يساوي 16، وهذا يعطينا فكرة عن كيفية تغير التابع عند هذه النقطة.

بشكل مشابه عندما $x = -4$ ، نجد $\frac{dy}{dx} = 8x = 8(-4) = -32$ ، في هذه الحالة تشير الإشارة السالبة إلى ميل سالب، وهكذا يتغير التابع إلى حالة معاكسة بالمقارنة لما كان عليه عندما $x = 2$.

مثال 3−40

المسافة المقطوعة (s) من قبل صاروخ تعطى بالعلاقة $s = 4.905t^2 + 10t$.

حدد معدل تغير المسافة بالنسبة إلى الوقت (سرعته) بعد مضي (1) 4s و (2) 12s.

هذه مسألة معدل تغير بسيطة مخفية ضمن سؤال كبير.

من أجل إيجاد معدل التغير للمسافة بالنسبة إلى الزمن، نحتاج إلى إيجاد معامل اشتقاق التابع. وهكذا بتطبيق القاعدة:

$$\frac{ds}{dt} = (2)(4.905)t^{2-1} + 10t^{1-1} = 9.81t + 10$$

بالتعويض بالأزمان المختارة:

عندما $t = 4$ $\qquad \frac{ds}{dt} = (9.81)(4) + 10 = 49.24$

عندما $t = 12$ $\qquad \frac{ds}{dt} = (9.81)(12) + 10 = 127.72$

وبما أن $\frac{ds}{dt} = v$ (السرعة)، فالنتائج السابقة تدل على أنه بعد 4s وصل الصاروخ إلى سرعة $49.24ms^{-1}$، وبعد 12s أصبحت سرعة الصاروخ $127.72ms^{-1}$. وهكذا، تمكننا حسابات التفاضل من إيجاد المعدل اللحظي للتغير للاستخدام العملي والتطبيقي!

نقطة مفتاحية
معدل تغير المسافة بالنسبة إلى الزمن هو السرعة.

نقاط الانعطاف Turning point

التطبيق الآخر لحسابات التفاضل هو إيجاد نقاط الانعطاف للتابع. لقد مر معنا استخدام التفاضل من إيجاد معدلات التغير، ونقاط الانعطاف تخبرنا متى تصبح معدلات التغير هذه ذات قيمة صغرى أو قيمة عظمى.

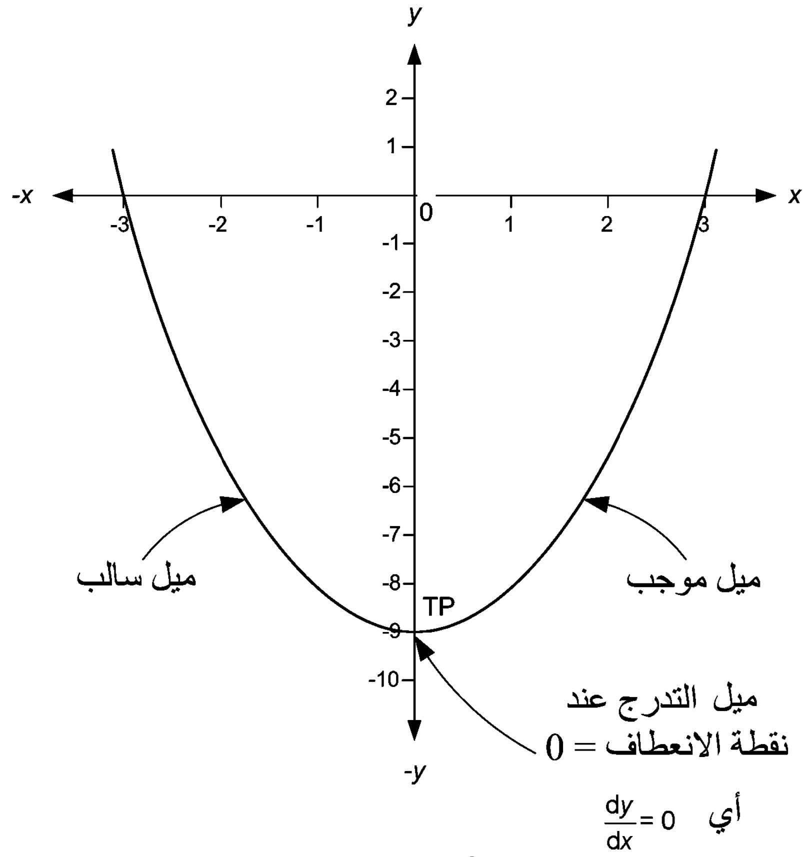
لننظر إلى الشكل (3−31) الذي يظهر رسماً بيانياً للتابع $y = x^2 - 9$.

إذا درسنا ميل التابع وهو يقترب من نقطة الانعطاف من اليسار لوجدناه سالباً. بينما يكون ميل المنحني موجباً كلما ابتعدنا من جهة اليمين عن نقطة الانعطاف.

عند نقطة ما، نقطة الانعطاف، يتحول الميل من قيمة سالبة إلى قيمة موجبة، بمعنى آخر، عند نقطة الانعطاف يصبح الميل (التدرج) مساوياً للصفر.

نعلم أن تدرج التابع $y = x^2 - 9$ يشتق من خلال تفاضل التابع، لذلك عندما $\frac{dy}{dx} = 0$ للتابع $y = x^2 - 9$، نحصل على نقطة الانعطاف. لأنه عند تلك النقطة يكون ميل التابع هو الخط المستقيم الأفقي وميله يساوي الصفر.

بتطبيق القاعدة $\frac{dy}{dx} = 2x$، وبالنسبة إلى نقطة الانعطاف $\frac{dy}{dx} = 2x = 0$، وهذا يعني $x = 0$.



الشكل 3−31: رسم بياني للتابع $y = x^2 - 9$ تظهر فيه نقطة الانعطاف.

والآن إذا كان $x = 0$ فإن $y = (0)^2 - 9 = -9$، وبالتالي ينعطف التابع عند نقطة $(0,-9)$ كما هو مبين في الشكل (3−31). يجب أن نلاحظ من الشكل أن نقطة الانعطاف للتابع لها قيمة صغرى. ليس من المطلوب الآن في هذه المرحلة إيجاد القيم العظمى والصغرى، لكن الأسلوب المستخدم في إيجاد نقاط الانعطاف هو مرحلة أولى في محاولة معرفة فيما إذا كانت تلك النقاط تشير إلى قيم عظمى أو صغرى من أجل توابع خاصة.

نقطة مفتاحية
التدرج عند نقطة الانعطاف يساوي الصفر دائماً، أي $\frac{dy}{dx} = 0$.

الطريقة 1

حدد معدل تغير تدرج تابع، بمعنى آخر، أوجد قيمة المشتق الثاني للتابع $\frac{d^2y}{dx^2}$ عند نقطة التحول. إذا كانت هذه القيمة موجبة فنقطة الانعطاف صغرى، أما إذا كانت سالبة فنقطة الانعطاف عظمى.

مثلاً في حالة التابع السابق $y = x^2 - 9$ ، المشتق الثاني هو $\frac{d^2y}{dx^2} = 2$ أي موجب بالتالي النقطة $(0,-9)$ هي نقطة انعطاف صغرى.

الطريقة 2

ادرس تدرج المنحني بالقرب من نقاط الانعطاف، أي بالقرب من كلا الجانبين. وهكذا بالنسبة إلى النقطة الصغرى يتحول التدرج من السالب إلى الموجب، وبالنسبة إلى النقطة العظمى يتحول التدرج من الموجب إلى السالب.

بشكل واضح، بالنسبة إلى التابع $y = x^2 - 9$ ، نقترب من نقطة الانعطاف من اليسار بميل سالب ويغادرها باتجاه اليمين بميل موجب، لذلك مرة أخرى، بالتالي النقطة $(0,-9)$ لها قيمة صغرى.

نقطة مفتاحية
تكون نقطة الانعطاف صغرى عندما يتحول التدرج من السالب إلى الموجب، كلما اقتربنا وابتعدنا عن نقطة الانعطاف. وتكون عظمى عندما يتحول التدرج من الموجب إلى السالب.

تفاضل التوابع البسيطة المثلثية والأسية

Differentiation of elementary trigonometric and exponential functions

ركزنا دراستنا حتى الآن على التوابع ذات الشكل:

$$ax^n \pm ax^{n-1} \pm ax^{n-2} \pm ..... \pm ax^2 \pm ax \pm a$$

يعرف هذا النوع من التوابع بكثيرة الحدود. لكن هناك غيرها من التوابع الرياضية التي مرت معنا. وهي تشمل التوابع المثلثية، مثل الجيب والتجيب. بالإضافة إلى التوابع الأسية e^x، وعكسها الرياضي اللوغاريتم النيبري $\ln x$.

يمكن الوصول إلى إيجاد المعامل التفاضلي لهذه التوابع عن طريق مفاضلتها بيانياً بالطريقة نفسها التي اتبعناها في إيجاد مشتق التابع $y = x^2$. إذا أردنا انجاز هذا العمل فسنكون قادرين على وضع نماذج وقواعد لاحقة، كما فعلنا بالنسبة إلى توابع كثيرة الحدود.

تم إدراج هذه القواعد (بدون برهان) بشكل مناسب في الجدول التالي.

جدول ببعض المشتقات القياسية

رقم القاعدة	y	$\frac{dy}{dx}$
.1	x^n	$n\,x^{n-1}$
.2	ax^n	nax^{n-1}
.3	$\sin ax$	$a \cos ax$
.4	$\cos ax$	$-a \sin ax$
.5	e^{ax}	ae^{ax}
.6	$\ln ax$	$\dfrac{\frac{dy}{dx}(ax)}{ax}$

يمكن أن نجد أن قاعدة أو اثنتين من القواعد السابقة تبدو قليلة التعقيد، لكن عملياً كلها قابلة للتطبيق. الطريقة الأسهل لشرح استخدام هذه القواعد هي من خلال الأمثلة التالية:

مثال 3−41

فاضل ما يلي بالنسبة إلى المتحول

(أ) $y = \sin 3x$

(ب) $u = \cos 2\theta$

(ج) $y = 5\sin 2\theta - 3\cos\theta$

(أ) يمكننا استخدام القاعدة 3 مباشرة في هذا المثال مع ملاحظة أن $a = 3$

$$\frac{dy}{dx} = a\cos ax = 3\cos 3x$$

(ب) نفس الطريقة مطلوبة لحل هذه المسألة، لكن مع ملاحظة أننا عندما نفاضل تابع التجيب نغير إشارته. وهنا نفاضل التابع u بالنسبة θ. وهكذا فالمعامل التفاضلي باستخدام القاعدة 4 يعطى بالشكل:

$$\frac{du}{d\theta} = -2\sin 2\theta$$

(ج) نحل هذه المسألة الأخيرة باستخدام القاعدة 3 لتفاضل الجيب، متبوعة بالقاعدة 4 لتفاضل التجيب. لاحظ أن العددين 5 و3− ليسا الثابت a المعطى في صيغ الجدول. وهكذا نضرب هذه الأعداد بـــ a عند انجاز عملية التفاضل.

$$\frac{dy}{d\theta} = (2)(5)\cos 2\theta - (3)(-1)\sin\theta$$
$$= 10\cos 2\theta + 3\sin\theta$$

لاحظ تأثير تغير الإشارة عند مفاضلة تابع التجيب.

نقطة مفتاحية
إشارة مشتق تابع الجيب التمام دوماً سالبة.

مثال 3−42

1− أوجد المعاملات التفاضلية للتابع التالي: $y = \mathrm{e}^{-2x}$

2− أوجد $\dfrac{d}{dx}(6\log_e 3x)$

3− فاضل $v = \dfrac{e^{3\theta}}{2} - \pi \ln 4\theta$

تتضمن التوابع السابقة استخدام القواعد 5 و6.

1−هذا تطبيق مباشر للقاعدة 5 للتوابع الأسية حيث $a = -2$. تذكر أننا نفاضل التابع y بالنسبة إلى المتغير x. الأساس e هنا ثابت (عدد) كما مرّ معنا، وقيمته $e \approx 2.71828$. إنه عدد مثل π يملك عدداً منتهياً من المراتب العشرية، وبالتالي:

$$\frac{dy}{dx} = (-2)e^{-2x} = -2e^{-2x}$$

2− هذه طريقة جديدة أخرى للطلب بأن تفاضلاً تابعاً. والمطلوب فعلياً هو إيجاد $\dfrac{dy}{dx}$ للتابع $y = 6\log_e 3x$. نتذكر عند التعامل مع تابع اللوغاريتم النيبري $\log_e f(x) = \ln f(x)$. إن كلتا الطريقتين في تمثيل تابع اللوغاريتم النيبري شائعتا الاستخدام. وبالتالي كل ما نحتاجه هو تطبيق القاعدة 6 حيث الثابت $a = 3$:

$$\frac{d}{dx} = (6\log_e 3x) = 6\frac{\frac{dy}{dx}(3x)}{3x} = \frac{(6)(3)}{3x} = \frac{(6)(3)}{3x} = \frac{18}{3x} = \frac{6}{x}$$

لاحظ أننا، أثناء إيجاد هذا التفاضل، استخدمنا القاعدة 1 للجزء العلوي من الكسر.

وإذا اتبعنا القاعدة 6 بشكل دقيق أثناء إنجاز الحل فلن نرتكب أخطاء.

3- في هذا المثال نحن بحاجة إلى تطبيق القاعدة 5 على التابع الأسي، ومن ثم القاعدة 6 على التابع اللوغاريتمي النيبري، مع ملاحظة أن $-\pi$ هو عدد ثابت، ولا يلعب أي دور في عملية التفاضل. سوف نضرب المعامل التفاضلي بـــ π في نهاية العملية؛ بالتالي:

$$\frac{dv}{d\theta} = \frac{3e^{3\theta}}{2} + (-\pi)\frac{\frac{dy}{d\theta}(4\theta)}{4\theta}$$

$$\frac{dv}{d\theta} = 1.5e^{3\theta} + (-\pi)\frac{4}{4\theta}$$

$$\frac{dv}{d\theta} = 1.5e^{3\theta} - \frac{4\pi}{4\theta}$$

$$\frac{dv}{d\theta} = 1.5e^{3\theta} - \frac{\pi}{\theta}$$

يبدو هذا أكثر تعقيداً، لكن كل ما فعلناه هو تطبيق القاعدة 6، كما مرّ معنا.

تعتبر إمكانية إيجاد معامل التفاضل للتوابع في المثال السابق أمراً جيداً، لكن ما هو مجال استخدام كل هذه المعاملات؟

حسناً، كما في حالة القاعدة العامة لتفاضل توابع كثير الحدود، نستطيع تطبيق هذه القواعد في حل مسائل معدل التغير البسيط. في مثالنا الأخير في حسابات التفاضل، طبقنا القاعدتين 5 و6 لإيجاد معدل تغير التيار في دارة الكترونية ومعدل التفريغ من المكثف الكهربائي. وهذا ليس صعباً، كما يشاع.

مثال 3-43

1- يعطى جهد متناوب بالتابع $v = \sin 2\theta$، حيث θ هي المسافة الزاوية المقطوعة و v هي الجهد اللحظي عند تلك المسافة الزاوية (بالراديان). حدد طريقة تغير الجهد بالنسبة إلى المسافة عند $\theta = 2rad$ و $\theta = 4rad$

2- افترض أن تفريغ الشحنة في المكثف يجري حسب التابع $Q = \ln 3t$، حيث:

Q (c) – الشحنة

الزمن −t (s)

حدد معدل التفريغ (rate of discharge) عند اللحظة $t = 4ms$

السؤال هنا هو إيجاد معدل تغير الجهد بعد مسافة زاوية معينة ضمن تابع متناوب (جيبي) هذا يعني إيجاد المعامل التفاضلي (معدل تغير التابع)، ومن ثم التعويض بالقيم المناسبة. لذلك:

$\frac{dv}{d\theta} = 2\cos 2\theta$ يعبّر عن معدل تغير الجهد بالنسبة إلى المسافة،

وبالتالي عند $\theta = 2rad$ نجد:

$$\frac{dv}{d\theta} = 2\cos(2)(2) = 2\cos 4 = (2)(-0.653) = -1.3073$$

أي يشحن الجهد بشكل سلبي. هذه القيمة هي ميل المنحني للتابع $v = \sin 2\theta$ عند النقطة $\theta = 2rad$

بشكل مشابه عندما $\theta = 4rad$ نجد:

$$\frac{dv}{d\theta} = 2\cos(2)(4) = 2\cos 8 = (2)(-0.14455) = -0.291$$

هذا أيضاً الميل سالب، لكن بتدرج أقل.

2- إن معدل التفريغ في هذه الحالة يعني معدل تغير الشحنة بالنسبة إلى الزمن. لذلك هي مسألة معدل التغير المتعلق بالمعامل التفاضلي للتابع. بالتالي باتباع القاعدة 6 واستخدام القاعدة 1 نجد:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\frac{dQ}{dt}(3t)}{3t} = \frac{3}{3t} = \frac{1}{t}$$

وعندما $t = 4ms$ أو $t = 4\times 10^{-3} s$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{t} = \frac{1}{4\times 10^{-3}} = 250c/s$$

إذا أُخذت قيم أعلى للزمن سنجد أن معدل التفريغ ينخفض.

نقطة مفتاحية
عند إيجاد معدلات التغير نفاضل دائماً.

اختبر فهمك 3−7

1− عند مفاضلة توابع كثيرة الحدود من الشكل $y = ax^n$ ، اكتب التعبير لإيجاد $\frac{dy}{dx}$

2− أوجد $f(3)$ و $f(-2)$ بالنسبة إلى التابع $f(x) = 16x^2 - 3x^3 - 12$

3− فاضل التوابع التالية بالنسبة إلى المتغير المعطى:

(أ) $y = 6x^2 - 3x - 2$

(ب) $s = 3t^2 - 6t^{-1} + \frac{t^{-3}}{12}$

(ج) $p = \frac{r^3 - r^2}{r^{-1}} + 12r - 6$

(د) $y = 3x^{\frac{9}{2}} - 5x^{\frac{3}{2}} + \sqrt{x}$

4− ارسم منحني التابع $y = \sin 2\theta$ بين $\theta = 0$ و $\theta = 2\pi$، باستخدام التقنيات التي تعلمتها في علم المثلثات، وتأكد من أن θ بالراديان.

ومن ثم أوجد قيمة الميل عند النقطة حيث $\theta = 2rad$. قارن النتائج بأجوبة المثال 4−81 السؤال 1.

5− إذا كان $y = x^2 - 2x + 1$ أوجد الإحداثية (x, y) عند النقطة حيث يكون التدرج يساوي 6. (ملاحظة: التدرج هو $\frac{dy}{dx}$).

6− حدد معدل تغير التابع 3− $y = \frac{x^4}{2} - 3x^3 + x^2 - 3$ عند النقطة $x = -2$

7− ما هو معدل تغير التابع $y=4e^x$ عندما $x=2.32$

8− فاضل التوابع وعلق على الإجابة:

(أ) $y=\ln x$

(ب) $y=3\ln x$

(ج) $y=\ln 3x$

9− يعطى تيار متناوب بالعلاقة $i=\cos 3\theta$، أوجد معدل تغير التيار عندما $\theta=1rad$

10− أوجد معدل تفريغ المكثف في اللحظة $t=3ms$ و $t=3.8ms$ حيث تعطى كمية الشحن في المكثف بالتابع $Q=2.6\log_e t$.

3−4−3 حسابات التكامل The integral calculus

سنلقي الضوء في هذا المقطع القصير على حسابات التكامل التي تحدثنا عنها سابقاً. يستخدم التكامل في إيجاد المساحات ويعتبر العملية العكسية لإيجاد التابع المشتق. تتلخص كل حسابات التكامل في جمع الأشياء، أي إيجاد الشيء الكلي من خلال أجزائه، كما سنرى لاحقاً.

نبدأ بدراسة التكامل (علم التكامل الحسابي) كعملية عكسية للتفاضل.

نقطة مفتاحية
عملية التكامل هي عكس عملية التفاضل.

التكامل معاكس للتفاضل

Integration as the inverse of differentiation

نعلم أنه بالنسبة إلى التابع $y=x^2$ التابع المشتق $\frac{dy}{dx}=2x$. بالتالي العملية العكسية تتعلق بإيجاد التابع الذي مشتقه $2x$. أحد الإجابات ستكون x^2. لكن هل هذا هو الاحتمال الوحيد؟ الجواب هو لا، لأن $2x$ هي أيضاً مشتق للتابع $y=x^2+5$ و $y=x^2-20.51$ و $y=x^2+0.345$ ....إلخ.

في الحقيقة $2x$ هو التابع المشتق للتابع $y = x^2 + c$ حيث c هي أي ثابت. وهكذا عندما نوجد التابع العكسي لأي تابع مشتق، أي عندما نكامل علينا أن نسمح لإمكانية ظهور ثابت، وذلك بوضع ثابت اعتباطي c والذي يعرف بثابت التكامل. وبشكل عام الثابت العكسي للتابع $2x$ هو $x^2 + c$. وهكذا كلما رغبنا في إيجاد التابع العكسي لأي تابع مشتق، أي كلما كاملنا التابع المشتق يجب تضمين ثابت التكامل c.

بعد إنجاز عملية التفاضل العكسي أو التكامل يمكن إيجاد القيمة المحددة للثابت c عند إضافة بعض المعطيات عن التابع الأصلي.

مثلاً، إذا علمنا أنه من أجل $y = x^2 + c$ فإن $y = 2$ عندما $x = 2$. بتعويض هذه القيم في التابع الأصلي نجد $2 = 2^2 + c$ ومنه نجد $c = -2$، بالتالي يصبح التابع المحدد $y = x^2 - 2$. هذا التابع هو واحد من مجموعة كبيرة ممثلة بالعلاقة $y = x^2 + c$ المبينة بالشكل (3−32).

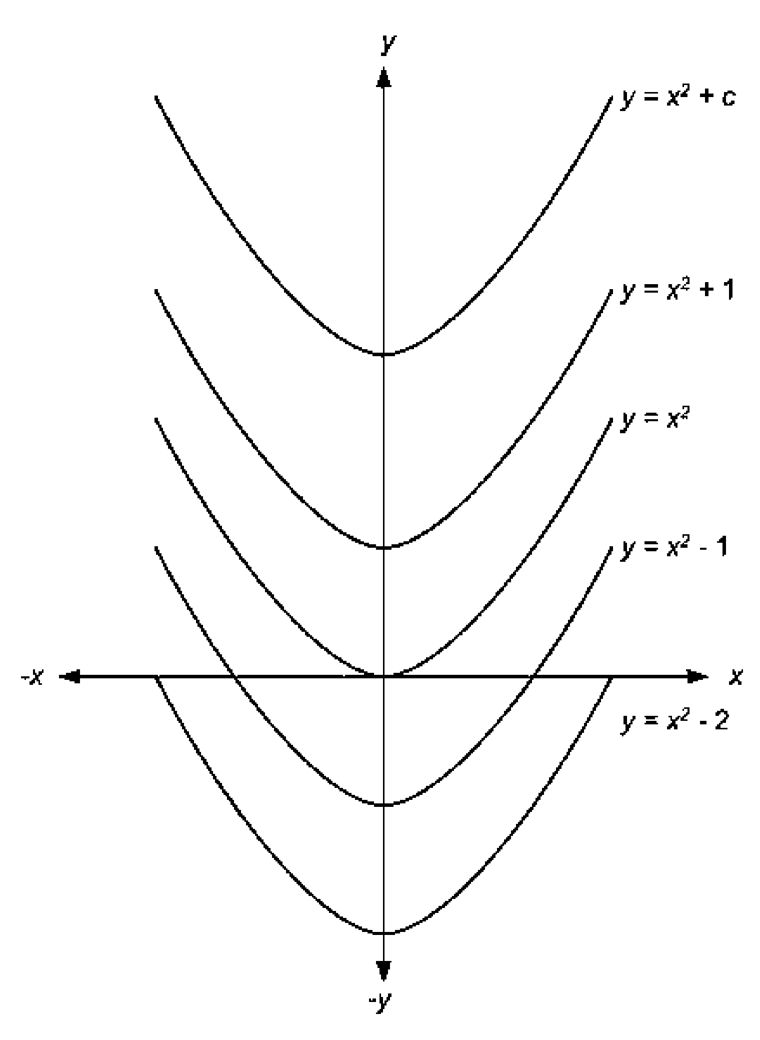
أُدرجت في الجدول التالي عدة توابع كثيرة الحدود مشهورة، أجريت عليها عملية التفاضل العكسي أو التكامل. عندما نكامل تابعاً مشتقاً فإن التعبير الذي نحصل عليه يكون معروفاً غالباً ويعرف باسم التابع الأصلي (F).

هل بالإمكان إيجاد طريقة اشتقاق هذه التوابع الأصلية؟.

التابع المشتق	التابع الأصلي (F)
$\frac{dy}{dx} = 1$	$y = x + c$
$\frac{dy}{dx} = x$	$y = \frac{x^2}{2} + c$
$\frac{dy}{dx} = x^2$	$y = \frac{x^3}{3} + c$
$\frac{dy}{dx} = x^3$	$y = \frac{x^4}{4} + c$

بمعزل عن إلزامية ثابت التكامل، يمكن أن نرى أن أس المتغير x يزداد بمقدار واحد (1) عن التابع المشتق. وبالتالي نقسم التابع الأصلي على القوة أو الأس الجديد، أي عموماً:

إذا كان $\frac{dy}{dx} = x^n$ فإن التابع الأصلي هو $y = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$



الشكل 3−32: عائلة المنحنيات $y = x^2 + c$.

هذه القاعدة صحيحة من أجل كل قيم n ماعدا $n=-1$ إذا كانت $n=-1$ فإنه أثناء إيجاد التابع الأصلي سوف تقسم على $n+1$ أي $-1+1=0$ وقد حذرنا في دراستنا السابقة لقوانين الحساب بأن القسمة على الصفر غير مسموحة. في هذه الحالة الخاصة سوف نتبنى قاعدة خاصة والمعطاة بدون برهان: إذا كان:

$$\frac{dy}{dx}=x^{-1}=\frac{1}{x}$$

فالتابع الأصلي هو: $y=\ln|x|$

لاحظ أن علينا أخذ طويلة x أو القيمة الموجبة له من أجل إيجاد قيمة y الموافقة، وهذا بسبب أن التابع $\ln$ أو $(\log)$ غير معرّف على الأعداد ≤ 0 (أصغر أو يساوي الصفر)

ترميز التكامل Notation for the integral

كما هو حال التفاضل، نحتاج أثناء عملية التكامل إلى استخدام ترميز رياضي مناسب للتعبير عن عملية التكامل. إذا كان y تابعاً للمتغير x، عندئذ $\int y dx$ يمثل تكامل y بالنسبة إلى المتغير x. إشارة التكامل $\int$ هي الحرف الإغريقي S، وهي تشير إلى أننا عندما ننجز عملية التكامل نكون بالفعل ننجز عملية جمع.

لاحظ أنه وكما لا يمكن فصل d عن y في dy، لا يمكن فصل $\int$ عن dx، إذا كان التكامل بالنسبة إلى x. مثلاً، إذا أردنا إيجاد التابع الأصلي F، أي، إذا رغبنا في مكاملة التابع x^2 فيمكن تمثيل ذلك بالشكل $\int x^2 dx$ وباستخدام القاعدة العامة نجد:

$$\int x^2 dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c=\frac{x^{2+1}}{2+1}+c=\frac{x^3}{3}+c$$

والذي يتوافق مع التابع الأصلي أو التكامل المبين في الجدول.

بإعادة كتابة التكامل أعلاه باستخدام الرموز التي تعرفنا عليها نحصل على:

$$y = F(x) = \int f'(x)dx = \int \frac{dy}{dx}dx$$

وسيكون استخدامنا الأكبر للعلاقة بين الطرفين الأول والرابع من هذه المساواة، أي: $y = \int \frac{dy}{dx}dx$

عملية التكامل **Integration**

رأينا فيما سبق كيف نكامل التوابع البسيطة كثيرة الحدود، باستخدام القاعدة الأساسية. في المثال المعطى أدناه، سنستخدم القاعدة على التعاقب لمكاملة تعبير كثير حدود عام بالنسبة إلى المتغير المعطى.

مثال 3−44

كامل التوابع التالية بالنسبة إلى المتغيرات المعطاة

1− $y = 3x^3 + 2x^2 - 6$

2− $s = 5t^{-3} + t^4 - 2t^2$

3− $p = r^{-1} + \frac{r^4}{2}$

1− المطلوب هنا هو إيجاد التابع الأصلي $F(y)$ أو باستخدام الترميز الاصطلاحي الذي تعلمناه نوجد:

$$F(y) = \int y dx = \int (3x^3 + 2x^2 - 6)dx$$

في هذه الحالة علينا تطبيق القاعدة الأساسية بالتتالي:

$$\int y dx = \int (3x^3 + 2x^2 - 6) dx = (3)\frac{x^{3+1}}{3+1} + (2)\frac{x^{2+1}}{2+1} + (-6)x^{0+1} + c$$
$$= \frac{3x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - 6x + c$$

2- نطبق القاعدة الأساسية في هذا السؤال أيضاً، ولكن بالنسبة إلى متغير مختلف، أي:

$$\int s dt = \int (5t^{-3} + t^4 - 2t^2) dt = (5)\frac{t^{-3+1}}{-3+1} + \frac{t^{4+1}}{4+1} + (-2)\frac{t^{2+1}}{2+1} + c$$
$$= \frac{5t^{-2}}{-2} + \frac{t^5}{5} - \frac{2t^3}{3} + c$$

3- تجب الملاحظة هنا، في هذا السؤال، بالنسبة إلى جزء التابع r^{-1} ، لا نستطيع تطبيق القاعدة العامة، بل سيتم تطبيق الحالة الخاصة حيث $n = -1$. وبالتالي لمكاملة التابع نقوم بما يلي:

$$\int p dr = \int (r^{-1} + \frac{r^4}{4}) dr = \ln|r| + (\frac{1}{4})\frac{r^{4+1}}{4+1} + c$$
$$= \ln|r| + \frac{r^5}{20} + c$$

لاحظ أن القسمة على 4 هي نفسها الضرب بـــ $\frac{1}{4}$ وبالتالي ضربنا البسط بالبسط والمقام بالمقام للوصول إلى النتائج النهائية.

نقطة مفتاحية
عند إيجاد التكاملات غير المحددة يجب دوماً تضمين ثابت التكامل.

بعض التكاملات المتداولة Some common integrals

رأينا الآن كيفية مكاملة التعابير كثيرة الحدود. ونستطيع أيضاً تطبيق عملية التفاضل العكسي على التوابع المثلثية والأسية واللوغاريتمات النيبرية.

يبين الجدول التوابع الأصلية (التكاملات) للتوابع الأسية التي تعاملنا معها خلال دراستنا في حساب التفاضل.

جدول ببعض التكاملات القياسية

رقم القاعدة	التابع (y)	التابع الأصلي $\int y dx$
1	$x^n (n \neq -1)$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
2	$x^{-1} = \frac{1}{x}$	$\ln\|x\|$
3	$\sin ax$	$-\frac{1}{a}\cos ax$
4	$\cos ax$	$\frac{1}{a}\sin ax$
5	e^{ax}	$\frac{1}{a}e^{ax}$
6	$\ln x$	$x \ln x - x$

إذا قارنا بين تكاملي كلٍّ من تابعي الجيب والتجيب، نلاحظ بوضوح أن التكامل هو العملية المعاكسة للتفاضل. وهذا واضح أيضاً بالنسبة إلى التابع الأسي. التكامل الغريب الوحيد والذي يبدو أنه يشبه التفاضل هو تابع اللوغاريتم النيبري. البرهان الرياضي لهذا التكامل فوق مستوى هذه الوحدة. لكن سوف يتم تعلم تقنيات الحساب الضرورية للبرهان إذا ما تمت دراسة وحدة رياضيات متقدمة.

من خلال الأمثلة التالية سيتم شرح استخدام هذه التكاملات القياسية.

مثال 3−45

1− أوجد $\int (\sin 3x + 3\cos 2x)dx$

2− كامل التابع $s = e^{4t} - 6e^{2t} + 2$

3− أوجد $\int 6\log_e t dt$

1− يتضمن هذا التكامل استخدام القاعدتين 3 و 4 على التتالي. يمكن كتابة هذا التكامل بالشكل

$$\begin{aligned} &\int \sin 3x dx + \int 3\cos 2x dx \\ &= -\frac{1}{3}\cos 3x + (3)\frac{1}{2}\sin 2x + c \\ &= -\frac{1}{3}\cos 3x + \frac{3}{2}\sin 2x + c \end{aligned}$$

يمكن مكاملة أي تكامل، يتضمن تعابير مفصولة بالإشارة ±، بشكل منفصل. ولاحظ أيضاً أن الثابت المضروب بالتابع، وهو في هذه الحالة (3)، لا يلعب أي دور في المكاملة. لكنه يضرب بالنتيجة.

2− يعد هذا التكامل تطبيقاً مباشراً للقاعدة 5، والقاعدة 1 حيث تطبيق القاعدة 1 على الحد الأخير:

$$\int s dt = \int (e^{4t} - 6e^{2t} + 2)dt = \frac{1}{4}e^{4t} - (6)(\frac{1}{2})e^{2t} + 2t + c$$

$$= \frac{1}{4}e^{4t} - 3e^{2t} + 2t + c$$

3− يشرح هذا التكامل استخدام القاعدة 6 بشكل مباشر، حيث تتم إزاحة الثابت إلى يسار إشارة التكامل حتى انتهاء العملية، وبعد ذلك يتم ضربه بناتج التكامل. بتذكر أن $\log_e t = \ln t$ نحصل على:

$$\int 6\log_e t dt = 6\int \log_e t dt = 6(t\log_e t - t) + c$$

$$= 6(t\ln t - t) + c$$

تطبيقات بسيطة للتكامل Simple application of the integral

درسنا في حسابات التفاضل معدلات التغير. يعنى أحد التطبيقات الخاصة بمعدل تغير المسافة بالنسبة إلى الزمن. بمعنى تفاضل التابع المتعلق بالمسافة لإيجاد التابع المشتق الذي يعبر عن السرعة.

راجع المثال (4−78) لنتذكر هذا الإجراء.

إذا أجرينا العملية العكسية، أي كاملنا تابع السرعة، سنحصل عندها على تابع المسافة. أما إذا فاضلنا تابع السرعة، سنوجد معدل تغير السرعة بالنسبة إلى الزمن، أي سنحصل على تابع التسارع (ms^{-2}). وهكذا إذا كاملنا تابع التسارع سنعود مرة أخرى إلى تابع السرعة.

مثال 3−46

يعطى تابع التسارع لصاروخ يتحرك شاقولياً إلى الأعلى بالعلاقة $a = 4t + 4$. أوجد صيغ كل من السرعة والمسافة للصاروخ حيث $s = 2$ و $v = 10$ عند اللحظة $t = 0$

من المهم في هذا التطبيق معرفة أن التسارع هو معدل تغير السرعة. أو $\frac{dv}{dt} = 4t + 4$. وهذا بالطبع هو تابع المشتق، وبالتالي من أجل إيجاد تابع السرعة

v نحتاج إلى التفاضل العكسي، أي التكامل. بهذا نحصل على التابع الأصلي $F(x)$ وذلك بمكاملة جانبي التابع المشتق كما يلي:

$$v = \int \frac{dv}{dt}dt = \int a dt = \int (4t + 4)dt$$

$$v = \frac{4t^2}{2} + 4t + c = 2t^2 + 4t + c \quad \text{أو}$$

والآن لدينا المعادلة العامة للسرعة:

$$v = 2t^2 + 4t + c$$

يمكن الآن الاستفادة من المعطيات لإيجاد المعادلة الخاصة للسرعة. نعلم أنه عند اللحظة $t = 0$ كانت السرعة $v = 10$، لذلك وبالتعويض في معادلة السرعة نجد:

$$10 = 2(0) + 4(0) + c \Rightarrow c = 10$$

وهكذا فإن معادلة السرعة الخاصة هي:

$$v = 2t^2 + 4t + 10$$

نعلم أيضاً أن السرعة هي معدل تغير المسافة بالنسبة للزمن. ونكتب معادلة السرعة بالشكل المشتق كالتالي:

$$\frac{ds}{dt} = 2t^2 + 4t + 10$$

ومن خلال مكاملة العلاقة السابقة نحصل على المسافة:

$$s = \int \frac{ds}{dt}dt = \int v dt = \int (2t^2 + 4t + 10)dt$$

ومنه:

$$F(t) = s = \frac{2t^3}{3} + \frac{4t^2}{2} + 10t + c$$
$$= \frac{2}{3}t^3 + 2t^2 + 10t + c$$

والآن لدينا المعادلة العامة للمسافة

$$s = \frac{2}{3}t^3 + 2t^2 + 10t + c$$

يمكن إيجاد المعادلة الخاصة للمسافة من خلال استخدام المعطيات الأولية حيث عند اللحظة $t = 0$ تكون $s = 2$ و $v = 10$

بتعويض قيمتي الزمن والمسافة في معادلة المسافة نجد:

$$2 = 0 + 0 + 0 + c \Rightarrow c = 2$$

وهكذا تصبح معادلة المسافة الخاصة كالتالي:

$$s = \frac{2}{3}t^3 + 2t^2 + 10t + 2$$

نقطة مفتاحية
إذا كاملنا تابع التسارع نحصل على تابع السرعة. أما إذا كاملنا تابع السرعة فنحصل على تابع المسافة.

المساحة تحت المنحني Area under the curve

يشرح المثال السابق قوة التكامل في إيجاد السرعة من التسارع والمسافة من السرعة. ونعلم الآن:

$$\text{السرعة (الحركة في اتجاه محدد)} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$$

أي المسافة = السرعة × الزمن

لذلك إذا رسمنا السرعة مقابل الزمن على مخطط السرعة− الزمن، فإن المساحة تحت المخطط (السرعة × الزمن) تساوي إلى المسافة.

لذلك إذا عرفنا القاعدة التي تحكم الحركة، نستطيع إيجاد أي مسافة مقطوعة ضمن فترة زمنية معينة وذلك بمكاملة منحني السرعة− الزمن خلال تلك الفترة.

لاحظ الشكل (3−33)، والذي يظهر مخطط السرعة− الزمن حيث تتبع الحركة للعلاقة:

$$\frac{ds}{dt} = -t^2 + 3t \qquad \text{أو} \qquad v = -t^2 + 3t$$

وهكذا كل ما نحتاجه إلى إيجاد معادلة المسافة، للحركة، هو مكاملة معادلة السرعة، كما في المثال 3−46.

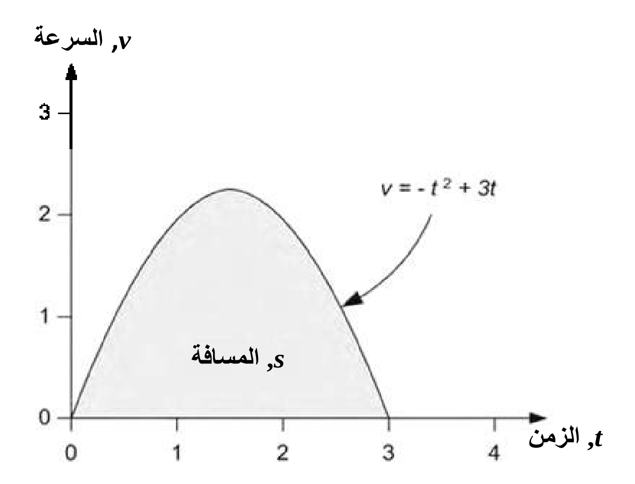
الملاحظة المهمة هنا هي أن المكاملة وإيجاد معادلة المسافة هي نفسها إيجاد المساحة تحت المخطط لأن المساحة تحت المخطط = السرعة × الزمن= المسافة.

نلاحظ من المخطط أنه في اللحظة $t = 0$ تكون السرعة $v = 0$، وعند اللحظة $t = 3$ تكون $v = 0$، بالتالي المساحة المعينة محتواة بين حدّي الزمن.

والآن بمكاملة معادلة تفاضل المسافة بالشكل العادي نحصل على المسافة:

$$s = \int \frac{ds}{dt} dt = \int v dt = \int (-t^2 + 3t) dt = \frac{-t^3}{3} + \frac{3t^2}{2} + c$$

معادلة المسافة هذه تكافئ المساحة تحت المنحني بين اللحظتين $t = 0$ و $t = 3$ عند اللحظة $t = 0$ تكون المسافة المقطوعة $s = 0$ وذلك من المخطط.



الشكل 3−33: مخطط السرعة− الزمن للحركة $v = -t^2 + 3t$.

يمكن إيجاد ثابت التكامل c بتعويض قيم كلٍّ من الزمن والمسافة في معادلة المسافة العامة.

$$s = \frac{-t^3}{3} + \frac{3t^2}{2} + c \Rightarrow 0 = 0 + 0 + c$$

لذلك $c = 0$ وتصبح معادلة المسافة الخاصة:

$$s = \frac{-t^3}{3} + \frac{3t^2}{2}$$

تشير المساحة تحت المخطط بين حدّي الزمن_ $t = 0$ و $t = 3$ إلى المسافة المقطوعة. وبالتالي المسافة المقطوعة عند اللحظة $t = 0$ تساوي الصفر $s = 0$.

يتم إيجاد المساحة تحت المخطط عند اللحظة $t = 3$ بالتعويض في معادلة المسافة، وبالتالي:

$$s = \frac{-t^3}{3} + \frac{3t^2}{2} = \frac{-(3)^3}{3} + \frac{(3)(3)^2}{2}$$
$$= \frac{-27}{3} + \frac{27}{2} = -9 + 13.5 = 4.5$$

وهكذا في هذا المثال المساحة تحت المخطط تساوي 4.5 وهي المسافة المقطوعة.

نقطة مفتاحية
المساحة تحت منحني السرعة– الزمن تساوي المسافة.

التكامل المحدد — The definite integral

عندما نكامل بين حدين (integrate between limits)، مثل حدّي الزمن في المثال السابق، نقول إننا نوجد التكامل المحدد. كل التكاملات التي تعاملنا معها حتى الآن تتعلق بثابت التكامل ونشير إلى هذا النوع من التكاملات بالتكاملات غير المحددة (indefinite) التي يجب أن تضم ثابتاً اعتباطياً c.

واصطلح على التعبير عن التكامل غير المحدد في الأمثلة التي مرت معنا مثل:

$$\int(-t^2+3t)dt$$ (تكامل غير محدد).

عند إجراء التكامل المحدد نضع حدوداً على رمز التكامل، كما في المثال التالي:

$$\int_0^3\left(-t^2+3t\right)dt$$ (تكامل محدد).

لتقييم تكامل محدد نكامل التابع أولاً، ومن ثم نوجد القيمتين العدديتين للتكامل عند القيمتين العليا والدنيا لحدّي التكامل، ثم نطرح قيمة التكامل عند الحد الأدنى من قيمته عند الحد الأعلى للحصول على النتيجة.

باتباع هذا الإجراء بالنسبة إلى التكامل المبين أعلاه المستخدم لإيجاد المسافة s (المساحة تحت المخطط) من مخطط السرعة– الزمن نجد:

$$s=\int_0^3(-t^2+3t)dt=\left[\frac{-t^3}{3}+\frac{3t^2}{2}+c\right]_0^3$$

$$=(\frac{-27}{3}+\frac{27}{2}+c)-(\frac{0}{3}+\frac{0}{2}+c)$$

$$s=(-9+13.5+c)-(0+c)=4.5+c-c=4.5$$

وهكذا $s=4.5$، وبالتالي فإننا قد أوجدنا المساحة تحت المخطط باستخدام التكامل المحدود. لاحظ أنه عندما طرحنا قيمة التكامل الموافقة للحد الأدنى من قيمته الموافقة للحد الأعلى حُذف ثابت التكامل. وهذا يحدث دائماً بالنسبة إلى التكامل المحدد، لذلك ليست هناك حاجة إلى ظهوره في التكامل.

نقطة مفتاحية
يُحذف ثابت التكامل عند إيجاد التكامل المحدود.

مثال 3–47

1– أوجد قيمة التكامل $\int_{-1}^{1}\frac{x^5-4x^3+x}{x}dx$

2– حدد بالتكامل قيمة المساحة المحصورة بين المنحني $y=2x^2+2$ والمحور x والإحداثيين $x=-2$ و $x=2$ (الشكل (3–34)).

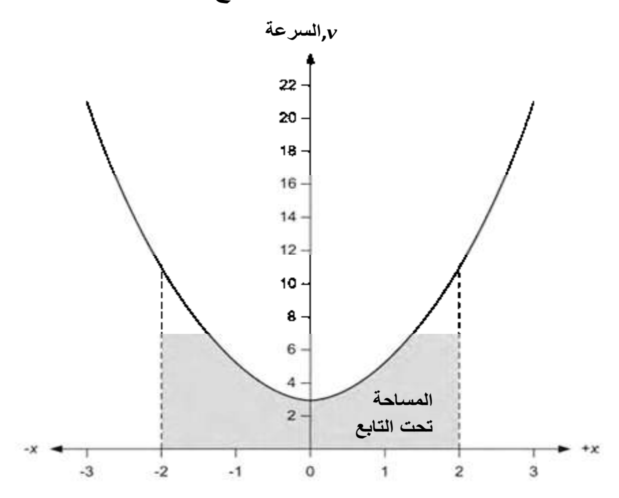
1– قبل إجراء عملية المكاملة من الضروري تبسيط التابع قدر الإمكان. لذلك في هذه الحالة نقسم على x ونجد:

$$\int_{-1}^{1}(x^4-4x^2+6)dx=\left[\frac{x^5}{5}-\frac{4x^3}{3}+6x\right]_{-1}^{1}$$

$$=(\frac{1}{5}-\frac{4}{3}+6)-(\frac{-1}{5}-\frac{-4}{3}-6)=9\frac{11}{15}$$

لاحظ أنه من الأسهل في هذه الحالة أن نتعامل مع القيمتين العليا والدنيا ككسور.

2- من أجل الحصول على تصور للمساحة المطلوب حسابها، من الأفضل رسم مخطط عن الحالة أولاً. المساحة مع الحدود المطلوبة مبينة أدناه.



الشكل 3-34: مخطط التابع $y = 2x^2 + 2$.

المطلوب الآن إيجاد المساحة المظللة للمخطط بين الحدين $x = \pm 2$ وبالتالي:

$$\int_{-2}^{2}(2x^2 + 2)dx = \left[\frac{2x^3}{3} + 2x\right]_{-2}^{2}$$

$$= \left(\frac{2(2)^3}{3} + (2)(2)\right) - \left(\frac{2(-2)^3}{3} + (2)(-2)\right)$$

$$= (\frac{16}{3} + 4) - (\frac{-16}{3} - 4) = 18\frac{2}{3}$$ **(وحدة مربعة)**

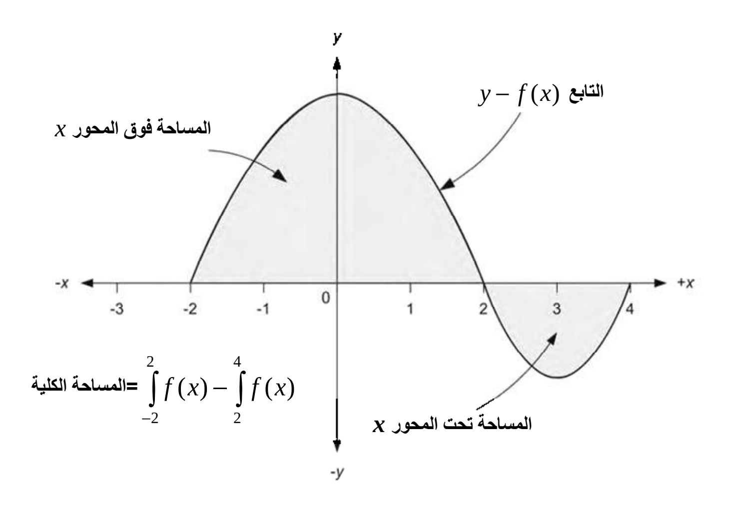
في النهاية لا بد من التنويه إلى أنه عند إيجاد المساحات تحت المنحني باستخدام التكامل، وكانت المساحة التي نحاول حسابها مقسمة إلى جزأين، أحدهما

فوق المحور x والأخرى تحته، فمن الضروري فصل حدي التكامل بالنسبة إلى المساحات المدروسة. من أجل حساب المساحة المظللة المبينة في الشكل (3−35) نوجد التكامل المحدد بين الحدين (2− و2) ونطرحه من التكامل المحدود بين (2 و4). أي إن المساحة المظللة A في الشكل (3−35) تساوي إلى:

$$A = \int_{-2}^{2} y dx - \int_{2}^{4} y dx$$

لاحظ أن القيمة الأعلى تقع دائماً أعلى إشارة التكامل. وبالتالي تكون إشارة الناقص ضرورية دائماً قبل تكامل أي مساحة واقعة تحت المحور x.

بهذه النقطة الهامة ننهي دراستنا لحساب التكامل، وأيضاً دراستنا للرياضيات في هذا الفصل.



الشكل 3−35: تابع ذو مساحات فوق وتحت المحور x

اختبر فهمك 3−8

1− أوجد التكاملات غير المحددة التالية باستخدام القواعد الأساسية:

(أ) $\int(4x^2+2x^3)dx$

(ب) $\int(\frac{3x^{\frac{1}{2}}}{6}-\sqrt{x}+x^{\frac{3}{2}})dx$

(ج) $\int -3\sin 2x dx$

(د) $\int \frac{x\cos 3x}{0.5x}dx$

(هـ) $\int -0.25e^{3\theta}d\theta$

(و) $\int -3\log_e x dx$

2- باستخدام نتائج السؤال الأول، أوجد قيم التكاملات المحددة التالية:

(أ) $\int_0^2(4x^2+2x^{-3})dx$

(ب) $\int_0^1(\frac{3x^{\frac{1}{2}}}{6}-\sqrt{x}+x^{\frac{3}{2}})dx$

(ج) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} -3\sin 2\theta d\theta$

(د) $\int_1^2 -0.25e^{3\theta}d\theta$

ملاحظة: بالنسبة إلى السؤالين (ج) و(د) تؤخذ θ بالراديان

3- يعطى تسارع مركبة بالعلاقة: $a=3t+4$. أوجد صيغ كلٍّ من السرعة والمسافة للمركبة، مع العلم أنه في اللحظة $t=0$ كانت $v=0$ و $s=0$.
أوجد أيضاً المسافة المقطوعة بعد مضي 25s.

4- أوجد المساحة تحت المنحني $y=x+x^2$ بين $x=1$ و $x=3$.

5- ارسم المخطط البياني لكلٍّ من الخط $y=2x$ والمنحني $y=x^2$ على المحاور نفسها، وحدد بالتكامل المساحة المحصورة بينهما.

الفصل الرابع

الفيــزياء

Physics

4-1 ملخـــص Summary

يهدف هذا الفصل إلى تقديم مفاهيم للمبادئ الفيزيائية تدعم تصميم وتشغيل الطائرات الحديثة والأنظمة والبنى المرتبطة بها. سوف تلعب دراسة هذا الفصل دوراً أساسياً ومناسباً للراغبين في متابعة التعليم العالي التأهيلي، المرتبط بهندسة الطيران.

في المدخل لعرض طبيعة المادة والميكانيك الأساسي، ستتم دراسة عناصر السكون والحركة والتحريك وديناميك السوائل. إضافة إلى الديناميك الحراري والضوء والصوت.

بعد عرض وحدات القياس والمبادئ الأساسية للمواضيع المحددة أعلاه، سيتم التشديد على تطبيقاتها في بنى وأنظمة الطيران، فمن خلال دراسة السكون مثلاً في المستوى الأولي، يمكن دراسة طبيعة القوى المؤثرة في تركيب الطائرة بسبب الحمل السكوني. سوف تشكل دراسة تحريك السوائل مقدمة مناسبة لدراسة تحريك الهواء الذي سندرسه لاحقاً. يمكن تطبيق مبادئ الديناميك الحراري في تكييف الحجرة وأنظمة التبريد بالإضافة إلى تشغيل محرك الطائرة. كما ستتم دراسة تطبيقات هندسة الطائرات المتعلقة بالضوء والبصريات وحركة الأمواج والصوت.

كل قسم رئيسي ضمن هذا الفصل سيغطي مبادئ الموضوع المدروس، ومن ثم يقدم أمثلة توضح تطبيقات هذه النظرية على حالات هندسية ومسائل هندسة الطائرات العملية، كلما كان ذلك ممكناً. أما في نهاية الفصل فهناك أسئلة وأجوبة نوعية متعددة الخيارات، مرتبطة بكل قسم رئيسي ضمن هذا الفصل. وقد اختيرت من أجل تحقيق الأهداف الأكاديمية نفسها كالتي عولجت في الفصل الأول– المقدمة.

نظراً إلى الطبيعة الدولية لصناعة الطيران المدني، كمهندسي صيانة الطائرات، يجب الإلمام بشكل كامل بالوحدات والمقاييس المترية والبريطانية وتلك الخاصة بالولايات المتحدة المذكورة في الفصل الأول. وخلال هذا الفصل ستتم دراسة وحل المسائل باستخدام الوحدات الدولية (النظام الدولي SI) ودراسة مجموعة الوحدات البريطانية/الأمريكية غير المعروفة تماماً. وسوف نؤكد خلال هذا الفصل التطبيقات الهندسية باستخدام الوحدات الدولية، ومن حين إلى آخر سنؤكد التطبيقات الهندسية باستخدام الوحدات البريطانية، كما هو مخطط لمادة البحث.

2–4 وحدات القياس Units of measurment

كما ذكر سابقاً، تعتبر المعرفة بالوحدات الدولية أداة أساسية لكل أولئك المشتركين بهندسة الطيران. فالأخطاء الناتجة من استخدام وتحويل الوحدات مكلفة، وفي بعض الأحيان كارثية. تخيل ماذا يمكن أن يحدث على سبيل المثال، في مهمة بسيطة لنفخ عجلة الطائرة، إذا كان ضغط النفخ هو $30lb/in^2$، وجهاز النفخ قد جهز لينفخ الإطار بالبار (bar)!

المعرفة بالوحدات الدولية ليس فقط ضرورية لدراسة الفيزياء، بل هي مطلوبة في دراسة كافة فصول هذا الكتاب.

هناك في الحقيقة ثلاثة أنظمة بريطانية معروفة للقياس، وقد تم تبنّي أجزاء منها في الولايات المتحدة وهي:

- نظام الهندسة البريطاني (قوة، كتلة، طول، زمن)
- النظام الإنجليزي المطلق (كتلة، طول، زمن)

- النظام الإنجليزي التقني (قوة، طول، زمن)

مال الفيزيائيون القدامى إلى استخدام النظام المتري المطلق أو CGS (سنتيمتر– غرام – ثانية) بينما استخدم المهندسون النظام الهندسي البريطاني أو النظام البريطاني التقني. خلال هذا الكتاب سنستخدم كلاً من النظام الدولي (متر– كيلوغرام– ثانية) وبشكل أقل درجة نظام الهندسة البريطاني عندما يكون ذلك قابلاً للتطبيق. يجب أن نتذكر أن المجتمع الدولي يعتبر كل الأنظمة ماعدا النظام الدولي أنظمة قديمة. لذلك سنركز على استخدام وحدات النظام الدولي لتطوير وشرح المبادئ العلمية.

لكن نظراً إلى حقيقة أن الوحدات البريطانية ما زالت مستخدمة بشكل واسع من قبل مصنعي الطائرات الأمريكيين ومشغلي خطوط الطيران، فإننا سنكون بحاجة إلى استخدام الوحدات البريطانية ومعاملات تحويلها عند تطبيق المبادئ العلمية للمسائل المتعلقة بالطائرات. إن معرفتنا للوحدات البريطانية/الأمريكية، عند تعاملنا مع أدِلَّة صيانة الطائرات المنتجة من قبل المصنعين الأمريكيين، ستساعدنا في ضمان السلامة المستمرة والتحليق الآمن لهذه الطائرات عند القيام بعمليات صيانة الطائرات.

نقطة مفتاحية
يعتمد النظام الدولي SI على الوحدات التالية: • متر(m) • كيلوغرام (kg) • ثانية (s)

نقطة مفتاحية
في الاستخدامات الدولية حلت وحدات النظام الدولي محل كل الوحدات الأخرى.

نقطة مفتاحية

من الضروري أن يطلع مهندسو الطائرات على استخدام الوحدات البريطانية/الأمريكية ويكونوا قادرين على التحويل بين الوحدات كلما كان ذلك ضرورياً.

وكمرجع للوحدات تم وضع سبعة جداول تحوي:

- الوحدات الأساسية للنظام الدولي- جدول (4−1).
- الوحدات التكميلية للنظام الدولي- جدول (4−2).
- وحدات النظام الدولي التابعة- جدول (4−3).
- اختصارات النظام الدولي−جدول (4−4).
- بعض الوحدات المشهورة غير التابعة للنظام الدولي−جدول (4−5).
- جدول الوحدات الأساسية لنظام الهندسة البريطاني−جدول (4−6)، والذي تمت ملاءمته مع النظام الأمريكي، ومازال مستخدماً حتى الآن.
- معاملات التحويل من النظام الدولي إلى النظام البريطاني- جدول (4−7)، وبعض وحدات القياس الشائعة الأخرى غير المغطاة بشكل مباشر من قبل النظام الدولي.

جدول 4−1 وحدات النظام الدولي الأساسية

كمية أساسية	اسم وحدة النظام الدولي	رمز وحدة النظام الدولي	وحدات أخرى مميزة
الكتلة (m)	كيلو غرام	kg	tonne طن
الطول (s)	متر	m	mm، cm، km
الزمن (t)	ثانية	s	ms، min، hour، day
التيار الكهربائي (I)	أمبير	A	MA
درجة الحرارة (T)	كلفن	K	°C
كمية المادة	مول	mol	
شدة الإضاءة	شمعة	Cd	

جدول 4–2 وحدات النظام الدولي التكميلية

الوحدة التكميلية	اسم وحدة النظام الدولي	رمز وحدة النظام الدولي
زاوية مستوية	راديان	rad
زاوية مجسمة	ستيراديان	srad or sr

جدول 4–3 وحدات النظام الدولي المشتقة

الاسم في النظام الدولي	الرمز في النظام الدولي	الكمية	وحدة النظام الدولي
كولون	C	كمية الكهرباء، الشحنة الكهربائية	1C = 1 As
فاراد	F	السعة الكهربائية	1F = C/V
هنري	H	الحث الكهربائي	$1H = 1kgm^2\ s^2/A^2$
هرتز	Hz	التردد	1Hz = 1cycle/s
جول	J	الطاقة، العمل، الحرارة	1J = 1Nm
لوكس	Lx	الضياء	$1lx=1cd\ sr/m^2$
نيوتن	N	القوة، الوزن	$1N = 1kgm/s^2$
أوم	Ω	المقاومة الكهربائية	$1\,\Omega = 1kgm^2/s^3\ A^2$
باسكال	Pa	الضغط، الإجهاد	$1Pa = 1N/m^2$
سيمنز	S	الموصلية الكهربائية	$1s = 1A/m^2$
تسلا	T	حقل التحريض، كثافة التدفق المغناطيسي	$1T = 1kg/A\ s^2$
فولت	V	الجهد الكهربائي، قوة التحريك الكهربائي	$1V = 1kg\ m^2/s^3A$
واط	W	الاستطاعة، تدفق الإشعاع	1W = 1J/s
ويبر	Wb	تدفق التحريض المغناطيسي	$1Wb = 1kg\ m^2/s^2A$

جدول 4-4 الأجزاء والمضاعفات في نظام النظام الدولي

مضروب بـــ	رمز	اختصار	
10^{15}	P	Peta	بيتا
10^{12}	T	Tera	تيرا
10^{9}	G	Giga	جيغا
10^{6}	M	Mega	ميغا
10^{3}	k	Kilo	كيلو
10^{2}	h	Hecto	هيكتو
10^{1}	da	Deca	ديكا
10^{-1}	d	Deci	ديسي
10^{-2}	c	Centi	سنتي
10^{-3}	m	Milli	ميلي
10^{-6}	μ	Micro	ميكرو
10^{-9}	n	Nano	نانو
10^{-12}	p	Pico	بيكو
10^{-15}	f	Femto	فيمتو

جدول 4-5 وحدات ليست في النظام الدولي SI

الاسم	الرمز	الكمية الفيزيائية	الوحدة المكافئة لوحدة النظام الدولي الأساسية
أمبير-ساعة	Ah	شحنة كهربائية	1Ah = 3600C
يوم	d	زمن، مدة	1d = 86،400s
درجة	°	زاوية مستوية	$1° = (\pi /180)$ rad
الكترون فولت	ev	جهد كهربائي	1eV = (e/C) J
كيلومتر بالساعة	kph	سرعة	$1kph = (1/3.60)ms^{-1}$
ساعة	h	زمن، مدة	1h = 3600s
لتر	L، l	سعة، حجم	$1L = 10^{-3}$ m^3
دقيقة	min	زمن، مدة	1min = 60s
طن متري	t	كتلة	$1t = 10^3$ kg

جدول 4–6 عوامل التحويل

الكمية الأساسية	الاسم الهندسي البريطاني	الرمز الهندسي البريطاني	وحدات أخرى معروفة
الكتلة	Slug	تعادل 32.17 lb	رطل (lb)، (ton)، قنطار (cwt)
الطول	قدم	ft	إنش (in)، ياردة (yd)، ميل (mile)
الزمن	ثانية	s	day، hour،min
التيار الكهربائي	أمبير	A	mA
درجة الحرارة	رانكين	R	°F(فهرنهايت)
شدة الإضاءة	قدم شمعة	lm/ft^2	cd/ft^2،lux

جدول 4–7 معاملات التحويل

الكمية	وحدة النظام الدولي	معامل التحويل ←	الوحدات البريطانية/ وحدات أخرى معروفة
التسارع	متر/ثانية² (m/s^2)	3.28084	قدم/ثانية² (ft/s^2)
قياس زاوي	راديان (rad)	57.296	درجة (°)
	راديان/ثانية (rad/s)	9.5493	دورة بالدقيقة (rpm)
مساحة	متر² (m^2)	10.7639	قدم² (ft^2)
	متر² (m^2)	6.4516×10^4	إنش² (in^2)
كثافة	كيلوغرام/متر³ (kg/m^3)	0.062428	رطل/قدم³ (lb/ft^3)
	كيلوغرام/متر³ (kg/m^3)	3.6127×10^{-5}	رطل/إنش³ (lb/in^3)
	كيلوغرام/متر³ (kg/m^3)	0.010022	رطل/جالون (UK)
طاقة، عمل، حرارة	جول (J)	0.7376	قدم رطل–قوة (ft lbf)
	جول (J)	9.4783×10^{-4}	وحدة الحرارة البريطانية (btu)
	جول (J)	0.2388	سعرة (كالوري) (cal)

جدول 4-7 معاملات التحويل (يتبع)

الكمية	وحدة النظام الدولي	معامل التحويل ←	الوحدات البريطانية/ وحدات أخرى معروفة
معدل التدفق	m^3/s	35.315	قدم^3/ثانية (ft^3/s)
	m^3/s	13.200	جالون/دقيقة (gal/min) (UK)
قوة	نيوتن (N)	0.2248	رطل- قوة (lbf)
	نيوتن (N)	7.233	باوندال (poundal)
	كيلو- نيوتن	0.1004	طن-قوة (-ton (UK)(force
نقل حرارة	واط (W)	3.412	btu/h
	واط (W)	0.8598	kcal/h
	واط/متر^2 كلفن (W/m^2 K)	0.1761	btu/h ft^2 °F
الإضاءة	لوكس (lx)	0.0929	قدم شمعة
	لوكس (lx)	0.0929	لمعة/قدم^2 (lm/ft^2)
	قنديلة/متر^2 (cd/m^2)	0.0929	قنديلة/قدم^2 (cd/ft^2)
الكتلة	كيلوغرام (kg)	0.0685218	Slug
	طن (tonne-t)	0.984207	طن بريطاني (ton)
	طن (tonne-t)	1.10231	طن أمريكي (ton)
العزم- عزم الفتل	نيوتن- متر(Nm)	0.73756	قدم-رطل قوة (ft lbf)
	نيوتن- متر(Nm)	8.8507	إنش-رطل قوة (in lbf)
عزم العطالة (كتلة)	كيلوغرام.متر^2 (kgm^2)	0.7376	slug-قدم مربعة ($slugft^2$)
العزم الثاني للمساحة	مليمتر^4 (mm^4)	2.4×10^{-6}	إنش للقوة الرابعة (in^4)

الكمية	وحدة النظام الدولي	معامل التحويل ←	الوحدات البريطانية/ وحدات أخرى معروفة
الاستطاعة	واط (W)	3.4121	وحدة حرارية بريطانية/ساعة (btu/h)
	واط (W)	0.73756	قدم- رطل قوة/ثانية (ft lbf/s)
	كيلو واط (kW)	1.341	حصان قوة
	حصان(hp)	550	قدم- رطل قوة/ثانية (ft lbf/s)
الضغط- الإجهاد	كيلو باسكال (kPa)	0.009869	جو (atm)
	كيلو باسكال (kPa)	0.145	رطل قوة/إنش مربع (lbf/in^2)
	كيلو باسكال (kPa)	0.01	بار (bar)
	كيلو باسكال (kPa)	0.2953	إنش زئبقي
	باسكال	1.0	نيوتن/متر مربع (N/m^2)
	ميغا باسكال (MPa)	145.0	رطل قوة/إنش مربع (lbf/in^2)
درجة الحرارة	كلفن(K)	1.0	مئوي (°C)
	كلفن(K)	1.8	رانكين (°R)
	كلفن(K)	1.8	فهرنهايت (°F)
	كلفن(K)		°C+273.15
	كلفن(K)		(°F+459.67)/1.8
	سلزيوس (°C)		(°F−32)/1.8
السرعة	متر/ثانية (m/s)	3.28084	قدم/ثانية (ft/s)
	متر/ثانية (m/s)	196.85	قدم/دقيقة (ft/min)
	متر/ثانية (m/s)	2.23694	ميل/ساعة (mph)
	كيلومتر/ساعة(kph)	0.621371	ميل/ساعة (mph)
	كيلومتر/ساعة(kph)	0.5400	عقدة دولية

الكمية	وحدة النظام الدولي	معامل التحويل ←	الوحدات البريطانية/ وحدات أخرى معروفة
اللزوجة الحركية	متر مربع/ثانية (m^2/s)	1×10^6	Centi-stoke
	متر مربع/ثانية (m^2/s)	1×10^4	stoke
	متر مربع/ثانية (m^2/s)	10.764	قدم مربع/ثانية (ft^2/s)
اللزوجة التحريكية	باسكال ثانية (Pa s)	1000	(cP) Centipoise
	(cP) Centipoise	2.419	رطل/قدم ساعة (lb/ft h)
الحجم	متر مكعب (m^3)	35.315	قدم مكعب (ft^3)
	متر مكعب (m^3)	1.308	ياردة مكعبة (yd^3)
	متر مكعب (m^3)	1000	لتر (l)
	لتر (l)	1.76	باينت–UK (pt) pint
	لتر (l)	0.22	غالون–(gal) gallon UK

لتحويل وحدات النظام الدولي إلى الوحدات البريطانية أو أية وحدات أخرى للقياس نضرب الوحدة المعطاة بمعامل التحويل، أي باتجاه السهم. لعكس العملية، بمعنى لتحويل من الوحدات غير الدولية إلى الدولية نقسم على معامل التحويل.

تعريف وحدات النظام الدولي الأساسية Definition of SI base units

فيما يلي تعاريف دقيقة وحقيقية لوحدات النظام الدولي الأساسية، ربما تبدو هذه التعاريف غريبة في البداية. لقد تم تفصيل هذه التعاريف لتكون مرجعاً، وسوف نمر على أغلبها مرة أخرى خلال دراسة الفيزياء في هذا الفصل وأثناء دراسة المبادئ الأساسية للكهرباء (الفصل الخامس).

الكيلوغرام

الكيلوغرام هو وحدة الكتلة، وهو يساوي كتلة النموذج الدولي للكيلوغرام، كما حدد في الهيئة الدولية للأوزان والمقاييس (CIPM).

المتر

المتر هو طول الطريق المقطوع من قبل الضوء في الخلاء خلال زمن قدره $\frac{1}{299\ 792\ 458}$ ثانية.

الثانية

الثانية هي مدة 9 192 631 770 دورة من الإشعاع الموافق للانتقال بين مستويي الـــ hyperfine للحالة الأساسية لذرة السيزيوم 133.

الأمبير

الأمبير هو ذلك التيار الثابت الذي إذا بقي في موصلين متوازيين مستقيمين لا نهائيي الطول ومقطعهما العرضي مهمل ويقعان على بعد متر واحد فيما بينهما في الخلاء نتج بين هذين الموصلين قوة تساوي 2×10^{-7}نيوتن/متر طولي $(2\times10^{-7}\,\text{N/m length})$

الكلفن

الكلفن هو وحدة درجة الحرارة الترموديناميكية، وتساوي النسبة $\frac{1}{273.16}$ من درجة الحرارة الترموديناميكية للنقطة الثلاثية للماء.

المول

المول هو كمية المادة لمجموعة تحتوي عدداً من الجزئيات الأولية مساوياً لعدد الذرات الموجودة في 0.012kg من الكربون 12. عندما يستخدم المول يجب أن تحدد العناصر الأولية، التي يمكن أن تكون ذرات أو جزيئات أو أيونات، أو الكترونات، أو أية جزيئات أخرى أو مجموعات محددة من هذه الجزيئات.

الشمعة

الشمعة (candela) هي شدة الإضاءة، في الاتجاه المعطى للمنبع الذي يشع إشعاعاً وحيد اللون بتردد $540\times10^{12}\,\text{Hz}$، وله شدة إشعاع في ذلك الاتجاه تساوي $\frac{1}{683}\,\text{w/srad}$ (انظر أدناه).

بالإضافة إلى الوحدات الأساسية السبعة المعطاة أعلاه، وكما نوهنا سابقاً، هناك واحدتان تكميليتان: **الراديان** (radian) للزوايا المستوية (التي ستمر بها لاحقاً) و**السيتيراديان** (steradian) للزوايا المجسمة ثلاثية الأبعاد. كلٌّ من هاتين العلاقتين هي نسبة، والنسب لا وحدة لها. مثلاً متر/متر=1. وسيتم توضيح هذه النسب لاحقاً.

تحدد وحدات النظام الدولي المشتقة بمعادلة بسيطة متعلقة بوحدة أساسية أو اثنتين. يمكن أن تعرف أسماء ورموز بعض الوحدات المشتقة بأسماء ورموز خاصة. تمت جدولة بعض هذه الوحدات المشتقة المعروفة في الجدول (4–3) مع أسمائها الخاصة، مثلاً:

$$1\text{mm} = 10^{-3}\text{m}،$$
$$1\text{cm}^3 = (10^{-2}\text{m})^3 = 10^{-6}\,\text{m}^3$$
$$1\mu\,\text{m} = 10^{-6}\,\text{m}.$$

لاحظ الطريقة التي استخدمت فيها قوى العدد 10. تبين لنا الأمثلة السابقة الطريقة الصحيحة لتمثيل الضرب والضرب الثانوي للوحدات. بعض الوحدات المستخدمة بشكل كبير والمقبولة عرفاً وغير المنتمية للنظام الدولي مفصلة في الجدول (4−5).

مثلاً من الجدول (4−7):

$$14kg = (14)(2.20462) = 30.865 \ \ lb$$

و

$$70bar = \frac{70}{0.01} = 7000kpa = 7.0Mpa \ = 7000kPa$$

اختبر فهمك 4−1

1− أكمل البنود في جدول وحدات النظام الدولي الأساسية المدرجة أدناه:

الكمية الأساس	اسم وحدة S	رمز وحدة النظام الدولي
الكتلة	________	kg
________	متر	m
الزمن	ثانية	________
________	أمبير	A
درجة الحرارة	كلفن	________
كمية المادة	________	mol
________	شمعة	cd

2− ما هي وحدة النظام الدولي للزوايا المستوية؟

3− ما هي الوحدات المستخدمة في النظام المتري الأساسي (CGS)؟

4− حول الكميات التالية باستخدام الجدول (4−7):

(أ) 1.2 UK ton إلى kg

(ب) $63\ ft^3$ إلى m^3

(ج) 14 stokes إلى m^2/s

(د) 750 W إلى hp (حصان)

5- إذا فرضنا أنه وبشكل تقريبي 14.5 psi = 1bar عندئذ، وبدون استخدام الحاسبة، حول 15bar إلى psi .

6- بفرض أنه وبشكل تقريبي المتر المربع الواحد يساوي $10.75\ ft^2$، قدِّر عندئذ ودونّ استخدام الحاسبة، عدد الأمتار المربعة الموجودة في $215\ ft^2$

هناك الكثير من الأمثلة العملية في معالجة الوحدات أثناء الدراسة.

4-3 الأساسيات Fundamentals

بعد مقدمة سريعة عن فكرة وحدات القياس، سنبدأ دراستنا في الفيزياء بدراسة بعض الكميات الأساسية مثل الكتلة والقوة والوزن والكثافة والضغط ودرجة الحرارة وطبيعة المادة وأكثرها أهمية فكرة الطاقة، التي تلعب ذلك الدور الحيوي لفهمنا للعلوم بشكل عام.

ستكون معرفة هذه البارمترات الفيزيائية الأساسية مطلوبة عند دراسة الفيزياء بالتفصيل.

4-3-1 الكتلة والوزن والجاذبية Mass, weight and gravity

الكتلة Mass

كتلة أي جسم هي قياس لكمية المادة في الجسم. وهذه الكمية لا تتغير عندما يتغير موقع الجسم، لذلك لا تتغير كتلة الجسم مع المكان. كما يمكن الملاحظة من الجدول (4-1) أن وحدة الكتلة هي الكيلوغرام (kg). والكيلوغرام

العياري هو كتلة جسم من خليطة البلاتين محفوظة في مكتب الأوزان والمقاييس في مدينة سيفرس (Sevres) بالقرب من باريس.

الوزن Weight

وزن أي جسم هو القوة (force) الجاذبة الناتجة من الجاذبية بين كتلة الأرض وكتلة الجسم. يتناقص وزن أي جسم كلما ابتعد عن مركز الأرض. أي إن الوزن يخضع لقانون التربيع العكسي(inverse square law)، والذي ينص على أنه إذا تضاعف بعد الجسم، فإن الوزن يتناقص إلى ربع القيمة السابقة. وحدة النظام الدولي للوزن هي النيوتن (N). باستخدام الرموز الرياضية، يمكن كتابة هذا القانون بالشكل: $W \propto \frac{1}{d^2}$

حيث: W هو الوزن، وd هي المسافة، و∝ رمز التناسب لذلك، مثلاً، باعتبار أن وزن جسم ما هو (W) وبُعده الابتدائي عن مركز الجاذبية يساوي 50m ، فإن:

$$W \propto \frac{1}{50^2} = 4 \times 10^{-4}$$

إذا ضاعفنا الآن هذه المسافة، فإن وزنه (W) سيصبح:

$$W \propto \frac{1}{100^2} = 1 \times 10^{-4}$$

وهذا يظهر بوضوح أن مضاعفة المسافة تؤدي إلى انخفاض الوزن إلى ربع قيمته الأصلية.

نقطة مفتاحية
كتلة الجسم لا تتأثر بموقعها.
نقطة مفتاحية
في النظام الدولي SI، يقاس الوزن بالنيوتن (N).

تسارع الجاذبية الأرضية Gravitational acceleration

عندما يسمح لجسم أن يسقط فإنه يتحرك باتجاه مركز الأرض بتسارع ناتج من وزنه. إذا أهملنا مقاومة الهواء، عندئذ كل الأجسام التي تسقط من نفس الارتفاع لها نفس تسارع الجاذبية. بالرغم من أن الأجسام الأثقل لها وزن أكبر، إلا أنها تسقط من نفس الارتفاع بنفس تسارع الجاذبية، وذلك بسبب مقاومتها الأكبر للتسارع. سوف يتم شرح فكرة مقاومة التسارع بشكل أوسع عندما نتعامل مع قوانين نيوتن للحركة.

يعتمد تسارع الجاذبية الأرضية، مثل الوزن، على المسافة من مركز الأرض. لتسارع الجاذبية الأرضية (g)، عند مستوى سطح البحر، قيمة قياسية متفق عليها تساوي $9.80665\ m/s^2$. لأغراض الحسابات في هذا الفصل سوف نستخدم التقريب $g = 9.81\ m/s^2$

نقطة مفتاحية
عند سطح البحر، التسارع بسبب الجاذبية g يساوي تقريباً $9.81\ m/s^2$.

العلاقة بين الكتلة والوزن Mass-weight retationship

نستنتج مما سبق، أنه يمكن تحديد وزن جسم ما كحاصل ضرب كتلته بقيمة تسارع الجاذبية الأرضية عند موقع الجسم. ويعبر عن ذلك بالرموز: $W = mg$

حيث، في النظام الدولي، يقدر الوزن (W) بالنيوتن (N) والكتلة بالكيلوغرام (kg) ويؤخذ التسارع الناتج من الجاذبية مساوياً لـ $9.81\ m/s^2$ ما لم يرد خلاف ذلك. هناك التباس في النظام البريطاني لوحدات، بين الكتلة والوزن، بسبب التضارب في الوحدات. فكما رأينا سابقاً، الوزن = الكتلة × تسارع الجاذبية. وهذه حالة خاصة لقانون نيوتن الثاني: القوة = الكتلة × التسارع، كما سنرى لاحقاً.

في نظام الوحدات المترابط يجب أن ترتبط أية وحدة مشتقة بنسبة واحد إلى واحد مع الوحدات الأساسية للنظام، لذلك وحدة قوة وحدة تساوي وحدة كتلة وحدة مضروبة بوحدة تسارع وحدة. في نظام قدم– رطل – ثانية (FPS) ومع اعتبار الرطل كوحدة للكتلة، تتطلب وحدة قوة وحدة معرفة ووحدة تسارع وحدة ($1\ ft/s^2$) لكتلة تساوي 1 lb. التسارع الناتج من الجاذبية في نظام (FPS) يساوي تقريباً $32\ ft/s^2$، لذلك وزن كتلة 1 lb هو بالحقيقة 32 وحدة قوة، ولذلك وحدة القوة يجب أن تساوي 1/32 lb. في الحقيقة وللدقة، طالما أن $g= 32.1740486\ ft/s^2$، فهي تساوي 1/32.17 أو 0.031081 lbf وهي تساوي 0.138255 N، وهذا يسمى بالباوندال (poundal). لكن، وبسبب أن الاستخدام الشائع للرطل كوحدة للوزن، هناك ميل بين المهندسين للاستمرار باستخدامه بهذه الطريقة.

وبما يخالف نظام FPS، الذي يضم ما يسمى الوحدات التقنية أو وحدات الجاذبية أو وحدات المهندس، أُخذت وحدة رطل – قوة (lbf) كوحدة أساسية، أما وحدة الكتلة فهي مشتقة عنها بعكس المناقشة السابقة. سميت هذه الوحدة بـــ slug[*]، وهي الكتلة التي إذا أثرت فيها قوة 1 lbf تعرضت لتسارع يساوي 1 ft/s^2، لذلك كانت تكافئ 32.17 lb. هذه النسخة من نظام FPS كانت ولا تزال مستخدمة بدرجة كبيرة في الولايات المتحدة أكثر من أي مكان آخر.

في حال وجدود أي التباس، يمكن العودة إلى معاملات التحويل للكتلة والقوة المعطاة في الجدول (4–7) (انظر أيضاً الجدول (E–7) في الملحق E ، إضافة إلى المثال المعطى في نهاية هذا الفصل). عندها يمكن تكوين صلة تربط هذه الوحدات غير المألوفة للكتلة والقوة.

بتنا نعرف الآن أن كتلة جسم ما لا تتغير مع تغير الارتفاع، لكن يتغير وزنه وتسارع جاذبيته. لكن بالنسبة إلى الأجسام التي لا تتحرك خارج الغلاف الجوي للأرض، فإن تغيرات تسارع الجاذبية (وبالتالي الوزن) يكون صغيراً

[*] Slug: أو سكج: وحدة كتلة بريطانية.

لدرجة يمكن إهماله في أغلب المسائل العملية. لذلك يمكننا أن نفرض أن التقريب $g = 9.81\ m/s^2$ دقيقٌ بشكل معقول ما لم يرد خلاف ذلك.

لتوضيح العلاقة بين الكتلة والوزن دعنا ندرس مثالاً حسابياً باستخدام وحدات النظام الدولي القياسية.

مثال 4−1

أطلق صاروخ كتلته $25\,000\ kg$ من سطح البحر باتجاه القمر. إذا كان تسارع جاذبية القمر يساوي واحداً إلى ستة من تسارع جاذبية الأرض، حدد ما يلي:

(أ) وزن الصاروخ عند الإقلاع.

(ب) كتلة الصاروخ عند وصوله للقمر.

(ج) وزن الصاروخ عند وصوله للقمر.

(أ) باستخدام العلاقة $W = mg$ فإن الوزن على الأرض

$$W = (25\,000 \times 9.81)$$
$$= 245\,250\ N \quad or \quad 245.25\ kN$$

(ب) نعلم من تعريفنا للكتلة أنها لا تتغير مع تغير المكان، وبالتالي فإن كتلته على القمر نفس كتلته على الأرض أي $25\,000\ kg$.

(ج) نعلم أن تسارع الجاذبية على القمر يساوي تقريباً 1/6 تسارع الجاذبية على الأرض، لذلك

$$g_m = 9.81/6\ m/s^2 = 1.635\ m/s^2$$

وأيضاً من $W_m = mg_m$ نجد وزن الصاروخ على القمر:

$$W_m = 25\,000 \times 1.635 = 40\,875\ N = 40.875\ kN$$

ملاحظة: يمكن أن تكون هناك طريقة أكثر سهولة لحل الجزء (ج) وذلك بقسمة الوزن على الأرض على 6.

اختبر فهمك 4−2

1− ماذا يحدث لوزن جسم ما إذا ما تحرك مبتعداً عن مركز الأرض؟

2− ما هي وحدة النظام الدولي للوزن؟

3− ما هي القيمة التقريبية في النظام الدولي لتسارع الجاذبية عند سطح البحر؟

4− إذا كانت سعة خزانات الوقود لطائرة خفيفة هي 800 جالون بريطاني ما هو حجم الوقود باللترات؟

5− تزن طائرة خفيفة عند الإقلاع $42\,000N$ ، ما هي كتلتها؟

6− عرف:

(أ) الباوندال

(ب) الرطل – قوة (lbf)

2-3-4 الكثافة والكثافة النسبية Density and relative density

الكثافة Density

تعرف الكثافة (ρ) لجسم ما بكتلة وحدة الحجم. بجمع وحدتي النظام الدولي لكل من الكتلة والحجم نحصل على وحدة الكثافة وهي kg/m^3. وباستخدام الرموز تعطى صيغة الكثافة كالتالي:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

حيث وحدة الكتلة (kg) والحجم (m^3).

سنرى لاحقاً في دراسة الغلاف الجوي، أن الكثافة تابعة لدرجة الحرارة. وهذا بسبب أن الحجم يتغير مع تغير درجة الحرارة.

نقطة مفتاحية
تؤخذ كثافة الماء النقي عند 4°C مساوية $1000kg/m^3$.

الكثافة النسبية Relative density

الكثافة النسبية لجسم ما هي نسبة كثافة الجسم إلى كثافة الماء النقي المقيسة عند 4°C.

كثافة الماء تحت هذه الظروف تساوي $1000kg/m^3$ وبما أن الكثافة النسبية هي نسبية فليس لها وحدة. الاسم القديم للكثافة النسبية هو الثقل النوعي (SG)، هذا في حال ورد هذا المصطلح في المستقبل.

أدرجت في الجدول (4–8) كثافة بعض العناصر والمواد الهندسية الأكثر شيوعاً. لإيجاد الكثافة النسبية لأي عنصر أو مادة. تُقسم كثافتها على $1000kg/m^3$.

اختبر فهمك 4–3

1– ما هي وحدة الكثافة في النظام الدولي؟

2– استخدم كلاً من الجدولين (4–7) و (4–8) لإيجاد كثافة الألمنيوم:

(أ) في وحدات النظام الدولي

(ب) في lb/ft^3

3– ما هو المرجح حدوثه لكثافة الماء النقي إذا ازدادت درجة حرارته؟

4– لماذا لا تملك الكثافة النسبية وحدة؟

5– ماذا يكافئ، بشكل تقريبي، 10lb/gallon (وحدات بريطانية) في وحدات النظام الدولي القياسية للكثافة؟

مثال 4−2

تبلغ كتلة إحدى قطع الطائرة المصنوعة من الفولاذ القابل للطرق (mild steel) 240g. احسب حجم هذه القطعة (cm^3)، باستخدام كثافة الفولاذ القابل للطرق المعطاة في الجدول (4−8).

من الجدول (4−8) تبلغ كثافة الفولاذ القابل للطرق 7850kg، لذلك وباستخدام تعريفنا للكثافة نجد:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{240 \times 10^{-3}}{7850} = 30.57 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}^3$$

وهكذا يكون حجم هذه القطعة $30.57 cm^3$. لاحظ أنه وللحصول على الوحدة النظامية للكتلة، حولت 240g إلى kg باستخدام عامل الضرب 10^{-3}، وبضرب m^3 بـــ 10^6 تم تحويله إلى cm^3، كما هو مطلوب. يجب الحذر عند استخدام معاملات التحويل، وخاصة عند التعامل مع المقادير المربعة أو المكعبة.

جدول 4−8 كثافة بعض المواد/العناصر الهندسية

Element/material	Density (kg/m^3)
Acrylic	1200
Aluminum	2700
Boron	2340
Brass	8400–8600
Cadmium	8650
Cast iron	7350
Chromium	7190
Concrete	2400
Copper	8960
Glass	2400–2800
Gold	19,320
Hydrogen	0.09
Iron	7870
Lead	11,340
Magnesium	1740
Manganese	7430
Mercury	13,600
Mild steel	7850
Nickel	8900
Nitrogen	0.125
Nylon	1150
Oxygen	0.143
Platinum	21,450
Polycarbonate	914–960
Polyethylene	1300–1500
Rubber	860–2000
Sodium	971
Stainless steel	7905
Tin	7300
Titanium	4507
Tungsten	1900
UPVC	19,300
Vanadium	6100
Wood (douglas fir)	608
Wood (oak)	690
Zinc	7130

مثال 4−3

تزن إحدى قطع الطائرة المصنعة من خليطة الألمنيوم 16N ويبلغ حجمها $600cm^3$، حدد الكثافة النسبية لهذه الخليطة.

لإيجاد كتلة القطعة، نحتاج إلى استخدام علاقة الكتلة− الوزن $m = \frac{W}{g}$،

أي إن الكتلة تساوي: $m = \frac{16}{9.81} = 1.631\text{kg}$

عندئذ الكثافة تساوي:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1.631}{600 \times 10^{-6}} = 2718\,\text{kg/m}^3$$

تعطى الكثافة النسبية (RD) كالتالي:

$$\text{RD} = \frac{2718\,\text{kg/m}^3}{1000\text{kg/m}^3} = 2.718$$

3-3-4 القوة Force

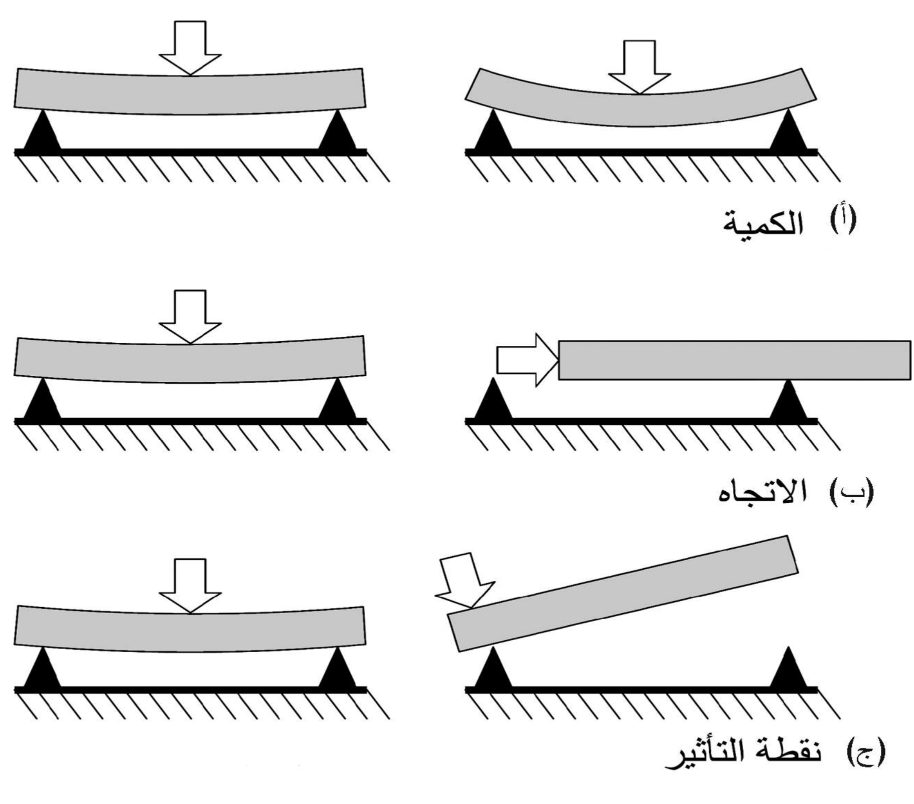
كمفهوم بسيط، القوة هي عملية دفع أو سحب مبذولة من قبل جسم على جسم آخر. وبالنسبة إلى عنصر ضمن مجموعة ثابتة، تسبب عملية الدفع هذه الضغط، بينما يسبب السحب الشد. العناصر المعرضة لقوى الضغط والشد لها أسماء خاصة بها. فالعنصر، ضمن المجموعة، الذي في حالة ضغط "compression" يسمى دعامة "strut" (عمود انضغاطي) أما العنصر في حالة الشد فيدعى رابطاً.

العناصر الصلبة في التركيب هي الوحيدة القادرة على التصرف بكلا الاتجاهين (كدعامة أو رابط). لا تستطيع العناصر المرنة كالحبال أو الأسلاك أو الجنازير إلا أن تتصرف كروابط. كما لا يمكن أن تؤثر القوة بدون مقاومة، كما سنرى لاحقاً عند دراسة قوانين نيوتن. تدعى القوة المطبقة بالفعل (action) والقوة المقاومة التي تنتج منها برد الفعل (reaction).

نقطة مفتاحية

يؤدي فعل القوة دائماً إلى رد فعل مقاوم.

تعتمد تأثيرات أية مقاومة على ثلاث خصائص، مبيّنة بالشكل (4−1).



الشكل 4−1: خصائص القوة.

بشكل عام تستخدم العلاقة التالية في قياس القوة:

القوة (F) = الكتلة (m) × التسارع (a) أو

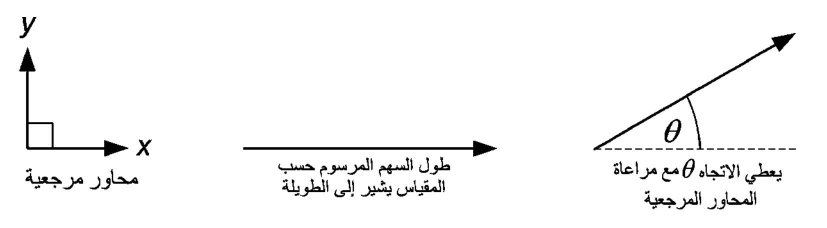
$$F = ma$$

وحدة النظام الدولي للقوة هي النيوتن. لاحظ أن قوة الوزن قد مرت سابقاً ضمن حالة خاصة حيث التسارع الذي يؤثر في الكتلة كان بسبب الجاذبية، لذلك يمكن تحديد قوة الوزن بالعلاقة $F = mg$. وهكذا يعرف النيوتن كالتالي:

1− نيوتن هو القوة التي تعطي لكتلة مقدارها 1kg تسارعاً مقداره $1 m/s^2$

يمكن أن نستنتج من الشكل (4−1) أن أية قوة لها مقدار (طويلة) واتجاه ونقطة تأثير. عندئذ تكون القوة شعاعاً كمّياً، أي أن لها طويلة واتجاهاً.

الكمية غير الشعاعية (Scalar)، مثل الكتلة، لها فقط طويلة. وبالتالي يمكن تمثيل القوة بشكل بياني في بعدين برسم سهم يمثل طوله طويلة القوة، بينما يشير رأس السهم إلى الاتجاه بالنسبة إلى وضع المحاور المعرفة بشكل مسبق. يوضح الشكل (4−2) التمثيل البياني لقوة ما.



الشكل 4−2: التمثيل البياني لقوة ما.

ملاحظة: في نظام المهندسين للوحدات FPS، تعطي القوة لـــ 1 lbf كتلة مقدارها 1 slug تسارعاً مقداره $1\ ft/s^2$، أي $1\ lbf = 32.17\ lbft/s^2$ حيث slug هي وحدة الكتلة وتساوي:

$$1\ slug = 32.17\ lb$$

4-3-4 الضغط **Pressure**

يعرف الضغط (P) الناتج من تطبيق قوة أو حمل، بالقوة المطبقة على وحدة المساحة.

$$P = \frac{\text{القوة أو الحمل المطبق عمودياً (⊥)على السطح}}{\text{المساحة التي تؤثر فيها القوة أو الدفع}}$$

تعطى وحدة الضغط في النظام الدولي عادة بالـــ N/m^2 أو N/mm^2 أو MN/m^2 أو باسكال (Pa)، حيث $1\ Pa = 1\ N/m^2$. كما تعطى أيضاً بالبار في نظام الموائع، حيث:

$$1bar = 10^5\,Pa \Rightarrow 100\,000\ N/m^2$$

والبار ليس القيمة المأخوذة للضغط الجوي النظامي عند سطح البحر، فالقيمة الواردة بالبار للضغط الجوي النظامي هي 1.0132 bar أو $101320\ N/m^2$ أو 101.32 kPa. يمكن قول الكثير حول الضغط الجوي، خاصة عند دراسة الغلاف الجوي النظامي في هيئة الطيران المدني الدولي International Civil Aviation (Organization- ICAO) أثناء دراسة فيزياء الغلاف الجوي.

نقطة مفتاحية
الضغط الجوي النظامي هو 1.0132 bar أو $101320\ N/m^2$.

مثال 4-4

تبلغ مساحة سطح الهبوط للحوامة على طوافة $240m^2$. ويبلغ الوزن الجاري تفريغه من الحوامة 480kN، والوزن الكلي المقدر للتحميل 840kN. حدد ضغط الهواء الأدنى المطلوب في الطوافة لحمل الحوامة عند التفريغ والتحميل الكامل.

عند التفريغ:

$$\text{الضغط} = \frac{\text{القوة}}{\text{المساحة}}$$

$$P = \frac{480\,kN}{240\,m^2} = 2\,kN/m^2$$

عند التحميل الكامل:

$$P = \frac{840\,\text{kN}}{240\,\text{m}^2} = 3.5\,\text{kN/m}^2$$

عملياً يجب نفخ الطوافة للضغط الأعلى ($3.5\ \text{kN/m}^2$)، كما يجب إعادة الماء إلى المستوى المناسب والطائرة في وضع السكون.

اختبر فهمك 4-4

1- ما هي الخصائص الثلاث التي تحدد أية قوة؟

2- عرِّف (أ) الكمية غير الشعاعية و(ب) الكمية الشعاعية، وأعط مثالاً لكلٍ منها.

3- أعط تعريفاً عاماً للقوة، واشرح كيف تتغير قوة الوزن من خلال هذا التعريف.

4- أكمل العبارة التالية: الدعامة هي عنصر في ________ والرابط هو عنصر________

5- عرف الضغط وحدد له واحدتين من النظام الدولي.

6- باستخدام الجداول المناسبة حول الآتي إلى وحدات النظام الدولي النظامية

(أ) 28 psi

(ب) 30 in.Hg

4-3-5 السرعة والسرعة الاتجاهية والتسارع

Speed, velocity and acceleration

يمكن أن تعرف السرعة (speed) بأنها المسافة في وحدة الزمن. وبالتالي فهي كمية غير اتجاهية. وحدة النظام الدولي المعروفة للسرعة هي كيلو متر في الساعة (kph) أو متر في الثانية (m/s).

في صناعة الطائرات عادة ما نتحدث عن العقدة كوحدة لسرعة الطائرات (knot) (العقدة هي ميل بحري في الساعة) أو ميل في الساعة (mph). كما يمكن أن يستخدم عدد ماخ أيضاً، وسيأتي ذكر المزيد عن وحدات السرعة هذه لاحقاً.

مثال 4-5

حول

(أ) 450 knots إلى kph

(ب) 120m/s إلى mph

نستطيع ببساطة أن نضرب بعوامل التحويل المناسبة المدرجة في الجدول (4-7)، والتي هي من أجل الجزء (أ) تساوي 0.5400 أو 1.852. وبشكل مشابه من أجل الجزء (ب) يكون عامل التحويل هو 2.23694 . والآن لنر إن كان بإمكاننا اشتقاق عوامل التحويل هذه بوضع المسألة في أسلوب دائري آخر.

(أ) افترض أننا نعلم أن العقدة فيها 6080 قدماً، وبما أن متراً واحداً يساوي 3.28084 قدم، وبالتالي في العقدة هنا m $\frac{6080}{3.28084}=1853.18$ ،

وهكذا 450 عقدة تساوي إلى:

$$450\times1853.18(m/h)=833.93kph$$

ولتحويل العقدة إلى كيلومتر بالساعة ينبغي ضربها بالمعامل $\frac{6080}{450}=1.853$

والتي تتوافق بخانتين عشريتين مع القيمة الموجودة في الجدول.

(ب) يمكن إيجاد عامل التحويل لتحويل m/s إلى mph بأسلوب مشابه. نبدأ في هذه الحالة من حقيقة أن 1m = 3.28084 ft وهناك 5280 قدماً في كل ميل، لذلك:

$$120m/s = 3.28084\times120\ ft/s$$

أو:

$$\frac{3.28084\times120}{5280}mile/s$$

نعلم أيضاً أنه يوجد هناك 3600 s في الساعة الوحدة، ولذلك:

$$120\text{m/s} = \frac{3.28084 \times 120 \times 3600}{5280} = 268.4\text{mph}$$

مرة أخرى يعطي عامل الضرب بالنسبة 268.4/120=2.2369 وهذا موافق للقيمة المدرجة في الجدول. إذا حاولت اشتقاق عوامل تحويل خاصة بك من تحويلات الوحدات فإن هذا سيساعدك في فهم مبدأ تحويل الوحدات.

تعرف السرعة (velocity) بالمسافة خلال وحدة الزمن في اتجاه محدد. لذلك فالسرعة هي كمية شعاعية ووحدات النظام الدولي لطويلة السرعة هي وحدات النظام الدولي للسرعة (speed) أي m/s. إن اتجاه السرعة غير محدد بشكل دائم، لكن من المهم معرفته أن السرعة هي في الاتجاه المحدد حتى لو كانت ضمن هذا الاتجاه غير مستقر.

نقطة مفتاحية
السرعة (speed) هي كمية غير شعاعية في حين أن السرعة (velocity) هي كمية شعاعية.

يعرف التسارع بأنه تغير السرعة في وحدة الزمن أو معدل تغير السرعة، التسارع أيضاً هو كمية شعاعية ووحدة التسارع في النظام الدولي هي:

$$\frac{\text{m/s}}{\text{s}}$$ أو $$\text{m/s}^2$$

6-3-4 التوازن وكمية الحركة والعطالة

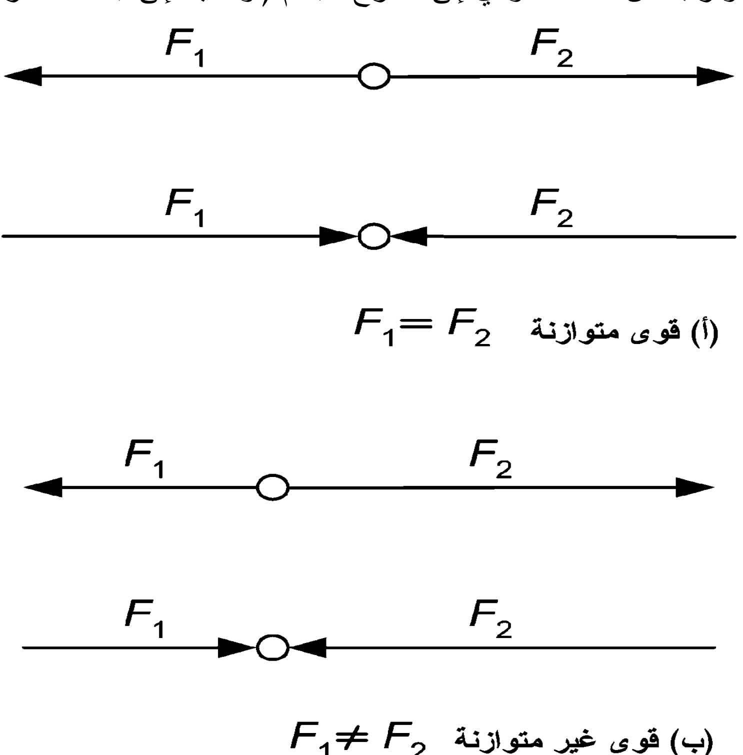
Equilibrium, momentum and inertia

يقال عن جسم إنه في حالة توازن (equilibrium) عندما يكون تسارعه مساوياً للصفر، أي عندما يكون متوقفاً أو يتحرك حركة مستقيمة بسرعة ثابتة، كما في الشكل (4−3).

يمكن أن توصف كمية الحركة بأنها مقدار حركة جسم ما. وهي جداء كتلة الجسم بسرعته. أي تغير في كمية الحركة يتطلب تغيراً في السرعة، أي تسارعاً. يمكن القول إنه من أجل كمية ثابتة لمادة لتكون في حالة توازن يجب أن تكون كمية حركتها ثابتة. هناك تعريف آخر أكثر دقة لكمية الحركة سيأتي لاحقاً عند دراستنا لقانون نيوتن الثاني.

نقطة مفتاحية
كمية الحركة لجسم ما تساوي إلى حاصل ضرب كتلته بسرعته.

كل المواد تقاوم التغيير. والقوى التي تقاوم التغير في كمية الحركة (أي التسارع) تدعى العطالة. تعتمد عطالة أي جسم على كتلته، كلما ازدادت الكتلة ازدادت العطالة. عطالة أي جسم هي قوة داخلية لا تصبح فعالة إلا عندما يحدث التسارع. أية قوة مطبقة تؤثر بعكس العطالة تؤدي إلى تسارع الجسم (أو تميل إلى جعله متسارعاً).



الشكل 4-3: (أ) قوى متوازنة. (ب) قوى غير متوازنة.

7-3-4 قوانين نيوتن للحركة Newton's laws of motion

قبل دراسة قوانين نيوتن نحن بحاجة إلى إعادة النظر في مفهوم القوة. نعلم مسبقاً أن القوة لا يمكن أن تؤثر بدون وجود مقاومة، أي فعل ورد الفعل. إذا طبقنا قوة سحب 100N على حبل فإن هذه القوة لا تبقى بدون مقاومة. فالقوة (force) هي تلك التي تغير أو تسعى إلى تغيير حالة السكون أو الحركة المنتظمة للجسم. والقوى التي تؤثر في الجسم يمكن أن تكون خارجية (تؤثر من خارج الجسم) مثل الوزن، أو داخلية (مثل المقاومة الداخلية للمادة المعرضة للضغط). يدعى الفرق بين القوى التي تسعى إلى إحداث الحركة وتلك التي تقاوم الحركة بالقوة المحصلة (resultant) أو القوة غير المتوازنة (out-of-balance).

الجسم الذي لا تؤثر فيه قوة خارجية غير متوازنة هو في حالة توازن، وبالتالي لن يتسارع. أما الجسم الذي لديه تلك القوة غير المتوازنة فإنه سيتسارع بنسبة تعتمد على كتلته وطويلة القوة غير المتوازنة. يبدي الجسم المعرّض لهذه القوة غير المتوازنة مقاومة تتمثل بقوة العطالة.

ينص **قانون نيوتن الأول** في الحركة على مايلي: يبقى الجسم في حالة سكون أو يتحرك حركة_مستقيمة منتظمة ما لم يؤثر فيه بمحصلة قوة خارجية.

أما **قانون نيوتن الثاني** في الحركة فينص على مايلي: إن معدل تغير كمية الحركة لجسم ما يتناسب طردياً مع القوة المؤثرة في هذا التغير، ويحدث هذا التغير في الاتجاه الذي تؤثر به القوة.

عرفنا القوة سابقاً وقلنا إن القوة = الكتلة × التسارع. وعلمنا أيضاً أن التسارع يمكن أن يعرف بأنه تغير السرعة في وحدة الزمن أو هو معدل تغير السرعة. إذا افترضنا أن جسماً ما يملك سرعة ابتدائية مقدارها u وسرعة نهائية v، عندئذ تغير السرعة يعطى بالعبارة $(v - u)$، وبالتالي معدل تغير السرعة أو التسارع يكتب بالشكل: $\frac{(v-u)}{t}$ ، حيث t : زمن تغير السرعة.

نقطة مفتاحية
$F = ma$ هو نتيجة لقانون نيوتن الثاني للحركة.

بما أن $F = ma$ ، فإن هذا يكتب بالشكل $F = \frac{m(v-u)}{t}$

وبالضرب داخل القوس نجد:

$$F = \frac{mv - mu}{t}$$

ونعلم أيضاً بأن كمية الحركة عرفت سابقاً بأنها الكتلة × السرعة. لذلك فالجداء mu هو كمية الحركة الابتدائية للجسم قبل تطبيق القوة وmv هو كمية الحركة النهائية، وبالتالي فالتعبير $(mv - mu)$ هو تغير كمية الحركة، وبالتالي فإن $\frac{(mv - mu)}{t}$ هو معدل تغير كمية الحركة، ولذلك يمكن أن يعبر عن قانون نيوتن الثاني بالشكل $F = \frac{mv - mu}{t}$ أو $F = ma$

ينص **قانون نيوتن الثالث** في الحركة على أن لكل فعل رد فعل يساويه ويعاكسه في الاتجاه. سنعود إلى قانون نيوتن مرة أخرى عند دراسة حركة الطائرات ودفع المحرك.

8-3-4 درجة الحرارة Temperature

درجة الحرارة هي مقياس لكمية الطاقة التي يمتلكها الجسم أو المادة. وهي مقياس لاهتزازات الجزيئات ضمن الجسم. تصبح هذه الاهتزازات أكثر فعالية عندما يصبح الجسم أو المادة أكثر سخونة. لهذا السبب، وبشكل أقرب للفهم، يمكن أن تعبر درجة الحرارة عن درجة سخونة الجسم. هناك المزيد من التعاريف العلمية لدرجة الحرارة ستمر أثناء دراستنا للترموديناميك.

اختبر فهمك 4−5

1− استخدم الجداول المناسبة لتحويل الوحدات التالية:

(أ) 600 kph

(ب) 140 m/s

إلى mph

(ج) $25\ m/s^2$ إلى ft/s^2

(د) 80 ft/s

(هـ) 540 mph

(و) 240 knot

إلى m/s

2− حدد التسارع بـ m/s^2 عندما تطبق قوة مقدارها 1000N على كتلة تساوي 500 lb.

3− عرف العطالة وحدد واحدتها.

4− ماذا يمكننا أن نكتب كمكافئ للعبارة "معدل تغير كمية الحركة" في قانون نيوتن الثاني.

5−ماذا تقيس درجة الحرارة بمفهومها البسيط؟

أسئلة عامة 4−1

1− يتعرض صاروخ منطلق إلى الغلاف الجوي للأرض لتسارع بتأثير الجاذبية مقداره $5.2\ m/s^2$.

إذا كانت كتلة الصاروخ $120\ 000\ kg$، حدد وزن الصاروخ:

(أ) على الأرض.   (ب) على المدار.

2- جسم صلب مستطيل الشكل أبعاده: $1.5\ cm \times 20\ cm \times 30\ cm$ وكتلته تساوي 54kg.

احسب (أ) حجمه مقدراً بـــ m^3

(ب) كثافته بـــ Pa

(ج) كثافته النسبية.

3- للطائرة أربعة خزانات للوقود، اثنان منها في كل جناح. حجم كلا الخزانين الخارجيين $20m^3$ و حجم كل من الخزانين الداخليين $50m^3$. الوزن النوعي للوقود المستخدم 0.85. حدد وزن الوقود المحمول (عند سطح البحر) عندما تكون الخزانات مملوءة.

4- يبلغ وزن جسم ما على سطح الأرض 550N:

(أ) ما هي القوة المطلوبة لإعطاء الجسم تسارعاً مقداره $6m/s^2$؟

(ب) ما هو رد الفعل الأولي للجسم عندما يأخذ ذلك التسارع؟

5- أُعْطِيتْ كلٌّ من الطائرتين بوينغ 747 وسيسنا 172 تسارعاً مقداره $5m/s^2$. لتحقيق ذلك كانت قوة الدفع المنتجة في محرك سيسنا 15kN وقوة الدفع المطلوبة في طائرة البوينغ هي 800kN أوجد كتلة كل من الطائرتين.

4-4 المادة Matter

1-4-4 مقدمة Introduction

كنا قد عرفنا الكتلة بأنها كمية المادة في الجسم، لكن ما هي طبيعة هذه المادة. كل المواد (matter or material) تتكون من وحدات بناء أولية، التي تعرف بالذرات والجزيئات. يمكن أن تقسم الذرة إلى بروتونات ونيترونات والكترونات. اكتشف الفيزيائيون عدة جسيمات أولية تحت ذرية لسنا بحاجة إلى دراستها هنا. يتألف الجزيء (molecule) من اجتماع ذرتين أو أكثر، التي ترتبط بشكل كيميائي وبطريقة

محددة لتعطي للمادة خواصها الجهرية. تدعى عملية ارتباط الذرات أو الجزيئات لتشكيل المادة الأصل بالارتباط الكيميائي (chemical bonding).

القوة الدافعة التي تحث الذرات أو الجزيئات للاتحاد بطريقة محددة هي الطاقة. تتشكل المادة، مثل كل شيء في الطبيعة، نتيجة تتابع اتحاد ذرات وجزيئات بنفس الطريقة التي تشكلت بها أول مرة حتى تصل إلى طاقتها الدنيا. يمكن أن نعرف الطاقة (energy) بأنها القدرة على فعل عمل وبالتالي، مثل الطبيعة، نقيس كفاءتنا بمدى تحقيق هذا العمل، في حدود استهلاكنا لأدنى كمية من الطاقة.

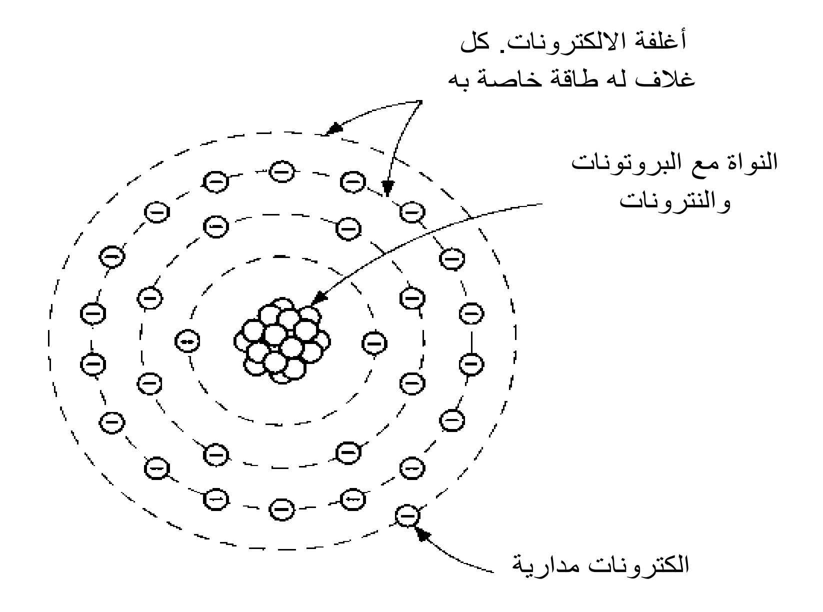
ستتم تغطية مواضيع الطاقة والعمل والاستطاعة بشكل أوسع عند دراستنا اللاحقة للديناميك (التحريك).

2-4-4 الارتباط الكيميائي (الرابطة الكيميائية) Chemical bonding

من أجل فهم أعمق لآلية الربط، عليك أن تكون مدركاً لحقيقتين مهمتين فيما يتعلق بالذرة والعلاقة بين نوع الرابط والجدول الدوري للعناصر (الشكل (4−9)).

تتألف نواة الذرة من اتحاد للبروتونات والنترونات، يمتلك البروتون شحنة موجبة صغيرة جداً، أما النترون فكما يشير اسمه فهو حيادي كهربائياً. يحيط بهذه النواة في سلسة من الحزم الطاقية (energy bands) المحكمة والمنفصلة الكترونات سالبة الشحنة تدور حول النواة (الشكل 4−4). أية ذرة هي محايدة كهربائياً. وذلك لأن عدد البروتونات ذات الشحنات الموجبة تماثل وتعاكس بالشحنة عدد الالكترونات سالبة الشحنة. ترتبط الالكترونات الموجودة على الحزمة الطاقية أو الطبقة الأقرب للنواة برباط قوي بسبب الجاذبية الكهروستاتيكية. أما في الطبقات الأبعد فتكون هذه الجاذبية أقل قوة.

نقطة مفتاحية
تحمل الالكترونات شحنة سالبة بينما تحمل البروتونات شحنة موجبة.



الشكل 4-4: نموذج مبسط للذرة.

يتشكل الأيون عندما تأسر أو تفقد الذرة الكترونات، مما يغير الحيادية الكهربائية للذرة الأصلية. فمثلاً يتشكل الأيون الموجب عندما تفقد الذرة واحداً أو أكثر من الكتروناتها الخارجية. يرتبط تكافؤ (valence) الذرة بقدرة الذرة على الدخول في اتحاد كيميائي مع عناصر أخرى، وهذا يتحدد غالباً بعدد الالكترونات في المدارات الخارجية، حيث تنخفض طاقة الارتباط. تعرف أغلفة التكافؤ غالباً بالأغلفة s أو p، تشير الحروف إلى الغلاف الذي يتبع له الإلكترون. مثلاً يمكن تمثيل المغنزيوم الذي يملك 12 إلكتروناً، والألمنيوم الذي يملك 13 الكتروناً، والجيرمانيوم الذي يملك 32 إلكتروناً، كما يلي:

التكافؤ = 2 Mg $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2$

التكافؤ = 3 Al $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^1$

التكافؤ = 4 Ge $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2$

$3p^6\ 3d^{10}\ 4s^2\ 4p^2$

تشير الأعداد 1s و 2s و2p و... الخ، إلى مستوى الأغلفة، بينما تشير الأعداد العلوية إلى عدد الالكترونات في ذلك الغلاف. غالباً ما يتحدد عدد التكافؤ بالعدد الإجمالي لالكترونات s وp في الغلاف الخارجي. هناك استثناء للقاعدة السابقة، وهي أن التكافؤ يعتمد أيضاً على طبيعة العلاقة الكيميائية.



الجدول 4-9: الجدول الدوري للعناصر

	IA	IIA	IIIB	IVB	VB	VIB	VIIB	VIII	VIII	VIII	IB	IIB	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	0
	s1	s2	d1 s2	d2 s2	d3 s2	d5 s1	d5 s2	d6 s2	d7 s2	d8 s2	d10 s1	d10 s2	s2 p1	s2 p2	s2 p3	s2 p4	s2 p5	s2 p6
1	1 H																	2 He
2	3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
3	11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
4	19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
5	37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
6	55 Cs	56 Ba	57 to 71	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
7	87 Fr	88 Ra	89 to 103	104 Ku	105 Ha	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Uun	111 Uuu	112 Uub						

عناصر التحول (IIIB – IIB)

عناصر التحول الداخلية

اللانثانيدات	57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu
الاكتينيدات	89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr

قائمة: معادن، أشباه المعادن، لا معادن، غازات نادره

نقطة مفتاحية
تكافؤ أي عنصر يحدد بالعمود الذي يقع فيه ضمن الجدول الدوري.

إذا كان تكافؤ ذرة ما يساوي الصفر، فذلك يعني عدم وجود الكترونات يمكن أن تدخل في علاقات كيميائية، وهذه هي جميع الأمثلة للعناصر الخاملة أو النبيلة.

ربما نتساءل إلى أين سيقودنا الحديث عن التكافؤ. بدراسة الجدول الدوري (الشكل4−9) ستكون قادراً على معرفة ذلك. توافق الأسطر (raws) في الجدول الدوري مبدأ الأغلفة الطاقية التي تحوي الإلكترون، أما الأعمدة (columns) فتشير إلى عدد الالكترونات الموجودة في المستوى الطاقي sp الخارجي وهي تتوافق مع التكافؤ الأكثر شيوعاً. عادة ما تملك عناصر أي عمود سلوكاً وخصائص متشابهة. سميت عناصر التحول بذلك الاسم بسبب أن بعض أغلفتها الداخلية قد تملأ بالتدرج كلما تحركت من اليسار إلى اليمين في الجدول. مثلاً يحتاج السكاديوم (Sc) إلى تسعة الكترونات لملء كامل الغلاف 3d، بينما من جهة أخرى يملك النحاس (Cu) غلافاً 3d ممتلئاً والذي يساعده في الاحتفاظ بالكترونات التكافؤ المرتبطة بشدة مع القلب الداخلي، والنحاس كما الفضة (Ag) والذهب (Au) هم بالترتيب عناصر مستقرة جداً وغير متفاعلة. لاحظ أن كلاً من النحاس والفضة والذهب يقع في نفس العمود، وبالتالي فهم يملكون جميعاً خصائص متشابهة.

في العمودين I و II تملك العناصر أغلفة داخلية ممتلئة بالإضافة إلى واحد أو اثنين من الكترونات التكافؤ. في العمود III، الألمنيوم (Al) مثلاً يملك ثلاثة الكترونات تكافؤية بينما في العمود السابع VII يملك الكلور (Cl) سبعة الكترونات تكافؤية.

النقطة المهمة التي تجدر الإشارة إليها أن عدد الكترونات التكافؤ في الأغلفة الخارجية هو الذي يحدد تفاعلية العنصر، وبسبب ذلك يحدد الطريقة التي سيرتبط بها العنصر مع العناصر الأخرى، أي نوع الرابطة التي سوف تتشكل. كل الذرات داخل العناصر تحاول أن تعود أو تكون في أدنى مستوى طاقي لها، وهذا يتحقق إذا ما استطاعت تلك الذرات الوصول إلى ترتيب الغاز النبيل. حيث تمتلئ أغلفتها sp الخارجية بالالكترونات أو تكون خالية منها تماماً، وبالتالي ليست هناك

الكترونات إضافية للاتحاد مع العناصر الأخرى. عندما تتحد الذرات مع بعضها البعض فإنها تحاول الوصول إلى ترتيب الغاز النبيل، كما سنرى لاحقاً.

سنلقي الآن الضوء على الآلية التي تتحد أو ترتبط فيها الذرات والجزيئات مع بعضها البعض. بشكل رئيسي هناك ثلاثة أنواع للارتباط المباشر: الإيوني والتكافؤي والمعدني، بالإضافة إلى روابط ثانوية كروابط فاندرفالس.

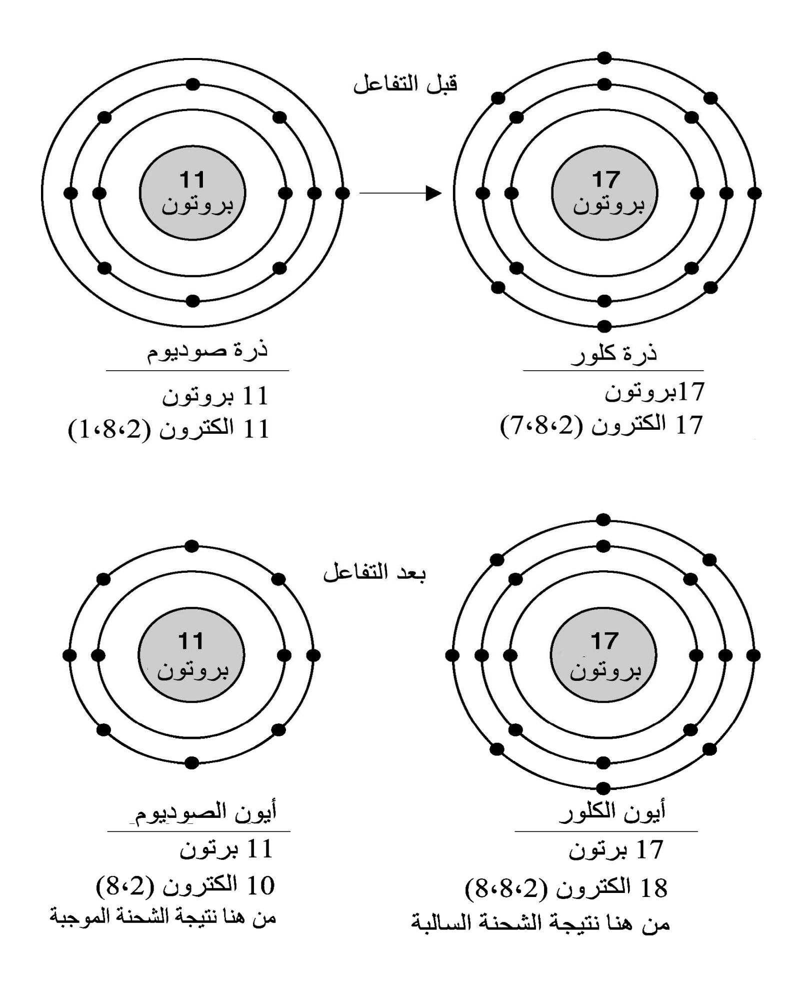
نقطة مفتاحية
تتحقق الرابطة الإيونية بانتقال الالكترونات.

عندما يتواجد أكثر من نوع واحد من الذرات في المعدن، عندئذ يمكن أن تعطي ذرة ما الكتروناتها التكافؤية لذرة أخرى، متممة بذلك طاقة الغلاف الخارجي للذرة الثانية. والآن أصبحت كلتا الذرتين تمتلك مستويات طاقية خارجية ممتلئة أو خالية تماماً، لكنْ، عملياً، كلٌ من الذرتين قد اكتسبت شحنة كهربائية، وبالتالي تسلك سلوك الإيون. هذه الإيونات مختلفة الشحنة تتجذب لبعضها البعض لتشكل الرابطة الإيونية (ionic bond).

يشار أحياناً لهذه الرابطة الإيونية برابطة التكافؤ الكهربائي (electrovalent bond). واتحاد ذرة الصوديوم مع ذرة الكلور يوضح عملية الارتباط الإيوني بشكل جيد، كما هو موضح بالشكل (4−5).

لاحظ أن انتقال (transfer) الإلكترون من ذرة الصوديوم إلى ذرة الكلور جعل لكلتا الذرتين ترتيب الغاز النبيل، فالغلاف التكافؤي الخارجي في ذرة الصوديوم أصبح خالياً، بينما أصبح ممتلئاً في ذرة الكلور. هنا أصبح هذان الإيونان في أخفض مستوى طاقي لهما، وبالتالي اتحدا بسهولة. في هذا المثال التقليدي للرابطة الإيونية حيث اتحد الصوديوم المعدن مع الكلور شبه المعدن لتشكيل جزيء كلور الصوديوم أو ما يعرف بالملح.

نقطة مفتاحية
تتحقق الرابطة الأيونية بانتقال الالكترونات.



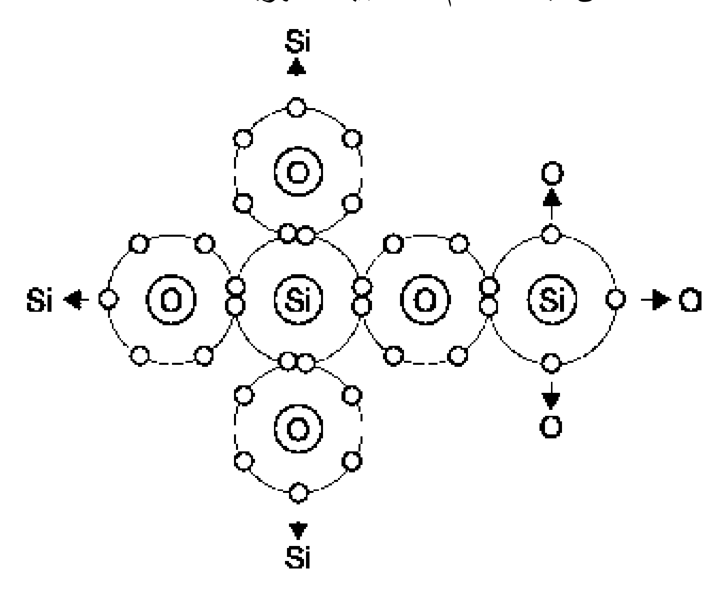
الشكل 4–5: توضيح لعملية الارتباط الأيوني بين ذرة صوديوم وذرة كلور.

تتشارك الكترونات المواد المرتبطة بشكل تكافؤي بين ذرتين أو أكثر، تُنظم هذه المشاركة بين الذرتين حيث يمتلئ الغلاف الخارجي لكل ذرة، وبالتالي عند تشكل الجزيء تتوضع الذرة في المستوى الطاقي الأدنى وتأخذ ترتيب الغاز النبيل. يظهر الشكل (4–6) الارتباط التكافؤي بين السيليكون والأكسجين لتشكيل السليكا (أوكسيد السيلكون، SiO_2).

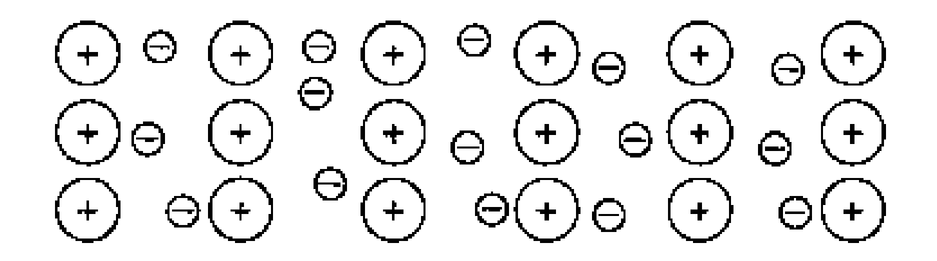
تستطيع العناصر المعدنية التي تمتلك تكافؤات منخفضة، التخلي بسهولة عن الكتروناتها التكافؤية لتشكيل "بحر الكترونات" الذي يحيط بنواة الذرة. وبتخليها

عن هذه الالكترونات تتحول العناصر المعدنية إلى إيونات موجبة، التي تجتمع مع بعضها البعض بجاذبية تبادلية للإلكترونات المحيطة لتعطي الرابطة القوية للمعادن. يوضح الشكل (4–7) هذه الرابطة المعدنية (metallic bond).

من السهل لذرات المعادن التخلي عن الكتروناتها التكافؤية (حوامل الشحنة) مما يجعل هذه المعادن، بشكل عام ناقلة جيدة للكهرباء.



الشكل 4–6: رابطة تساهمية متشكلة بين ذرات السيليكون والأكسجين.

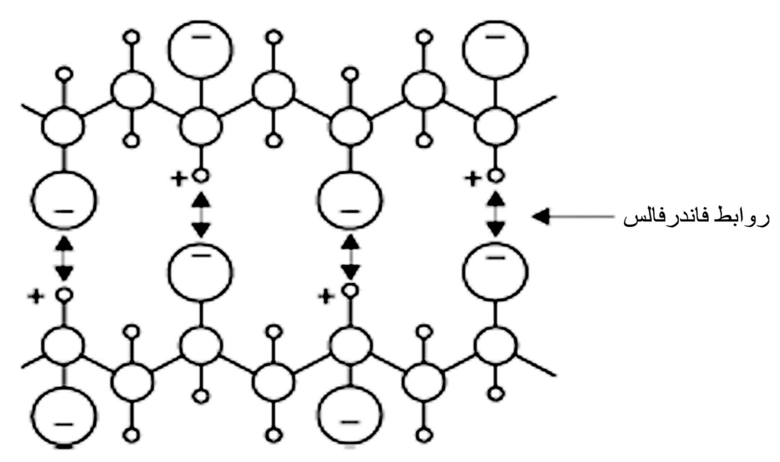


الشكل 4–7: توضيح للرابطة المعدنية.

نقطة مفتاحية
تشمل روابط فاندرفالس الجاذبية السكونية الضعيفة للأقطاب الموجودة ضمن جزيئات المعدن.

تربط روابط (vander waals) فاندرفالس الجزيئات أو مجموعات من الذرات بجاذبية سكونية ضعيفة. يسعى الكثير من البوليميرات والسيراميك والماء وجزيئات أخرى إلى تشكيل أقطاب كهربائية، بمعنى قسم من الجزيئات يشحن شحنة موجبة، بينما يشحن الجزء الآخر بشحنة سالبة. تربط بين هاتين المنطقتين المتعاكستين بالشحنة جاذبية سكونية، وإن بشكل ضعيف (الشكل 4−8).

روابط فاندرفالس هي روابط ثانوية، حيث ترتبط الذرات ضمن الجزيئات أو مجموعات الجزيئات مع بعضها البعض روابط إيونية أو تكافؤية قوية. فعندما يغلي الماء مثلاً تتكسر روابط فاندرفالس الثانوية التي تربط جزيئات الماء مع بعضها البعض. إن كسر الروابط التكافؤية بين ذرات الهيدروجين والأكسجين يتطلب درجات حرارة أعلى بكثير. يعزى السبب في ليونة بولي فينيل الكلورايد (PVC) إلى ضعف روابط فاندرفالس التي تمسك جزيئات طويلة السلسلة بعضها ببعض. هذه الروابط سهلة الكسر مما يسمح لهذه الجزيئات الكبيرة بالانزلاق واحدة فوق الأخرى. في كثير من المواد، تكون الروابط بين الذرات مزيجاً من نوعين أو أكثر. فمثلاً يتشكل الحديد من تركيبة من الروابط المعدنية والتكافؤية.



الشكل 4−8: روابط فاندرفالس تجمع الجزيئات أو مجموعات الذرات بجاذبية سكونية ضعيفة.

يمكن أن يشكل نوعان أو أكثر من المعادن مركباً معدنياً، بواسطة مزج روابط معدنية وإيونية. يملك العديد من المواد السيراميكية ومركبات أنصاف

النواقل، التي تتشكل من عناصر معدنية وغير معدنية، مزيجاً من الروابط والأيونية التساهمية (Ionic and covalent bonds). يبين الجدول (4−10) الطاقة الضرورية لكسر الرابطة، أو ما يسمى بطاقة الارتباط (bonding energy) لآليات الارتباط التي تمّت مناقشتها.

الجدول 4−10 قيم طاقة الارتباط للروابط الرئيسية والثانوية

الرابطة	طاقة الارتباط (kJ/mol)
الإيونية	625−1550
التساهمية	520 −1250
المعدنية	100 −800
فاندرفالس	40 >

يمكن وصف التركيب الالكتروني لذرة ما بمستويات الطاقة التي يرتبط بها كل إلكترون، وخاصة الكترونات التكافؤ لأي عنصر. وقد بني الجدول الدوري للعناصر على أساس هذا التركيب الالكتروني.

يلعب التركيب الالكتروني دوراً هاماً في تحديد الروابط بين الذرات، مما يسمح لنا بتحديد الخصائص العامة لكل من المواد. وهكذا تمتلك المعادن ليونة جيدة إضافة لنقلها للكهرباء والحرارة، كل ذلك بسبب الرابطة المعدنية. أما المواد السيراميكية وأنصاف النواقل، إضافة إلى العديد من البوليميرات فتعتبر موادَّ هشة ورديئة الناقلية، وذلك بسبب الروابط التكافؤية والأيونية. من جهة أخرى تعتبر روابط فاندرفالس مسؤولة عن الناقلية الجيدة لبعض البوليميرات.

اختبر فهمك 4−6

1− عرِّف الأيون، مبيناً الحالة التي يكون فيها الإيون موجباً أو سالباً.

2− اشرح بماذا عني بترتيب الغاز gas configuration النادر ووضح لماذا (عندما تتحد الذرات أو الجزيئات كيميائياً) تسعى إلى تحقيق ذلك الترتيب.

3- ما هي دلالة الأعمدة والأسطر المعروضة في الجدول الدوري للعناصر.
4- ماذا يعنى عندما نشير إلى أن لعنصرٍ ما تكافؤاً يساوي اثنين؟
5- صف مرحلتي الرابطة الإيونية.
6- بالعودة إلى الجدول الدوري (جدول (4-9))، يقع الكربون في العمود IV. بالنتيجة ما هو نوع الرابطة التي يميل الكربون لتشكيلها، ولماذا؟

4-5 حالات المادة States of the matter

خلال مناقشتنا السابقة حول الطريقة التي تتحد بها المواد، لم يتم التطرق إلى المسافة التي تؤثر فيها طاقة الارتباط للروابط الرئيسية والثانوية. إن وجود ثلاث حالات للمادة ناجم عن الصراع بين قوى الربط الداخلية للذرات أو الجزيئات وحركتها الناتجة من طاقتها الداخلية (internal energy).

نقطة مفتاحية
تعتبر المادة بشكل عام موجودة في ثلاث حالات: الحالة الصلبة والسائلة والغازية.

4-5-1 الأجسام الصلبة Solids

عندما درسنا سابقاً الارتباط الذري البيني ناقشنا فقط قوى التجاذب وطاقة الارتباط، لكن هناك أيضاً قوى التنافر. إن وجود قوى التجاذب أو التنافر أو عدم وجودهما يعتمد على المسافة الذرية بين الذرات أو الجزيئات عند اتحادها. أصبح من المعروف أن قوى التجاذب تسيطر عندما تكون المسافات أكبر من مسافة ذرية وحدة، بينما عند مسافات فاصلة أقل من ذلك يكون العكس هو الصحيح.

نقطة مفتاحية
تميل الذرات ضمن الأجسام الصلبة إلى الاتحاد بطريقة تتم فيها موازنة قوى الربط الذرية البينية مع قوى التنافر الناتج من المسافات القصيرة جداً.

مما قلناه سابقاً، يجب أن تكون هناك مسافة فاصلة تكون عندها محصلة القوى الذرية البينية تساوي الصفر. هذه الحقيقة موضحة بالشكل (4−9)، حيث المسافة التي تكون عندها القوة الذرية البينية تساوي الصفر معرفة بـــ r_0. وهذه هي الحال الموجودة بشكل طبيعي في الأجسام الصلبة. إذا اقتربت هذه الذرات من بعضها البعض أثناء الضغط فإنها ستتنافر، وإذا ما شدت أكثر فإنها ستتجاذب. على الرغم من دراستنا لزوج من الذرات ضمن جسم صلب، يبقى وجود فاصل التوازن هذا ساري المفعول حتى عندما ندرس علاقات الذرات المجاورة.

4-5-2 السوائل Liquids

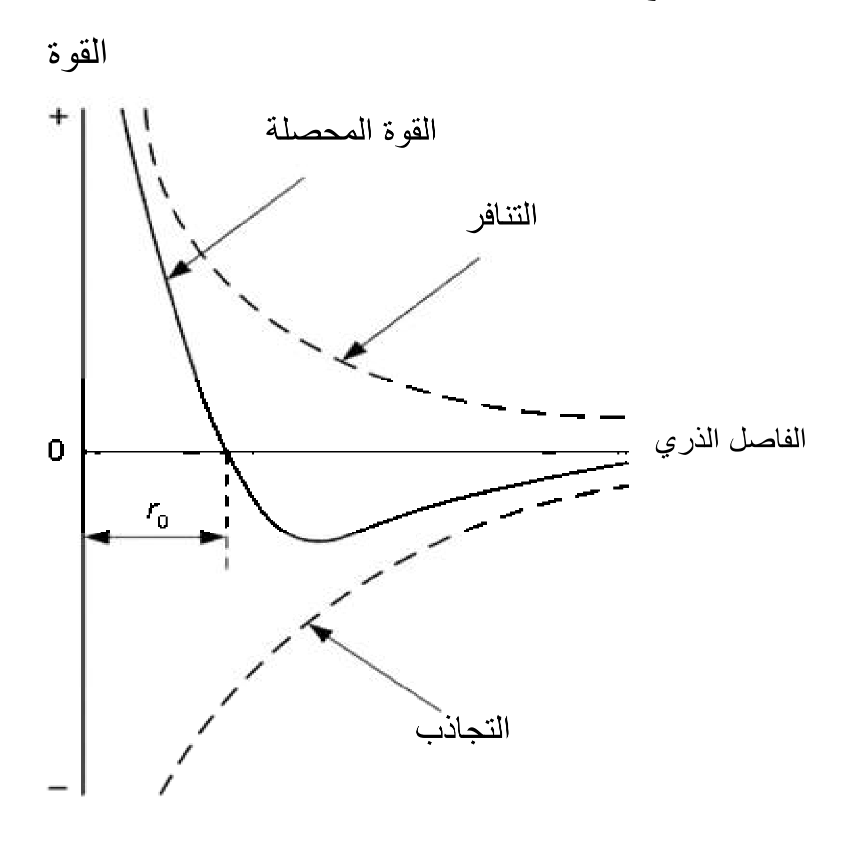
كلما ارتفعت درجة الحرارة، تزداد سعة (amplitude) طاقة الاهتزاز الداخلية للذرة حتى تصل إلى مرحلة تكون فيها قادرة على التغلب، ولو بشكل جزئي على قوى الترابط الذري للذرات المجاورة مباشرة. ويمتد هذا الفعل إلى مسافات قصيرة تقع ضمن مجال القوى المؤثرة إلى ذرات أخرى غير مجاورة تماماً. بالنتيجة يختل الترتيب الذري ويسيل (يميع) الجسم الصلب. على الرغم من أن الذرات والجزيئات في السائل ليست أكثر انفصالاً مما هي عليه في الأجسام الصلبة، إلا أنها تمتلك سرعات أكبر بسبب ازدياد درجة الحرارة، وبالتالي تتحرك عشوائياً بينما تستمر بالتذبذب.

لكن يمكن أن تعزى الاختلافات الرئيسية بين السوائل والأجسام الصلبة إلى الفروق في البنية (difference in structure)، أكثر منها إلى المسافة بين الذرات. هذه الاختلافات في القوى بين الجزيئات هي التي تعطي للسائل خصائصه الحركية، بينما، في الوقت عينه، تحافظ عليه مترابطاً وبشكل كافٍ ليظهر بشكل الوعاء الحاوي له.

4-5-3 الغازات Gases

تتحرك الذرات والجزيئات في الغاز بشكل عشوائي وبسرعات كبيرة وتشغل كامل الفراغ في الوعاء الحاوي لها. لذلك تعتبر جزيئات الغاز مختلفة كثيراً

مقارنةً بمثيلاتها في السوائل والأجسام الصلبة. بسبب اشتراكها في المسافات الكبيرة نسبياً، لا تتفاعل الجزيئات إلا ضمن مسافات قصيرة حيث تتصادم وتؤثر فيما بينها قوى دفع كبيرة.



الشكل 4–9: قوى التجاذب والتنافر بسبب الفاصل الذري.

نقطة مفتاحية
تملأ الغازات دائماً الحيز المتاح ضمن الوعاء الذي أُدخلت فيه.

فكرة ملء الغاز للوعاء الحاوي له، لها أساس في قانون نيوتن الأول للحركة. كل جزيء، بالنسبة إلى هذا القانون، يتحرك بحركة مستقيمة حتى يصطدم بجزيء آخر أو بجدار الوعاء الحاوي له، لذلك لا يوجد للغاز شكل خاص أو حتى حجم، لكنه يتمدد حتى يملأ أي وعاء يدخل إليه.

المناقشة العلمية التالية، تضع ما سبق فيما يتعلق بالرابطة الكيميائية وحالات المادة تبدو بعيدة عن هندسة الطيران، لكن هذه الأفكار المهمة ستكون أساساً في دراسة الترموديناميك والمواد الهندسية اللاحقة ضمن هذا الفصل.

اختبر فهمك 4-7

1- اشرح الفرق الأساسي (على المستوى الذري) بين الأجسام الصلبة والسوائل.

2- عند أي نوع من المسافات تعمل قوى التنافر الذرية؟

3- كيف تعرف الطاقة الداخلية ضمن المادة؟

4-6 علم الميكانيك Mechanics

علم الميكانيك هو العلم الفيزيائي الذي يعنى بدراسة حالة السكون أو حركة الأجسام تحت تأثير القوى. لعب هذا الموضوع دوراً كبيراً في تطوير الهندسة على مدى التاريخ وحتى وقتنا الحاضر. الأبحاث الحديثة والتقدم في مجالات تحليل الاهتزازات والإنشاءات والآلات والمركبات الفضائية والتحكم الآلي وأداء المحركات وتدفق السوائل والأجهزة الكهربائية والسلوك الجزيئي والذري وتحت الذري، تعتمد جميعها على المبادئ الأساسية لعلم الميكانيك.

يقسم موضوع علم الميكانيك إلى مجالين واسعين: علم السكون (statics) الذي يعنى بتوازن الأجسام تحت تأثير القوى، وعلم التحريك (dynamics) الذي يعنى بحركة الأجسام. كما يمكن أن يقسم علم التحريك أيضاً إلى حركة الأجسام الصلبة وحركة السوائل، حيث سيغطى الموضوع الأخير بشكل منفصل تحت عنوان تحريك الموائع (fluid dynamics) (المقطع4-9-4).

4-7 علم السكون Statics

4-7-1 التمثيل الشعاعي للقوى Vector representation of forces

لقد مر معنا مفهوم القوة (force)، عند دراسة بعض الأساسيات المهمة، حيث يعتمد تأثير القوة على طويلتها واتجاهها ونقطة تأثيرها (الشكل4-1)، ويمكن

تمثيل القوة على الورق ككمية شعاعية (الشكل (4−2)). سندرس الآن التمثيل الشعاعي للقوة أو مجموعة قوى بشكل مفصل، (ملاحظة: ستتم كتابة رموز كميات الأشعة بالخط الثخين).

بالإضافة إلى معرفة خصائص الطويلة والاتجاه من المرجع المعطى (الشكل 4−2)، يجب أن تخضع المتجهات الشعاعية إلى قانون متوازي الأضلاع (parallelogram) في الجمع. يتطلب هذا القانون أن الشعاعين $\mathbf{v_1}$ و $\mathbf{v_2}$ يمكن تمثيلهما عن طريق الشعاع المكافئ $\mathbf{v_T}$ الذي يمثل قطر متوازي الأضلاع المشكل بواسطة $\mathbf{v_1}$ و $\mathbf{v_2}$ كما في الشكل (4−10 أ)، هذا المجموع الشعاعي يمثل بالمعادلة الشعاعية $\mathbf{v_T} = \mathbf{v_1} + \mathbf{v_2}$

لاحظ أن إشارة الجمع تشير في هذه المعادلة إلى جمع شعاعين، ويجب ألاّ تتعارض مع الجمع العادي، الذي ببساطة مجموع طويلتي هذين الشعاعين، ويكتب بالشكل $v_T = v_1 + v_2$ العادي. يمكن أيضاً جمع الأشعة من الرأس إلى الذيل باستخدام قانون المثلث (triangle law) الموضح بالشكل (4−10 ب). أيضاً من الشكل (4−10 ج) كما يمكن أن نرى، فإن ترتيب الأشعة الجاري جمعها لا يؤثر في مجموعها.

نقطة مفتاحية
يمكن جمع الأشعة باستخدام قاعدة متوازي الأضلاع أو قاعدة المثلث.

(أ) قانون متوازي الأضلاع

(ب) قانون المثلث

(ج) ترتيب عكسي

(د) طرح الأشعة

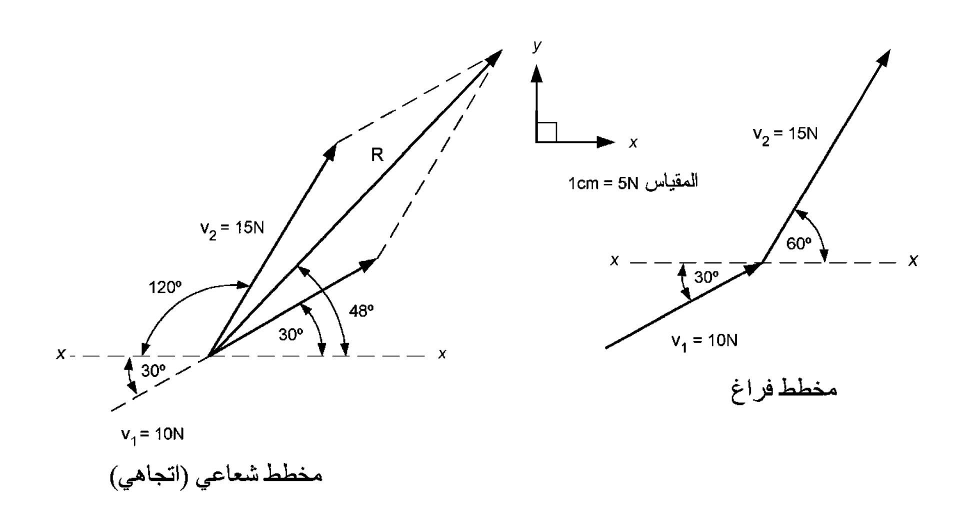
محاور مرجعية

الشكل 4−10: جمع وطرح الأشعة.

طرح الأشعة $\mathbf{v_1}$-$\mathbf{v_2}$ يتم من خلال جمع $\mathbf{v_2}$- إلى $\mathbf{v_1}$. تأثير إشارة الناقص هو عكس جهة الشعاع $\mathbf{v_2}$، كما في الشكل (4–10 د). تعرف الأشعة $\mathbf{v_1}$ و $\mathbf{v_2}$ بمركبات الشعاع $\mathbf{v_T}$.

مثال 4–6

قوتان تؤثران في نقطة، كما في الشكل (4–11). أوجد محصلتهما باستخدام جمع المتجهات الشعاعية (قوتهما المكافئة الوحيدة).



الشكل 4–11: جمع المتجهات باستخدام قانون متوازي الأضلاع.

من المخطط الشعاعي نجد أن طويلة الشعاع المحصلة **R** هي 5cm التي من مقياس الرسم تكافئ 25N. لذلك للشعاع المحصلة **R** طويلة تساوي 25N بزاوية 48°. يرسم أولاً المخطط الفضائي (space diagram) للإشارة إلى اتجاه القوى مع مراعاة المحاور المرجعية، التي يجب أن تظهر دائماً.

لاحظ أن خط تأثير (line of action) الشعاع $\mathbf{v_1}$ المار عبر النقطة O مبين في المخطط الفضائي، ويمكن أن يقع الشعاع في أي مكان على هذا الخط، كما هو الحال في المخطط الشعاعي.

مثال 4−7

أوجد محصلة مجموعة القوى المبينة بالشكل (4−12) باستخدام جمع الأشعة.

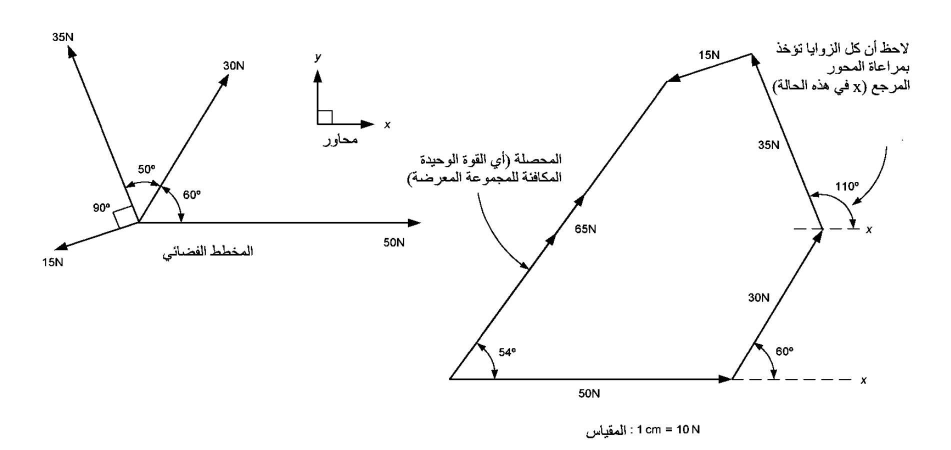
من المخطط، المحصلة تساوي:

$$R = 6.5cm = 6.5\times10N = 65N$$

وتؤثر بزاوية 54° بالنسبة إلى المحور المرجعي x. يمكن كتابة هذه النتيجة رياضياً: المحصلة تساوي: $65N \angle 54°$.

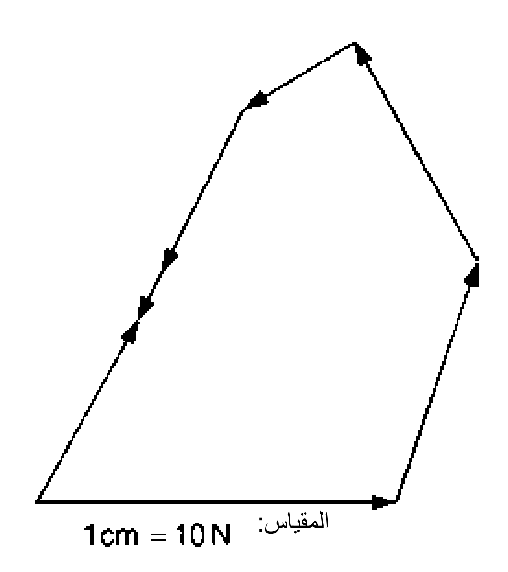
لاحظ بالنسبة إلى مجموعة قوى، كما في المثال 4−7، فإن جمع الأشعة يشكل متعدد أضلاع. أي عدد من القوى يمكن جمعها شعاعياً، وبأي ترتيب شرط إتباع قاعدة الرأس إلى الذيل(head-to-tail rule).

في هذا المثال إذا أردنا أن نجمع الأشعة بترتيب عكسي فإننا سنحصل على نفس النتيجة. إذا أثرت قوة أو مجموعة قوى في جسم ما وتوازن هذا الجسم بواسطة قوة أو مجموعة قوى أخرى، فيقال عن هذا الجسم إنه في حالة توازن equilibrium، ولذلك مثلاً الجسم الساكن هو جسم متوازن.

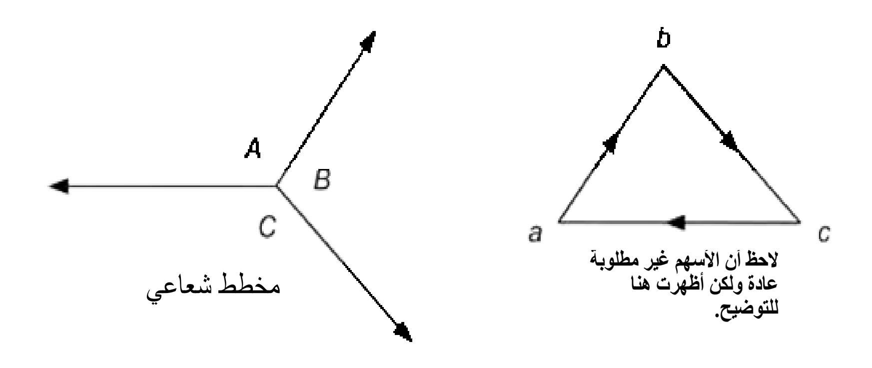


الشكل 4−12: جمع المتجهات الشعاعية باستخدام طريقة تعدد أضلاع القوى.

القوة الموازنة لمجموعة من القوى هي تلك القوة التي إذا أضفناها إلى مجموعة يتشكل التوازن. يبين الشكلان (4–6) و(4–7) أن المحصلة هي قوة وحيدة ستحل محل مجموعة قوى موجودة وتعطي نفس التأثير. وهذا يؤدي بالتالي أنه إذا أردنا لقوة التوازن أن تحقق توازناً، فيجب أن تساوي المحصلة بالطويلة والمنحى، ولكن اتجاهها معاكس، والشكل (4–13) يوضح هذه النقطة.



الشكل 4–13: قوة التوازن في المثال 4–7.



الشكل 4–14: الترميز السهمي Bow's notation.

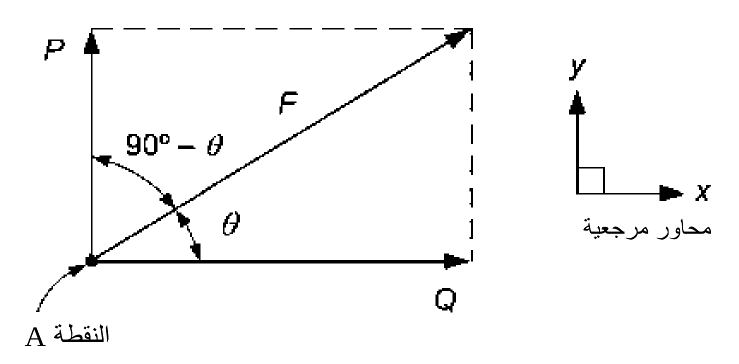
الترميز السهمي هو نظام اصطلاحي للتعبير عن القوى من أجل سهولة التمثيل، عندما يراد دراسة ثلاث قوى أو أكثر. توضع الأحرف الكبيرة في الفراغ بين القوى وباتجاه عقارب الساعة، كما في الشكل (4–14).

يشار عندئذ إلى أية قوة بالأحرف المتوضعة في الفراغات المجاورة لأحد جانبي الشعاع الممثل لهذه القوة. وتعطى الأشعة الممثلة لهذه القوى أحرفاً صغيرة وبالترتيب. وهكذا القوى AB و BC و CA ممثلة بالأشعة **ab** و**bc** و**ca** بالترتيب. تطبق هذه الطريقة في التسمية لأي عدد من القوى وأشعتها الممثلة لها. ليست هناك حاجة إلى استخدام رأس السهم عندما نطبق هذا الترميز، لكن تم عرض ذلك في الشكل (4–14) للتوضيح.

4-7-2 تحليل القوى **Resolution of forces**

الحلول البيانية للمسائل المتعلقة بالقوى دقيقة بشكلٍ كافٍ للعديد من المسائل الهندسية وقيمة جداً للحلول التقريبية التقديرية لكثير من مسائل القوى المعقدة. لكن في بعض الأحيان من الضروري تقديم نتائج أكثر دقة، في هذه الحالة يكون من المطلوب استخدام طريقة رياضية للحل. إحدى هذه الطرائق الرياضية تعرف بتحليل القوى.

بفرض أن قوة F تؤثر في مسمار ملولب (bolt) A (الشكل (4–15)). يمكن أن نستبدل القوة F بقوتين P وQ تؤثران بشكل متعامد كلٌّ على الأخرى بحيث يكون لهما معاً التأثير نفسه في المسمار الملولب.



الشكل 4–15: تحليل القوة F إلى مركباتها.

من معرفتك بالنسب المثلثية (الفصل الثاني) تعلم أنه:

$$\frac{Q}{F} = \cos\theta \Rightarrow Q = F\cos\theta$$

أيضاً:

$$\frac{P}{F} = \cos(90-\theta)$$

نعلم أن $\cos(90-\theta) = \sin\theta$ لذلك:

$$P = F\sin\theta$$

من الشكل (4–15):

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{F} \sin\theta \text{، } \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{F} \cos\theta$$

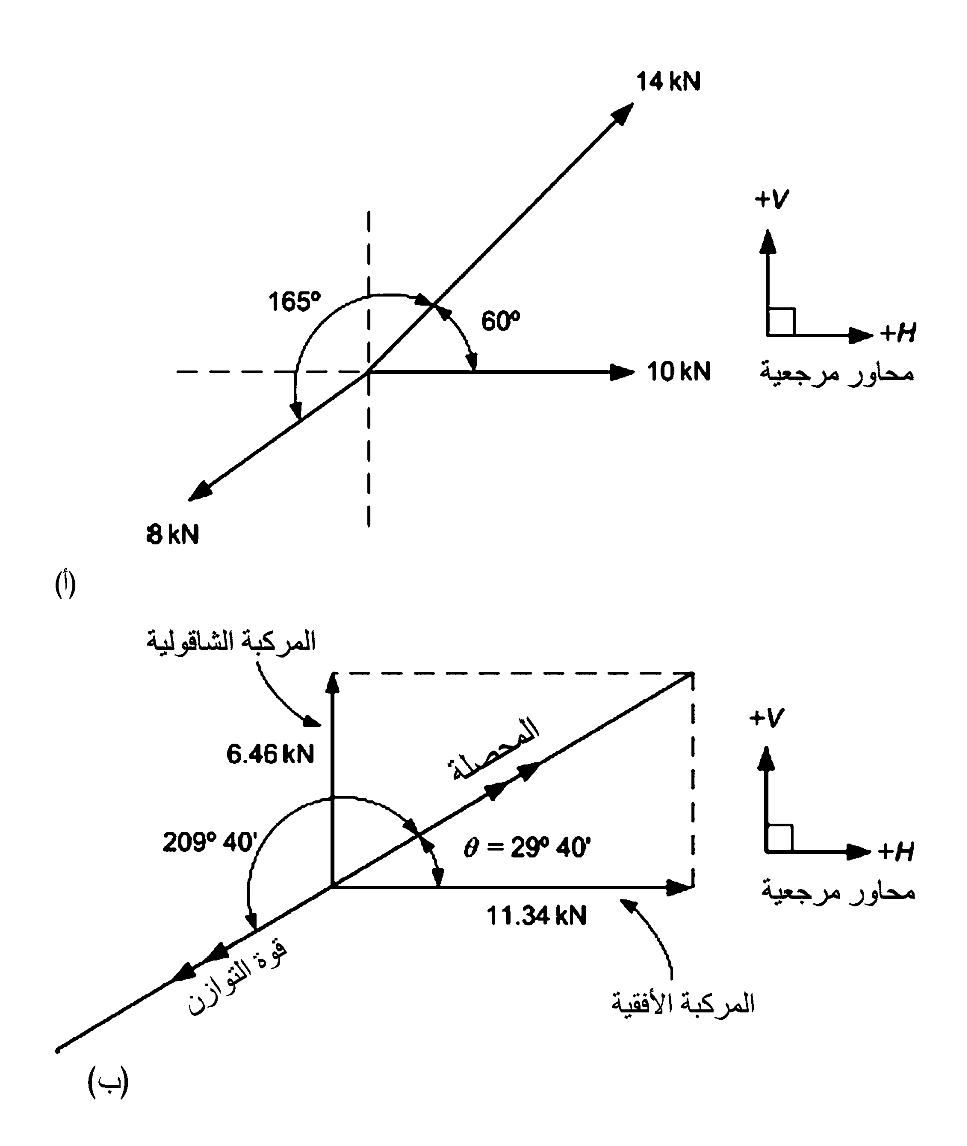
وهكذا فقد تم تحليل (تمّت تجزئة) القوة الوحيدة F إلى قوتين مكافئتين لها بالقيميتن $F \cos\theta$ و$F \sin\theta$، اللتين تؤثران بزاوايا قائمة (يقال إنهما متعامدتان بالنسبة إلى بعضهما البعض) تعرف $F \cos\theta$ بالمركبة الأفقية للقوة F بينما تعرف $F \sin\theta$ بالمركبة الشاقولية للقوة F.

نقطة مفتاحية
إن محصلة قوتين أو أكثر هي تلك القوة التي تؤثر منفردة وتؤدي الفعل نفسه الذي تؤديه القوى الأخرى مجتمعة.

إن أفضل طريقة لشرح كيفية تحديد المحصلة أو قوة التوازن باستخدام طريقة التحليل، ستتم من خلال المثال التالي.

مثال 4–8

يتم تطبيق ثلاث قوى مستوية (قوى تؤثر ضمن المستوى ذاته) A وB وC على مسار وصلة (الشكل (4–16 أ)). حدد طويلة واتجاه قوة التوازن للمجموعة.



الشكل 4–16: (أ) المخطط الفضائي لمجموعة القوى. (ب) طريقة التحليل.

تحتاج كل قوة إلى أن تحلل إلى مركبتيها المتعامدتين (عند زاوية قائمة) اللتين تؤثران في طول المحورين الشاقولي والأفقي بالترتيب.

باستخدام اصطلاح إشارة الجبر العادي بالنسبة إلى محاورنا، يكون V موجباً من مبدأ الإحداثيات باتجاه الأعلى وسالباً باتجاه الأسفل، وبشكل مشابه، يكون H

موجباً على يمين المبدأ وسالباً على يساره. باستخدام هذا الاصطلاح نحتاج فقط إلى اعتبار الزوايا الحادة لتوابع الجيب والتجيب، التي هي مجدولة أدناه.

المركبة الشاقولية (kN)	المركبة الأفقية (kN)	الطويلة (kN)
0	$+10(\rightarrow)$	10
$+14 \sin 60(\uparrow)$	$+14 \cos 60(\rightarrow)$	14
$-8 \sin 45(\downarrow)$	$-8 \cos 45(\leftarrow)$	8

عندئذ المركبة الأفقية الكلية تساوي:

$$= (10 + 7 - 5.66)\text{kN} = 11.34\text{kN}(\rightarrow)$$

والمركبة الشاقولية الكلية تساوي:

$$= (0 + 12.22 - 5.66)\text{kN} = 6.46k\text{N}(\uparrow)$$

بما أن كلاً من المركبتين الأفقية والشاقولية هما مركبتان موجبتان فإن القوة المحصلة سوف تؤثر إلى الأعلى وعلى يمين مبدأ الإحداثيات. والآن تم تخفيض القوى الثلاث الأولية إلى اثنتين تؤثران بشكل متعامد. يمكن الحصول على طويلة المحصلة R وقوة التوازن باستخدام نظرية فيثاغورث في المثلث القائم المتشكل من الشعاعين المتعامدين، كما في الشكل (4−16 ب).

من فيثاغورث نجد.

$$R^2 = 6.46^2 + 11.34^2 = 170.33$$

وبالتالي المحصلة:

$$R = 13.05 \text{ kN}$$

لذلك طويلة قوة التوازن أيضاً:

$$= 13.05 \text{ kN}$$

من المثلث القائم المبين في الشكل (4−16 ب)، يمكن حساب الزاوية θ التي تصنعها المحصلة R مع المحاور المعطاة باستخدام النسب المثلثية، عندئذ:

$$\tan\theta = \frac{6.46}{11.34} = 0.5697 \Rightarrow \theta = 29.67°$$

لذلك فالمحصلة R تساوي:

$$R = 13.05\text{kN}\angle 29.67°$$

أما قوة التوازن فستؤثر باتجاه معاكس للمحصلة، وبالتالي فهي تساوي:

$$= 13.05\text{kN}\angle 209.67°$$

نقطة مفتاحية
قوة التوازن: هي تلك القوة التي تؤثر وحيدة ضد مجموعة القوى الأخرى المؤثرة في جسم ما تجعل الجسم في حالة توازن.

للانتهاء من دراستنا الأولية لتحليل القوى، سندرس مثالاً أخيراً يركز على التوازن على سطح ناعم. النعومة في هذه الحالة تعني أنه يمكن إهمال تأثير الاحتكاك. عند دراستنا للديناميك في هذا الفصل، سوف نغطي موضوع الاحتكاك وتأثيره ببعض التفاصيل.

يحافظ الجسم على توازنه على مستوي تحت تأثير ثلاث قوى مبينة في الشكل (4−17) وهي:

1− الوزن W وهو وزن الجسم المؤثر شاقولياً باتجاه الأسفل

2− رد الفعل R للمستوي على وزن الجسم. ويعرف R برد الفعل الناظم، ومعنى الناظم هنا أنه يشكل زاوية قائمة.

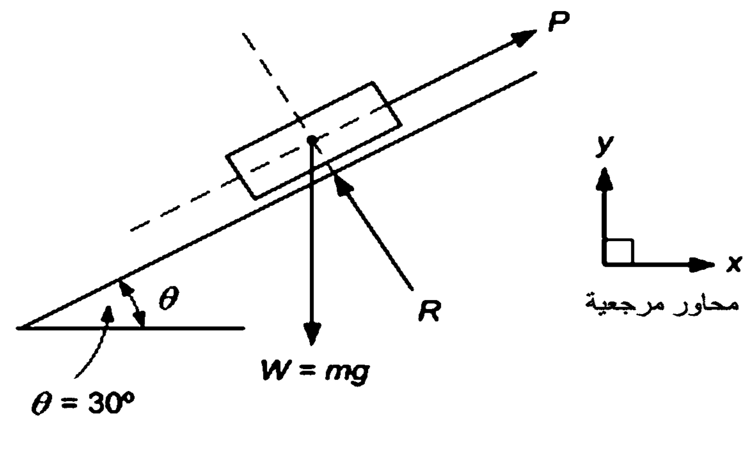
3− القوة P المؤثرة باتجاه مناسب بحيث تمنع الجسم من الانزلاق إلى الأسفل على المستوي.

تعتمد كلٌ من القوتين P وR على:

- زاوية ميل المستوي
- طويلة الوزن W (قيمته)
- ميلان القوة P على المستوي.

ومن هنا فإنه يمكن التعبير عن كلٍّ من القوتين P وR بالاعتماد على الوزن W والنسب المثلثية المتعلقة بالزوايا θ و α.

في المثال التالي سندرس حالة جسم يبقى ساكناً في حالة توازن كنتيجة لتأثير قوة P مطبقة بشكل يوازي المستوي.



مخطط فضائي

(أ)

(ب)

(ج)

الشكل 4−17: التوازن على سطح ناعم.

مثال 4–9

يبقى صندوق كتلته 80kg في حالة توازن بواسطة قوة P تؤثر بشكل يوازي المستوي، كما هو موضح في الشكل (4–17 أ). حدّد باستخدام طريقة المحصلة، طويلة القوة P ورد الفعل الناظمي، مع إهمال تأثير الاحتكاك.

يبين الشكل (4–17 ب) المخطط الفضائي للمسألة، الذي يوضح طبيعة القوى المؤثرة في الجسم. يمكن تحليل الوزن W إلى قوتين P و R. وهكذا تكون مركبة القوة التي تشكل زاوية قائمة مع المستوي تساوي $W \cos \theta$، أما مركبة القوة الموازية للمستوي فتساوي $W \sin \theta$ (الشكل (4–17 ج))

بمساواة القوى:

$$W \sin \theta = P \quad \text{و} \quad W \cos \theta = R$$

بتذكر علاقة الكتلة بالوزن نجد:

$$W = mg = (80)(9.81) = 784.8\text{N}$$

$$R = 784.8 \cos 30° = 679.7 \text{ N}$$

$$P = 784.8 \sin 30° = 392.4 \text{ N}$$

اختبر فهمك 4–8

1– ماذا يقصد بالقوى المستوية؟

2– بما يتفق مع نظام القوى المستوية، عرِّف:

(أ) حالة التوازن (ب) المحصلة

3– حدِّد حالات التوازن السكوني لمجموعة قوى مستوية.

4– يبقى جسم ما في حالة توازن سكوني على سطح مائل، بإهمال الاحتكاك، سمِّ ووضِّح اتجاه القوى المطلوبة لإبقاء الجسم على تلك الحالة.

5– حوِّل 120 kN إلى طن بريطاني حيث 1 kN=0.1004 ton

3-7-4 العزوم والمزدوجات Moments and couples

العزم هو قوة فتل، تعطي تأثيراً دورانياً. تعتمد طويلة قوة الفتل هذه على القوة المطبقة والمسافة العمودية من المركز أو المحور حتى خط تأثير القوة (الشكل4−18).

والأمثلة على قوى الفتل عديدة، إن فتح الباب واستخدام مفتاح الشد وتدوير عجلة القيادة لعربة ذات محرك وتدوير ذيل الطائرة بهدف تأمين عزم انحدار، هي فقط أربعة أمثلة.

يعرف العزم (M) لقوة ما بأنه:

حاصل ضرب طويلة القوة F بالمسافة العمودية من المركز أو المحور حتى خط تأثير القوة، ويعبَّر عن ذلك رياضياً بالشكل $M = F.s$

الوحدة الدولية النظام الدولي للعزم هي Nm. أما الوحدة البريطانية والأمريكية للعزم فهي:

(ft lbf) foot pound force

يلاحظ من الشكل (4−18) أن العزوم يمكن أن تكون مع عقارب الساعة (CWM) أو عكس عقارب الساعة (ACWM)، ونعتبر اصطلاحاً أن العزوم باتجاه عقارب الساعة موجبة، وعكس عقارب الساعة سالبة.

نقطة مفتاحية
إذا مرّ خط تأثير القوة عبر نقطة الدوران، فلن يكون لها تأثير، لأن المسافة العمودية بين المركز وخط التأثير معدومة.

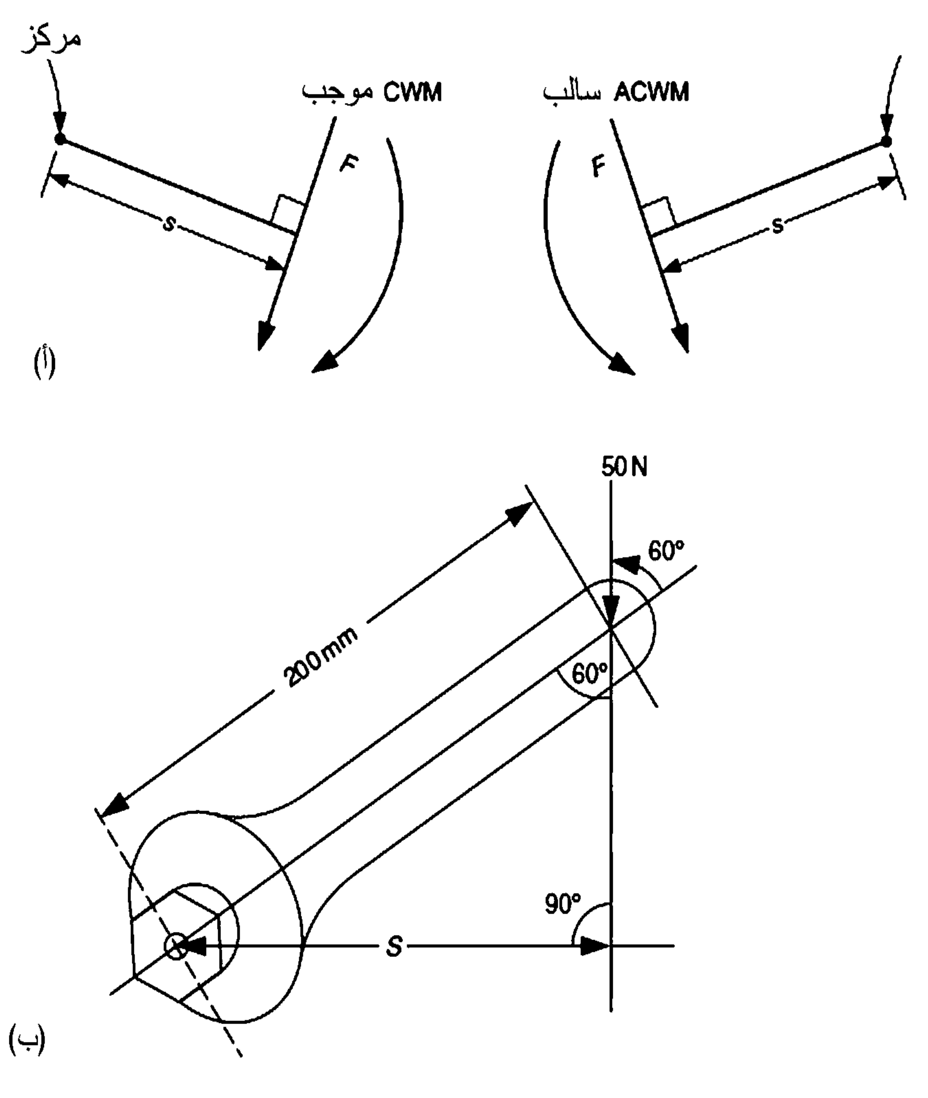
إذا مرّ خط تأثير القوة عبر نقطة الدوران فلن يكون لها تأثير، وبالتالي ليس هناك عزم. الشكل (4−18 أ) يوضح هذه النقطة.

مثال 4−10

يبين الشكل (4−18 ب) مفتاح الشد المستخدم لشد الصامولة. حدد تأثير الفتل في الصامولة.

يساوي تأثير الفتل في الصامولة إلى عزم القوة 50N حول الصامولة، أي

$M = Fs$



الشكل 4−18: عزم قوة.

تذكر أن العزوم تتعلق دائماً بالمسافات العمودية، المسافة s هنا هي المسافة العمودية أو الطول الفعال للمفتاح. يمكن إيجاد هذا الطول باستخدام النسب المثلثية.

$$s = 200 \sin 60°$$

لذلك:

$$s = (200)(0.866) = 173.2 \text{ mm}$$

وعليه فإن العزم باتجاه عقارب الساعة CWM (M) يساوي:

$$M = (50)(173.2) = 8660 \text{ Nmm} = 8.66 \text{ Nm}$$

لذلك تأثير الفتل للقوة 50N المؤثرة في مفتاح شد بطول 200mm وبزاوية 60° مع خط مركز المفتاح يساوي 8.66 Nm.

نقطة مفتاحية
تتعلق العزوم دائماً بالمسافات العمودية.

من خلال دراستك للمسائل الهندسية المتعلقة بالعزوم ستمر على مصطلحات تستخدم بشكل متكرر. تعرفت للتو على مصطلحين CWM و ACWM. فيما يلي ثلاثة مصطلحات أخرى تستخدم كثيراً، من المفيد التعرف عليها:

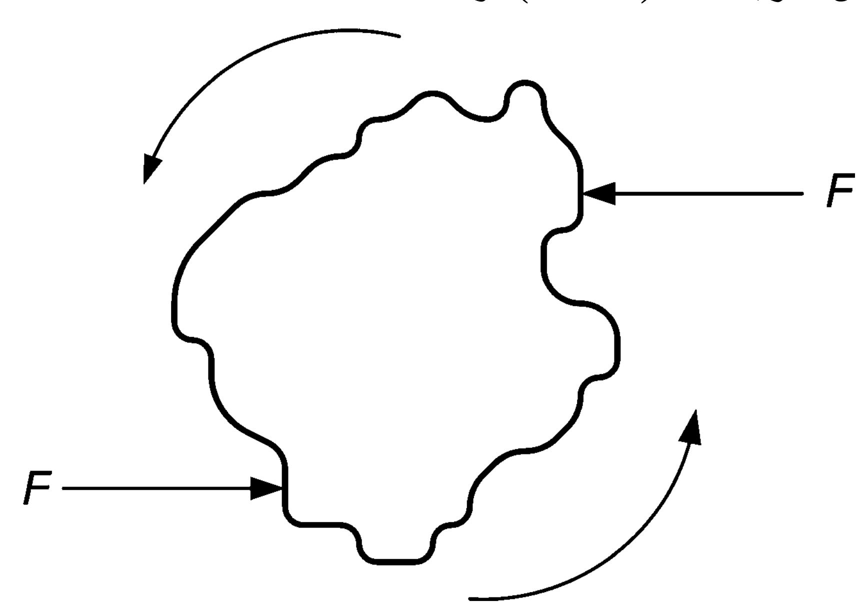
نقطة الارتكاز: وهي النقطة أو المحور الذي يحدث حوله الدوران، في المثال 4−10 السابق، يعتبر المركز الهندسي للصامولة نقطة الارتكاز.

ذراع العزم: المسافة العمودية من نقطة الارتكاز إلى خط تأثير القوة تسمى ذراع العزم.

العزم المحصلة: العزم المحصلة هو الفرق بالطويلة بين مجموع العزوم الموجبة CWM ومجموع العزوم السالبة ACWM. لاحظ أنه إذا بقي الجسم في حالة توازن سكوني فإن هذه المحصلة ستساوي الصفر.

نقطة مفتاحية
في حالة التوازن السكوني يكون المجموع الجبري للعزوم مساوياً للصفر.

عندما يكون الجسم في حالة توازن، فمن الممكن ألا تكون هناك قوة محصلة (resultant) تؤثر فيه، لكن بالعودة إلى الشكل (4–19) يتبين أنه ليس بالضرورة أن يكون الجسم في حالة توازن حتى وإن لم تؤثر فيه قوة محصلة. القوة المحصلة على الجسم معدومة، لكن القوتين ستسببان دوران الجسم، كما هو موضح. وبالتالي يجب أن يكون هناك شرط آخر للتأكد من أن الجسم في حالة توازن، وهو ما يعرف **بمبدأ العزوم** (moments principal) والذي ينص: عندما يكون جسم ما في حالة توازن_سكوني تحت تأثير عدد من القوى، فإن العزم الكلي باتجاه عقارب الساعة (CWM) حول أية نقطة يساوي إلى العزم الكلي باتجاه عكس عقارب الساعة (ACWM) حول تلك النقطة.



الشكل 4–19: حالة عدم التوازن لقوى متساوية ومتعاكسة تؤثر في جسم ما.

هذا يعني أنه كي يتحقق التوازن السكوني يجب أن يكون المجموع الجبري للعزوم مساوياً للصفر.

هناك حقيقة أخرى علينا تذكرها حول الأجسام في حالة التوازن السكوني. لندرس الجائز المنتظم المبين بالشكل (4–20). علمنا للتو من مبدأ العزوم أن مجموع CWM يجب أن يساوي ACWM. لكن إذا كانت القوى المتجهة إلى

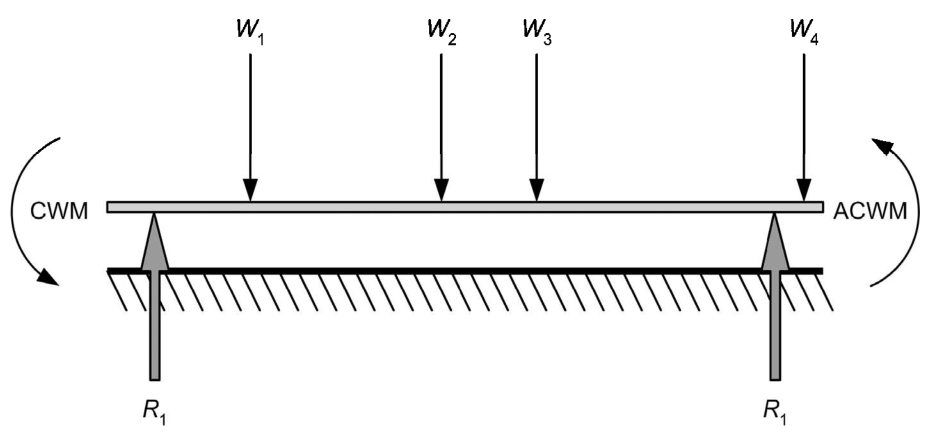
الأعلى لا تساوي تلك القوى المتجهة إلى الأسفل فإن الجائز سوف يغوص في الأرض أو يرتفع. لذلك **فالشرط الآخر** والضروري لحالة التوازن السكوني هي:

مجموع القوى المتجهة إلى الأعلى = مجموع القوى المتجهة إلى الأسفل.

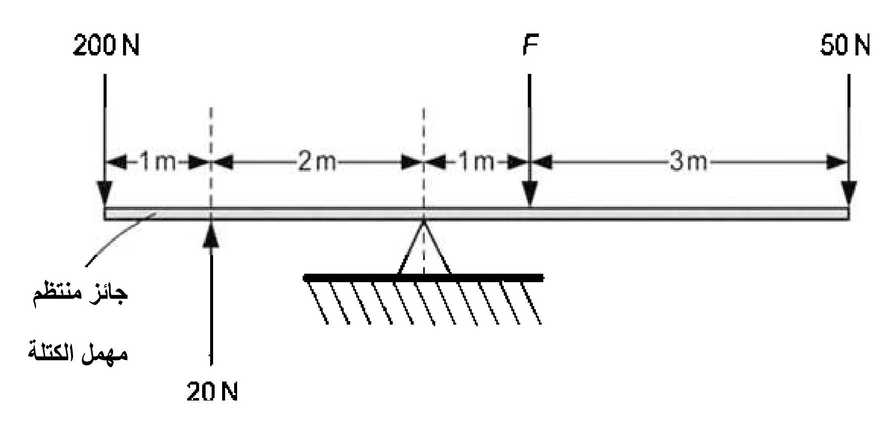
أصبحت لدينا الآن معلومات كافية لحل المسائل الأخرى المتعلقة بالعزوم.

مثال 4−11

يستند جائز أفقي منتظم إلى نقطة ارتكاز كما في الشكل (4−21). احسب القوة F الضرورية للتأكد من بقاء الجائز في حالة توازن.



الشكل 4−20: حالات التوازن السكوني.



الشكل 4−21: جائز أفقي منتظم.

نعلم أن مجموع الـــ CWM = مجموع الـــ ACWM ، لذلك بأخذ العزوم حول نقطة الارتكاز نجد:

$$(F \times 1) + (50 \times 4) + (20 \times 2) = (200 \times 3)\,\text{Nm}$$

عندئذ:

$$(F \times 1) + 200 + 40 = 600\ Nm$$
$$(F \times 1) = (600 - 200 - 40)Nm$$

$$F = \frac{360\,Nm}{1m} = 360\,N$$

لاحظ:

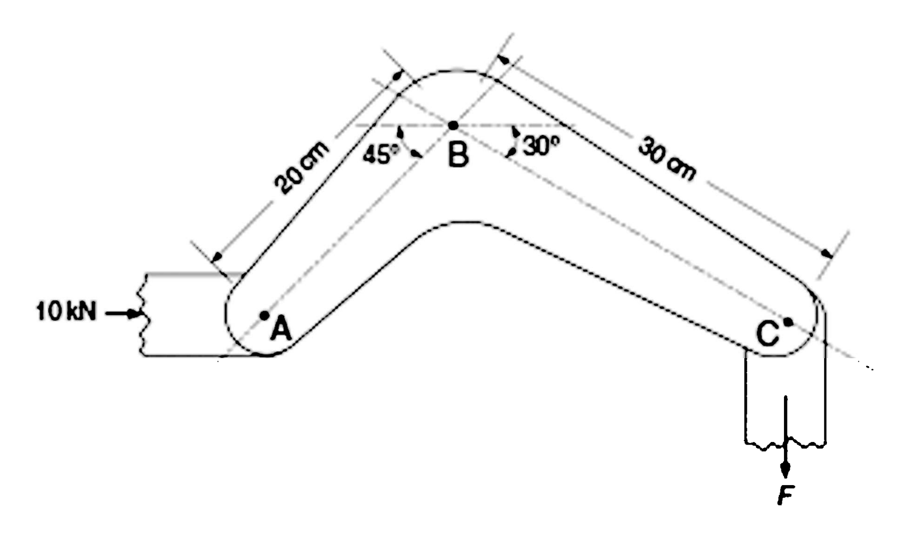
(أ) تؤثر القوة 20N في مسافة 2m من (نقطة الارتكاز) التي تجعل الجائز يميل إلى الدوران باتجاه عقارب الساعة، لذلك أُضيفت إلى مجموع CWM

(ب) وحدات القوة F كما هو مطلوب، أي نيوتن N، لأن المجموع في الطرف الأيمن RHS من العلاقة قبل الأخيرة بالـــ Nm وهو مقسوم في العلاقة الأخيرة على 1m.

(ج) في هذا المثال تم إهمال وزن الجائز. إذا كان الجائز منتظم المقطع، عندئذ تعتبر كتلته تؤثر كما في مركز توازنه.

مثال 4−12

يبين الشكل (4−22) الذراع ABC لرافعة في نظام تحكم بطائرة. يدور الذراع حول B، الطول AB يساوي 20cm والطول BC يساوي 30cm. احسب طويلة قوة القضيب الشاقولي عند C، المطلوبة لتحقيق التوازن مع قوة قضيب التحكم الأفقي ذي الطويلة 10 kN والمطبقة على A.



الشكل 4−22: ذراع التحكم لمرفق ثنائي الأثقال في الطائرة.

لتحقيق توازن القوى المؤثرة في الرافعة، يجب أن تتساوى العزوم حول النقطة B أي:

CWM = ACWM. من الملاحظ أيضاً أن القوة 10 kN تشكل عزماً بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الارتكاز B، لذلك عزم القوة 10kN حول B يساوي: (لاحظ تحويل الوحدات)

$$= (10 \times 0.2 \sin 45°)\ \text{kNm}$$

$$= (10)(0.2)(0.7071)\ \text{kNm}$$

$$= 1.414\ \text{kNm}$$

بالنظر إلى القوة الشاقولية F المؤثرة في C. نجد أنها تشكل عزماً باتخاه عقارب الساعة حول المرتكز B لذلك:

عزم القوة F حول B يساوي:

$$= F \times (0.3 \cos 30°)$$

$$= 0.26\, F$$

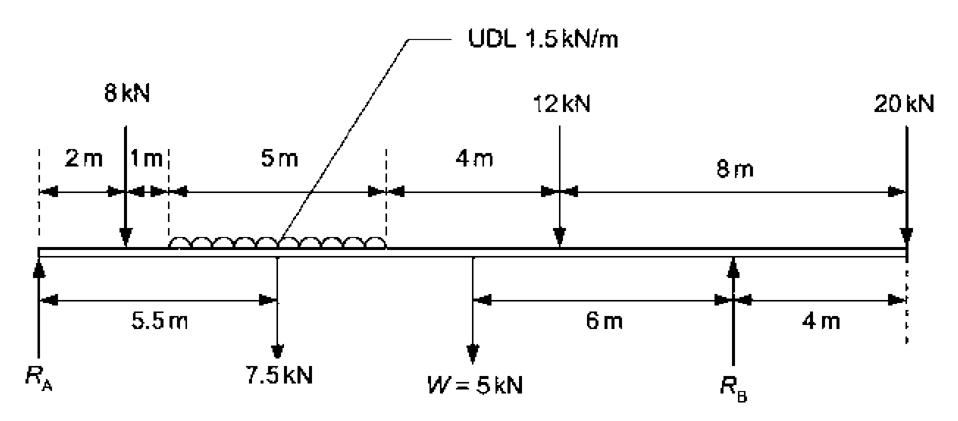
بتطبيق مبدأ توازن العزوم نجد: $1.414 = 0.26\, F$

وبالتالي: $F = \dfrac{1.414\ kNm}{0.26\,m} = 5.44\,kN$

يطرح مثالنا الأخير في العزوم فكرة (Uniformly Distributed Load- UDL) الحمل_الموزع بانتظام. إضافة إلى الأحمال النقطية (المركزة)، يمكن أن تتعرض الجوائز إلى أحمال تتوزع على طول أو جزء من طول الجائز، يفترض أن تؤثر الكمية الكلية للحمل، بالنسبة إلى الحمل الموزع بانتظام، كحمل نقطي على مركز ذلك التوزع.

مثال 4−13

بالنسبة إلى النظام الجائز المبين بالشكل (4−23)، حدد ردود الأفعال في الدعامتين R_A و R_B، آخذاً بعين الاعتبار وزن الجائز.



الشكل 4−23: نظام جائز (beam system) مع الأخذ بعين الاعتبار وزن الجائز.

مما سبق، يؤثر الحمل الموزع بانتظام كحمل نقطي طويلته (1.5kN/m × 5m=7.5 kN) في مركز ذلك التوزع، الذي يبعد 5.5m عن الدعامة R_A.

من المهم، في المسائل المتعلقة بردود الأفعال، استبعاد أحد ردي الفعل من الحسابات، لأننا سنستطيع عندئذ تشكيل معادلة وحدة بمجهول واحد مما يمكننا من حساب المجهول في أية لحظة. ويمكن أن يتم هذا بكتابة معادلة العزوم حول نقطة تأثير أحد ردي الفعل، لأن المسافة بين مركز الدوران المختار، ورد الفعل المار

منه تساوي الصفر، مما يجعل عزم رد الفعل المار من مركز الدوران المختار مساوياً للصفر، وبالتالي يتم استبعاد عزم تلك القوة من الحسابات.

وهكذا بأخذ العزوم حول A (هذا سيستبعد R_A من الحسابات) نجد:

$$(2 \times 8) + (5.5 \times 7.5) + (10 \times 5) + (12 \times 12) + (20 \times 20) = 16\ R_B$$

$$651.25 = 16\ R_B$$

وبالتالي رد الفعل عند B $R_B = 40.7\ kN$

لحساب رد الفعل عند A يمكننا أخذ العزوم حول B، لكن في هذه المرحلة، من الأسهل استخدام حقيقة أنه في حالة التوازن:

مجموع القوى المتجهة إلى الأعلى = مجموع القوى المتجهة إلى الأسفل

$$8+7.5+5+12+20 = R_A+R_B$$

$$52.5 = R_A + 40.7$$

وبالتالي: $R_A = 11.8\ kN$

4-7-4 المزدوجات Couples

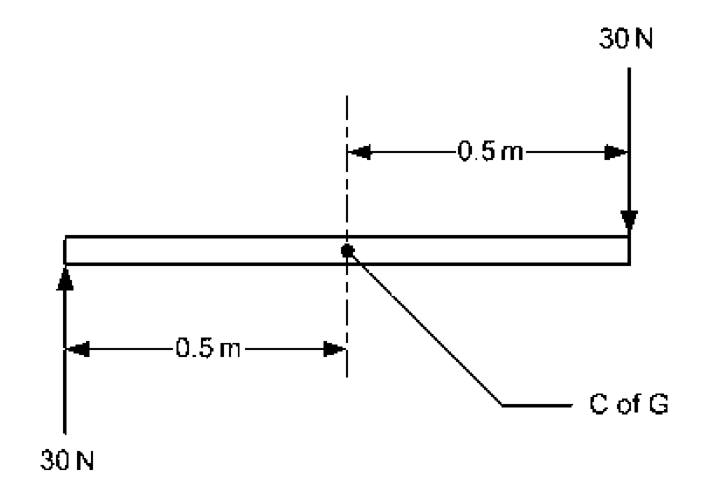
لقد حصرنا حتى الآن مسائل العزوم بالتأثير الدوراني للقوى عند لحظة زمنية معينة. تُحدث المزدوجات عندما تؤثر قوتان متساويتان ومتعاكستان بالاتجاه ويكون خطي اتجاه تأثيرهما متوازيان.

مثال 4−14

يوضح الشكل (4−24) التأثير الدوراني لمزدوجة في جائز منتظم المقطع العرضي. بأخذ العزوم حول مركز ثقل الجائز (CG) (أي النقطة التي يعتبر وزن الجائز كله يؤثر عندها)، نحصل على:

عزم التدوير turning = $(30 \times 0.5) + (30 \times 0.5)$

وبالتالي عزم تدوير المزدوجة = 30 Nm



الشكل 4−24: التأثير التدويري لمزدوجة

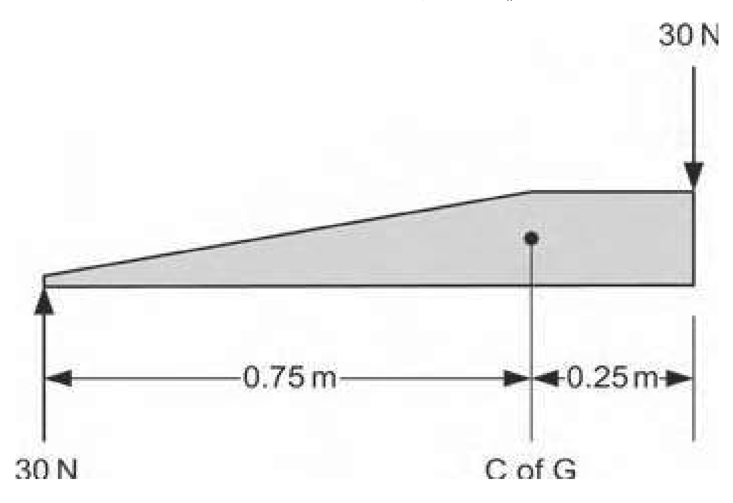
مثال 4−15

يبين الشكل (2−25) جائزاً بمقطع عرضي غير منتظم، تستمر المزدوجة بمحاولة تدوير هذا الجائز حول مركز ثقله (CG).

بأخذ العزوم حول مركز الثقل نجد:

عزم التدوير = $(30 \times 0.25) + (30 \times 0.75)$

بالتالي عزم المزدوجة = 30 Nm



الشكل 4−25: التأثير التدويري لمزدوجة في جائز غير منتظم المقطع العرضي.

من الملاحظ من المثالين السابقين أن العزم هو نفسه في كلتا الحالتين وهو مستقل عن مكان نقطة الارتكاز. لذلك إذا فرضنا أن نقطة الارتكاز وقعت في نقطة تطبيق إحدى القوتين، فإن عزم المزدوجة يساوي إلى القوة مضروبة بالمسافة العمودية بينهما. وهكذا في كلتا الحالتين المبينتين في المثالين 4−14 و4−15 فإن عزم المزدوجة هو 30N ×1m=30Nm كما رأينا.

التطبيق المهم الآخر للمزدوجات هو عزمها التدويري أو عزم اللَّيّ (turning moment or torque) ويعريف عزم التدوير كالتالي:

عزم اللَّيّ هو العزم التدويري لمزدوجة ويقاس بـــ Nm.

عزم اللَّيّ (T) = القوة (F) × نصف القطر (r)

عزم اللَّيّ للمزدوجة المعطاة في المثال 4−15 السابق يساوي:

$$F \times r = (30\text{N} \times 0.5\text{m}) = 15\text{Nm}.$$

نقطة مفتاحية

عزم المزدوجة = القوة × المسافة العمودية بين القوتين وعزم اللَّي = القوة × نصف القطر.

مثال 4−16

يجري تطبيق عزم اللَّي على صامولة بقيمة أعظمية مقدارها 100 Nm. ما هي القيمة العظمى للقوة الممكن تطبيقها بشكل عمودي على نهاية المفتاح إذا كان طول المفتاح 30cm؟

طالما أن $T = F \times r$ عندئذ:

$$F = \frac{T}{r} = \frac{100\,Nm}{30\,cm} = \frac{100\,Nm}{0.30\,m} = 333.3\,N$$

في نهاية هذه الدراسة عن العزوم والمزدوجات وعزوم اللَّي، سنلقي نظرة حول كيفية تطبيق هذه المفاهيم على الحسابات المتعلقة بوزن طائرة بسيطة وتوازنها.

اختبر فهمك 4-9

1- عرِّف عزم قوة ما.

2- إذا مرّ خط تأثير القوة عبر نقطة الدوران. لماذا لا يكون لهذه القوة أي تأثير دوراني؟

3- إذا أثرت قوة ما في مسافة عمودية ما من نقطة الدوران، اشرح كيف يمكن تحديد عزم الفتل لتلك القوة.

4- عرف ما يلي:

(أ) نقطة الارتكاز (ب) ذراع العزم

(ج) العزم المحصلة (د) رد الفعل

5- حدّد حالات التوازن السكوني عندما تؤثر مجموعة من القوى في جائز بسيط مدعم.

6- عرِّف ما يلي:

(أ) المزدوجة (ب) عزم المزدوجة

7- استخدم الجدول E.7 (الملحق E) لتحويل 80ftlbf إلى Nm.

5-7-4 حسابات وزن الطائرة وتوازنها

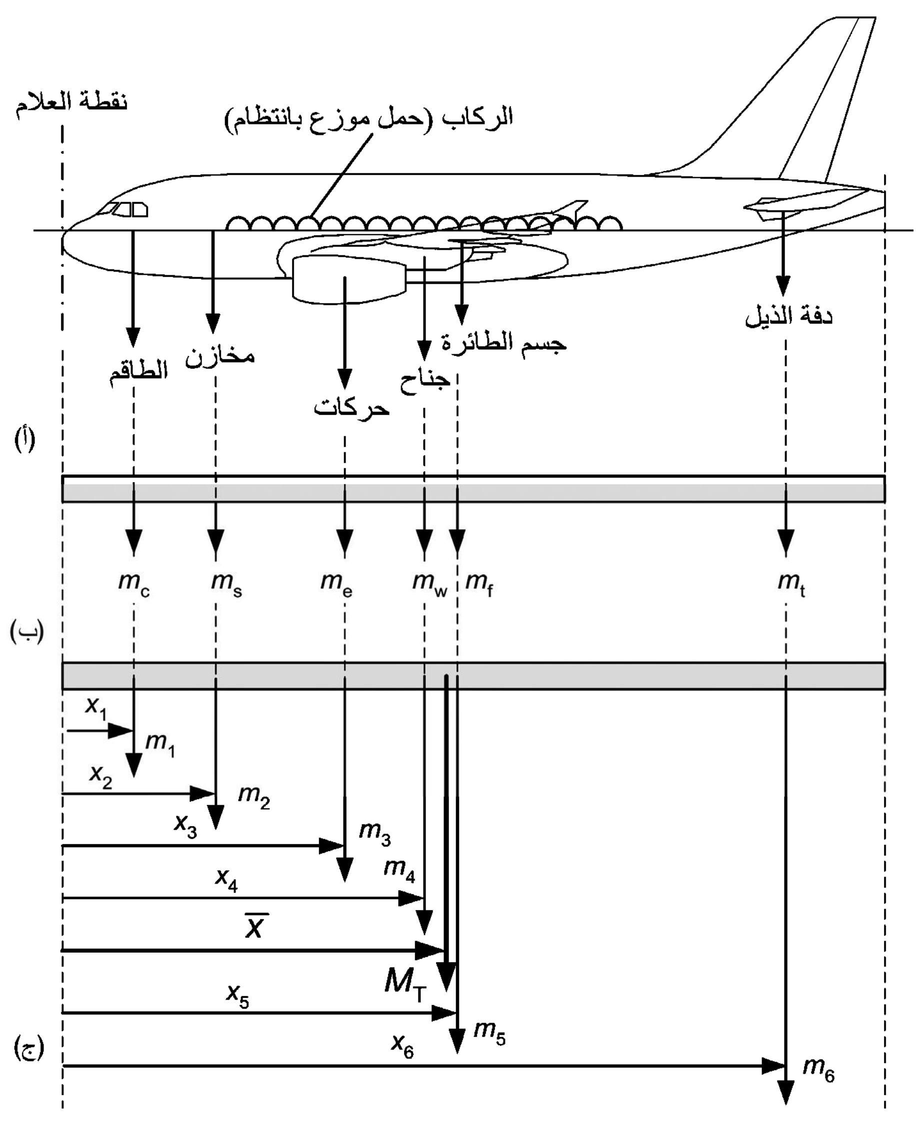
Aircraft weight and balance calculations

يمكن أن تمثل الطائرة الساكنة كجائز محمل مع ردود أفعال مأخوذة عند عجلات الهبوط. لذلك يمكن حساب الأحمال عند العجلات باستخدام معرفتنا السابقة بالعزوم.

إن تحديد مركز ثقل الطائرة في ظروف التحميل المختلفة يعد أمراً ضرورياً لاعتبارات الأمان.

يمثل الشكل (4–26 أ) مخططاً تصويرياً لطائرة ركاب مثالية يبين كيفية تمثيل الأجزاء الرئيسية للطائرة، إضافة إلى الركاب وطاقم الطائرة والمخزن كأحمال نقطية أو متوزعة بانتظام.

يوضح الشكل (4–26 ب) كيفية نمذجة أوزان مختلف أجزاء الطائرة بالإضافة إلى الوزن الكلي للطائرة كجائز بسيط، وذلك من أجل حساب مركز الثقل.



الشكل 4–26: تحديد مركز ثقل الطائرة.

ويظهر الشكل (4−26 ج) الشكل العام للحالة المعطاة في الشكلين (4−26 أ) و(4−26 ب). يساعد هذا التعميم في تأسيس صيغة جيدة لتحديد ذراع العزم (x) لمركز الثقل في أي طائرة. وهذا يمكّننا من معرفة بعد مركز الثقل عن أي نقطة علام. كما يبين الشكل (4−26−ج) الوزن الكلي للطائرة (M_T) وكتلاً نقطية مختلفة وموزعة وهي:

m_1، m_2، m_3 ....إلخ عندئذ يكون العزم الكلي بالرموز:

$$\bar{x} M_T = m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + ... + m_z x_z$$

حيث $\bar{x}$ ذراع العزم، أو بعد مركز الثقل عن نقطة العلام. إذا قسمنا المعادلة السابقة على M_T نحصل على:

$$\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4 ..... + m_z x_z}{M_T}$$

يمكن التعبير بالكلمات عن بعد مركز الثقل من نقطة العلام بالعلاقة:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع عزوم الكتل}}{\text{الكتلة الكلية}}$$

لاحظ أنه ليس من الضروري تحويل الكتل إلى أوزان لأغراض الحساب. طالما أن كل حد من الصيغة سيضرب بمعامل مشترك.

مثال 4−17

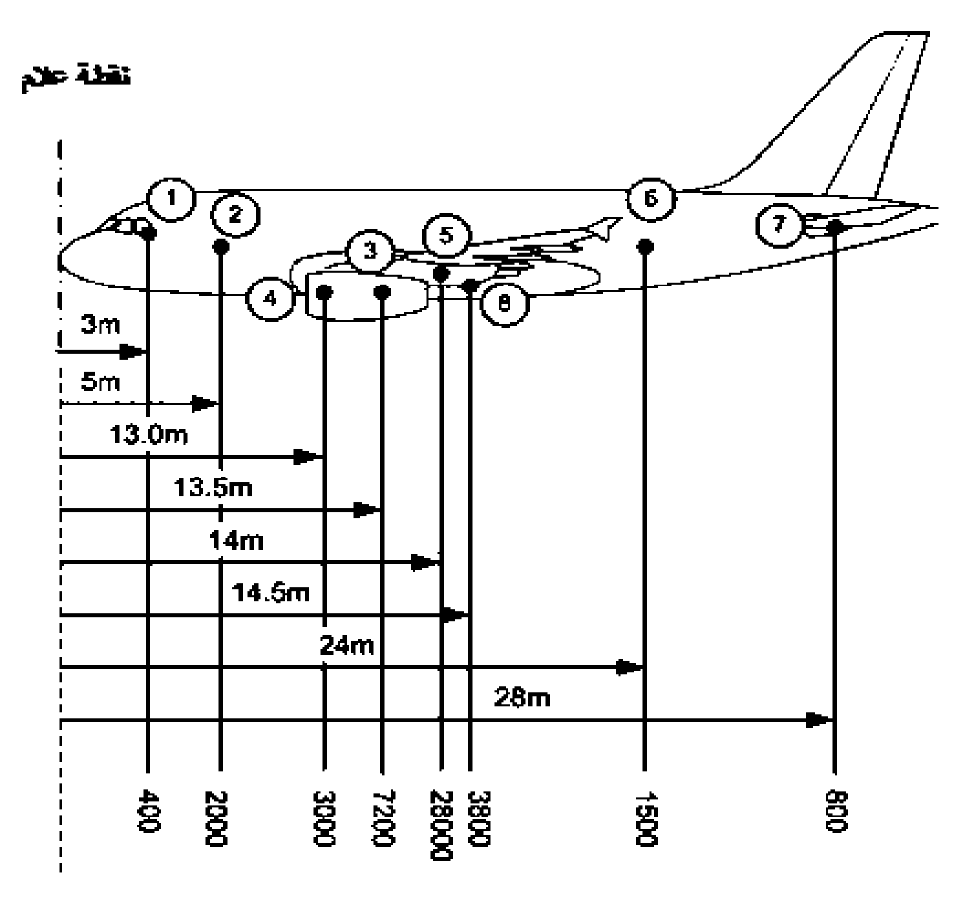
حدد مركز ثقل الطائرة المبينة بالشكل (4−27).

يمكن تحديد مركز الثقل باستخدام الصيغة:

بعد مركز الثقل عن نقطة العلام = $\frac{\text{مجموع عزوم الكتل}}{\text{الكتلة الكلية}}$

من المفيد هنا عرض الحساب في جدول كالمبين أدناه:

عزم الكتلة (kgm)	المسافة من نقطة العلام (m)	الكتلة (kg)	البند
1200	3.0	400	1
000،10	5.0	2000	2
200،97	13.5	7200	3
000،39	13.0	3000	4
000،392	14.0	00،28	5
000،36	24.0	1500	6
400،22	28.0	800	7
100،55	14.5	3800	8
900،652		**700،46**	**المجموع**



الشكل 4–27: تحديد مكان مركز الثقل.

وبالتالي يبعد موقع مركز الثقل عن نقطة العلام

$$\bar{x} = \frac{652,900\,\text{kgm}}{46,700\,\text{kg}} = 13.98\text{m}$$

بعد تحديد موضع مركز الثقل، من الضروري غالباً إيجاد التغير في ذلك المركز، الذي ينتج من حركة أي عنصر كتلي أو من حصول تغير في قيمة تلك الكتلة. فمثلاً أي تغير جوهري في هيكل الجناح يمكن أن يضيف وزناً زائداً، مما يؤدي إلى تغير في عزم كتلة الجناح، وبالتالي تغير في موضع مركز الثقل.

يمكن أن يحدد التغير في موضع مركز الثقل الناتج من تحرك أحد العناصر بضرب مسافة انتقال العنصر بنسبة الكتلة المتحركة إلى الكتلة الكلية. يمكن التعبير عن تغير موضع مركز الثقل كالتالي: $\delta x = \pm \frac{m_1 x_1}{M_T}$ حيث δ وهو الحرف الصغير للحرف اليوناني دلتا، الذي يستخدم للإشارة إلى التغير البسيط في التحول.

مثال 4−18

أوجد التغير في موقع مركز ثقل الطائرة المعطاة في المثال 4−17 إذا تحرك مركز ثقل الأجنحة إلى الأمام بمقدار 0.2m

$$\bar{x} = \pm \frac{(7200)(0.2)}{46,700} = 0.031\text{m} \qquad \text{(إلى الأمام)}$$

وبالتالي سيكون الموضع الجديد لمركز الثقل على بعد:

13.98 – 0.031 =13.95 m من نقطة العلام التي هي مقدمة الطائرة.

إذا تغيرت كتلة أي عنصر يتعقد الحساب قليلاً وهذا لتغير الكتلة الكلية أيضاً. طريقة الحساب ستوضح بشكل أفضل من خلال المثال التالي.

مثال 4−19

دعنا نفترض بالنسبة إلى مثالنا السابق 4−17 أن هناك 1000kg من الحمولة (بند2) قد نقلت من المخزن الأمامي للشحن إلى منطقة العبور في المطار. المسألة هنا هي حساب موضع مركز الثقل الجديد.

من الحسابات الأولية:

الكتلة الكلية للطائرة	=	$46\ 700\,kg$
العزم الكلي للطائرة	=	$652\ 900\,kgm$
الحمولة المزالة	=	$1\ 000\,kg$
عزم الحمولة المزالة	=	$(-1000)(5) = 5000$ kgm
الكتلة الكلية الجديدة للطائرة	=	$46\ 700 - 1\ 000 = 45\ 700\,kg$
العزم الجديد للطائرة	=	$652\ 900 - 5\ 000 = 647\ 900\,kgm$

والآن بُعد الموضع الجديد لمركز الثقل عن نقطة العلام:

$$= \frac{647{,}900\,kgm}{45{,}700\,kg} = 14.18\,\text{m}$$

من الضروري التذكر أن التغير في أية كتلة سيغير الكتلة الكلية والعزم الكتلي الكلي للطائرة.

طريقة بديلة لإيجاد مركز الثقل

Alternative method for finding the CG

الطريقة القياسية للقيام بوزن طائرة ما هي موضعة عجلات الطائرة على وحدات الوزن بحيث يتخذ كلٌّ من محوريها الطولي والعرضي الوضعية الأفقية. تستخدم القراءات من وحدات الوزن والمسافات الخاصة بها لإيجاد بُعد مركز الثقل عن موقع نقطة العلام الخاصة بالطائرة. وفق معايير التوازن السكوني وتطبيق مبدأ العزوم.

6-7-4 الإجهاد والانفعال Stress and strain

الإجهاد Stress

إذا تعرض جسم ما كالقضيب المعدني إلى قوة أو حمل خارجي. تتشكل داخل القضيب قوة مقاومة، ويقال عن المادة إنها في حالة إجهاد. وهناك ثلاثة أنواع أساسية للإجهاد:

إجهاد الشد (tensile stress): الذي يتشكل من قوى تسعى إلى تمزيق المادة.

إجهاد الضغط (compressive stress): وينتج من قوى تسعى إلى سحق المادة.

إجهاد القص (shear stress): وهو ناتج من قوى تسعى إلى قص المادة، أي تحاول جعل جزء من المادة ينزلق على الجزء الآخر.

يوضح الشكل (4–28) الأنواع الثلاثة للإجهاد.

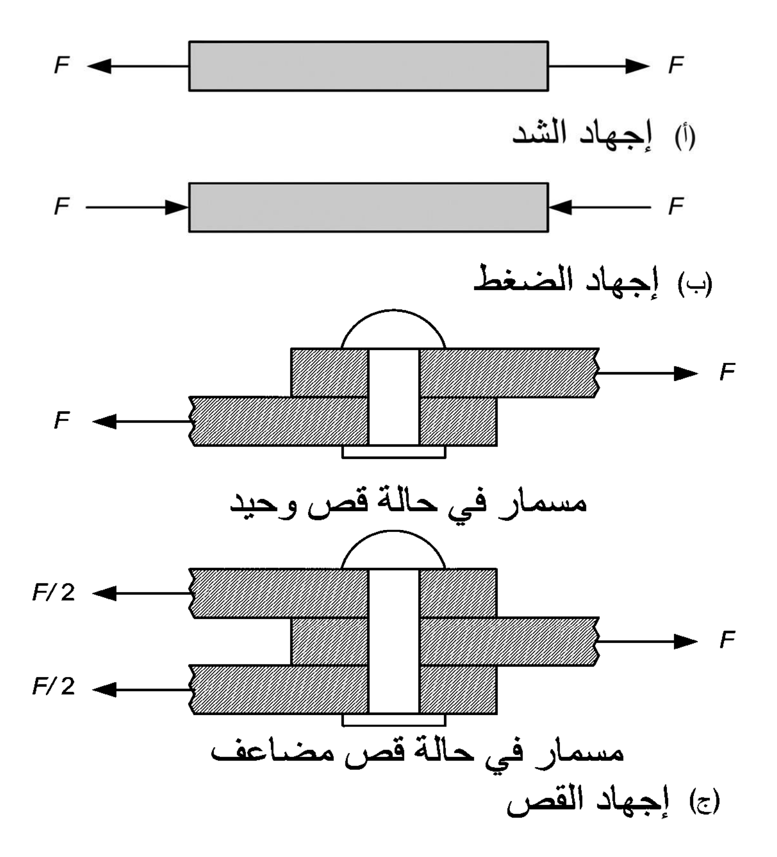
تعريف الإجهاد Stress

يعرف الإجهاد كقوة على وحدة السطح، أي الإجهاد $\sigma = \frac{F \text{ القوة}}{A \text{ السطح}}$

الوحدة الدولية للإجهاد هي N/m^2 وهناك وحدات أخرى شائعة مستخدمة وهي:

$$Pa \text{ ، } N/mm^2 \text{ ، } MN/m^2$$

يشار إلى الإجهاد بالحرف الإغريقي σ ويدعى سيغما.



الشكل 4–28: الأنواع الرئيسية للإجهاد.

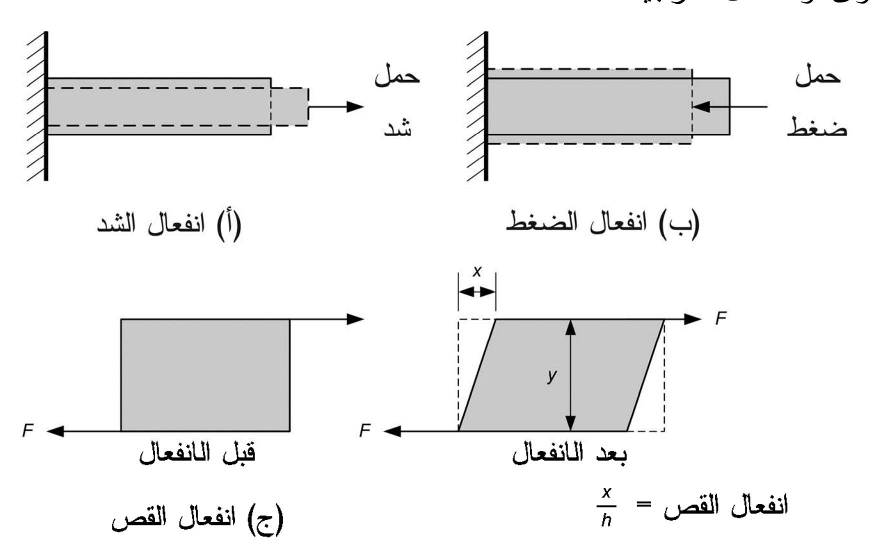
نقطة مفتاحية
$1MN/m^2 = 1N/mm^2$.

في الإنشاءات structures الهندسية، تعرف العناصر التي تصمم لتتحمل أحمال الشد بالعقد، بينما تعرف تلك العناصر المصممة لتتحمل أحمال الضغط بالدعامات.

الانفعال Strain

يقال عن المواد التي يتغير شكلها نتيجة تأثير قوى فيها أنها انفعلت. وهذا يمكن أن يعني أيضاً أن جسماً ما ينفعل داخلياً حتى ولو كانت هناك تغيرات طفيفة قابلة للقياس في أبعاده، أي مجرد التمدد في الروابط على المستوى الذري.

يوضح الشكل (4–29) الأنواع الثلاثة المعروفة للانفعال الناتج من تطبيق قوى أو أحمال خارجية.



الشكل 4–29: الأنواع الشائعة للانفعال.

تعريف الانفعال **Definition of stress**

يمكن أن يعرف الانفعال المباشر بنسبة التغير في البعد (التشوه) إلى البعد الأصلي، أي:

$$\text{التشوه المباشر } \varepsilon = \frac{\text{التشوه } x}{\text{الطول الأصلي } l}$$

(كل من x وl بالأمتار).

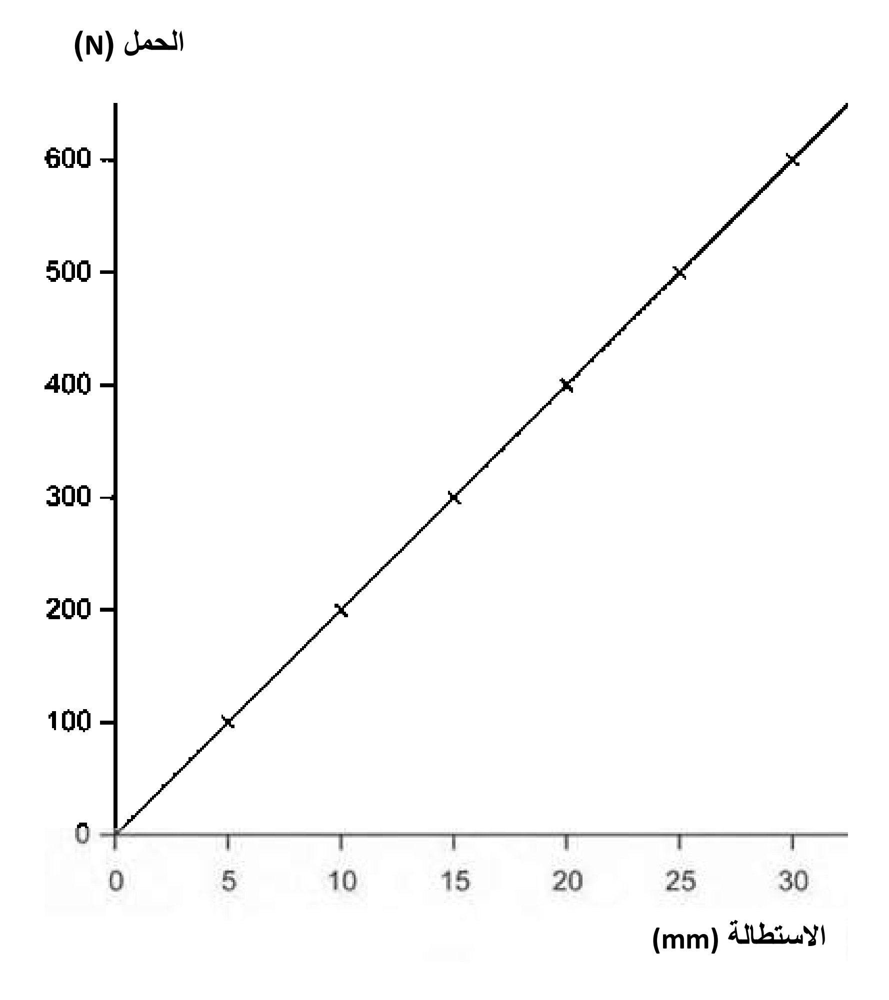
الرمز ε هو الحرف الإغريقي الصغير المسمى ابيسيلون. لاحظ أيضاً أن التشوه لانفعال الشد سيكون تمدداً، بينما سيكون، لانفعال الضغط، تقلصاً.

نقطة مفتاحية
بما أن الانفعال هو نسبة أبعاد، بالتالي ليست له وحدة.

4-7-7 قانون هوك Hook's law

يُنص قانون هوك على مايلي:

ضمن الحد المرن للمادة، أي تغير في الشكل يتناسب طرداً مع القوة المطبقة المسببة له. ويعتبر النابض (spring) مثالاً جيداً لتطبيق قانون هوك. فالميزان النابضي يستخدم في قياس قوة الوزن، حيث أية زيادة في الوزن تسبب تمدداً موافقاً، انظر الشكل (4−30).



الشكل 4−30: مخطط القوة – الاستطالة للنابض.

الجساءة (k) لنابض ما هي تلك القوة المطلوبة للتسبب بوحدة استطالة (deflection) محددة.

$$\text{الجساءة } k = \frac{\text{القوة}}{\text{الاستطالة}}$$ الوحدة الدولية للجساءة هي N/m أو Nm^{-1}

سيمر مفهوم الجساءة لاحقاً، لكن السؤال المهم الآن: إلى ماذا يشير ميل المستقيم في الشكل (4−30)؟

4-7-8 المعاملات Modulus

معامل المرونة Modulus of elasticity

بدراسة قانون هوك، نلاحظ أن الإجهاد يتناسب طرداً مع الانفعال، طالما بقيت المادة مرنة. هذا يعني أنه طالما بقيت القوى الخارجية المؤثرة في المادة كافية لشد الروابط الذرية بدون كسرها، يمكن للمادة أن تعود إلى شكلها الأصلي بعد زوال القوى الخارجية.

وهكذا من قانون هوك وتعريفنا للإجهاد والانفعال، نلاحظ أن الإجهاد يتناسب طرداً مع الانفعال المرن، أي:

$$\text{الإجهاد} \propto \text{الانفعال}$$

$$\text{أو الإجهاد} = \text{الانفعال} \times \text{ثابت}$$

لذلك $$\frac{\text{الإجهاد}}{\text{الانفعال}} = \text{ثابت (E)}$$

ثابت التناسب هذا يتعلق بالمادة ويرمز له بالرمز E . ويعرف بمعامل المرونة، ولأن الانفعال لا وحدة له فإن وحدة معامل المرونة هي وحدة الإجهاد، ولأن المعامل يأخذ قيماً عالية جداً فواحدته الدولية هي GPa أو GN/m^2 .

نقطة مفتاحية
يمكن أن يؤخذ عامل المرونة لمادة ما كمقياس لمدى جساءة تلك المادة.

معامل الجساءة Modulus of rigidity

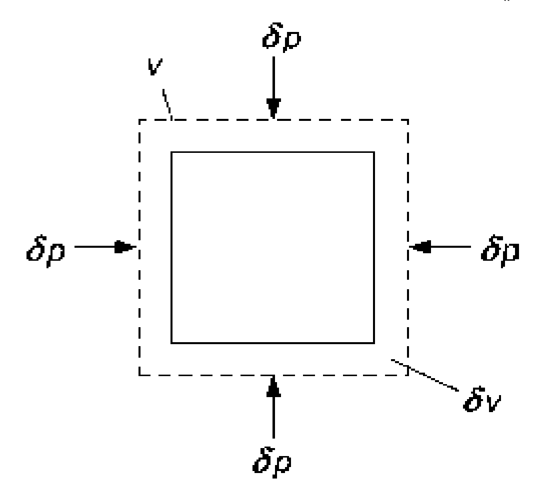
تعرف النسبة بين إجهاد القص (τ) وانفعال القص (γ) بمعامل الجساءة. أي:

$$\text{معامل الجساءة } (G) = \frac{\text{إجهاد القص}(\tau)}{\text{انفعال القص}(\gamma)} \quad [GN/m^2 \text{ أو } GPa]$$

لاحظ أن الرمز (τ) هو الحرف الإغريقي الصغير تاو، وأن الرمز (γ) هو الحرف الإغريقي الصغير غاما.

معامل الشكل Bulk modulus

إذا تعرض جسم حجمه v لزيادة في الضغط الخارجي قدرها δp وأدى ذلك إلى تغير في الحجم قدرها δv، الشكل (4−31)، فإن التشوه هو تغير في الحجم بدون تغير في الشكل. إجهاد الشكل هو δp، بتعبير آخر هو الزيادة في القوة المطبقة على وحدة السطح، وانفعال الشكل هو $\delta v/v$، بتعبير آخر هو تغير الحجم/الحجم الأصلي، عندها يعرف معامل الشكل K بـِ:



الشكل 4−31: تغير الشكل في الحجم بسبب الضغط الخارجي.

$$\text{معامل الشكل} = \frac{\text{إجهاد الشكل}}{\text{انفعال الشكل}} = -\frac{\delta p}{\delta v / v} = -\frac{v\delta p}{\delta v}$$

وضعت إشارة السالب لجعل K موجباً عندما يكون التغير في الحجم δv سالباً (أي يتناقص الحجم).

نقطة مفتاحية
للأجسام الصلبة ثلاثة معاملات، بينما للسوائل والغازات المعامل K فقط.

مثال 4−20

قضيب ذو مقطع عرضي مستطيل من الفولاذ أبعاده (10×16×200)mm، تمدد بمقدار 0.12mm تحت تأثير قوة شد مقدارها 20kN، أوجد:

(أ) الإجهاد (ب) الانفعال (ج) معامل المرونة لمادة القضيب.

$$\text{(أ) إجهاد الشد} = \frac{\text{قوة الشد}}{\text{مساحة المقطع العرضي}}$$

قوة الشد 20×10^3 N ومساحة المقطع العرضي $16\times10 = 160\text{mm}^2$.

تذكّر أن أحمال الشد تؤثر ضد المقطع العرضي للمادة.

بالتعويض في الصيغة السابقة نجد:

$$\text{إجهاد الشد } \sigma = \frac{20\ 000\ \text{N}}{160\ \text{mm}^2} \Leftarrow \sigma = 125\text{N}/\text{mm}^2$$

$$\text{(ب) الانفعال} = \frac{\text{التشوه (التمدد)}}{\text{الطول الأصلي}}$$

هنا التمدد 0.12mm والطول الأصلي 200mm وبالتعويض نجد:

$$\varepsilon = \frac{0.12\text{mm}}{200\text{mm}} = 0.0006\text{mm}$$

(ج) معامل المرونة ε = $\dfrac{\text{الإجهاد}}{\text{الانفعال}}$

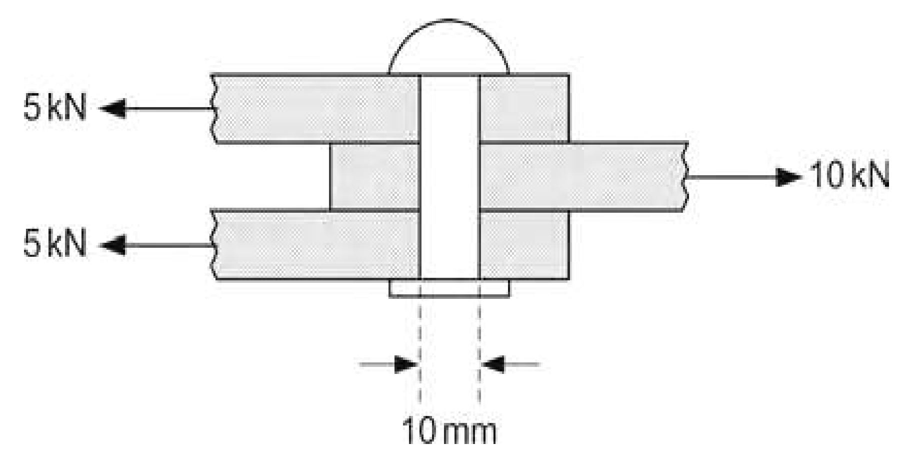
$$E = \frac{125\,\text{N/mm}^2}{0.0006} = 208\ 333.33\ \text{N/mm}^2$$

أو

$$E = 208\ \text{GN/m}^2$$

مثال 4−21

يربط مسمار قطره 10mm ثلاث صفائح من المعدن محملة، كما في الشكل (4−32)، أوجد إجهاد القص في بدن المسمار.



الشكل 4−32: المسمار تحت قص مضاعف.

نعلم أن المسمار تحت تأثير قص مضاعف، وبالتالي مساحة المقاومة للقص هي ضعف مساحة المقطع العرضي للمسمار، أي:

$$2\times\pi r^2 = 2\pi 5^2 = 157\ \text{mm}^2$$

وبالتالي إجهاد القص τ يساوي

$$\tau = \frac{10\ 000}{157} = 63.7\,\text{N/mm}^2$$
$$= 63.7\,\text{MN/m}^2$$

لاحظ أنه عندما يكون المسمار في حالة قص مضاعف فإن مساحة القص تضرب بـــ 2. فيما يتعلق بالحمل، نعلم من قوانين نيوتن أنه لكل فعل رد فعل يساويه ويعاكسه، وبالتالي سوف نستخدم في حساباتنا فقط فعل القوة أو رد فعلها وليس كليهما.

اختبر فهمك 4−10

1− من حسابات توازن ووزن الطائرة، اكتب الصيغة التي تمكننا من تحديد موضع مركز الثقل من نقطة علام ما.

2− عند تحديد التغيرات في مركز الثقل، ماذا علينا أن نتذكر عندما تتغير كتلة عنصر محدد؟

3− عرِّف:

(أ) إجهاد الشد (ب) إجهاد القص (ج) إجهاد الضغط

4− اذكر قانون هوك واشرح علاقته بمعامل المرونة.

5− عرِّف جساءة النابض، وحدّد واحدته الدولية.

6− عرِّف بالتفصيل كلاً من:

(أ) معامل المرونة (ب) معامل القص (ج) معامل الشكل.

7− حوِّل ما يلي إلى N/m^2.

(أ) $240\ kN/m^2$ (ب) $0.228\ GPa$ (ج) $600\ N/mm^2$

(د) $0.0033\ N/mm^2$ (هـ) $10\ kN/mm^2$

8− اشرح استخدام:

(أ) الدعامة (ب) العقدة.

4-7-9 تعاريف بعض الخصائص الميكانيكية

Some definitions of mechanical properties

تتعلق الخصائص الميكانيكية للمواد بسلوكها تحت تأثير القوى الخارجية. ويكتسب ذلك أهمية خاصة لمهندسي الطيران عند دراسة المواد لاستخدامها في تطبيقات صناعة الطائرات. إن دراسة مواد وهياكل الطائرات والصيانة البنيوية هي موضوعات مهمة لصناعة الطائرات، ستتم دراستها بشكل مكثف في كتاب آخر من هذه السلسلة. سنركز هنا على تعاريف بسيطة لأكثر الخصائص الميكانيكية أهمية التي نحتاجها في دراستنا لعلم السكون.

تتضمن هذه الخصائص المتانة والجساءة، والمتانة والجساءة النوعيان وقابلية السحب، ومقاومة الصدمات، وقابلية التطريق والمرونة، بالإضافة إلى خصائص أخرى مدرجة أدناه.

لقد درسنا سابقاً الجساءة التي تقاس بمعامل المرونة. وبشكل غير مباشر عرفنا أيضاً المتانة عند دراستنا للأشكال المختلفة للإجهاد الناتجة من الأحمال المطبقة على المادة.

وفيما يلي تعريف أكثر منهجية للمتانة.

المتانة **Strength**

يمكن أن تعرف المتانة ببساطة بأنها القوة المطبقة التي تستطيع المادة تحملها قبل أن تتكسر. وفي الحقيقة تقاس المتانة بإجهاد الخضوع σ_y أو إجهاد الصمود للمادة (انظر أدناه). يقاس هذا الإجهاد عند نسبة خضوع مئوية معروفة للمادة تحت التجربة. يحدث الخضوع عندما تتعرض المادة لأحمال تتسبب في استطالتها بنسبة معروفة من الطول الأصلي. بالنسبة إلى المعادن يؤخذ غالباً قياس المتانة عند استطالة نسبية قدرها 0.2% سواء جرى الحديث عن إجهاد الخضوع أو عن إجهاد الصمود.

إجهاد العمل Working stress

لاحقاً للمناقشة السابقة، نحن بحاجة إلى تعريف نوع أو أكثر من الإجهاد، طالما أن ذلك يقيس خصائص الشد للمواد تحت مختلف الظروف.

إجهاد العمل هو الإجهاد المفروض على المادة كنتيجة للأحمال الممكنة السيئة التي تتحملها المادة على الأرجح أثناء العمل. هذه الأحمال يجب أن تكون ضمن المجال المرن للمادة.

إجهاد الصمود Proof stress

يمكن أن يعرف إجهاد الصمود بشكل رسمي بأنه إجهاد الشد الذي عندما يطبق لمدة 15 ثانية ويزال ينتج استطالة دائمة للقطعة المختبرة. مثلاً إجهاد الصمود بالنسبة إلى الفولاذ ينتج استطالة قدرها 0.2% أو 0.002 مرة من البعد الأصلي.

إجهاد الشد النهائي Ultimate tensile stress

يعطى إجهاد الشد النهائي (Ultimate Tensile Stress -UTS) بالعلاقة: الحمل الأعظمي/مساحة المقطع العرضي. لاحظ أن إجهاد الشد النهائي هو قياس متانة الشد النهائي للمادة. تظهر النقطة U على مخطط الحمل– التمدد (الشكل (4–33)) الحِملَ الأعظمي، الذي يجب أن يقسم على المقطع العرضي الأصلي، وليس ذلك الذي يوافق النقطة U حيث، وبسبب الاستطالة، يمكن أن يكون لنموذج مقاطع مغايرة للمقطع العرضي الأصلي.

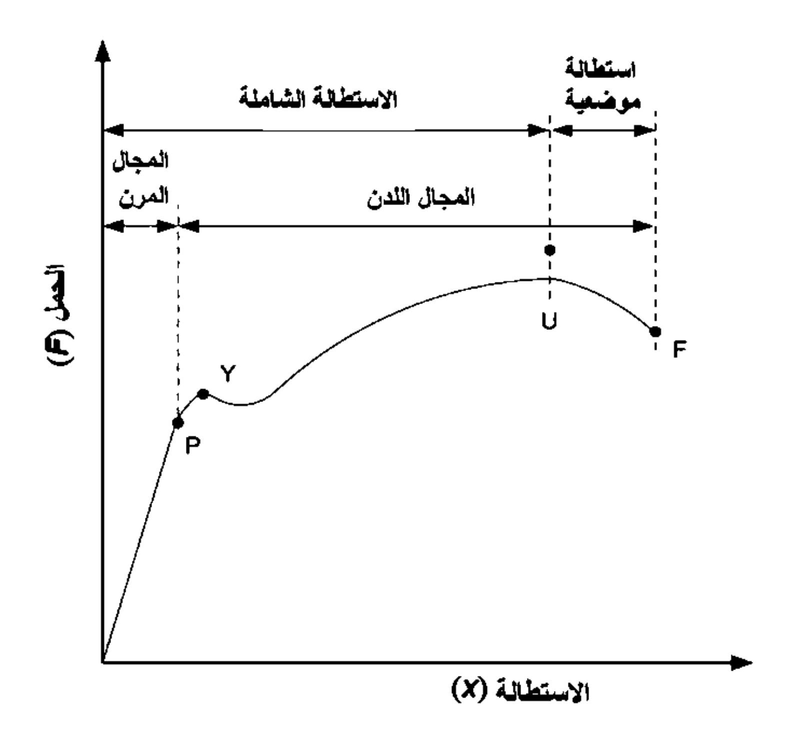
يقع تحت النقطة U حيث يمكن أن يكون للتمدد مقطع يغاير المقطع

المتانة النوعية Specific strength

تحتاج مواد الطائرات أن تكون خفيفة وقوية قدر الإمكان لزيادة الحمولة الممكن حملها، وفي الوقت ذاته تحتاج هذه المواد إلى مواجهة متطلبات الأمان الصارمة التي وضعت من أجل دعم بنية الطائرة. ولتحسين المردود الإنشائي،

تصنع الطائرة من مواد منخفضة الكثافة تمتلك متانة عالية. تسمى نسبة متانة مادة ما (المقيسة بإجهاد الخضوع لتلك المادة) إلى كثافتها بالمتانة النوعية وواحدتها الدولية [J/kg]، أي:

$$\text{المتانة النوعية} = \frac{\sigma_y \text{ إجهاد الخضوع}}{(\rho) \text{ الكثافة}}$$



الشكل 4–33: منحني الحمل– الاستطالة لعينة اختبار من الفولاذ الطري.

الجساءة النوعية Specific stiffness

بأسلوب مشابه لما تم آنفاً، تعرف الجساءة النوعية للمادة بأنها نسبة الجساءة (المقاسة بمعامل المرونة الخاصة بها) إلى كثافة تلك المادة، أي:

$$\text{الجساءة النوعية} = \frac{(E) \text{ معامل المرونة}}{(\rho) \text{ الكثافة}}$$

وواحدتها الدولية [*J/kg*] أيضاً.

نقطة مفتاحية
المتانة النوعية والجساءة النوعية هما قياس للفعالية الإنشائية للمواد.

قابلية السحب Ductility

هي القابلية للسحب إلى خيوط وأسلاك. الحديد المطاوع والألمنيوم والنحاس والفولاذ منخفض الكربون هي أمثلة للمواد القابلة للسحب.

الهشاشة Brittleness

هي الميل إلى الكسر بسهولة أو فجأة، بقليل من التمدد المسبق أو دونه. وأمثلته: الحديد الصب والفولاذ العالي الكربون والزجاج.

مقاومة الصدمات Toughness

هي قابلية المادة لتحمل الصدمات المطبقة بشكل مفاجئ. بعض خلائط الفولاذ وبعض البلاستيك والمطاط تعد أمثلة للمواد المقاومة للصدمات.

قابلية التطريق والتشكيل Malleability

هي القابلية للرَق والتحول إلى صفائح أو التشكيل تحت الضغط. ومن الأمثلة على المواد القابلة للتطريق والتشكيل الذهب والنحاس والرصاص.

المرونة Elasticity

هي قابلية المعدن للعودة إلى شكله الأصلي عند زوال القوة الخارجية. حيث تتمدد الروابط الذرية الداخلية بدون أن تتكسر وتعمل مثل النوابض الدقيقة لتعود بالمادة إلى الحالة الطبيعية، عند زوال القوة. من هذه المواد المطاط والفولاذ الطري والمتوسط نسبة الكربون.

عوامل الأمان Safety factors

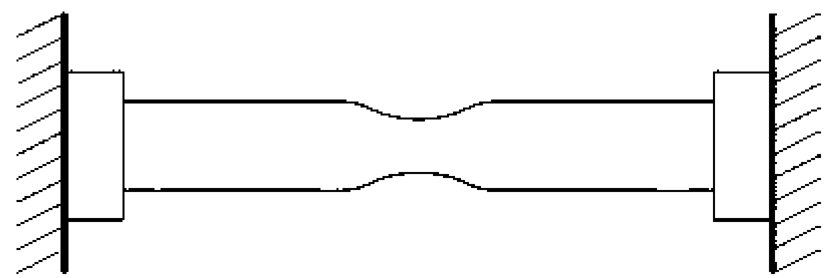
تستخدم عوامل الأمان في تصميم المواد المعرضة لأحمال خدمية لإعطاء هامش أمان، وتأخذ بعين الاعتبار عاملاً معيناً للتجاهل (certain factor of ignorance). تعتمد عوامل الأمان المختلفة في الطائرة على الحساسية الإنشائية للعنصر مع بعض الاعتبارات الخاصة به. وتكون هذه العوامل في حدود 1.5، ويمكن أن ترتفع كثيراً بالنسبة إلى الوصلات والمثبتات وهيكل تحميل الحمولات المباشرة وغير المباشرة بشكل عام.

4-7-10 مخططات الحمل – الاستطالة Load-extension graphs

وهي تظهر نتائج الاختبارات الميكانيكية المستخدمة في تحديد خصائص معينة للمادة. فمثلاً، لفحص ورؤية ما إذا كانت المعالجة الحرارية أو العملية قد تكللت بالنجاح، تستخدم عينة من الدفعة لهذا الفحص.

تبين مخططات الحمل – الاستطالة أطواراً محددة، عندما تفحص المادة حتى الانهيار وهي تتضمن: المجال المرن، وحد التناسب، ونقطة الخضوع، ومرحلة اللدونة، ثم الكسر النهائي.

يبين الشكل (4–33) منحني الحمل – الاستطالة لعينة من الفولاذ الطري القابل للسحب. تسمى النقطة P عند نهاية الخط المستقيم OP حد التناسب. بين المبدأ O وP يتناسب التمدد x طرداً مع القوة المطبقة، وتخضع المادة في هذا المجال لقانون هوك.



الشكل 4–34: مثال عن التخصر حيث تتوضع الاستطالة.

ينطبق حد المرونة على حد التناسب أو يكون بالقرب منه. عندما يتم تجاوز هذا الحد تصبح الاستطالة غير متناسبة مع الحمل، وعند نقطة الخضوع Y تزداد الاستطالة فجأة وتدخل المادة في الطور اللدن. وعند النقطة U (متانة الشد النهائية strength) يكون الحمل أعظمياً. كانت استطالة قطعة الاختبار شاملة general حتى النقطة U، وبعدها يحدث تخصّر أو تعنق، والاستطالة اللاحقة تكون موضعية (انظر الشكل 4−34).

بما أن المساحة تنخفض عند التخصر بشكل كبير، نجد من العلاقة:

$$\text{الإجهاد} = \frac{\text{القوة}}{\text{المساحة}}$$

إن الإجهاد سيزداد، منتجاً حملاً منخفضاً من أجل إجهاد معطى، حيث يحدث الكسر عند النقطة F، أي عند قيمة حمل أخفض من تلك التي عند U.

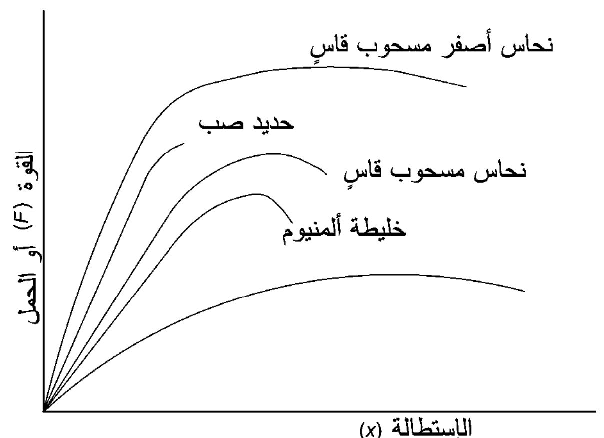
تذكّر أن حد المرونة يحدث عند نهاية الطور الخاضع لقانون هوك، بعدها لا تتحقق علاقة هوك. ولا تكون العودة الكاملة للمادة ممكنة بعد زوال الحمل.

يبين الشكل (4−35) بعض منحنيات الحمل − الاستطالة النوعية لبعض المعادن المعروفة، حيث تظهر المنحنيات أن النحاس المطاوع (annealed copper) قابل للسحب بشكل كبير، بينما النحاس المسحوب القاسي (hard drawn copper) أقوى، لكنه أقل قابلية للسحب.

ويعتبر النحاس الأصفر المسحوب القاسي 70/30 (Hard drawn brass 70/30) قوياً وقابلاً للسحب. بينما يبدو بوضوح أن الحديد الصب هش، ولهذا السبب نادراً ما يستخدم تحت ظروف الشد. تبدو خليطة الألمنيوم قوية نوعاً ما علاوة على قابليتها للسحب. وبالتالي تملك كفاءة إنشائية ممتازة، ولهذا السبب ما تزال تستخدم كواحدة من المواد الرئيسية في تركيبات الطائرة.

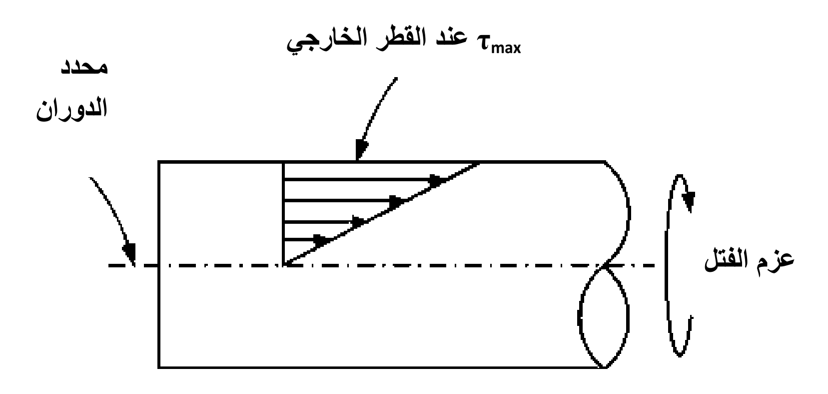
4-7-11 الفتل Torsion

إن أعمدة القيادة في محرك الطائرة والمحركات والمضخات المقادة والأعمدة الدافعة ومجموعات البكرات وقارنات القيادة للآلات، تتعرض كلها لأحمال الفتل أو الالتواء. وفي الوقت نفسه تتشكل إجهادات قص ضمن هذه الأعمدة (الشكل (4-36)) ناتجة من أحمال الفتل هذه.



الشكل 4-35: بعض مخططات الحمل – الاستطالة النوعية.

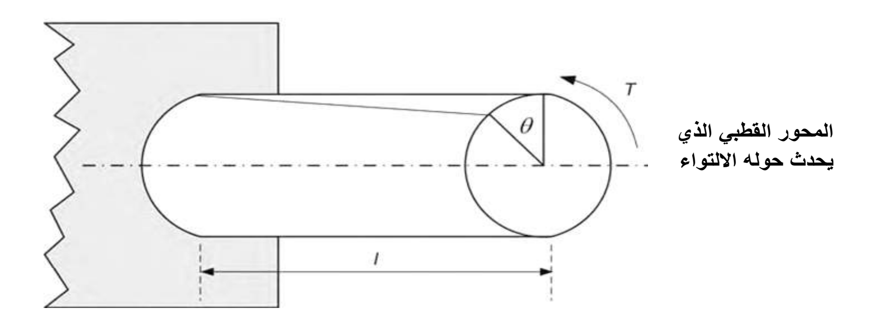
على مهندسي الطائرات أن يكونوا حذرين لطبيعة وحجم أحمال الفتل هذه، وما ينتج عنها من إجهادات قص من أجل أن يصمموا ضد أي فشل مسبق وللتأكد، من خلال المعاينة، من عمليات الوثوقية والأمان أثناء الصيانة.



الشكل 4-36: توزيع إجهاد القص بسبب العزم.

ولذلك تعد أعمدة القيادة العناصر الهندسية المستخدمة في نقل أحمال الفتل وعزم الالتواء أو عزم الفتل. يمكن أن تملك الأعمدة أي مقطع عرضي، لكن بالغالب يكون المقطع دائرياً حيث إن المقطع العرضي هذا مناسب جداً لنقل عزم الفتل من المضخات والمحركات وغيرها من مزودات الطاقة المستخدمة في أنظمة هندسة الطائرات.

من أجل تحديد الإجهادات المتشكلة ضمن عمود القيادة، نحتاج إلى استخدام علاقة رياضية معروفة غالباً باسم نظرية المهندسين للالتواء أو المعادلة النموذجية لفتل العمود. لاحظ من الشكل (4−36) أن مقدار إجهاد القص يزداد كلما ابتعدنا عن محور الدوران، بمعنى آخر كلما ازداد نصف القطر r. يدعى محور الدوران هذا بالمحور القطبي، لأن زاوية التواء العمود θ (راديان)، والناتجة من عزم الفتل المطبق أو عزم الالتواء T (الشكل (4−37)) تقاس باستخدام الإحداثيات القطبية.



الشكل 4−37: عمود دائري يتعرض لعزم الفتل.

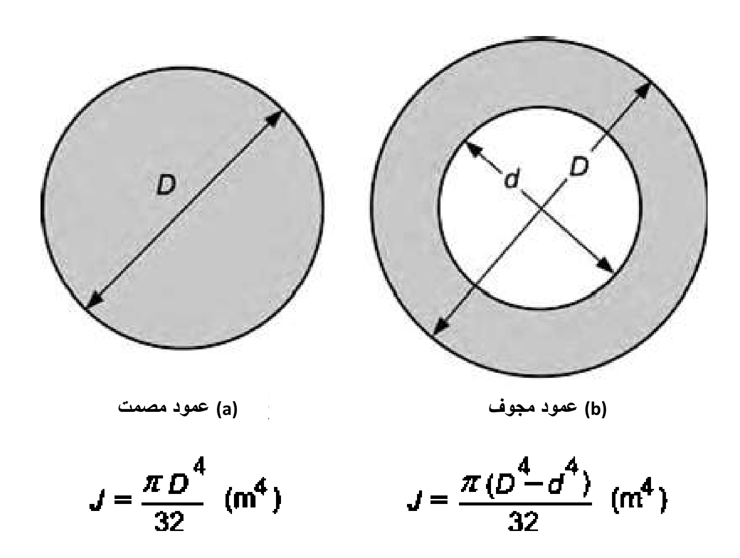
متحول آخر لم تقابله بعد، وهو يستخدم في علاقة نظرية المهندسين للالتواء والذي يعرف بالعزم القطبي الثاني للمساحة_J، يقيس هذا المتحول ببساطة مقاومة العمود للفتل، ولا نحتاج الآن إلى اشتقاق هذا المتحول. يعطى العزم القطبي الثاني للمساحة للأعمدة المصمتة الدائرية بالعلاقة:

$$J = \frac{\pi D^4}{32}$$

وللأعمدة المجوفة (الأنابيب):

$$J = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}$$

يوضح الشكل (4–38) عزم المساحة القطبي الثاني للأعمدة المصمتة والمجوفة.



الشكل 4–38: العزم القطبي الثاني لمساحة الأعمدة المصمتة والمجوفة.

نقطة مفتاحية
يقيس العزم القطبي الثاني للمساحة مقاومة العمود للفتل.

بجمع المتحولات السابقة مع تلك التي مرت معنا، نستطيع الوصول إلى معادلة نموذجية للفتل، التي ترمز بالشكل:

$$\frac{\tau}{r} = \frac{T}{J} = \frac{G\theta}{l}$$

حيث:

$\boldsymbol{\tau}$ – إجهاد القص عند مسافة r من المحور القطبي للعمود.

T– عزم الالتواء (الفتل) على العمود.

J– العزم القطبي الثاني لمساحة المقطع العرضي للعمود.

G– معامل الجساءة (معامل القص) لمادة العمود.

θ– زاوية الالتواء (راديان) للطول l من العمود.

يمكن أن تبدو العلاقة السابقة معقدة نوعاً ما، لكن المعادلة النموذجية للفتل تعد أداة قوية تستخدم في إيجاد عنصر من عناصرها بمعرفة بعض العناصر الأخرى (هذا يشمل عزم الفتل وزاوية الالتواء وإجهادات القص المؤثرة في عمود القيادة).

مثال 4–22

يتعرض عمود قيادة دائري مصمت قطره 40mm لعزم فتل قدره 800Nm:

احسب الإجهاد الأعظمي الناتج من الفتل.

احسب زاوية الالتواء على طول 2m من العمود، مع العلم أن معامل جساءة العمود يساوي $60GN/m^2$.

(أ) يحدث الإجهاد الأعظمي الناتج من الفتل عند القيمة الأعظمية لنصف القطر عند الجانب الخارجي للعمود، أي عندما $r = R$. لذلك في هذه الحالة $r =$ 20mm. والآن باستخدام العلاقة النموذجية $\frac{\tau}{r} = \frac{T}{J}$

لدينا قيمة كل من r و T، لذلك نحن بحاجة إلى إيجاد قيمة J للعمود المصمت، ومن ثم نستطيع إيجاد إجهاد القص الأعظمي τ_{max}:

بالنسبة إلى العمود المصمت: $J = \frac{\pi D^4}{32}$

$$J = \frac{\pi 40^4}{32} = 0.251 \times 10^6 \, \text{mm}^4$$

بالتعويض في العلاقة النموذجية المعطاة سابقاً، نجد:

$$\tau = \frac{(20)(800 \times 10^3)}{0.251 \times 10^6} \frac{(\text{mm})(\text{Nmm})}{\text{mm}^4}$$

$$\tau_{max} = 63.7 \text{ N/mm}^2$$

وهي القيمة الأعظمية لإجهاد القص التي تحدث عند السطح الخارجي للعمود. لاحظ معالجة الوحدات التي يجب مراعاتها للتأكد من تطابق الوحدات، وخاصة عندما يتعلق الأمر بالقوى.

(ب) لإيجاد θ، نستخدم أيضاً نظرية المهندس للالتواء، والتي بإعادة ترتيبها نجد:

$$\theta = \frac{lT}{GJ}$$

بالتعويض بالقيم المعروفة لـــ l و T و J و G يكون لينا:

$$\theta = \frac{(2000)(800\times10^3)}{(60\times10^3)(0.251\times10^6)} \frac{\text{(mm)(Nmm)}}{(\text{N/mm}^2)(\text{mm}^4)} = 0.106\text{rad}$$

بالتالي زاوية الالتواء $\theta = 6.07°$

اختبر فهمك 4-11

1- اشرح كيف يتم تحديد متانة المواد الصلبة.

2- ما هو الغرض الهندسي من عامل الأمان؟

3- ما هو الفرق بين قابلية السحب وقابلية التطريق؟

4- فيما يتعلق باختبار الشد ومخطط الحمل- الاستطالة الناتج، عرِّف:

(أ) حد التناسب

(ب) UTS

(ج) نقطة الخضوع.

(د) المجال اللدن

5- بما يتعلق بنظرية الفتل، عرّف:

(أ) المحور القطبي

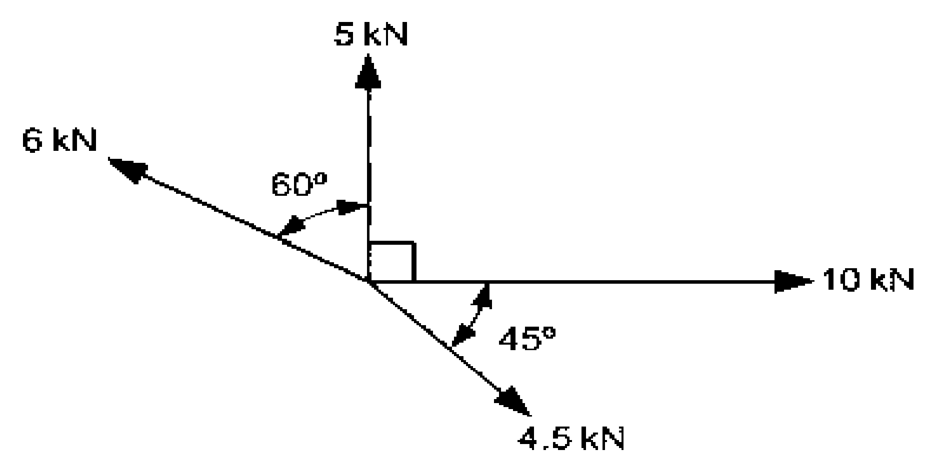
(ب) عزم المساحة القطبي الثاني

(ج) عزم الفتل

6- لماذا تعتبر دراسة الفتل مهمة للمهندسين؟

أسئلة عامة 4-2

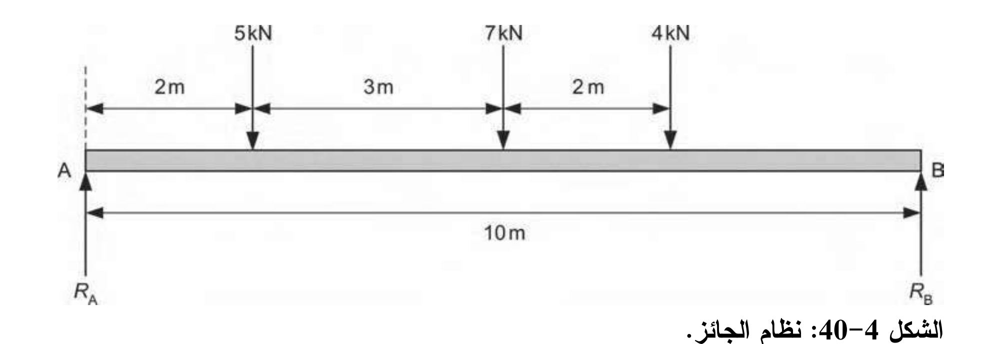
1- بالنسبة إلى مجموعة القوى المبينة بالشكل (4-39)، حدد بيانياً طويلة واتجاه القوة الموازنة. ومن ثم استخدم الطريقة الرياضية للتحقق من دقة النتائج.



الشكل 4-39: مجموعة قوى.

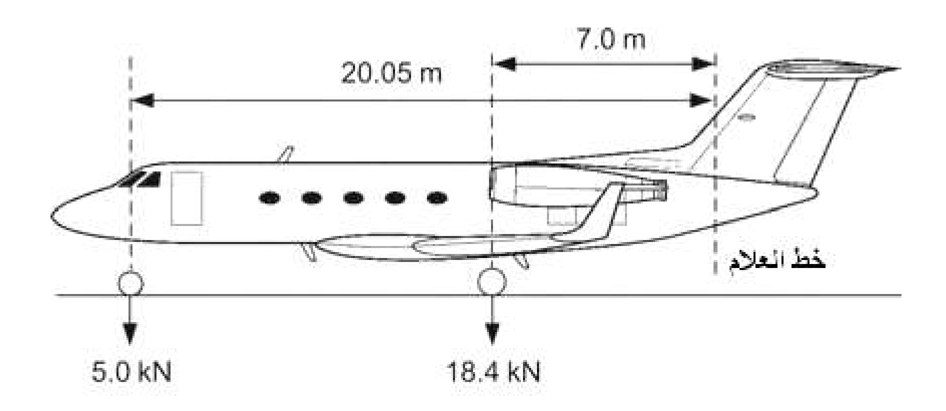
2- حدد ردود الأفعال في دعامات نظام الجائز المبين في الشكل (4-40)، مع إهمال وزن الجائز.

3- جائز منتظم طوله 5m ووزنه 10kN محمل بحمل موزع بانتظام على كامل طول الجائز مقداره 1.5 kN/m، ويستند الجائز إلى دعامة من كل طرف. أوجد ردود الأفعال عند الدعامات.



الشكل 4–40: نظام الجائز.

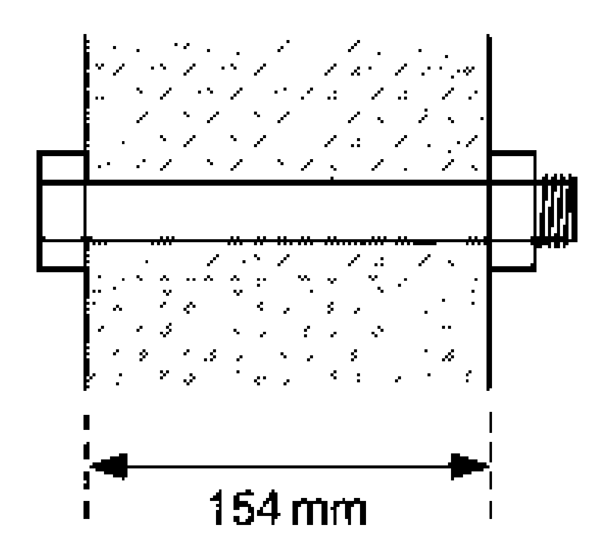
4– أوجد بعد مركز الثقل عن نقطة العلام، وذلك بالنسبة إلى الطائرة المبينة في الشكل (4–41). لاحظ أن الأوزان معطاة عند كل عجلة هبوط، مع العلم أن الطائرة تملك عجلتي هبوط رئيسيتين.



الشكل 4–41: مركز ثقل الطائرة.

5– يحوي هيكل طائرة على قضيب ربط فولاذي يتحمل حملاً مقداره 100 kN. إذا كان الإجهاد المسموح للشد هو $75MN/m^2$ أوجد القطر الأصغري لعمود الربط هذا؟

6– يبين الشكل (4–42) برغياً ذا قلووظ خطوته 1mm. إذا كانت الصامولة مشدودة أصلاً، وبإهمال أي ضغط في المادة التي يمر البرغي عبرها، أوجد الزيادة في الإجهاد في البرغي عندما تُشد الصامولة بإدارتها ثمن دورة. اعتبر معامل المرونة $E = 200GN/m^2$.



الشكل 4–42: البرغي.

7– من خلال فحص التحطم المنجز على عيّنة اختبار من الفولاذ الطري، قطرها الأولي 24mm وطولها 250mm، تم الحصول على النتائج التالية:

الحمل (kN)	الاستطالة (mm)	الحمل (kN)	الاستطالة (mm)
11.95	0.03	91.8	0.254
19.9	0.056	100	0.274
28.8	0.081	110.6	0.305
40.25	0.118	120	0.355
49.8	0.14	129.5	0.366
61.7	0.173	139.5	0.68 Y.P.
70.7	0.198	198.8	الحمل الأعظمي
79.7	0.203		

بعد الاختبار وُجد أن القطر عند التحطم يبلغ 15mm والطول 320mm ارسم مخطط الحمل– الاستطالة، وحدّد عليه ما يلي:

(أ) حد الإجهاد المرن

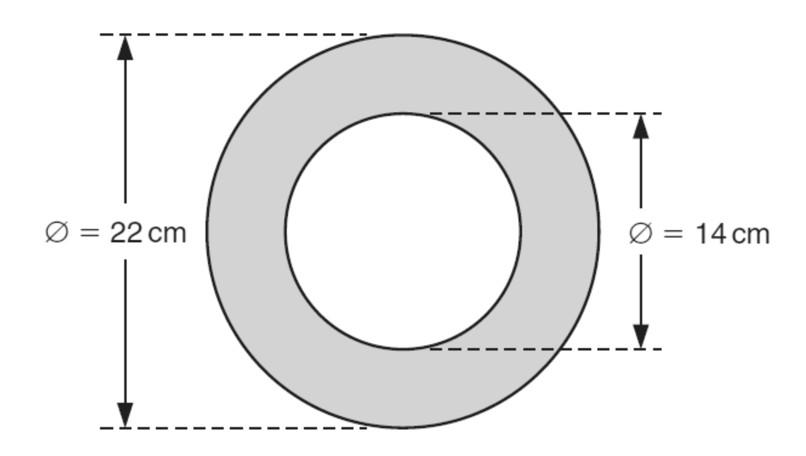
(ب) متانة الشد النهائية

(ج) النسبة المئوية للتمدد الطولي

(د) النسبة المئوية لانخفاض المساحة.

(هـ) 0.1% من إجهاد الصمود.

8- احسب الطاقة المنقولة من خلال العمود المجوف ذي المقطع العرضي المبين بالشكل(4-43)، مع العلم أن إجهاد القص الأعظمي يساوي $65MN/m^2$.



الشكل 4-43

4-8 الديناميك (القوى المحركة) Dynamics

4-8-1 المعادلات الخطية للحركة Linear equations of motion

تعرفنا حتى الآن على مفهوم القوة والسرعة والتسارع وقوانين نيوتن، وقد استثمرت هذه المفاهيم من خلال استخدامها في معادلات الحركة. بالعودة قليلاً إلى الخلف، يمكن تذكر العلاقات بين الكتلة والقوة والتسارع وقوانين نيوتن.

تعتمد المعادلات الخطية للحركة في اشتقاقها على حقيقة مهمة مفادها أن التسارع يفترض أن يكون ثابتاً.

سندرس الآن اشتقاق المعادلات النموذجية الأربع للحركة باستخدام الطريقة البيانية.

مخططات السرعة – الزمن Velocity – time graphs

حتى بالنسبة إلى الحركة الخطية البسيطة، من الصعوبة بمكان التعامل مع الحركة على طول خط مستقيم رياضياً. لكن في حال كان التسارع ثابتاً فمن الممكن حل مسائل الحركة باستخدام مخطط السرعة – الزمن، بدون الاستعانة بحسابات التفاضل والتكامل. تستخدم معادلات الحركة رموزاً محددة لتمثيل المتحولات، وهي:

s– المسافة (m)

u– السرعة الابتدائية (m/s)

v– السرعة النهائية (m/s)

a– التسارع (m/s^2)

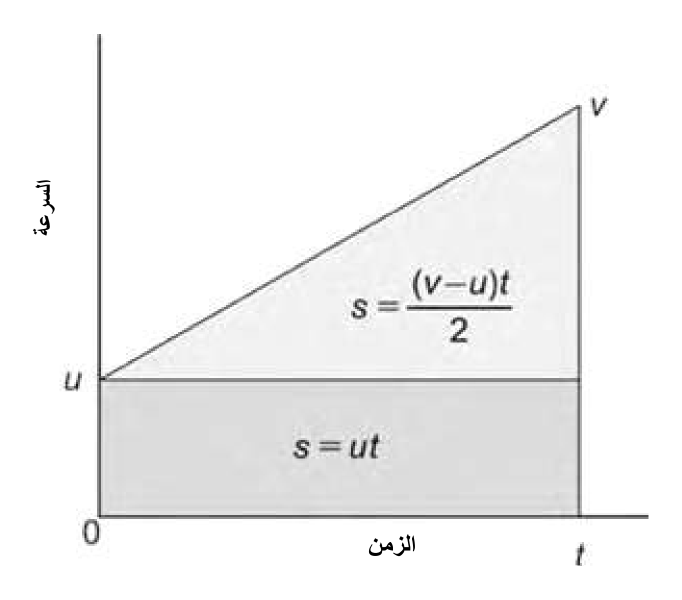
t– الزمن (s)

تمثل السرعة على المحور الشاقولي والزمن على المحور الأفقي. وتمثل السرعة الثابتة بخط أفقي مستقيم، بينما يمثل التسارع بخط مستقيم مائل. كما يمثل أيضاً التباطؤ أو الإعاقة بخط مستقيم مائل لكن بميل سالب.

نقطة مفتاحية
السرعة الموجهة (velocity) هي السرعة (speed) في اتجاه معطى وهي كمية شعاعية.

إذا أخذنا بعين الاعتبار مخطط السرعة – الزمن الموضح بالشكل (4–44)، نستطيع أن نثبت معادلة المسافة.

المسافة المقطوعة في وقت معين تساوي إلى السرعة (m/s) مضروبة بالزمن (s). وهذا ممثل في المخطط بالمساحة تحت الخط المائل.



الشكل 4–44: مخطط السرعة – الزمن بالنسبة إلى تسارع منتظم.

في الشكل (4–44)، يتسارع الجسم من السرعة u إلى السرعة v خلال الزمن t. وبالتالي المسافة المقطوعة s = المساحة تحت الخط البياني ، التي يعبّر عنها بالعلاقة:

$$s = ut + \frac{(v-u)}{2} \times t$$

$$s = ut + \frac{vt}{2} - \frac{ut}{2}$$

$$s = \frac{(2u + v - u)t}{2}$$

وبالتالي:

$$s = \frac{(u+v)t}{2}$$

وبشكل مشابه لما سبق، يمكن الوصول إلى إحدى معادلات السرعة، وذلك من مخطط السرعة – الزمن. بما أن التسارع هو معدل تغير السرعة بالنسبة إلى الزمن، فإن قيمة التسارع تساوي إلى التدرج (ميل) مخطط السرعة – الزمن. لذلك ومن الشكل (4–44) نجد:

$$\text{التسارع} = \frac{\text{التغير في السرعة}}{\text{الزمن المأخوذ taken}} = \text{التدرج}$$

وهكذا تعطى علاقة التسارع:

$$a = \frac{v-u}{t} \Rightarrow v = u + at$$

يمكن اشتقاق باقي معادلات الحركة من المعادلتين السابقتين. كما يمكن، باستخدام المعادلات السابقة، معالجة الصيغ للوصول إلى:

(أ) $t = \frac{v-u}{a}$

(ب) $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

مثال 4- 23

يتسارع جسم من السكون بتسارع ثابت مقداره 2.0m/s^2 حتى يصل إلى السرعة 9m/s. ثم يسير بسرعة 9m/s لمدة 15s. ومن ثم يتباطأ حتى يصل إلى السرعة 1m/s. إذا استغرقت الرحلة بكاملها 24.5s، أوجد:

الوقت اللازم للوصول إلى السرعة 9m/s.

التباطؤ.

المسافة الكلية المقطوعة.

يصبح الحل أسهل لو رسمنا مخطط الحركة، كما هو موضح بالشكل (4−45).

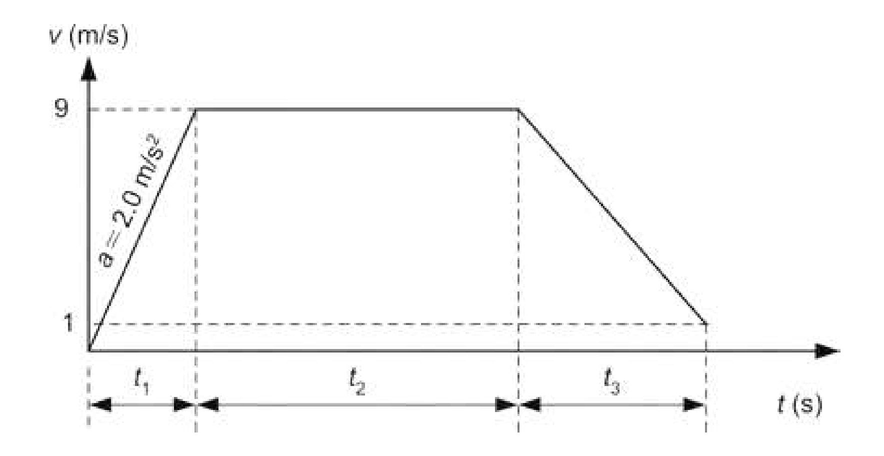
(أ) نكتب أولاً القيم المعروفة:

$u = 0$ m/s (بدأنا من السكون)

$v = 9$ m/s

$t = 2$ s

$a = ?$



الشكل 4–45: مخطط السرعة– الزمن للحركة.

كل ما علينا فعله الآن هو اختيار معادلة تحوي كل هذه المتحولات السابقة.

أي $v = u + at$

وبالمناقلة بالنسبة إلى t وبتعويض المتحولات نجد:

$$t = \frac{9-0}{2} = 4.5s$$

(ب) نُوجِد التباطؤ بنفس الأسلوب:

$$u = 9 \text{ m/s}$$
$$v = 2 \text{ m/s}$$
$$t = 5 \text{ s}$$
$$a = ?$$

نختار أيضاً معادلة تحوي هذه المتحولات، وهي:

$$v = u + at$$

وبالمناقلة بالنسبة إلى a وبتعويض المتحولات نجد:

$$a = \frac{1-9}{5} = -1.6 \text{m/s}^2$$

(تشير إشارة (–) إلى التباطؤ)

(ج) المسافة الكلية المقطوعة هي مجموع المسافات الجزئية المقطوعة في الأوقات t_1 و t_2 و t_3 (يحسب الزمن t_3 من العلاقة $t_3 = t_{tot} - t_2 - t_1 = 20.5 - 15 - 4.5 = 5\ s$). ومن جديد ندوّن المتحولات لكل مرحلة.

$u_1 = 0\text{m/s}$ $\quad u_2 = 9\text{m/s}$ $\quad u_3 = 9\text{m/s}$

$v_1 = 9\text{m/s}$ $\quad v_2 = 9\text{m/s}$ $\quad v_3 = 1\text{m/s}$

$t_1 = 4.5\text{ s}$ $\quad t_2 = 15\text{ s}$ $\quad t_3 = 5\text{ s}$

$s_1 = ?$ $\quad s_2 = ?$ $\quad s_3 = ?$

والمعادلة المناسبة هي $s = \frac{(u+v)t}{2}$

بالتعويض في كل حالة نجد:

$$s_1 = \frac{(0-9)4.5}{2} = 20.25\ m$$

$$s_2 = \frac{(9+9)15}{2} = 135\ m$$

$$s_3 = \frac{(9+1)5}{2} = 25\ m$$

المسافة الكلية:

$$S_T = 20.25 + 135 + 25 = 180.25\text{m}$$

4-8-2 استخدام قوانين نيوتن Using Newton's laws

رأينا سابقاً أن قانون نيوتن الثاني، يمكن أن يعرف بالعلاقة:

$$F = ma$$

أو:

$$F = \frac{mv - mu}{t}$$

وبالكلمات، يمكن القول إن القوة تساوي لمعدل تغير كمية الحركة للجسم. وبالعودة قليلاً إلى العلاقة بين القوة والكتلة وكمية الحركة للجسم، يمكن تعريف

كمية الحركة بأنها كتلة الجسم مضروبة بسرعته. وأيضاً نقول: إن قوة العطالة تساوي وتعاكس قوة التسارع التي سببتها، وهذا بشكل أساسي قانون نيوتن الثالث.

نقطة مفتاحية
قوة العطالة تساوي وتعاكس قوة التسارع.

مثال 4−24

تتسارع طائرة خفيفة كتلتها 1965 kg من 160 kph حتى 240 kph خلال 3.5 s . إذا كانت مقاومة الهواء 2000 N/tonne أوجد:

(أ) التسارع الوسطي.

(ب) القوة المطلوبة لإيجاد التسارع.

(ج) قوة العطالة على الطائرة.

(د) جهد الدفع على الطائرة.

(أ) بداية نحتاج إلى تحويل السرعات إلى وحدات قياسية.

$$u = 160\,\text{kph} = \frac{160 \times 1000}{60 \times 60} = 44.4\,\text{m/s}$$
$$v = 240\,\text{kph} = \frac{240 \times 1000}{60 \times 60} = 66.6\,\text{m/s}$$

لدينا $t = 3 \cdot 5\ s$ والمطلوب إيجاد التسارع a.

باستخدام المعادلة $v = u + at$ ومناقلتها من أجل a نجد:

$$a = \frac{v - u}{t}$$

بالتعويض بالقيم:

$$a = \frac{66.6 - 44.4}{3.5} = 6.34 \quad \text{m/s}^2$$

(ب) يتم إيجاد قوة التسارع بسهولة باستخدام قانون نيوتن الثاني، حيث:

$$F = ma = 1965\,\text{kg} \times 6.34\,\text{m/s}^2 = 12.46\,\text{kN}$$

(ج) مما قيل سابقاً، نجد أن قوة العطالة = قوة التسارع، لذلك قوة العطالة = 12.46 kN

(د) يجب أن تكون قوة الدفع كافية للتغلب على قوة العطالة وعلى القوة الناتجة من مقاومة الهواء.

القوة الناتجة من مقاومة الهواء تساوي:

$$= \frac{2000 \times 1965}{1000} = 3930\,\text{N}$$

تذكر أنه يوجد 1000 kg في الطن المتري الواحد (الطن−tonne)، عندئذ:

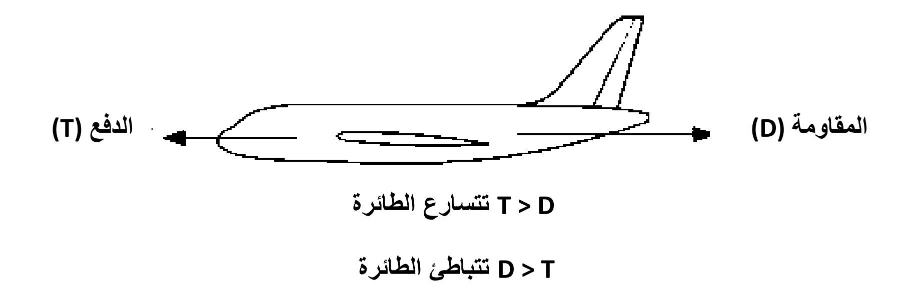
قوة الدفع = قوة العطالة + قوة مقاومة الهواء

$$3.93 + 12.46 = 16.39 \text{ kN}$$

جهد الدفع Propulsive thrust

عندما تحلق الطائرة في الهواء بشكل مستقيم في مستوي أفقي عند سرعة ثابتة، ينبغي على المحرك إنتاج جهد دفع كلي يساوي مقاومة الهواء (قوة المقاومة أو الكبح) على الطائرة، كما هو مبين بالشكل (4−46). وهذا نتيجة قانون نيوتن الأول.

إذا زاد دفع المحرك على قوة المقاومة، تتسارع الطائرة (قوانين نيوتن). أما إذا زادت قوة المقاومة على قوة الدفع فإن الطائرة سوف تتباطأ. على الرغم من وجود أنواع مختلفة من محركات الدفع للطائرات، فإن قوة الدفع تأتي دائماً من قوى ضغط الغاز أو الهواء التي تؤثر عادة في المحرك أو مزدوجة الدفع.



الشكل 4−46: قوى الدفع والمقاومة.

يمكن قيادة مروحة الدفع أيضاً بواسطة محرك أسطوانات أو محرك عنفي غازي. وهي تزيد من معدل التدفق الكتلي (kg/s) للهواء المار عبرها، بالتالي تتشكل قوة الدفع النهائية. توجد طريقة واحدة لحساب هذا الدفع الناتج من المروحة، وذلك من قانون نيوتن الثالث:

القوة = الكتلة × التسارع

الدفع = معدل التدفق الكتلي للهواء عبر مروحة الدفع + زيادة سرعة الهواء

$$Thrust = \dot{m}(Vje - V_a)$$

حيث:

$\dot{m}$ − معدل التدفق الكتلي للهواء (kg/s)

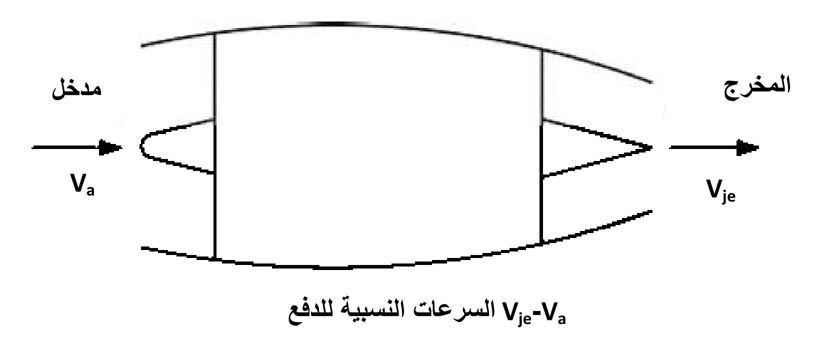
V_a − السرعة الحقيقية للطائرة، أي سرعة الهواء الحقيقية (TAS− True Air Speed) التي ستأتي لاحقاً (m/s).

V_{je} − سرعة انزلاق التيار (m/s).

مع العلم أن معدل تدفق التيار مضروباً بالسرعة يعطي واحدة القوة.

نقطة مفتاحية
معدل التدفق الكتلي لتيار مضروباً بسرعته يساوي إلى القوة الناتجة من التيار.

إذا استخدمت الطائرة محرّكاً نفّاثاً، عندها يتم إنتاج غاز عادم عالي السرعة. بالنسبة إلى محرك الارتكاس (turbojet) تكون سرعة النفث أعلى بكثير من السرعة الحقيقية للهواء في الطائرة. يتم توليد الدفع تبعاً للمعادلة السابقة بالنسبة إلى محرك المروحة ما عدا V_{je} التي تمثل السرعة الفعالة لتيار الغاز (الشكل(4-47)) عند مخرج أنبوب النفث. مرة أخرى يأتي الدفع من قوى ضغط الغاز، لكنها في هذه الحالة تؤثر في سطح المحرك نفسه.



الشكل 4–47: السرعات النسبية للدفع النفاث.

مثال 4–25

(أ) كتلة الهواء المتدفق خلال المروحة تساوي 400 kg/s. إذا كانت سرعة الدخول 0 m/s وسرعة الخروج 50 m/s. ما هو الدفع المتولد؟

(ب) افترض الآن أن كتلة الهواء المتدفق خلال محرك توربيني غازي تساوي 40 kg/s. إذا كانت سرعة الدخول 0 m/s وسرعة نفث العادم 0 50m/s. ما هو الدفع المتولد؟

سنستخدم النسخة المبسطة لمعادلة الدفع لحل كلٍّ من (أ) و(ب)، مع الانتباه إلى الوحدات.

(أ) قوة الدفع = F_T

$$F_T = \dot{m}(Vje - V_a) = 400(50 - 0) = 20\ kN$$

(ب) قوة الدفع F_T

$$F\,F_T = \dot{m}(Vje - V_a) = 40(500 - 0) = 20\ kN$$

يبين هذا المثال المبسط، أنه من أجل توليد كمية مماثلة من الدفع، يمكننا تسريع كمية كبيرة من الهواء حتى سرعة منخفضة نسبياً، أو تسريع كمية قليلة من الهواء حتى سرعة مرتفعة نسبياً. إذا درست في المستقبل دفع الطائرات بالتفصيل، سترى أن الطريقة السابقة لتوليد الدفع في المحرك العنفي الغازي فعالة جداً. وهذا سبب استخدام هذا النوع من المحركات في أغلب الخطوط الجوية التجارية الحديثة.

يقاس دفع المحرك غالباً بـــ (lb) مع الإشارة إلى القوة التي تم تجاهلها. عندما نستخدم الوحدات البريطانية، تصبح معادلة الدفع بالشكل التالي:

$$F_T\ (lb) = \frac{w}{g}\ (V_{je} - V_a)$$

حيث:

w– معدل تدفق الهواء (lb/s)

g– تسارع الجاذبية ($32ft/s^2$)

V_{je}– سرعة انزلاق التيار أو العادم (كما مر سابقاً) لكن الواحدة هنا (ft/s).

V_a– سرعة الطائرة (سرعة الهواء الحقيقية) وواحدتها (ft/s)

عند استخدام الصيغة السابقة بالوحدات المنصوص عليها، تكون واحدة الدفع (lbf).

عادة ما نقيس الدفع بـــ (lb) ونتجاهل ببساطة الإشارة إلى القوة.

مثال 4–26

طائرة مزودة بزوج من المحركات العنفية الغازية في حالة سكون وتتحضر للإقلاع. يبلغ معدل تدفق الهواء لكل محرك عند الإقلاع 80 lb/s وسرعة الخروج لكل محرك هي 1400 ft/s. ما هو الدفع الناتج في كل محرك.

لدينا: $w = 80$ lb/s $\qquad V_a = 0$

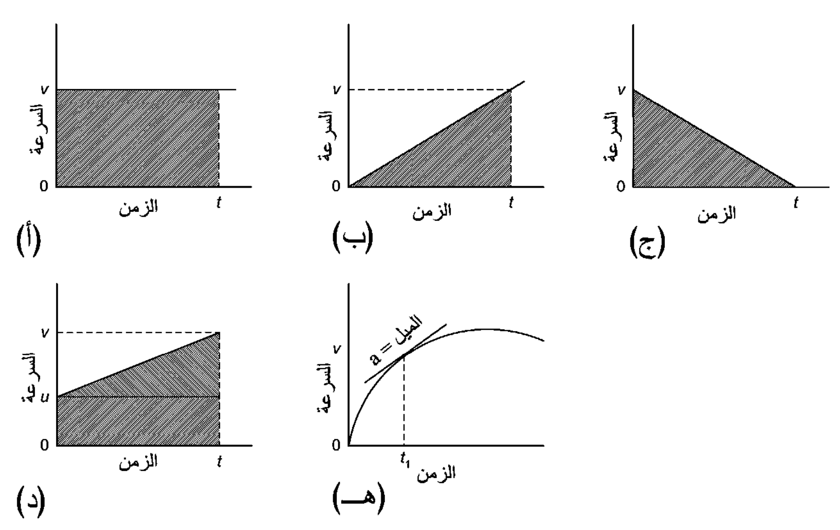
$g = 32.2$ ft/s² $\qquad V_{je} = 1400$

يحسب الدفع F_T من العلاقة $F_T\ (lb) = \frac{w}{g}(Vje - Va)$، بالتعويض:

$$F_T = \frac{80}{32.2}(1400 - 0) = 3478.3 lb$$

اختبر فهمك 4-12

بالإشارة With reference إلى مخططات السرعة- الزمن المبينة بالشكل (4-48)، أجب عن الأسئلة 1-8.



الشكل 4-48

املأ الفراغ في الأسئلة التالية:

1- يقيس ميل مخطط السرعة – الزمن ________________.

2- تحدد المساحة تحت مخطط السرعة – الزمن ____________.

3- يمكن تحديد السرعة الوسطية بقسمة ــــــــــــــ، ــــــــــــــــ على ــــــــــــــ، ـــــــــــــــــــــــ.

4- المخطط (أ) هو مخطط سرعة ثابتة. لذلك يعطى التسارع بـــ ـــــــــــــــ والمسافة المقطوعة تساوي إلى ـــــــــــــــ.

5- يبين المخطط (ب) حركة متسارعة بانتظام، لذلك تكون المسافة المقطوعة تساوي إلى ــــــــــــــــــــــــــــــ.

6- يوضح المخطط (ج) ــــــــــــــــ و ــــــــــــــــــ و ـــــــــــ.

7- يمثل المخطط (د) حركة متسارعة بانتظام ذات سرعة ابتدائية u وسرعة نهائية v وتسارع a. وعليه فإن المسافة المقطوعة تساوي ــــــــــــــــــ.

8- يمثل المخطط (هــ) ـــــــــــــــــــــــــــــــــ.

9- عرف العبارات التالية:

(أ) قوة العطالة.

(ب) كمية الحركة.

10- ما هو الفرق الجوهري بين السرعة (speed) والسرعة الموجهة (velocity).

11- إذا أُرسل صاروخ إلى القمر، تبقى كتلته ثابتة لكن وزنه يتغير، اشرح هذه العبارة.

12- وضح كيف يتعلق التعبير $F = ma$ بمعدل تغير كمية الحركة مع مراعاة قانون نيوتن الثاني.

13- عرف V_{je} بالنسبة:

(أ) لمحرك ذي مروحة.

(ب) لمحرك نفاث.

14- تحت أية ظروف تشغيلية يمكن توليد دفع أعظمي بواسطة محرك نفاث.

3-8-4 الحركة الزاوية **Angular motion**

مررت سابقاً على معادلات الحركة الخطية. لكن هناك مجموعة أخرى من المعادلات المشابهة موجودة لحل المسائل الهندسية المتعلقة بالحركة الزاوية، والمجربة مثلاً في دوران عمود القيادة. يمكن مناقلة المعادلات الخطية للحركة لتمثيل الحركة الزاوية باستخدام مجموعة من المعادلات، والتي سوف نشير إليها كمعادلات تحويل. هذه المعادلات مدونة أدناه وملحقة بمعادلات الحركة الزاوية مع مقارنتها بمثيلاتها للحركة الخطية.

معادلات التحويل:

$$s = \theta r$$

$$v = \omega r$$

$$a = \alpha r$$

حيث: r– نصف قطر الجسم من مركز الدوران:

θ– المسافة الزاوية

ω– السرعة الزاوية

α– التسارع الزاوي

المعادلات الزاوية للحركة	المعادلات الخطية للحركة
$\theta = (\omega_1 + \omega_2)t/2$	$s = (u+v)t/2$
$\theta = \omega_1 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$s = ut + \frac{1}{2}at^2$
$\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2\alpha\theta$	$v^2 = u^2 + 2as$
$\alpha = (\omega_2 - \omega_1)/t$	$a = (v-u)/t$

السرعة الزاوية **Angular velocity**

تشير السرعة الزاوية (ω) إلى حركة جسم ضمن مسار دائري، ويعرف كما يلي:

$$\text{السرعة الزاوية} = \frac{\text{المسافة الزاوية المقطوعة (rad)}}{\text{الزمن المستغرق(s)}}$$

وبالرموز $\omega = \theta / t$ (راديان بالثانية).

تقاس المسافة الزاوية بالراديان. عُد إلى حيث شُرح الراديان، إذا لم تستطع تذكر تعريف الراديان أو كيفية تحويل الراديانات إلى درجات والعكس بالعكس.

نعبّر غالباً عن سرعة الدوران بدورة بالدقيقة (rpm). لذلك من المفيد أن نكون قادرين على تحويل (rpm) إلى (rad/s) والعكس بالعكس.

نقطة مفتاحية
من تعريف الراديان: $1\ \text{rev} = 2\pi\ \text{rad}$.

نقطة مفتاحية
$1\ \text{rpm} = 2\pi\ \text{rad/min} = 2\pi/60\ \text{rad/s}$.

لذلك مثلاً لتحويل 350 rpm إلى rad/s نضرب بـــ $2\pi/60$، أي:

$$350\,\text{rpm} = 350 \times \frac{2\pi}{60} 36.65\,\text{rad/s}$$

مثال 4−27

يدور دولاب قطره 450mm بسرعة $1500/\pi$ rpm. حدد السرعة الزاوية للدولاب (rad/s) والسرعة الخطية لنقطة على حافة الدولاب.

كل ما نحتاجه إلى إيجاد السرعة الزاوية هو تحويل rpm إلى rad/s، أي:

$$\omega(\text{rad/s}) = \frac{1500}{\pi} \times \frac{2\pi}{60} = 50\,\text{rad/s}$$

والآن من معادلات التحويل، السرعة الخطية = السرعة الزاوية × نصف القطر

$$v = \omega \times r$$

$$= 50 \text{ rad/s} \times 0.270 \text{ m}$$

$$v = 13.5 \text{ m/s}$$

التسارع الزاوي **angular acceleration**

يعرف التسارع الزاوي (α) بأنه معدل تغير السرعة الزاوية بالنسبة إلى الزمن، أي:

$$\text{التسارع الزاوي } (\alpha) = \frac{\text{التغير في السرعة الزاوية (rad/s)}}{\text{الزمن المستغرق (s)}}$$

لذلك واحدة التسارع الزاوي (rad/s^2).

مثال 4−28

مطلوب من الترس الصعير pinion أن ينتقل من سرعة دوران ابتدائية 300 rpm إلى سرعة دوران نهائية 600 rpm خلال 15s، حدد التسارع الخطي للرفرفة مفترضاً أن نصف قطره يساوي 180 mm.

من أجل حل هذه المسألة نحول بداية السرعات إلى rad/s:

$$300 \text{ rpm} = 300 \times 2\pi/60 = 31.4 \text{ rad/s}$$

$$600 \text{ rpm} = 600 \times 2\pi/60 = 62.8 \text{ rad/s}$$

باستخدام المعادلة $\alpha = \frac{(\omega_2 - \omega_1)}{t}$ نوجد التسارع الزاوي:

$$\alpha = \frac{62.8 - 31.4}{15} = 2.09\,\text{rad/s}^2$$

والآن يمكننا استخدام معادلة التحويل $a = \alpha r$ لإيجاد التسارع الخطي،

$$a = (2.09 \text{ rad/s})(0.18 \text{ m}) = 0.377 \text{ m/s}^2$$

عزم الفتل والتسارع الزاوي Torque and angular acceleration

نستطيع تطبيق قانون نيوتن الثالث في الحركة على الحركة الزاوية، إذا كنا قادرين على معرفة توزع الكتلة بالنسبة إلى محور الدوران ، لهذا السبب لا يمكن التعامل مباشرة مع دولاب دوار، بل يفضل التعامل مع عنصر كتلي صغير يمكن بسهولة تحديد نصف قطر دورانه.

يبين الشكل (4−49) عنصرَ كتلة صغيراً يدور بنصف قطر r من المركز O، بسرعة ثابتة ω (rad/s). نعلم من معادلات التحويل أن السرعة الخطية في أي لحظة تعطى بالعلاقة:

$$v = \omega \times r$$

ومن قانون نيوتن الثالث. يتطلب تسارع هذه الكتلة قوة، هي:

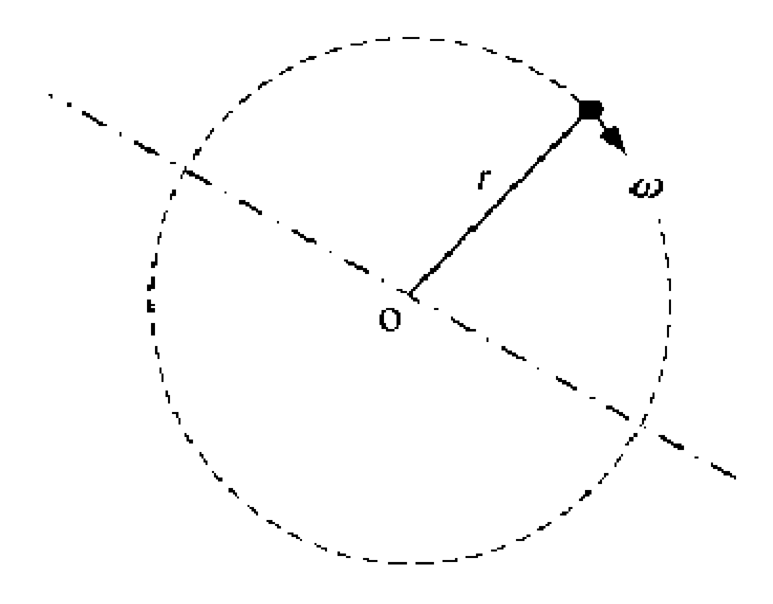
$$F = ma$$

في هذه الحالة تطبق القوة عند نصف القطر r وبالتالي تشكل العزم، وبشكل أدق عزم الفتل T حول مركز الدوران، وهكذا:

$$T = mar \quad \text{أو} \quad T = Fr$$

حيث التسارع الزاوي: $a = \alpha r$

$$T = m\alpha r^2 \quad \text{أو} \quad T = m(\alpha r)r$$



الشكل 4–49: كتلة نقطية تتعرض لسرعة زاوية.

الكمية mr2 هي الكتلة المركزة مضروبة بمربع نصف قطر دورانها، وتعرف بعزم العطالة I. تعد الكمية I خاصية هامة للجسم الدوار، واحدته في النظام الدولي هي kgm^2. لذلك بتعويض I من أجل mr^2 في معادلتنا السابقة $T = m\alpha r^2$ نجد:

$$T = Ia$$

يمكن مقارنة العلاقة الأخيرة بالعلاقة $F = ma$ بالنسبة إلى الحركة الخطية.

نقطة مفتاحية
فكرة عزم العطالة لجسم دوار تكافئ كتلة جسم يتعرض لحركة خطية.

مثال 4–29

يبلغ عزم عطالة مروحة الدفع في الطائرة $130\ kgm^2$. هبطت سرعتها الزاوية من $12\ 000\ rpm$ حتى 9000 rpm خلال 6s. حدد:

(أ) التباطؤ

(ب) عزم الكبح

الآن: $\omega_1 = 12000 \times 2\pi/60 = 1256.6$ rad/s

$\omega_2 = 9000 \times 2\pi/60 = 942.5$ rad/s

ومن

$$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$$

$$\alpha = \frac{942.5 - 1256.6}{6}$$

ومنه: $\alpha = -52.35$

التباطؤ = 52.35 rad/s^2

أما العزم $T = I\,\alpha$

$T = (130)(52.35)$

أي أن عزم الكبح يساوي: $T = 6805.5$ Nm

تسارع الجذب المركزي والقوة Centripetal acceleration

إذا نظرنا إلى الشكل (4–49) مجدداً، يمكننا أن نرى أن اتجاه الكتلة يجب أن يتغير بشكل مستمر لإنشاء الحركة الدورانية، لذلك تتعرض الكتلة إلى تسارع يؤثر باتجاه المركز، يعرف هذا التسارع بتسارع الجذب المركزي ويساوي إلى $\omega^2 r$. عندما يؤثر هذا التسارع في الكتلة يشكل قوة تعرف بقوة الجذب المركزية، وهكذا:

قوة الجذب المركزية (F_c) = الكتلة × تسارع الجذب المركزي

$$F_c = m\omega^2 r$$

وبما أن
$$F_c = \frac{mv^2}{r} \Leftarrow v = \omega r$$

من قانون نيوتن الثالث، يجب أن تكون هناك قوة مساوية ومعاكسة تعاكس قوة الجذب المركزية، وهي ما تعرف باسم قوة الطرد المركزية وهي تؤثر بعكس جهة مركز الدوران.

نقطة مفتاحية
تؤثر قوة الجذب المركزية باتجاه مركز الدوران، بينما تؤثر قوة الطرد المركزية بالاتجاه المعاكس.

مثال 4−30

تطير طائرة كتلتها $80\,000\ kg$ بثبات على مسار دائري نصف قطره 300m بسرعة 800kph. حدد قوة الجذب المركزية المطلوبة للإمساك بالطائرة أثناء الدوران.

بالتعويض:

$$\text{السرعة الخطية للطائرة} = \frac{800 \times 1000}{3600} = 222.2\text{m/s}$$

ومن $F_c = mv^2/r$ نجد:

$$F_c = \frac{(80000)(222.2)^2}{300} = 13.17\,\text{MN}$$

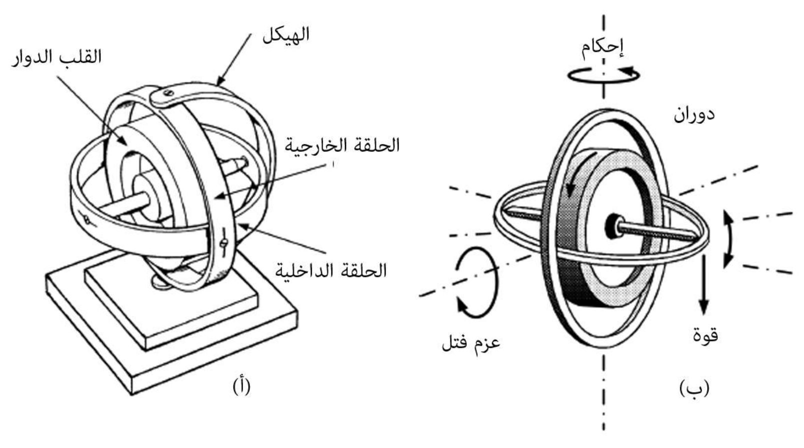
4−8−4 الجيروسكوبات Gyrosecopes

حركة الجيروسكوب Gyroscopic motion

قبل الانتهاء من الحركة الزاوية سوف ندرس تطبيقاً مهماً من تطبيقات الطائرة المتعلق بعطالة وكمية حركة جسم ما يتحرك بحركة دائرية، وهذا ما يسمى بالجيروسكوب.

نتذكر من مناقشتنا لقوانين نيوتن أننا عرفنا كمية الحركة بأنها حاصل ضرب كتلة الجسم بسرعته، وهي بالفعل قياس لكمية الحركة للجسم. كذلك تعرف القوة التي تقاوم تغير كمية الحركة (أي تقاوم التسارع) بالعطالة. الجيروسكوب (الشكل (4−50 أ)) هو بشكل أساسي كتلة دوارة تملك حرية في الحركة بزاوايا

قائمة بالنسبة إلى مستوي دورانها. تستخدم الأجهزة الجيروسكوبية إحدى الخاصيتين الأساسيتين لدوار البوصلة الجيروسكوبية أو كلاهما، وهما، الجساءة أو عطالة الجيرسكوب والإحكام (Precession).



الشكل 4–50: (أ) جيرسكوب. (ب) إحكام جيرسكوبي.

الجساءة هي تطبيق قانون نيوتن الأول حيث يبقى الجسم في حالة الثبات أو السكون أو الحركة المنتظمة ما لم يخضع لقوة خارجية تسعى إلى تغيير حالة الثبات هذه. إذا دار دوار البوصلة فإنه سيبقى يدور حول ذلك المحور ما لم تطبق عليه قوة تغير المحور. كلما كانت كمية حركة الدوار أكبر، أي كلما كان أثقل ودورانه أسرع (mv)، زادت المقاومة الجيرسكوبية للتغير، وازدادت الجساءة أو العطالة. خاصية الجساءة مهمة طالما أن كامل نقاط الجيروسكوب تعمل كنقطة مرجعية في الفضاء وتحت ظروف خاصة، لا تتعلق بارتفاع الطائرة. يعرف الإحكام ببساطة بأنها رد فعل على القوة المطبقة على آلية محور الدوران. الطبيعة العملية لرد الفعل هذا تعتبر صعبة الفهم نوعاً ما، وسيتم شرح ذلك باستخدام قاعدة سبيري (Sperry's rule).

نقطة مفتاحية
يملك الدوار الجيروسكوبي جساءة وإحكاماً عندما يؤثر فيه بقوة خارجية مطبقة على آلية الدوار.

قوانين التحريك الجيروسكوبية Laws of gyro – dynamics

تقدم خاصيتا الجساءة والإحكام التأثيرات المرئية لقوانين التحريك الجيروسكوبية، التي يمكن أن تنص على ما يلي:

1- إذا ثبت جسم دوار بحيث يستطيع الدوران بحرية حول أي محور يمر بمركز الكتلة، عندئذ يبقى اتجاه محور دورانه مثبتاً في الفراغ العطالي مهما انتقل الهيكل.

2- إذا طبق عزم فتل ثابت حول محور ما، عمودياً على محور دوران كتلة دوارة متناظرة وغير مقيدة، فإن محور الدوران سوف يضطرب بانتظام حول محور عمودي على كلا محوري الدوران وعزم الفتل معاً.

قاعدة سبري (Sperry's rule) للإحكام Sperry's rule of precession

يعتمد الاتجاه الذي يجري فيه الإحكام على اتجاه الدوران بالنسبة إلى الكتلة، وعلى المحور المطبق حوله عزم الفتل. تقدم قاعدة سبري للإحكام، الموضحة بالشكل (4–50 ب)، دليلاً على اتجاه الإحكام، بمعرفة اتجاه عزم الفتل المطبق واتجاه دوران الدولاب الجيروسكوبي. إذا كان عزم الفتل المطبق ناتجاً من قوة تؤثر في الحلقة (*gambol*) الداخلية، عمودياً على محور الدوران، فيمكن أن ينتقل كقوة إلى حافة الدوار عند زاوية قائمة بالنسبة إلى مستوي الدوران. عندئذ نقطة تطبيق القوة يجب أن تصنع °90 في اتجاه دوران الكتلة وهذه ستكون النقطة التي يظهر عندها تأثير القوة. التي سوف تحرك ذلك الجسم من حافة الدوار، في اتجاه القوة المغيرة المطبقة

الانزياح الجيروسكوبي Gyroscopic wander

يمكن أن تنهار الحركة بين محور الدوران والهيكل المرجعي لسببين أساسيين: الانزياح الحقيقي وهو اختلاف المحاذاة العملي لمحور الدوران بسبب التشوهات الميكانيكية في الجير سكوب، والانزياح الظاهر وهو الحركة المرئية

لمحور الدوران الناتج من وضع الهيكل المرجعي في الفضاء، علاوة على عدم المحاذاة في محور الدوران. يسمى الانزياح في الجيرسكووب بالإمالة (drift) أو الانقلاب (topple)، بحسب المحور الذي جرى ذلك الانزياح حوله. إذا انزاح محور الدوران ضمن مستوي زاوية السمت يدعى الانزياح عندها بالإمالة، أما إذا انزاح ضمن المستوي الشاقولي فيشار إلى الانزياح بالانقلاب.

وهكذا في الانزياح الحقيقي، تسبب مشاكل الاحتكاك في محامل الحلقة والتوازن غير التام في الدوار، عزوماً عمودية على محور دوران الكتلة الدوارة، وهذا يؤدي إلى الاضطراب والحركة فعلية أو الانزياح الحقيقي لمحور الدوران. هناك سببان رئيسيان للانزياح المرئي، الأول ناتج من دوران الأرض، والثاني ناتج من حركة الطائرة فوق سطح الأرض حاملة الجيرسكوب.

اختبر فهمك 4-13

1- عرّف ما يلي مبيّناً واحدتها الدولية:

(أ) السرعة الزاوية

(ب) التسارع الزاوي

2- يتعرض جسم عند نصف قطر مقداره 175mm إلى سرعة مماسية خطية تساوي 25m/s. أوجد سرعته الزاوية.

3- حوّل السرعات الزاوية التالية إلى وحدات دولية:

(أ) 250 rev/min

(ب) 12،500 rev/h

(ج) 175 rev/s

4- عرِّف:

(أ) عزم الفتل

(ب) عزم العطالة

5- وضِّح لماذا تستخدم عزم العطالة بدلاً من الكتلة الكلية للجسم، عند دراسة الأجسام التي تتعرض لحركة زاوية؟

6- عرِّف التعابير:

(أ) تسارع الجذب المركزي

(ب) قوة الطرد المركزي

7- إذا كانت الطائرة في دوران منتظم. اشرح طبيعة القوى المؤثرة في الطائرة خلال الدوران. أي من تلك القوى تمسك بالطائرة أثناء ذلك.

8- عرِّف التعابير:

(أ) كمية الحركة

(ب) العطالة.

9- عرِّف الجساءة، واشرح العوامل التي تعتمد عليها الجساءة لدوار البوصلة الجيرو سكوبية.

10- عرِّف المداورة، واشرح لماذا يكون اتجاه الإمالة عند زاوية قائمة على القوة المسببة لها.

4-8-5 الاهتزاز والحركة الدورية Vibration and periodic motion

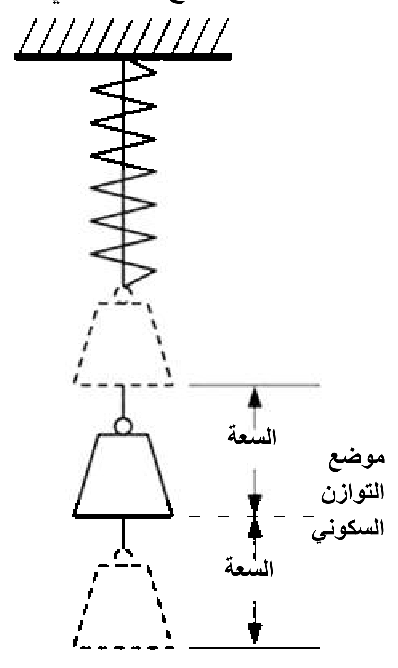
كل الآليات والإنشاءات الهندسية قابلة للاهتزاز أو التذبذب. وذلك لكونها تمتلك كتلة ومرونة، ولهذا تسمى بالأنظمة المرنة. يمكن أن تكون نتيجة الاهتزاز مفيدة كما في الأدوات الوترية مثلاً، حيث يهتز الوتر ويصدر الصوت الموسيقي. كما يمكن أن تكون نتيجة الاهتزاز مؤذية، كما في تركيبات الطائرة، حيث يمكن أن تقود الاهتزازات المستمرة إلى فشل مبكر بسبب تعب المعدن.

على أية حال يمكن تخفيض الذبذبة أو حتى إزالتها نهائياً بواسطة التخميد. فالتخميد هو مقاومة حركة عناصر النظام التي تسببها عوامل، كمقاومة الهواء والاحتكاك ولزوجة السائل (انظر المقطع 4-9-4).

يمكن تقسيم الاهتزازات إلى اهتزازات إما حرة أو قسرية. تعزى الاهتزازات الحرة إلى الأنظمة المرنة حيث تبدأ بالاهتزاز بسبب اضطرابات أولية، ويسمح لها بأن تستمر بدون توقف.

عندما يتعرض نظام نابض– كتلة المعلق، والمبين في الشكل (4–51)، لأي سحب أو دفع أولي بعيداً عن موضع التوازن ويسمح له بالاهتزاز، يكون مثالاً بسيطاً لنظام اهتزاز حر.

لفحص الحركة الترددية. نحتاج أولاً إلى تعريف بعض المسميات شائعة الاستخدام لوصف طبيعة هذا النوع من الحركة. لقد مرت معنا هذه التعابير وإن بشكل مختلف قليلاً، عند دراسة التوابع الجيبية في الرياضيات (الفصل الثالث).



الشكل 4–51: نظام نابض – كتلة للاهتزاز الحر.

عد إلى فقرة التوابع المثلثية (الفقرة 3–2–4) وقارن التابع الجيبي بتعاريف الحركة الاهتزازية العامة المبينة أدناه.

الدور: وهو الزمن الذي تستغرقه الحركة لتعيد نفسها. أغلب الحركات الاهتزازية تعيد نفسها بفوارق زمنية متساوية، ولذلك تسمى دورية.

الدورة: هي الحركة المكتملة في دور واحد.

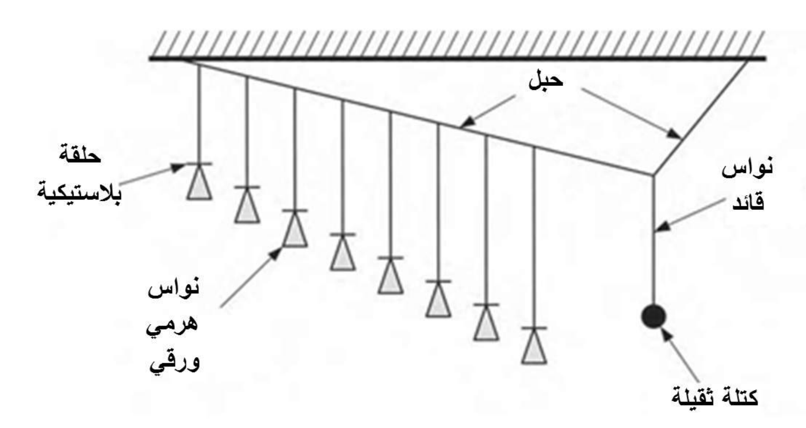
التردد: عدد الدورات المكتملة في واحدة الزمن. مثلاً، التردد 50 Hz يساوي 50 دورة في الثانية (c/s).

السعة: وهي المسافة من الموضع المركزي إلى أي من النقطتين العليا أو الدنيا للحركة.

الاهتزاز القسري: يشير إلى الاهتزاز المتشكل بواسطة قوة مطبقة عند فواصل زمنية منتظمة. لن يهتز النظام بالتردد الطبيعي الخاص به، وإنما سيهتز بتردد القوة الخارجية الموجودة. ولهذا يسبب المحرك ذو القلب غير المتوازن مثلاً، اهتزازاً قسرياً للهيكل الذي ثبت عليه ذلك المحرك.

الرنين (التجاوب) Resononce

يمكن توضيح الظاهرة المعروفة بالتجاوب باستخدام الجهاز المعروف بنواسات بارتون (Barton's pendulums) الموضح بالشكل (4−52).



الشكل 4−52: جهاز نواسات بارتون.

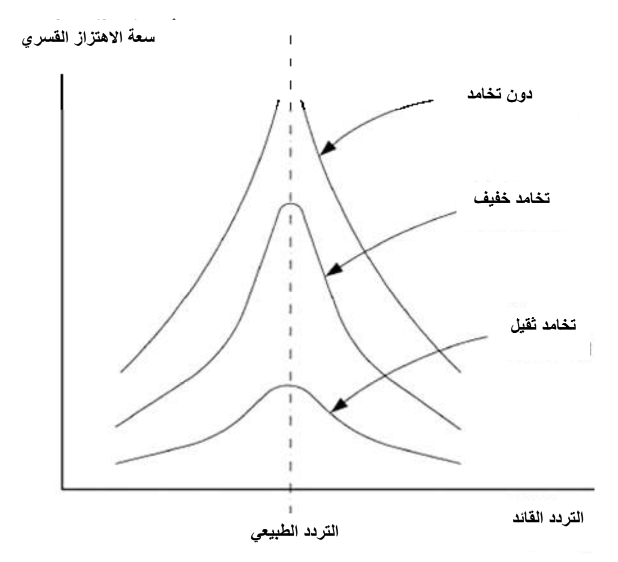
يتألف هذا الجهاز من سلسلة من النواسات الهرمية الورقية والتي تعطى كتلاً إضافية باستخدام حلقات بلاستيكية أو ما شابه. تختلف النواسات بالطول تدريجياً، وهي متدلية من نفس الحبل. هناك كتلة ثقيلة قائدة للنواس مشدودة جيداً إلى الجانب، لذلك فهي تهتز بشكل عمودي على سطح الورقة.

تستقر الحركة بعد فترة من الوقت، لذلك تهتز النواسات الورقية بتردد يساوي تقريباً تردد النواس القائد لكن بسعات مختلفة، وهكذا تتعرض النواسات لاهتزازات قسرية.

النواس الذي طوله يساوي طول النواس القائد يملك أكبر سعة، وتردده الطبيعي للاهتزاز هو نفس تردد النواس القائد وهذا مثال عن التجاوب (الشكل (4-53))، حيث ينقل النواس القائد طاقته بشكل أسهل للنواس الورقي الهرمي ذي الطول نفسه.

تعتمد سعات الاهتزازات أيضاً على التخامد. إذا أزلنا الحلقات البلاستيكية من النواسات المخروطية تنخفض كتلتها، وبالتالي يزداد التخامد. إن كل السعات تقل، حيث يكون التردد التجاوبي أقل بشكل واضح.

يمكن للتجاوب أن يكون كارثياً ومصدراً للإزعاج وذلك يعتمد على النظام. يستخدم التجاوب في الأنظمة الالكترونية في آليات التناغم، حيث يكون تردد الإشارة اللاسلكية المرغوبة يماثل التردد الطبيعي للناغم (tuner).



الشكل 4-53: التجاوب وتأثير التخامد.

أما في الأنظمة الميكانيكية فيعتبر التجاوب مشكلة، فمثلاً في الجسور والإنشاءات الهندسية المدنية، حيث تشكل الرياح اهتزازات تكون متوافقة أحياناً مع

التردد الطبيعي للبناء. فعند افتتاح أحد الجسور، وبسبب عبور الجنود المنظّم عليه، عملت هذه الاهتزازات على حدوث تجاوب طنيني مع هيكل الجسر وأدت بالنتيجة إلى التسبب بحادثة.

نقطة مفتاحية
يحدث التجاوب عندما يجبَر النظام أن يهتز بتردد يساوي تردده الطبيعي.

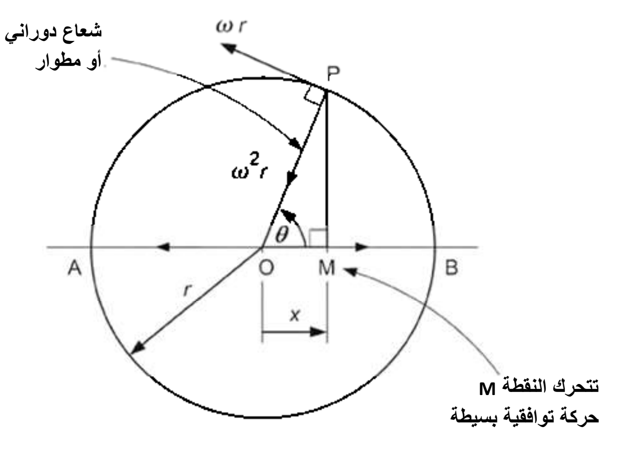
4-8-6 الحركة التوافقية البسيطة **Simple harmonic motion**

تعرف الحركة التوافقية البسيطة (simple harmonic motion - SHM) بأنها حركة دورية لجسم تسارعه:

(أ) دوماً باتجاه نقطة ثابتة في طريقه

(ب) عمودي على مساره من تلك النقطة.

تحدث الحركة القريبة من الحركة التوافقية البسيطة في عدد من الأنظمة الاهتزازية الطبيعية أو الحرة. من أمثلة ذلك النوابض وأنظمة النابض– الكتلة والجوائز الهندسية. تتحرك النقطة P (انظر الشكل (4–54)) بسرعة منتظمة $v = \omega r$ حول دائرة نصف قطرها r. عندئذ تتحرك النقطة M، مسقط P على القطرAB، حركة توافقية بسيطة. إن تسارع النقطة P هو تسارع جذب مركزي يساوي $\omega^2 r$. عندئذ كل من الإزاحة والسرعة والتسارع للنقطة M هي كالتالي:



الشكل 4–54: تمثيل المطوار في الحركة التوافقية البسيطة.

$x = OM = r\cos\theta = r\cos\omega t$ الإزاحة

حيث t هو الزمن المقاس من اللحظة التي يكون فيها كل من P و M عند B و $\theta = 0$

$v = -\omega r\sin\theta = -\omega r\sin\theta$ السرعة

$\alpha = -\omega^2 r\cos\theta = -\omega r\cos\omega t = -\omega^2 x$ التسارع

عليك أن تعلم أن تعابير كل من السرعة والتسارع يمكن اشتقاقها من تعبير الإزاحة، وذلك بالنسبة إلى الزمن.

تظهر الإشارة السالبة في علاقتي السرعة والتسارع أنه من أجل موقع M اتجاه كل من السرعة والتسارع بعكس اتجاه الإزاحة (الشكل (4−54)). ويكون اتجاه التسارع دوماً بعكس اتجاه الإزاحة. زمن الدور T للحركة هو الزمن المستغرق في ذبذبة واحدة كاملة للنقطة x (انظر التعريف السابق للدور). في هذا الزمن يقوم المطوار OP (الشعاع الدائر) بلفة واحدة كاملة، لذلك:

$$T = 2\pi / \omega$$

وبما أن:

$$\alpha = \omega^2 x \Rightarrow \omega = \sqrt{\alpha / x}$$

أي:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{x\ \text{الإزاحة}}{\alpha\ \text{التسارع}}}$$

يعطى التردد f بالهرتز Hz كما يلي:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}$$

لذلك:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{x}{a}}}$$

تحدث السرعة العظمى للإزاحة x عند نقطة وسطى، حيث تتساوى مع سرعة P، أي:

$$v_{\max} = \omega r$$

أما التسارع الأعظمي لـــ x فيحدث عند الوضعين الحديين A و B حيث التسارع الأعظمي يساوي تسارع النقطة P، أي:

$$\alpha_{\max} = \omega^2 r$$

إن سرعة x معدومة عند A و B وتسارعها معدوم في O. أما سعة الاهتزاز فهي r، وتدعى المسافة AB ($2r$) أحياناً بالشوط أو مطال الحركة.

توصلنا إلى عدة صيغ، وسنوضح استخداماتها بالمثال التالي.

مثال 4−31

يتحرك جسم بحركة توافقية بسيطة بسعة 50mm وتردد 2.5Hz. أوجد:

(أ) السرعة والتسارع الأعظميين مبيناً مكان حدوثهما.

(ب) سرعة وتسارع الحركة على بعد 25mm من الموضع الرئيسي.

(أ) بداية نحول التردد إلى rad/s ، من أجل استخدام السرعة والتسارع الأعظميين.

$$f = 2.5Hz = \omega / 2\pi \Rightarrow \omega = 5\pi$$
$$\omega = 15.71 rad / s$$

فالسرعة العظمى:

$$\begin{aligned} v_{\max} &= \omega r = (15.71)(50) \\ &= 785 \text{mm/s} \\ &= 0.785 \text{m/s} \end{aligned}$$

التسارع الأعظمي:

$$\alpha_{max} = \omega^2 r = (15.71)^2(50)$$
$$= 12340\,\text{mm/s}^2$$
$$= 12.34\,\text{m/s}^2$$

تكون السرعة أعظمية في موضع التوازن ويظهر التسارع الأعظمي عند السعة العظمى، حيث النقطة الحدية للحركة.

(ب) من أجل إزاحة 25mm

$$\cos\theta = 25/50 = 0.5 \Rightarrow \theta = 60°$$

لذلك السرعة:

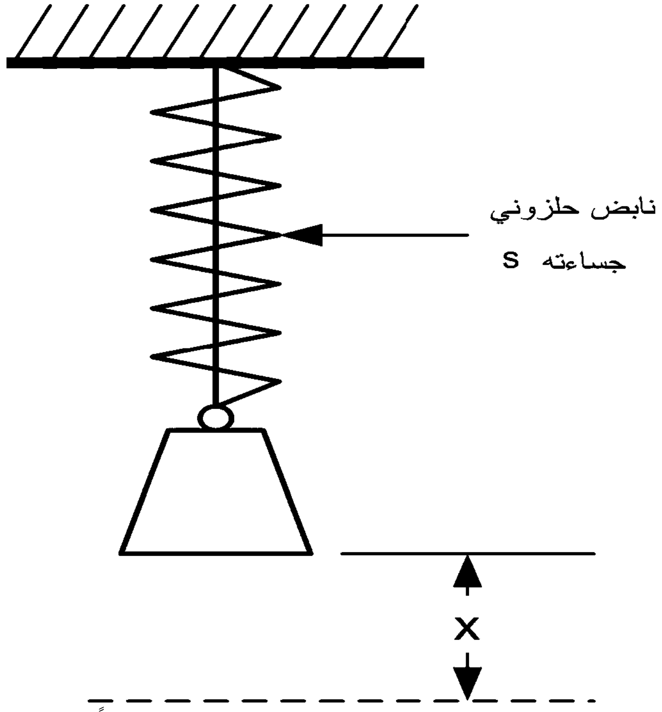
$$v = \omega r \sin\theta$$
$$= (15.71)(50)(\sin 60)$$
$$= 680.3\,\text{mm/s}$$
$$= 0.6803\,\text{m/s}$$

والتسارع:

$$\alpha = \omega^2 r \cos\theta$$
$$= (15.71)^2(50)(\cos 60°)$$
$$= 6170\,\text{mm/s}^2$$
$$= 6.17\,\text{m/s}^2$$

نظام نابض- كتلة The Spring mass-system

لقد اشتققنا عدة معادلات للحركة التوافقية البسيطة، ويمكن تعديلها لتأخذ بالحسبان أنظمة مختلفة توضح هذه الحركة. لندرس نظام النابض- كتلة الموضح في الشكل (4-55). إذا سحبنا الكتلة m، *انطلاقاً من وضعية* التوازن، إلى الأسفل ولمسافة x ثم تركناها، فسوف تهتز الكتلة شاقولياً.



الشكل 4-55: الاهتزاز الحر لنظام نابض- كتلة. الشكل معدل (جساءته عوضاً عن صلابته)

في وضعية السكون توازن القوة في النابض قوة الجاذبية المؤثرة في الكتلة موارنة تامة. إذا كانت s هي جساءة النابض، أي القوة التي تغير الطول بمقدار واحدة طول (N/M)، فإن التغير في القوة ضمن النابض لتحقيق إزاحة x من موضع التوازن هو sx. هذا التغير في القوة هو قوة التسارع غير المتوازنة F المؤثرة في m أي:

القوة = جساءة النابض × الاستطالة

(m) (N/m) (N)

هذا يوضح أن التسارع يتناسب طرداً مع الاستطالة من موضع السكون. وبالتالي فإن الحركة توافقية بسيطة.

يعطى الدور بالعلاقة:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{x}{a}}$$

ومن العلاقة $F = s \times x$ يكون التسارع:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{sx}{m} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{x}{\frac{sx}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{xm}{sx}}$$

وهكذا الدور

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{s}}$$

والتردد

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{s}{m}}$$

مثال 4−32

نابض حلزوني معلّق بشكل شاقولي، يعلّق فيه حمل مقداره 10kg فيسبب استطالة مقدارها 20mm. تم سحب الحمل إلى الأسفل مسافة إضافية 25mm ثم تُرك. أوجد تردد الاهتزاز الناتج والسرعة والتسارع الأعظميين للحمل والقوة العظمى للنابض.

وزن الحمل w يساوي:

$$w = mg = (10)(9.81)$$
$$= 98.1\text{N}$$

$$\text{جساءة النابض } s = \frac{\text{القوة}}{\text{الاستطالة}}$$

$$s = 98.1/20$$
$$= 4.905\,\text{N/mm}$$
$$= 4905\,\text{N/m}$$

وبما أن تردد الاهتزاز $f = \frac{1}{T}$ عندئذ:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{s}{\text{m}}}$$
$$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4905}{10}}$$
$$= 3.52\,\text{Hz}$$

إن سعة الاهتزاز x تساوي 25mm. والسرعة العظمى للحمل تساوي ωx حيث $\omega = 2\pi f$. يمكنك أن تعلم أن السرعة الزاوية (rad/s) تساوي إلى التردد أو عدد الدورات بالثانية مضروباً بـــ 2π لذلك:

$$v_{\max} = \omega x = 2\pi f x = (2\pi)(3.52)(25)$$
$$= 552.64\,\text{mm/s} = 0.553\,\text{m/s}$$

والتسارع الأعظمي للحمل يساوي:

$$\alpha_{\max} = \omega^2 x = (2\pi \times 3.52)^2 (25)$$
$$= 12238.8\,\text{mm/s} = 12.24\,\text{m/s}$$

وأخيراً، القوة العظمى للنابض هي جداء: الاستطالة × جساءة النابض

$$F_{\max} = (20\text{mm} + 25\text{mm})(4.905\,\text{N/mm})$$
$$= 220.75\,\text{N}$$

النواس Pendulum

يتألف النواس البسيط من حبل غير قابل للامتطاط مثبت من إحدى نهايتيه. ومرتبط من نهايته الأخرى بكتلة مركزة تهتز حول وضع التوازن. أما النواس المركب فهو ذلك النواس الذي تكون فيه الكتلة غير مركزة حاله حال أغلب العناصر الهندسية.

لن ندرس في هذه المرحلة من الدراسة هذا النوع من النواس.

من الشكل (4−56) تعطى القوة المرجعة غير المتوازنة والتي تؤثر باتجاه المركز O بالمركبة المماسية $mg\sin\theta$. إذا كان α تسارع الكتلة على طول القوس الناتج من القوة $mg\sin\theta$ عندئذ معادلة حركة الكتلة هي: $-mg\sin\theta = ma$

تشير إشارة الناقص إلى أن القوة باتجاه O ، بينما تقاس الإزاحة x على طول القوس من O بالاتجاه المعاكس (مع التذكير أن التسارع يؤثر دائماً بالاتجاه المعاكس للإزاحة) عندما تكون θ صغيرة فإن $\sin\theta \cong \theta(rad)$. أيضاً من علاقة طول القوس $s = r\theta$، يعطي $x = l\theta$. والآن بالتعويض بهذه القيم في معادلة الحركة:

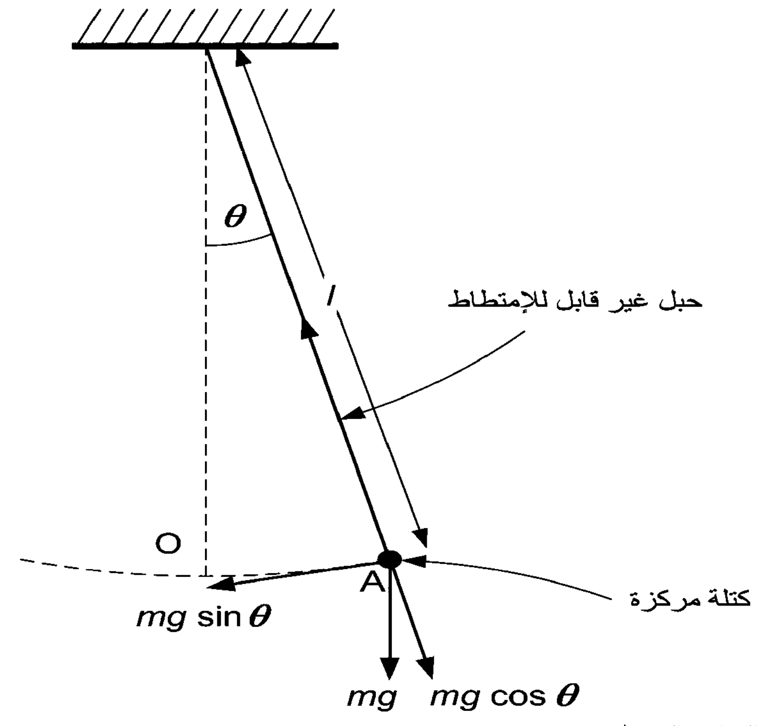
$$-mg\sin\theta = m\alpha$$

$$-mg\theta = -mg\frac{x}{l} = m\alpha$$

حيث $-gx/l = \alpha$ هي مركبة g المؤثرة في طول القوس، لذلك:

$$\alpha = \frac{-gx}{l} = -\omega^2 x$$

(نعلم مما سبق أن $\alpha = -\omega^2 x$، وبالتالي $\omega^2 = g/l$).



شكل 4-56: النواس البسيط.

إن حركة الكتلة هي حركة توافقية بسيطة إذا كان الاهتزاز ذا سعة صغيرة، أي عندما لا تزيد الزاوية θ عن 10°. يعطى دور الحركة T بالعلاقة:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}}$$

وهكذا: $T \propto \sqrt{\frac{l}{g}}$

بالتالي T مستقل عن سعة الاهتزاز، وبما أن g ثابت، فالدور يتعلق فقط بطول النواسl.

مثال 4−33

نابض بسيط دوره 4.0s وسعة اهتزازه 100mm. احسب القيمة الأعظمية لما يلي:

(أ) سرعة الكتلة.

(ب) تسارع الكتلة.

(أ) من العلاقة $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ومناقلتها من أجل ω وبالتعويض بقيمة T نجد $\omega = \pi / 2$ في كل ثانية. ستكون السرعة أعظمية عند موضع التوازن حيث $x = 0$ وبما أن السعة الأعظمية $r = \pm 100\,\text{mm}$ وباستخدام المعادلة نجد:

$$\omega_{\max} = \pm \omega r = \pm(\pi / 2)(0.1) = 0.157\,\text{m/s}$$

(ب) يكون التسارع أعظمياً عند حدي الاهتزاز، حيث $x = r = \pm 100\text{mm}$ وباستخدام المعادلة:

$$\alpha = -\omega^2 r$$
$$\alpha = -(\pi / 2)^2 (0.1)\text{m/s}^2$$
$$\alpha = -0.246\,\text{m/s}^2$$

اختبر فهمك 4−14

1− اشرح الفرق بين الاهتزازين الحر والقسري.

2− عرّف كلاً من:

(أ) الدور، (ب) الدورة، (ج) التردد، (د) السعة في الحركة الترددية.

3- عرّف التجاوب، واعطِ مثالاً يكون فيه التجاوب مفيداً، وآخر يعتبر التجاوب فيه مؤذياً.

4- عرّف الحركة التوافقية البسيطة (SHM).

5- تحت أي من الظروف، في الحركة التوافقية البسيطة (SHM)، يكون:

(أ) السرعة أعظمية.

(ب) التسارع أعظمياً.

6- اشرح كيف تحدد السعة باستخدام الرسومات في كلٍّ من:

(أ) نظام نابض- كتلة.

(ب) نواس بسيط.

7-عرّف جساءة النابض.

8- فيما يتعلق بقياس الراديان، اشرح التعبير $s = r\theta$.

4-8-7 الشغل والطاقة والاستطاعة الميكانيكية

Mechanical work energy and power

العمل المنجز Work done

الطاقة التي يكتسبها جسم ما هي قابليته لإنجاز عمل، لذلك وقبل مناقشة الطاقة، لندرس أولاً مفهوم العمل. يكون العمل الميكانيكي منجزاً عندما تتغلب القوة على المقاومة وتتحرك لمسافة ما.

ويمكن أن نعرف العمل الميكانيكي كما يلي:

العمل الميكانيكي المنجز *work done* (WD) (J) = القوة المطلوبة للتغلب على المقاومة (N) × المسافة المقطوعة بعكس المقاومة (m)

وبالتالي فالواحدة الدولية للعمل هي Nm أو جول J حيث: 1J = 1Nm

ملاحظة

(أ) ليس هناك من عمل منجز إذا لم يكن هناك مقاومة وحركة.

(ب) المقاومة والقوة اللازمة للتغلب عليها متساويتان.

(ج) يجب أن تقاس المسافة المقطوعة في الاتجاه المعاكس تماماً لاتجاه المقاومة التي تم التغلب عليها.

(د) الواحدة البريطانية الهندسية للعمل هي (ft lbf).

نقطة مفتاحية
يمكن أن تعرف الطاقة الميكانيكية بالقابلية لانجاز عمل.

تشمل المقاومات المعروفة والتي يجب التغلب عليها: الاحتكاك والجاذبية (وزن الجسم نفسه) والعطالة (مقاومة تسارع الجسم) حيث:

العمل المنجز ضد الاحتكاك = قوة الاحتكاك × المسافة المقطوعة.

العمل المنجز ضد الجاذبية = الوزن × الزيادة في الارتفاع.

العمل المنجز ضد العطالة = قوة العطالة × المسافة المقطوعة.

ملاحظة

(أ) قوة العطالة مستقلة عن قوة التوازن

قوة العطالة = الكتلة × التسارع.

(ب) سوف تتم مناقشة العمل المنجز في التغلب على الاحتكاك بمزيد من التفاصيل لاحقاً.

في أي مسألة متعلقة بحساب العمل المنجز، المهمة الأولى هي تحديد نوع المقاومة الواجب التغلب عليها. إذا وفقط إذا كانت هناك حركة بين السطوح المتماسة يكون العمل قد أنجز ضد الاحتكاك. وبشكل مماثل، فقط عندما يكون هناك زيادة في الارتفاع يكون العمل أنجز ضد الجاذبية، وفقط إذا تسارع الجسم يكون العمل أنجز ضد العطالة. (عد إلى تعريف العطالة).

مثال 4−34

يرتفع جسم كتلته 30kg من الأرض بسرعة ثابتة لمسافة شاقولية مقدارها 15m. احسب العمل المنجز.

إذا أهملت مقاومة الهواء، يكون العمل المنجز ضد الجاذبية الأرضية فقط.

العمل المنجز ضد الجاذبية = الوزن × الزيادة في الارتفاع

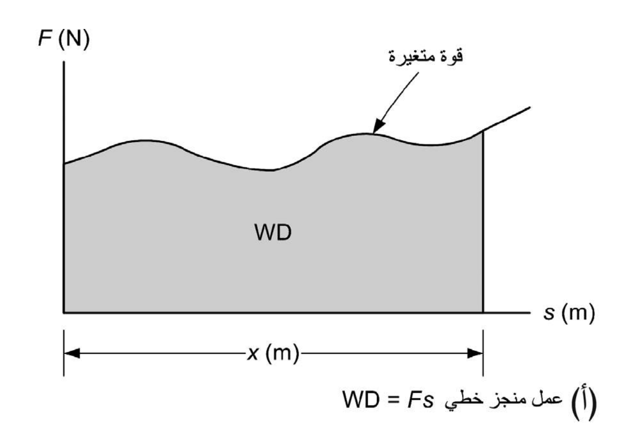
$WD = mgh$ حيث ($g= 9.81 m/s^2$).

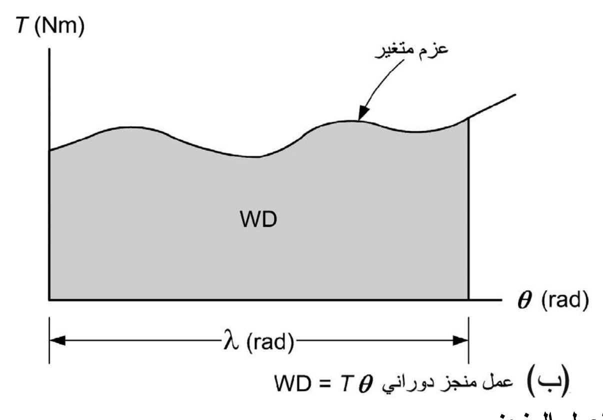
$$WD = 4414.5 J = 4.414 kJ$$

يمكن تمثيل العمل المنجز بيانياً وهو ممثل في الشكل (4−57) بالنسبة إلى الحركة المستقيمة حيث رسمت القوة المطلوبة للتغلب على المقاومة مقابل المسافة المقطوعة (وكتابع لها).

ويكون العمل المنجز WD عندئذ هو المساحة تحت المنحني البياني.

ويبين الشكل (4−57 ب) حالة الحركة الزاوية، حيث تم رسم العزم المتغير T (Nm) مقابل زاوية الدوران (rad). مرة أخرى يكون العمل المنجز هو المساحة تحت المنحني البياني، حيث الوحدات هي Nm×rad. وهناك نلاحظ أن الراديان ليس له أبعاد، وتبقى واحدة العمل المنجز هي Nm أو J.





الشكل 4−57: العمل المنجز.

الطاقة Energy

يمكن أن تتواجد الطاقة بعدة أشكال ميكانيكية أو كهربائية أو نووية أو كيميائية أو حرارية أو ضوئية أو صوتية.

ينص قانون حفظ الطاقة على ما يلي: الطاقة لا تُخلق ولا تفنى، إنما تتحول فقط من شكل إلى آخر.

هناك أمثلة كثيرة لأجهزة محولة للطاقة، وهذا يشمل:

- مكبرات الصوت والتي تحول الطاقة الكهربائية إلى طاقة صوتية.
- محرك البنزين الذي يحول الحرارة إلى طاقة ميكانيكية.
- المولد، يحول الطاقة الميكانيكية إلى كهربائية.

- البطارية تحول الطاقة الكيميائية إلى كهربائية.
- المصباح ذو السلك يحول الطاقة الكهربائية إلى ضوئية.

سوف نركز في دراستنا للتحريك بشكل أساسي على الطاقة الميكانيكية وتحويلاتها. بشرط ألا تنتقل الطاقة الميكانيكية من وإلى الجسم، وبالتالي تبقى الطاقة الميكانيكية الكلية مأخوذة من قبل الجسم ثابتة، ما عدا العمل الميكانيكي المنجز. سيتم شرح هذه الفكرة في المقطع التالي.

الطاقة الميكانيكية Mechanical energy

يمكن تقسيم الطاقة الميكانيكية إلى ثلاثة أشكال مختلفة. الطاقة الكامنة (Potential Energy-PE) وطاقة الانفعال (Strain Energy) والطاقة الحركية (Kinetic Energy KE)

الطاقة الكامنة هي الطاقة التي يكتسبها الجسم تحت تأثير موضعه، منسوباً إلى بعض المرجعيات. التغير في الطاقة الكامنة يساوي إلى كتلة الجسم مضروبةً بالتغير في الارتفاع. وبما أن وزن الجسم هو mg، فبالتالي يكتب التغير في الطاقة الكامنة بالشكل:

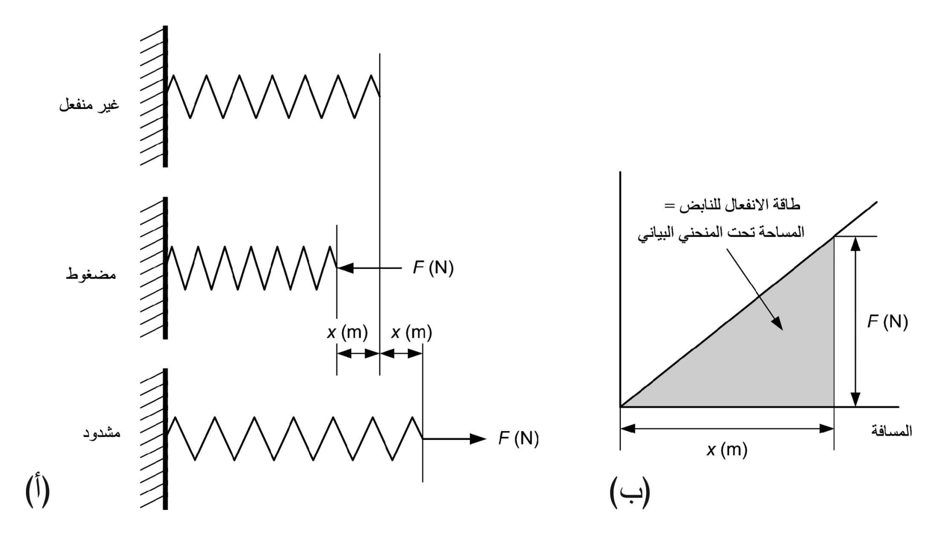
التغير في الطاقة الكامنة = $mg\,h$

والذي يماثل بالطبع العمل المنجز للتغلب على الجاذبية. وبالتالي فالعمل المنجز عند رفع كتلة إلى ارتفاع ما، يساوي إلى طاقته الكامنة المكتسبة عند ذلك الارتفاع، بفرض عدم وجود فقد خارجي.

نقطة مفتاحية
طاقة الانفعال هي شكل محدد من الطاقة الكامنة.

طاقة الانفعال هي شكل محدد من الطاقة الكامنة التي يكتسبها الجسم المرن المتشوه ضمن حدود المرونة، أي أن النابض المشدود أو المضغوط قد اكتسب طاقة انفعال.

لندرس مجموعة النوابض المبينة في الشكل (4−58). نعلم من دراستنا السابقة أن القوة F اللازمة لضغط أو شد النابض هي $F = kx$، حيث k هي ثابت النابض.



الشكل 4−58: مجموعة نوابض توضح طاقة الانفعال.

يبين الشكل (4−58 أ) نابضاً حلزونياً في وضعيات غير منفعلة ومضغوطة ومشدودة. تختلف الطاقة المطلوبة لتحريك نهاية النابض بشكل طردي مع مسافة التحرك. كما في الشكل (4−58 ب)، لذلك طاقة انفعال النابض عندما يضغط أو يُشد = المساحة تحت المنحني البياني

= (القوة × مسافة التحريك)

$$= \frac{1}{2}Fx$$

وبما أن $F = kx$ فإن تعويض قيمة F يعطي:

طاقة الانفعال للنابض في الضغط والشد $= \frac{1}{2}k\,x^2$

الإجراءات ذاتها يمكن تتبعها بالنسبة إلى النابض الذي يتعرض إلى فتل أو التواء حول مركزه (المحور القطبي). حيث يمكن أن نجد:

$$\textbf{طاقة الانفعال للنابض عند الالتواء} = \frac{1}{2} k_{tor} \theta^2$$

(حيث θ زاوية الانفعال)

الطاقة الحركية Kinetic energy

يكتسب الجسم الطاقة الحركية بسبب حركته.

فالطاقة الحركية الخطية (Translational KE-TKE) هي الطاقة الحركية لجسم ينتقل باتجاه خطي (خط مستقيم) أي:

الطاقة الحركية الخطية (J) = $\frac{1}{2}$ [الكتلة (kg) × مربع السرعة $(m/s)^2$]

$$\textbf{الطاقة الحركية الخطية} = \frac{1}{2} mv^2$$

تعتبر الحدّافات (دولاب الموازنة) كتلاً لها شكل الدولاب تثبت على العمود من أجل التقليل من التغيرات المفاجئة في سرعة دورانه، والتي تنتج من التغيرات المفاجئة في الحمل. لذلك فالحدّافة تخزن طاقة حركية دورانية (Rotational KE-RKE).

يمكن أن تعرف الطاقة الحركية الدورانية بأسلوب مشابه للطاقة الحركية الخطية، أي:

$$\textbf{الطاقة الحركية الدورانية} = \frac{1}{2} Iw^2 \mathrm{J}$$

حيث I عزم العطالة الكتلي (الذي مر معنا عند دراسة الفتل).

لاحظ أنه يمكن تحديد عزم العطالة للكتلة الدوارة I بشكل عام بالتعبير $I = Mk^2$، حيث M− الكتلة الكلية للجسم الدوار و k− نصف قطر الالتفاف. أي نصف القطر من مركز الدوران حيث يعتقد أن تؤثر كل الكتلة. عند دراستنا السابقة للفتل عرفنا I للكتل المتركزة أو النقطية، حيث $I = mr^2$. عليك أن تتذكر

أن I لها قيم مختلفة بحسب شكل الأجسام الدوارة. سوف ندرس فقط المقاطع العرضية الدائرية، حيث تحدد I كما مر معنا الآن. أخيراً، يرجى عدم الخلط بين k كنصف قطر الالتفاف مع k ثابت النابض.

مثال 4−35

حدد الطاقة الحركية الكلية لسيارة دفع رباعي كتلتها 800kg وتسير بسرعة 50kph. كتلة كل دولاب من دواليب لسيارة 15kg وقطره 0.6m ونصف قطر الالتفاف 0.25m.

الطاقة الحركية الكلية = الطاقة الحركية الخطية + الطاقة الحركية الزاوية

$$\text{KE}_\text{A} \quad + \quad \text{KE}_\text{L} \quad = \quad \text{KE}_\text{TOT}$$

$$\text{KE}_\text{L} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = 50\text{kph} = 13.89\text{m/s}$$

$$\text{KE}_\text{L} = \frac{1}{2}(800)(13.89)^2$$

$$= 77\,160\text{J} = 77.16\text{kJ}$$

$$\text{KE}_\text{A} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$I = Mk^2 = (15)(0.25)^2 = 0.9375\,\text{kgm}^2$$ (لكل دولاب)

$$v = \omega r \Rightarrow \omega = v/r = 13.89/0.3 = 46.3\,\text{rad/s}$$

$$\text{KE}_\text{A} = \frac{1}{2}(4\times 0.9375)(46.3)^2$$

$$= 4\,019\text{J} = 4.019\text{kJ}$$

وبالتالي الطاقة الحركية الكلية للسيارة تساوي:

$$\text{KE}_\text{TOT} = 77.16 + 4.019 = 81.18\,\text{kJ}$$

Conservation of mechanical energy حفظ الطاقة الميكانيكية

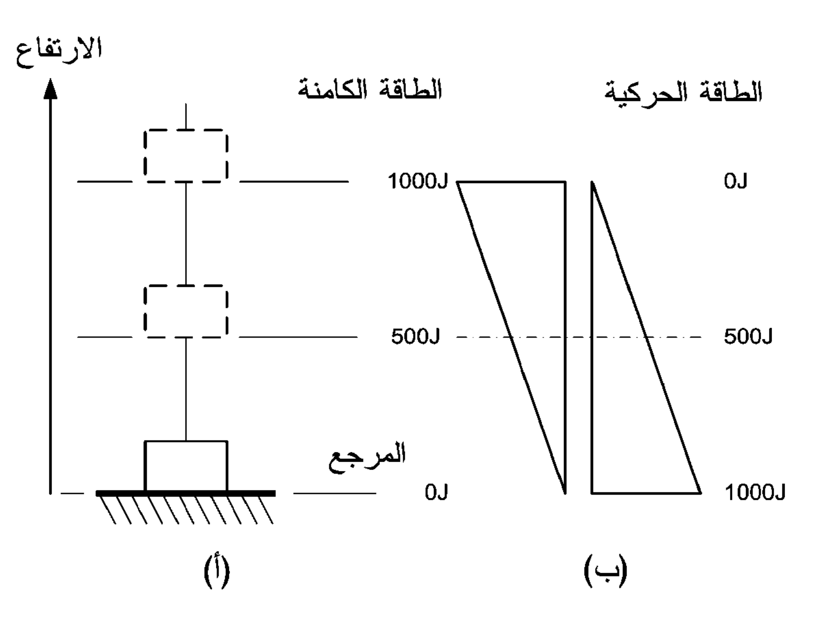
يمكن أن نستدل من قانون حفظ الطاقة بأن كمية الطاقة الكلية ضمن حدود معروفة ومحددة تبقى ثابتة (نفسها). عند معالجة الأنظمة الميكانيكية فإن الطاقة الكامنة المكتسبة من قبل جسم ما، تتحول بشكل دوري إلى طاقة حركية، والعكس بالعكس. إذا أهملنا الفقد بسبب الاحتكاك مع الهواء نجد:

$$PE+KE = Constant$$

إذن. إذا سقطت كتلة m بشكل حر من ارتفاع h من نقطة مرجعية، فإنه عند أي ارتفاع بالنسبة إلى المرجع تكون الطاقة الكلية E_{TOT} تساوي:

$$E_{TOT} = PE + KE$$

هذه العلاقة الهامة موضحة بالشكل (4−59)، حيث إنه عند أعلى مستوى مرجعي تكون الطاقة الكامنة PE أعظمية وتتحول بشكل تدريجي إلى طاقة حركية KE كلما هبطت الكتلة إلى المرجع، وفي لحظة ما قبل الاصطدام حيث $h=0$ تكون الطاقة الكامنة PE=0 والطاقة الحركية تساوي إلى الطاقة الكامنة الابتدائية.



الشكل 4−59: PE+KE= Constant.

وبما أن الطاقة الكلية ثابتة، إذن:

$$mgh_1 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = mgh_3 + \frac{1}{2}mv_3^2 = \frac{1}{2}mv_4^2$$

وفوراً بعد الاصطدام مع السطح المرجعي تتحول الطاقة الحركية KE إلى أشكال أخرى كالحرارة أو الانفعال أو الصوت.

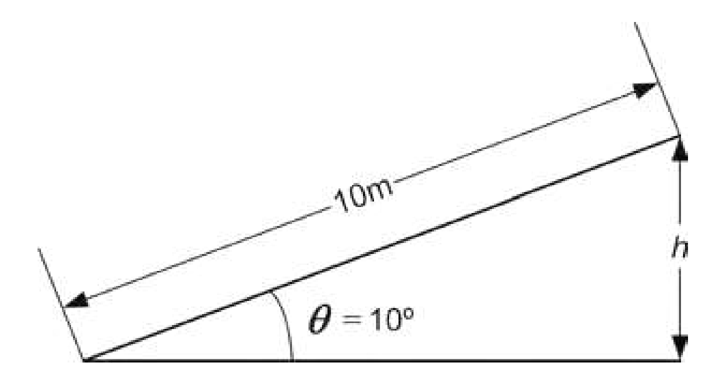
في حال وجود احتكاك فإن هناك عملاً سينجز للتغلب على مقاومة الاحتكاك وهذا العمل سيتبدد إلى حرارة، وبالتالي:

الطاقة الابتدائية = الطاقة النهائية + العمل المنجز للتغلب على مقاومة الاحتكاك.

ملاحظة: إن الطاقة الحركية غير مصانة دائماً أثناء التصادم. عندما تكون الطاقة الحركية مصانة بالتصادم نقول إن التصادم مرن. أما عندما لا تكون الطاقة الحركية مصانة فنقول إن التصادم غير مرن.

مثال 4−36

انفصلت حمولة كتلتها 2500kg من قمة سلم صعود الأمتعة، (انظر الشكل (4-60)). بإهمال الاحتكاك، حدد سرعة الحمولة لحظة وصولها إلى أسفل السلم.



الشكل 4−60: سلم الحمولة.

يحسب الارتفاع h باستخدام نسبة الجيب، أي:

$$10\sin 10 = h \Rightarrow h = 1.736m$$

الزيادة في الطاقة الكامنة:

$$\begin{aligned} \mathrm{PE} &= mgh \\ &= (2500)(9.81)(1.736) \\ &= 42\,575.4\ \mathrm{J} \end{aligned}$$

باستخدام العلاقة $\mathrm{E_{TOT}} = \mathrm{PE} + \mathrm{KE}$. بالتالي في لحظة ما قبل انفصال الحمولة $\mathrm{KE}=0$ و $\mathrm{PE} = \mathrm{E_{TOT}}$. أيضاً في اللحظة التي تلمس فيها الحمولة قاعدة السلم يكون $\mathrm{PE}=0$ و $\mathrm{KT}=\mathrm{E_{TOT}}$ (مع إهمال كل فواقد الطاقة الأخرى).

لذلك عند قاعدة المنحدر:

$$42575.4(\mathrm{J})=\mathrm{KE}$$

$$42575.4 = \tfrac{1}{2} mv^2$$

$$v^2 = \frac{(2)(42575.4)}{2500}$$

لذلك تكون السرعة عند أسفل المنحدر $v = 5.83\,\mathrm{m/s}$.

الاستطاعة أو القدرة Power

تقيس الاستطاعة المعدل الذي ينجز عنده العمل، أو معدل تغير الطاقة. وبالتالي تعرف الاستطاعة بمعدل انجاز العمل. الواحدة الدولية للاستطاعة هي الواط (W)، أي:

$$\text{الاستطاعة (W)} = \frac{\text{العمل المنجز (J)}}{\text{الوقت المستغرق (s)}} = \frac{\text{تغير الطاقة (J)}}{\text{الوقت المستغرق (s)}}$$

أو، إذا تحرك جسم بسرعة ثابتة، عندها:

الاستطاعة (W)=القوة المستخدمة (N) × السرعة (m/s)

لاحظ أن: $\mathrm{Nm/s} = \mathrm{J/s} = \mathrm{W}$

نقطة مفتاحية
الاستطاعة هي معدل انجاز العمل.

مثال 4−37

يحمل صندوق شحن زنة 1000N داخل طائرة شحن، وذلك بسحبه على مستوي ميله 1:5 بسرعة منتظمة مقدارها 2m/s. مقاومة الاحتكاك للحركة تساوي 240N، احسب:

(أ) الاستطاعة اللازمة للتغلب على الاحتكاك.

(ب) الاستطاعة اللازمة للتغلب على الجاذبية.

(ج) الاستطاعة الكلية المطلوبة.

(أ) الاستطاعة = قوة الاحتكاك × السرعة على طول السطح

$$P_1 = 240 \times 2 = 480W$$

(ب) الاستطاعة = الوزن × المركبة الشاقولية للسرعة

$$P_2 = W.v.\frac{1}{5} = 1000 \times 2 \times \frac{1}{5} = 400W$$

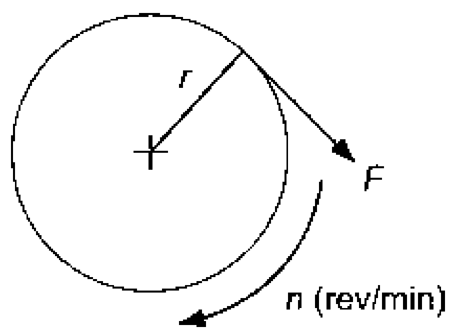
(ج) بسبب عدم وجود التسارع فليس هناك عمل منجز ضد العطالة، بالتالي:

الاستطاعة الكلية = استطاعة الاحتكاك + استطاعة الجاذبية

$$P_{TOT} = P_1 + P_2$$
$$P_{TOT} = 480 + 400 = 880W$$

لندرس الآن الاستطاعة المنقولة بواسطة عزم الفتل. لقد مر عليك مفهوم عزم الفتل.

يبين الشكل (4−61) القوة F(N) المطبقة عند نصف القطر r(m) من مركز عمود يدور بسرعة n(rpm).



الشكل 4−61: الاستطاعة المنقولة بواسطة عزم الفتل.

بما أن العمل المنجز يساوي إلى جداء القوة بالمسافة، بالتالي يعطى العمل المنجز في دورة واحدة (1rev) بالعلاقة:

$$\text{WD in1rev} = F \times 2\pi r$$

لكن Fr هو عزم الفتل T المطبق على العمود، بالتالي:

$$\text{WDin1rev} = 2\pi \text{T}$$

العمل المنجز في دقيقة واحدة = العمل المنجز في دورة واحدة × عدد الدورات في الدقيقة n

$$\text{WDin1min} = 2\pi \text{nT}$$ ، وعليه:

$$\text{WDin1s} = 2\pi \text{nT/60}$$

وبما أن العمل المنجز بالثانية يساوي الاستطاعة (واحدته في مجموعة الوحدات الدولية SI هي 1J/s=1W) فإن الاستطاعة P المنقولة بواسطة عزم الفتل تساوي:

$$\text{P} = 2\pi \text{nT/60}$$

اختبر فهمك 4−15

1− عرِّف العمل المنجز.

2− اكتب معادلة العمل المنجز ضد الجاذبية، مبيّناً الوحدات الدولية.

3- اكتب نص مبدأ حفظ الطاقة.

4- أذكر أشكال طاقة الدخل والخرج للأجهزة التالية:

(أ) مولد (ب) محرك عنفي غازي

(حـ) بطارية (د) راديو

5- ماذا يمثل الرمز k في الصيغة $F = kx$ وما هي واحدته الدولية.

6- اكتب صيغتي الطاقة الحركية الخطية والدورانية، واشرح معنى كل رمز ضمن هاتين الصيغتين.

7- تولِّد الآلة A طاقة مقدارها 45000 J خلال 30s، وتنتج الآلة B 48kNm خلال 31s. أيّ الآلتين أقوى، ولماذا؟

4-8-8 الاحتكاك Friction

لقد مر معنا الاحتكاك سابقاً من خلال قوة الاحتكاك التي تسعى إلى تعاكس الحركة النسبية، لكن حتى الآن لم نقدم تعريفاً كاملاً لطبيعة الاحتكاك.

عندما يتحرك سطح على آخر، يكون على تماس معه، تنشأ مقاومة تعاكس هذه الحركة.

تعتمد قيمة هذه المقاومة على المواد المشاركة وحالة كل من السطحين والقوة التي تؤمن من هذا التماس، لكن معارضة الحركة موجودة دائماً. يقال عن مقاومة الحركة هذه إنها نتيجة الاحتكاك بين السطحين.

لجعل الأسطح تبدأ بالحركة (الاحتكاك السكوني) نحتاج إلى قوة أكبر قليلاً من تلك اللازمة لنحفظ الأسطح في حالة الحركة (احتكاك انزلاقي). وكنتيجة للكثير من التجارب المتعلقة بمختلف الأسطح المتماسة تحت تأثير قوى مختلفة، ثم وضع مجموعة من القوانين أو القواعد التي يمكن أن تطبق بشكل عام على المواد المتماسة تحت تأثير القوى. أدرجت هذه القوانين أدناه مع تحديد استخدامها بقيد أو قيدين.

قوانين الاحتكاك Laws of friction

1- قوى الاحتكاك تعاكس دوماً اتجاه الحركة، أو الاتجاه الذي يسعى الجسم أن يتحرك به.

2- قوة الاحتكاك الإنزلاقية F التي تعاكس الحركة تتناسب بشكل طردي (حين تبدأ الحركة) مع القوة الناظمية N التي تضغط السطحين على بعضهما البعض، أي $F \propto N$.

3- قوة الاحتكاك الانزلاقية لا تتعلق بمساحة السطوح المتلامسة، وبالتالي إن زوجين من السطوح على تماس مصنوعين من نفس المادة، وفي ظروف متشابهة ونفس القوى بينهما، لكنهما مختلفان بالمساحات، سوف يواجهان نفس القوى الاحتكاكية المعاكسة للحركة.

4- مقاومة الاحتكاك مستقلة عن السرعة النسبية بين السطحين. وهذا ينطبق على السرعات العالية نسبياً، وليس على السرعات المنخفضة جداً، أو على بعض الحالات الخاصة.

5- مقاومة الاحتكاك عند بداية الانزلاق (الاحتكاك السكوني) أكبر قليلاً من تلك المقاومة المواجهة أثناء استمرار الحركة (الاحتكاك الانزلاقي).

6- تعتمد المقاومة الاحتكاكية على طبيعة السطوح المتحاكة. مثل نوع المادة أو هندسة السطح أو كيميائيته و...الخ

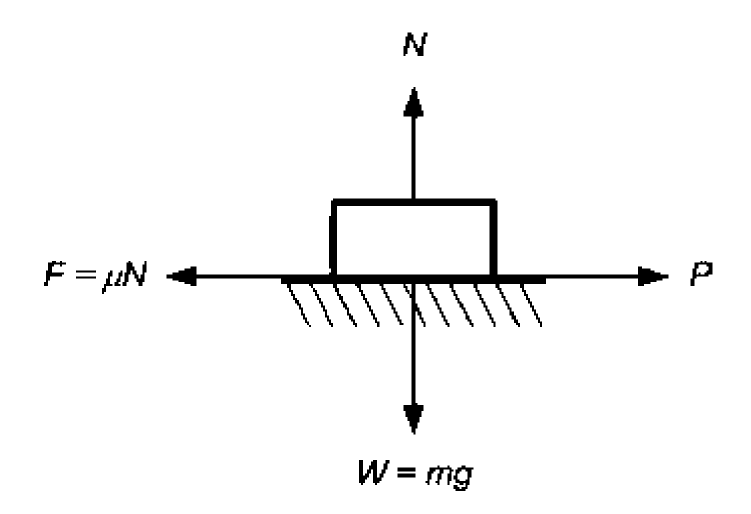
نقطة مفتاحية
الاحتكاك يعاكس دوماً الحركة المسبّبة له.

حل مسائل تتضمن احتكاك Solving problems involving friction

من القوانين السابقة برهنا أن القوة الاحتكاكية الإنزلاقية F تتناسب مع القوة الناظمية N الضاغطة على كلا سطحي التماس، أي $F \propto N$. وتذكر من دراستك الرياضية للتناسب أنه من أجل مساواة هاتين القوتين نحن بحاجة إلى

إدخال ثابت هو ثابت التناسب، أي $F = \mu N$. يدعى الثابت μ بمعامل الاحتكاك وله قيمة أعظمية نظرية تساوي واحداً. يبين الشكل (4−62) مخططاً فضائياً لمجموعة من القوى على سطحين متماسين أفقيين.

ملاحظة: إن قيمة القوة المطلوبة لبدء حركة جسم، أكبر من تلك القوة اللازمة للمحافظة على حركته. الفرق بين هاتين القوتين ينتج من كون معامل الاحتكاك السكوني (μ_s) بين السطحين، عندما يكون الجسم ساكناً أكبر قليلاً مقارنةً بمعامل الاحتكاك التحركي (μ_d)، عندما يكون الجسم في حالة الحركة.



الشكل 4−62 مخطط فضائي لمجموعة من القوى

إن معامل الاحتكاك السكوني (μ_s)، هو معامل الاحتكاك المقيد، الذي سنستخدمه في الأمثلة اللاحقة.

يمكن أن تجد أن حل المسائل المتعلقة بالاحتكاك صعبة نوعاً ما، هذا بسبب صعوبة تخيل طبيعة واتجاه جميع القوى التي تؤثر في الجسمين المتماسين، علاوة على تحليل هذه القوى إلى مركباتها. يمكن حل المسائل المتعلقة بالاحتكاك بالحساب أو بالرسم. يتضمن المثال العام التالي حالة بسيطة لكتلة على تماس مع سطح أفقي، التي ستساعد في فهم الحل باستخدام الطريقتين المذكورتين.

مثال 4−38

(أ) الحل بالحساب

لنفترض مجموعة من القوى كالمبينة في الشكل (4−62). إذا كانت الكتلة في حالة توازن، أي متوقفة عن الحركة أو متحركة بسرعة ثابتة عندها يمكن الحديث عن توازن المساقط الأفقية للقوى وكذلك توازن مساقطها الشاقولية كما يلي:

من توازن المساقط الأفقية للقوى نحصل على:

$$P = F \qquad (1)$$

من توازن المساقط الشاقولية للقوى نحصل على:

$$N = mg \qquad (2)$$

لكن من قوانين الاحتكاك الجاف:

$$F = \mu N \qquad (3)$$

بتعويض (2) في (3) نجد:

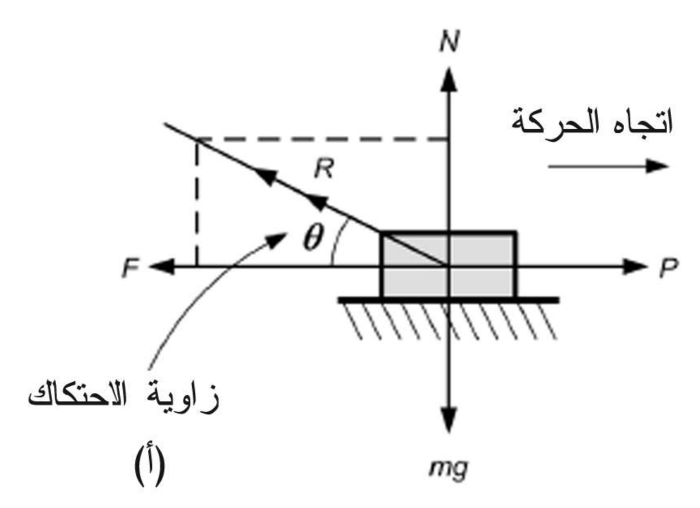
$$F = \mu mg \qquad (4)$$

وبتعويض (4) في (1) نجد:

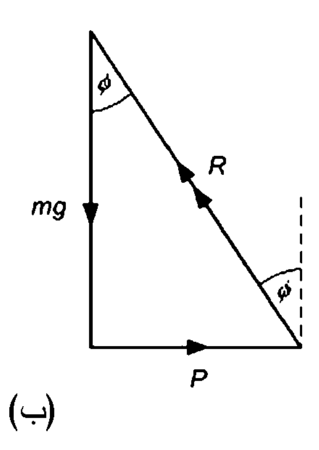
$$P = \mu mg$$

(ب) الحل بالرسم الشعاعي:

نعلم من دراستنا السابقة في تحليل القوى المستوية أنه يمكن جمع قوتين في قوة محصلة واحدة في المخطط الشعاعي. المخطط الفضائي للكتلة الجاري دراستها مبين في الشكل (4−a63)، حيث يمكن استبدال كل من F و N بالمحصلة R عند زاوية ϕ مع القوة الناظمة N.



الشكل 4−63: (أ) مخطط فضائي للكتلة الأفقية



الشكل 4−63: (ب) مخطط شعاعي.

يمكن أن نستنتج من الشكل (4−63) أن:

$$\frac{F}{R} = \sin\phi \Rightarrow F = R\sin\phi$$

$$\frac{N}{R} = \cos\phi \Rightarrow N = R\cos\phi$$

$$\frac{F}{N} = \frac{R\sin\phi}{R\cos\phi} = \tan\phi$$

لكن $\frac{F}{N} = \mu$

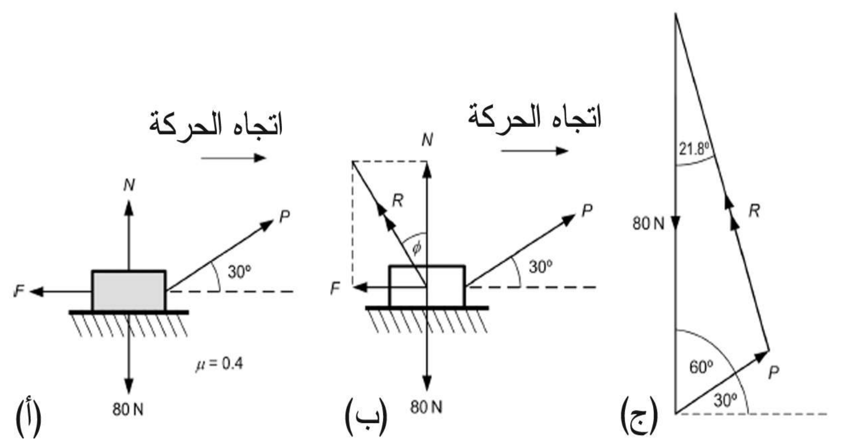
بالتالي $\mu = \tan\phi$

تعرف الزاوية ϕ بزاوية الاحتكاك.

بما أن القوتين F و N قد استبدلتا بالمحصلة R التي أصبحت واحدة من ثلاث قوى متحدة المستوي: mg و P و R وبالتالي يمكن الحل باستخدام مثلث القوى الذي مر سابقاً. باختيار مقياس رسم مناسب، يمكن تمثيل القوى، كما في الشكل (4−63 ب).

مثال 4−39

بالنسبة إلى الحالة المبينة في الشكل (4−64 أ)، أوجد قيمة القوة P للحفاظ على التوازن.



الشكل 4−64: (أ) توضيح الحالة. (ب) طويلة واتجاه القوى. (ج) مخطط يظهر القوة P.

يمكن حل هذه المسألة عن طريق التحليل الحسابي للقوى إلى مركباتها الشاقولية والأفقية، أو الحل عن طريق الرسم. سنستعرض كلتا الطريقتين في الحل أدناه.

(أ) الحل الحسابي:

من توازن المساقط الأفقية للقوى نحصل على:

$$F = P\cos 30$$

من توازن المساقط الشاقولية للقوى نحصل على:

$$N + P\sin 30 = 80$$

لكن

$$F = \mu N$$

بالتعويض في N نجد:

$$F = \mu(80 - P\sin 30)$$

بفرض أن $\mu = 0.4$ وباستبدال F في المعادلة السابقة بالتعبير $P\cos 30$ وبشكل مشابه للمثال العام نجد:

$$P\cos 30 = 0.4(80 - P\sin 30)$$

بالضرب للتخلص من الأقواس وإعادة الترتيب نجد:

$$P\cos 30 + 0.4P\sin 30 = 0.4 \times 80$$

$$P(\cos 30 + 0.4\sin 30) = 32$$

$$P = 30.02\text{N}$$

(يجب التأكد من إمكانية المضي في الترتيب الجبري والمثلثات قبل دراسة الأمثلة اللاحقة والأكثر صعوبة).

(ب) الحل بالرسم:

طويلة واتجاه كل القوى المتعلقة بالكتلة مبينة بالشكل (4−64−ب) تذكر أن $\mu = \tan\phi$ إذن:

$$\tan\phi = \mu = 0.4 \Rightarrow \phi = \tan^{-1} 0.4$$

(أي ϕ =الزاوية التي ظلها 0.4)

$$\phi = 21.8°$$

من المخطط الشعاعي الناتج (الشكل4−64−ج) نجد أن P =30N

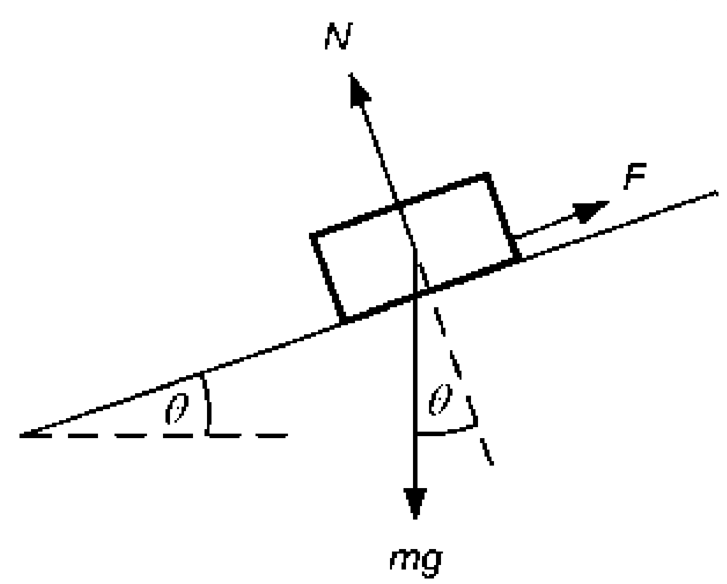
نقطة مفتاحية
يعطى معامل الاحتكاك بقيمة ظل زاوية الاحتكاك.

ننهي دراستنا القصيرة للاحتكاك بدراسة القوى المؤثرة في الجسم في حالة السكون على سطح مائل، ومن ثم القوى المؤثرة في الجسم عند الحركة على سطح مائل.

القوى المؤثرة في جسم ساكن مستند إلى سطح مائل

Forces on a body at rest on an inclined plane

بتذكر أن المقاومة الاحتكاكية تؤثر دائماً بحيث تعاكس الاتجاه الذي يسعى الجسم إلى التحرك فيه. لذلك في الشكل (4−65) حيث الجسم في حالة توازن حدي، (أي في مرحلة بدء الانزلاق على المستوي) تؤثر مقاومة الاحتكاك باتجاه أعلى المستوي.



الشكل 4−65: مجموعة قوى لجسم في حالة توازن على سطح مائل.

يمكن ملاحظة وجود ثلاث قوى تؤثر في الجسم، الوزن mg الذي يؤثر شاقولياً نحو الأسفل والقوة الناظمية N المؤثرة بشكل عمودي في المستوي والمقاومة الاحتكاكية F التي تؤثر بشكل موازٍ للمستوي. هذه القوى في حالة توازن ويمكن إيجاد قيمها عن طريق الحساب أو الرسم.

باستخدام علم المثلثات مرة أخرى، يمكن تحليل القوى إلى قوى موازية للمستوي وأخرى عمودية عليه.

من توازن القوى الموازية للمستوي نحصل على:

$$F = mg\sin\theta$$

ومن توازن القوى العمودية على المستوي نحصل على:

$$N = mg\cos\theta$$

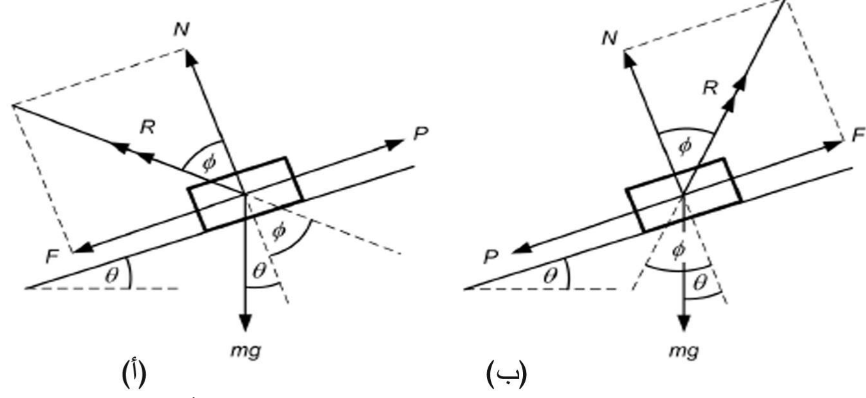
بالحل المشترك للمعادلة $F = \mu N$ مع المعادلتين السابقتين نجد: $\mu = \tan\theta$.

ملاحظة: عندما وفقط عندما يكون جسم ما على مستوي مائل في حالة توازن حدي ولا تؤثر فيه أية قوى خارجية عندها تكون زاوية الانحدار θ مساوية لزاوية الاحتكاك ϕ أي $\theta = \phi$.

تتطلب منا طريقة الرسم استخراج المخطط الشعاعي لمثلث القوى، الذي نستطيع من خلاله تحديد $\theta = \phi$ و μ.

القوى المؤثرة في جسم متحرك إلى الأعلى والأسفل ومستند إلى سطح مائل

Forces on a body moving up and down an inclined plane



الشكل 4−66: مجموعة من القوى المؤثرة في جسم: (أ) يتحرك صعوداً على سطح مائل. (ب) ينزلق هبوطاً على سطح مائل.

يبين الشكل (4−66 أ) مجموعة من القوى المؤثرة في جسم يتحرك صعوداً على سطح مائل، بينما يبين الشكل (4−66 ب) مجموعة مشابهة من القوى المؤثرة في جسم ينزلق هبوطاً على سطح مائل.

ادرس كلاً من هذين المخططين بعناية منتبهاً إلى ترتيب القوى. لاحظ أيضاً الفرق الواضح بين زاوية الاحتكاك ϕ وزاوية الانحدار θ. يؤثر الوزن mg دائماً بشكل شاقولي نحو الأسفل، بينما قوة الاحتكاك تعاكس دائماً القوة P التي تحاول التسبب بالحركة صعوداً أو هبوطاً على المنحدر. يمكن حل كل المسائل المتعلقة بالأجسام المتحركة صعوداً أو هبوطاً على سطح مائل بالحساب أو الرسم. فيما يلي تفصيل لتحليل القوى ومخططات الأشعة العامة لكل حالة:

(أ) القوى المؤثرة في جسم يتحرك صعوداً على مستوي (الشكل (4−66−أ)).

من توازن المساقط الأفقية للقوى نحصل على:

$$P = F + mg\sin\theta$$

من توازن المساقط الشاقولية للقوى نحصل على:

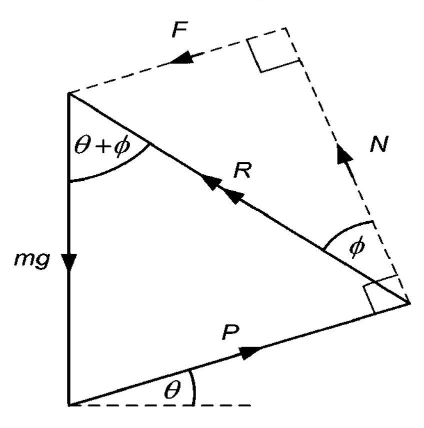
$$N = mg\cos\theta$$

$$F = \mu N = \mu mg\cos\theta$$

بالتالي:

$$P = \mu mg\cos\theta + mg\sin\theta$$

الحل باستخدام الرسم الشعاعي يأخذ شكلاً عاماً مبيناً في الشكل (4−67).



الشكل 4−67: الحل باستخدام الرسم الشعاعي عند صعود الجسم على المستوي.

(ب) القوى المؤثرة في جسم يتحرك هبوطاً على المستوي (الشكل (4−66 ب))

من توازن المساقط الأفقية للقوى نحصل على:

$$P + mg\sin\theta = F$$

من توازن المساقط الشاقولية للقوى نحصل على:

$$N = mg\cos\theta$$

$$F = \mu N = \mu mg\cos\theta$$

بالتالي:

$$P = \mu mg\cos\theta - mg\sin\theta$$

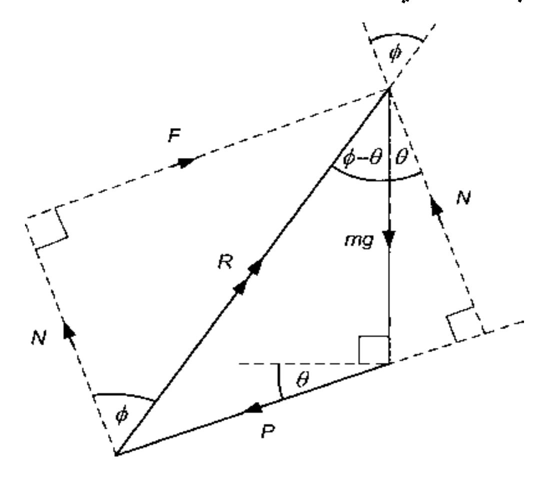
أما الحل الشعاعي فيأخذ الشكل العام المبين في الشكل (4−68).

مثال 4−40

(أ) يتحرك جسم كتلته 400kg على مستوي أفقي بواسطة قوة أفقية مقدارها 850N وبسرعة ثابتة. احسب معامل الاحتكاك.

(ب) يتحرك بعدها الجسم على مستوي مصنوع من نفس المادة ويميل بزاوية 30° عن الأفق.

القوة P التي تميل بزاوية 15° عن المستوي تستخدم لجر الجسم نحو أعلى المستوي بسرعة ثابتة. حدد قيمة P.



الشكل 4−68: الحل بالرسم الشعاعي عندما يهبط الجسم على المستوي.

(أ) الجسم يتحرك بسرعة ثابتة، وبالتالي تختفي قوة العطالة. المخطط الفضائي لمجموعة القوى موضح في الشكل (4−69 أ).

بالحساب: من توازن المساقط الأفقية للقوى نحصل على:

$$F = 850\,N$$

من توازن المساقط الشاقولية للقوى نحصل على:

$$N = (400)(9.81) = 3924N$$

ولكن

$$F = \mu N$$

بالتالي:

$$\mu = \frac{F}{N} = \frac{850}{3924}$$
$$\mu = 0.217$$

أيضاً من المخطط الشعاعي (الشكل (4−69 ب)) نلاحظ:

$$\phi = 12.2 \Rightarrow \mu = 0.217$$

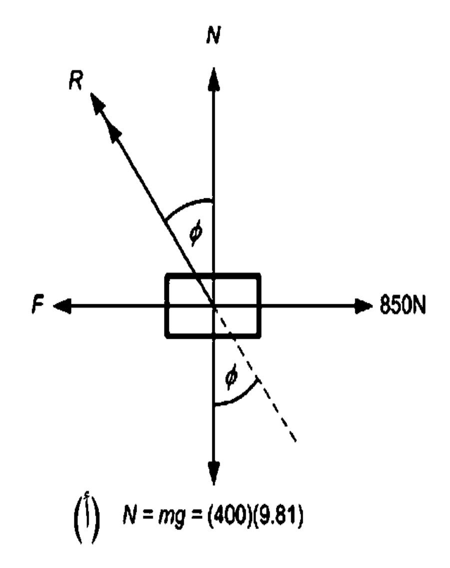
(ب) المخطط الفضائي لمجموعة القوى موضح في الشكل (4−69 ج).

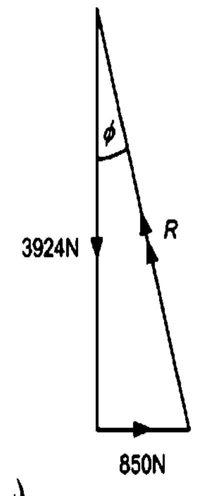
بالحساب: من توازن المساقط الأفقية للقوى نحصل على:

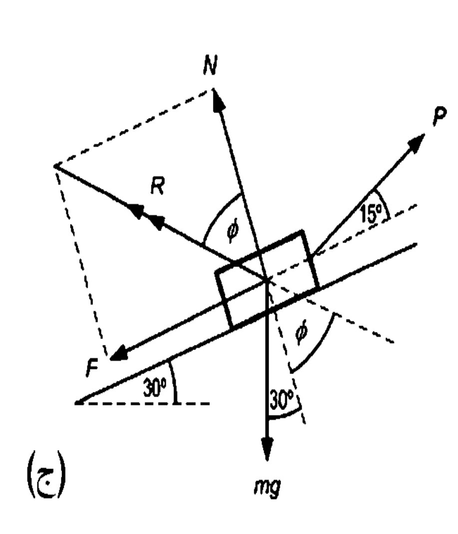
$$P\cos 15 = (400)(9.81)\sin 30 + F$$

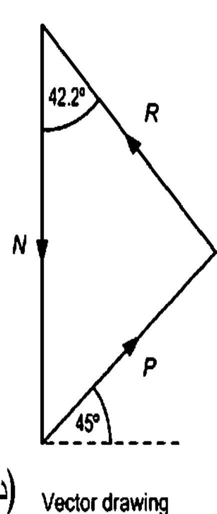
من توازن المساقط الشاقولية للقوى نحصل على:

$$N + P\sin 15 = (400)(9.81)\cos 30$$
$$N = (400)(9.81)\cos 30 - P\sin 15$$









الشكل 4−69

لكن $F = \mu N$ وعليه

$$F = 0.217[(400)(9.81)(\cos 30) - P\sin 15]$$

$$P\cos 15 = (400)(9.81)\sin 30 + 0.217[(400)\times(9.81)(\cos 30) - P\sin 15)]$$

ومنه $P = 2794.5N$

أيضاً إذا رُسم المخطط الشعاعي (الشكل(4-69 د)) بالمقياس سوف نجد أن $P \approx 2.8kN$ عند زاوية °45 من الأفق.

اختبر فهمك 4-16

1- ما هي المتغيرات التي تعتمد عليها قيمة المقاومة الاحتكاكية؟

2- "تحت كل الظروف، تبقى المقاومة الاحتكاكية مستقلة عن السرعة النسبية للسطوح المتحاكة"

هل هذه العبارة صحيحة أم لا؟ ما هو السبب.

3- عرف:

(أ) زاوية الاحتكاك.

(ب) معامل الاحتكاك.

واشرح العلاقة بينهما.

4- ارسم مخططاً فضائياً يظهر جميع القوى المؤثرة في جسم يتحرك بحركة منتظمة على طول سطح أفقي.

5- بين العلاقة بين الزوايا θ و ϕ:

(أ) عندما يبقى الجسم ساكناً على مستوي مائل.

(ب) عندما ينحدر الجسم على مستوي مائل بسرعة منتظمة.

6- ارسم مخططاً يبين جميع القوى المؤثرة في جسم أثناء حركته بسرعة ثابتة:

(أ) باتجاه الأعلى على مستوي مائل.

(ب) باتجاه الأسفل على مستوي مائل.

7- من أجل كلتا الحالتين السابقتين (السؤال6) حلّل القوى إلى مركبتين أفقية وشاقولية، وبيّن أنه:

بالنسبة إلى الجسم الصاعد $P = \mu mg\cos\theta$

وبالنسبة إلى الجسم الهابط $P = \mu mg\cos\theta - mg\sin\theta$

4−8−9 الآلات Machines

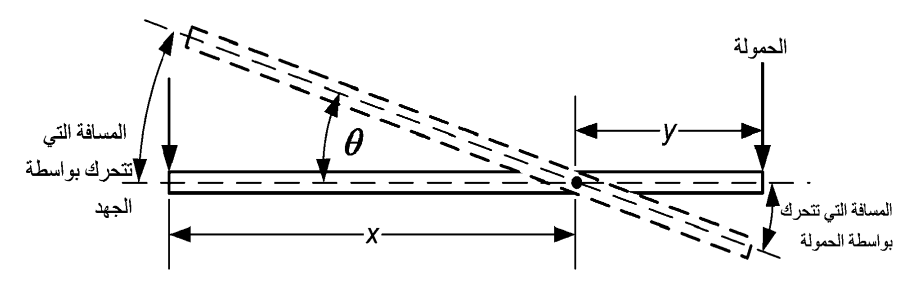
القوة العظمى التي يستطيع الإنسان أن يطبقها بدون دعم محدودة. وبالتالي لطالما حاول الإنسان أن يبتكر طرائق يتمكن من خلالها تحريك حمولة بجهد صغير، وهذا يمكن التوصل إليه عن طريق استخدام الآلات. يمكن تعريف الآلة بأنها اتحاد مجموعة عناصر لنقل أو تعديل عمل قوة أو عزم لأداء عمل مفيد. تمدنا الآلات بأمثلة كثيرة عن تطبيقاتها النظرية المرتبطة بالعمل والقوة والطاقة.

نقطة مفتاحية
في كل الآلات العملية هناك مقدار خسارة، لذلك تكون الفائدة الميكانيكية أقل من نسبة السرعة.

الفائدة الآلية ونسبة السرعة والمردود

Mechanical advantage, velocity ratio and efficiency

واحدة من أبسط الآلات الأساسية هي الرافعة البسيطة (الشكل (4−70)) حيث يكون المرتكز أو نقطة الارتكاز بين الحمولة والجهد.



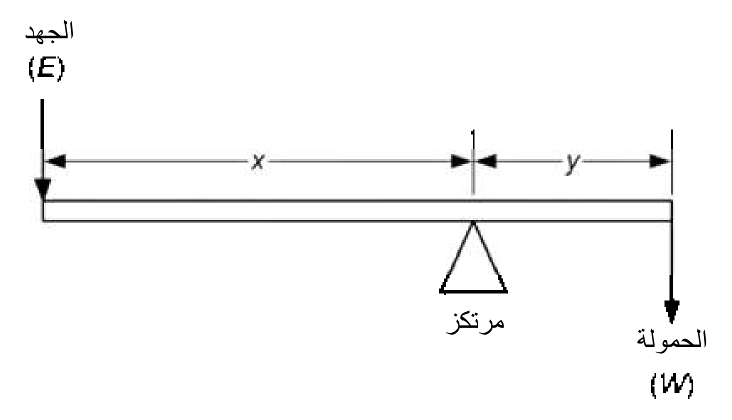
الشكل 4−70: الرافعة البسيطة.

تكون هذه الآلة ذات فائدة فقط، عندما يكون الجهد المطبق أقل من الحمولة المطلوب تحريكها. تعرف نسبة الحمولة إلى الجهد باسم الفائدة الميكانيكية للآلة، أي:

$$\text{الفائدة الميكانيكية}\ (\text{MA}) = \frac{\text{الحمولة}}{\text{الجهد}} = \frac{W}{E} = \frac{x}{y}$$

قد تتساءل لماذا تتساوى نسبة ذراعي المرتكز، x و y، مع الفائدة الميكانيكية MA أيضاً. ستتذكر من عملك على العزوم أنه لتحقيق التوازن يجب أن تتحقق العلاقة $Ex = Wy$، وبإعادة ترتيب هذه العلاقة نجد: $\frac{W}{E}=\frac{x}{y}$، كما رأينا أعلاه.

نلاحظ هنا أن الفائدة الميكانيكية هي نسبة، وبالتالي ليس لها واحدة.



الشكل (4−71) المسافة التي يقطعها الجهد والحمولة لرافعة مرتكز بسيطة.

نقطة مفتاحية
كي تكون لآلة ما قيمة عملية، يجب أن تكون فائدتها الميكانيكية أكبر من 1.

الآن، كما ذكرنا سابقاً، كي يكون لآلة استخدام عملي يجب أن تكون فائدتها الميكانيكية أكبر من 1، ولكنها لن تكون ثابتة بسبب الحاجة إلى التغلب على الضياعات ضمن الآلة، مثل الاحتكاك، والانحراف والحركات الارتدادية ...إلخ. بالنسبة إلى الحمولات الصغيرة تكون الفائدة الميكانيكية صغيرة، ولكن بما أن حصة الجهد الكلي المطلوب للتغلب على الضياعات تقل مع ازدياد الحمولة، فإن الفائدة الميكانيكية ستزداد.

من المستحيل الحصول على خرج عمل أكبر من دخل العمل لأي آلة. وبالتالي إذا كان الجهد أصغر من الحمولة، فيجب أن تكون مسافة انتقال الجهد أكبر من مسافة انتقال الحمولة، وهذه النقطة موضحة في الشكل (4−71). وتعرف نسبة سرعة الآلة بأنها:

$$\text{نسبة السرعة (VR)} = \frac{\text{مسافة انتقال الجهد}}{\text{مسافة انتقال الحمولة}}$$

$$= \frac{x\theta}{y\theta} = \frac{x}{y}$$

أيضاً، بما أننا نتعامل مع نسبة (في حالة المسافات) فإن نسبة السرعة ليست لها واحدة. تعطى المسافة التي يدورها جهد، يعمل دائماً بزوايا قائمة على الرافعة، بطول قوس $x\theta$، والمسافة التي تدورها الحمولة الشاقولية تعطى بمسافة أفقية $y\tan\theta$. بالنسبة إلى زاوية صغيرة (rad) فإن المسافة التي تدورها بواسطة الحمولة يمكن تقريبها إلى $y\theta$، وبالتالي فإن نسبة السرعة بالنسبة إلى هذه الآلة قد يتم تقديرها باستخدام النسبة: المسافة x على المسافة y.

المردود الميكانيكي η هو نسبة خرج العمل إلى دخل العمل وبالتالي:

$$\text{المردود } (\eta) = \frac{\text{خرج العمل}}{\text{دخل العمل}}$$

$$= \frac{\text{مسافة انتقال الحمولة} \times \text{الحمولة}}{\text{مسافة انتقال الجهد} \times \text{الجهد}}$$

وبما أن الحمولة على الجهد = الفائدة الميكانيكية، و:

$$\frac{\text{مسافة انتقال الحمولة}}{\text{مسافة انتقال الجهد}} = \frac{1}{\text{VR}}$$

إذن:

$$\text{المردود } (\eta) = \frac{MA}{VR}$$

وكنسبة مئوية تكون:

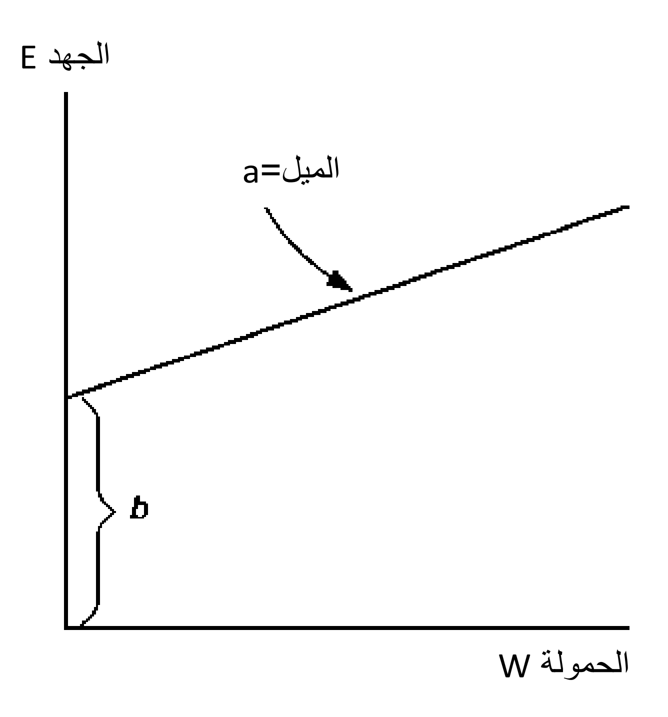
$$\text{المردود } (\eta) = \frac{MA}{VR} \times 100\%$$

بالنسبة إلى الآلة مثالية (لا يوجد أي ضياع) يكون المردود 100% وبالتالي، مما سبق، MA=VR. في كل الآلات العملية يوجد بعض الضياع، ولذلك يكون MA أقل من VR، وبتعبير آخر يكون المردود دائماً أقل من 100%.

نقطة مفتاحية
في كل الآلات العملية يوجد ضياع، لذلك يكون MA أقل من VR.

قانون الآلة Law of machine

إذا تم تنفيذ تجربة على آلة رفع بسيطة بهدف تحديد الجهد E المطلوب لرفع حمولة مقدارها W ، وتم رسم منحني بياني لـِ E مقابل W (الشكل (4-72)) لمجال قيم الحمولة فإننا سنحصل على خط بياني مستقيم.



الشكل 4-72: رسم بياني يوضح قانون الآلة.

يظهر الرسم البياني خطاً مستقيماً بالميل a والجزء المحصور b. وبتذكر قانون الرسم البياني للخط المستقيم ذي الشكل $y = mx + c$

ومقارنة هذا القانون بمتغيرات الرسم البياني، نحصل على العلاقة:

$$E = aW + b$$

هذه المعادلة تعرف بقانون الآلة.

مثال 4−41

أعطيت نتائج مجموعة قياسات للحمولة والجهد الموافق التي تم تنفيذها على آلة رافعة. تحرك الجهد مسافة 1m بينما ارتفعت الحمولة 25mm. برسم المخطط البياني للجهد مقابل الحمولة أوجد:

(أ) نسبة السرعة للآلة.

(ب) قانون الآلة.

(ج) الجهد المطلوب لرفع حمولة 1.5 kN.

(د) مردود الآلة عند رفع حمولة 800 N.

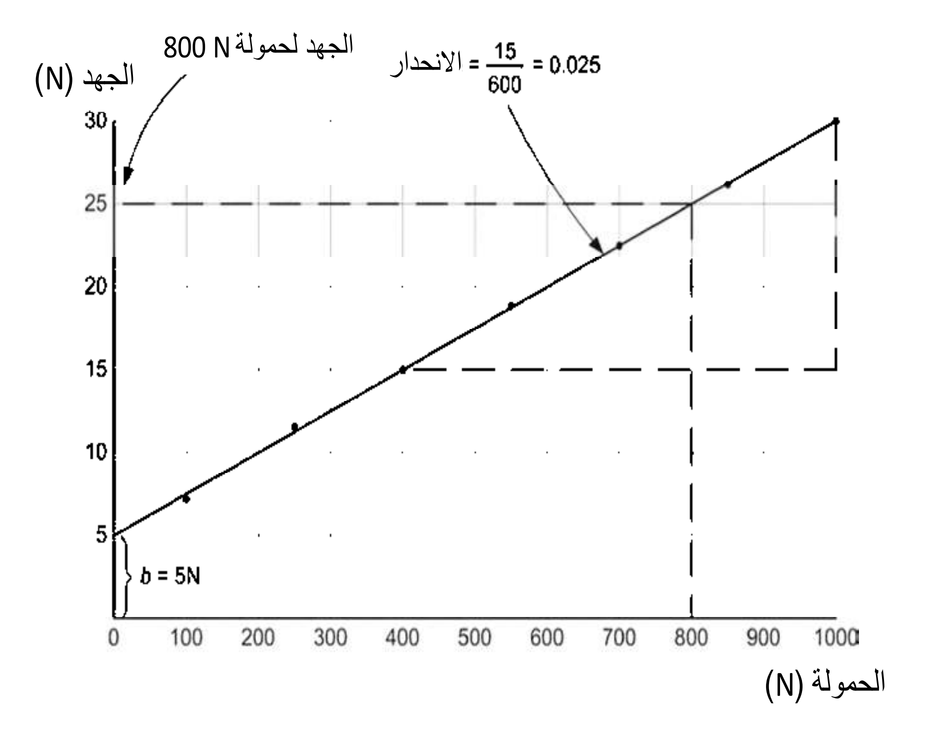
الحمولة (N)	100	250	400	550	700	850	1000
الجهد (N)	7	11.5	15	19	22.5	26	30

(أ) يمكن إيجاد نسبة السرعة بسهولة من البيانات المحددة:

$$VR = \frac{\text{مسافة انتقال الجهد}}{\text{مسافة انتقال الحمولة}}$$

$$= \frac{1000}{25} = 40$$

(ب) برسم المنحني البياني للجهد مقابل الحمولة، ينتج الشكل (4−73).



الشكل 4–73: الرسم البياني للجهد مقابل الحمولة.

من الرسم البياني يمكن رؤية أن الجزء المحصور intercept من الجهد b هو 5 N وأن انحدار الرسم البياني a هو 0.025، وبالتالي يكون قانون الرسم البياني:

$$E = 0.025W + 5$$

(ج) يمكن إيجاد الجهد المبذول لرفع حمولة 1.5kN من خلال التعويض في معادلة الآلة، أي:

$$E = (0.025)(1500) + 5 = 42.5\,\text{N}$$

(د) نعلم أن الفائدة الميكانيكية لآلة تتغير بتغير الحمولة. عندما تكون الحمولة 800 N، يتبين من الرسم البياني أن الجهد الموافق هو 25 N، وبالتالي فإن الفائدة الميكانيكية تعطى بالعلاقة:

$$MA = \frac{\text{الحمولة}}{\text{الجهد}} = \frac{800}{25} = 32$$

و:

$$VR = 40$$

وبالتالي عندما تكون الحمولة 800 N، يكون المردود η:

$$\frac{MA}{VR} = \frac{32}{40} = 0.8 = 80\%$$

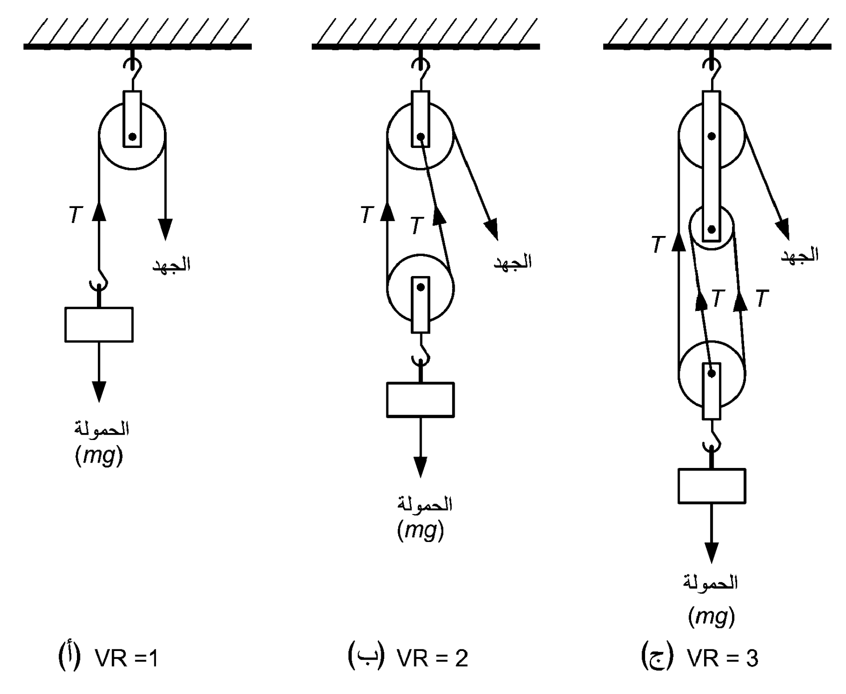
نقطة مفتاحية
يعطى مردود الآلة بالعلاقة *MA/VR*.

البكرات Pulleys

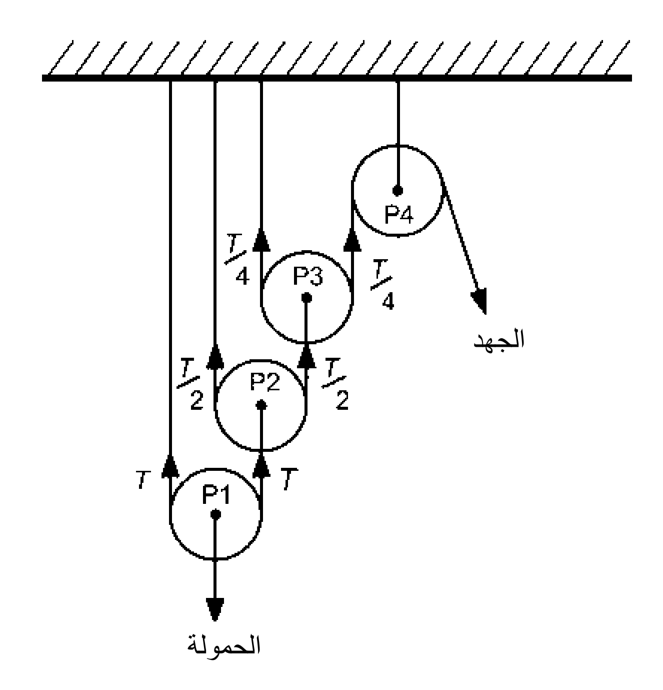
تستخدم أنظمة البكرات على نطاق واسع في الرافعات والمصاعد والآلات الرافعة والونش لرفع وتنزيل الحمولات الكبيرة. نظام الكبلات ضمن رافعة محرك الطائرة، المستخدم في عمليات نزع المحرك وتثبيته مثال جيد لاستخدامها. من أجل البكرات البسيطة، يمكن إيجاد نسبة سرعة البكرة عن طريق حساب عدد مقاطع الكبل التي ترفع الحمولة. يبين الشكل (4−74) هذه الطريقة.

نظام البكرة المبين في الشكل (4−75) يستخدم كابلات مختلفة متعددة لرفع الحمولة، في ظل هذه الظروف، لا يمكن إيجاد نسبة السرعة باستخدام طريقة العد البسيطة.

بداية يتم حمل الحمولة بشكل متساوٍ بواسطة الكبل الأول المار من الجائز حول البكرة P_1 إلى عمود البكرة P_2. وبالتالي فقد جزأت قوة الشد T وأصبحت تساوي نصف الحمولة (*load/2*). في P_2 نصف قوة الشد تتحملها P_3، ولذلك الحمولة التي انتقلت إلى P_3 هي ربع الحمولة (*load/4*). أيضاً في P_3 نصف هذه الحمولة الجديدة تحملها قوة الشد إلى الجائز، بينما يصل النصف الآخر إلى الجهد بعد دورانه حول P_4. لذلك فإن الجهد النموذجي يساوي ثمن الحمولة (*load/8*). لتعويض تخفيض الجهد ثماني مرات في آلة نموذجية، يجب أن تكون المسافة التي يتحركها الجهد أكبر بثماني مرات من المسافة التي تتحركها الحمولة، وبالتالي: VR=8.



الشكل 4–74: تحديد نسبة السرعة لنظام بكرات بسيطة.



الشكل 4–75: نظام متعدد البكرات والكبلات.

مثال 4−42

يطلب من جهد مقداره 30N، في نظام بكرات معين، رفع حمولة قيمتها 3 kN . إذا تحرك الجهد مسافة 1.5m لرفع الحمولة بمقدار 1cm، أوجد:

(أ) الفائدة الميكانيكية.

(ب) نسبة السرعة.

(ج) العمل المنجز(WD) لرفع الحمولة مسافة 4cm.

(د) مردود الآلة.

(أ) $$MA = \frac{\text{الحمولة}}{\text{الجهد}} = \frac{3000}{30} = 100$$

(ب) $$VR = \frac{\text{مسافة انتقال الجهد}}{\text{مسافة انتقال الحمولة}}$$

$$= \frac{1500mm}{10mm} = 150$$

(ج) العمل المنجز لرفع الحمولة 4cm: المسافة × القوة = WD

$$= (3000)(0.04) = 120J$$

(د) المردود:

$$\eta = MA/VR = 100/150 = 66.6\%$$

الرافعة اللولبية Screw jack

الرافعة اللولبية هي آلة بسيطة تستفيد من استعمال السن اللولبي لرفع حمولات كبيرة نسبياً بواسطة جهد صغير. إن المساند الميكانيكية التي تستخدم لتثبيت هيكل الطائرة خلال عمليات رفع الطائرة هي مثال على استخدام الرافعة اللولبية. في هذه التطبيقات، عادة ما يعمل زوج من الرافعات اللولبية بشكل مترادف لرفع وخفض عارضة تثبيت المنصة. يظهر الشكل (4–76 أ) الشكل العام لرافعة لولبية نموذجية، مع تطبيق جهد بنصف قطر r من مركز دوران السن اللولبي.

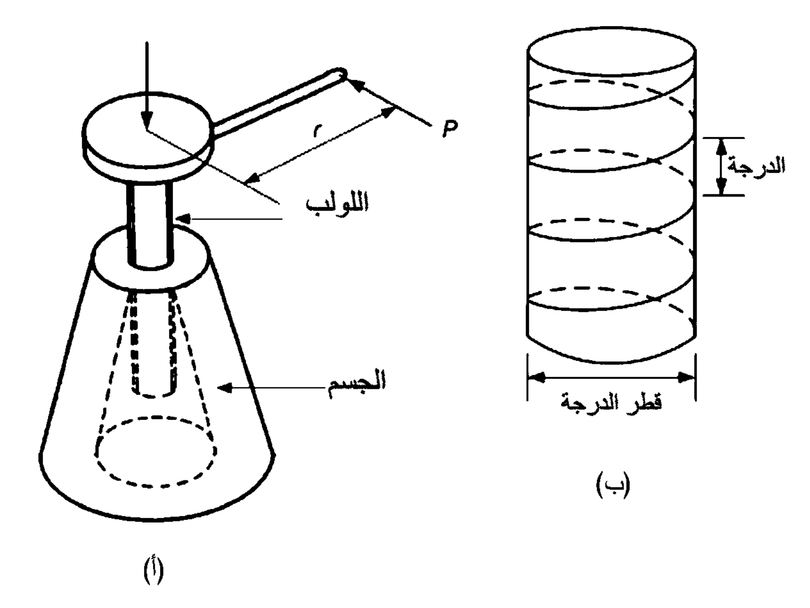
الشكل (4–76 ب) يظهر تفصيل السن اللولبي الحلزوني النموذجي. خطوة السن هي المسافة الشاقولية من سن إلى السن الذي يليه مقيسة على طول محور اللولب. والتقدم هو المسافة الشاقولية التي تنتقلها الرافعة من أجل دورة كاملة للسن اللولبي. من أجل لولب بباب واحد يساوي هذا التقدم خطوةَ السن. من أجل لولب بعدة أبواب فإن التقدم بساوي حاصل صرب الخطوة بعدد الأبواب. إذا كان الجهد مطبقاً بشكل مباشر على الرافعة اللولبية، فإنه من أجل دورة واحدة:

$$\text{نسبة السرعة} = \frac{\text{مسافة انتقال الجهد}}{\text{مسافة انتقال الحمولة}}$$

$$\text{نسبة السرعة} = \frac{\text{قطر الخطوة} \times \pi}{\text{التقدم}}$$

إذا كان الجهد مطبقاً بشكل أفقي بواسطة رافعة، كما هــو مبيــن في الشكل العام (الشكل (4–76 أ)). وعليه:

$$VR = \frac{2\pi r}{\text{التقدم}}$$



الشكل 4-76: الشكل العام لرافعة لولبية وتفصيل السن اللولبي.

نقطة مفتاحية
تقدم السن اللولبي يساوي حاصل ضرب الخطوة بعدد الأبواب.

مثال 4-43

مطلوب تطبيق جهد مقداره 120N على نصف قطر رافعة لولبية نصف قطرها 300mm لرفع حمولة قيمتها 9kN. إذا كان اللولب ذا بابين وخطوته تساوي 5mm، حدد:

(أ) نسبة السرعة.

(ب) الفائدة الميكانيكية.

(ج) مردود الرافعة اللولبية.

(أ) $VR = \frac{2\pi r}{\text{الحمولة}} = \frac{(2)(\pi)(0.3)}{(2)(0.005)} \cong 189$

حيث إن التقدم = 2 × الخطوة، بسبب وجود بابين للولب.

(ب)

$$MA = \frac{\text{الحمولة}}{\text{الجهد}} = \frac{9000}{120} = 75$$

(ج) $\eta = \frac{MA}{VR} = \frac{75}{189} = 0.397 = 39.7\%$ المردود

سلسلة المسننات Gear trains

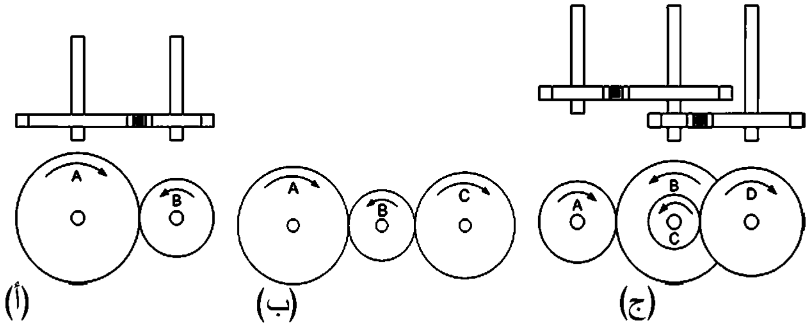
تتكون سلسلة المسننات البسيطة من مسننين معشقين بمقاييس مختلفة، محمولين على عمودين منفصلين (الشكل (4−77 أ)). إذا كان الدولاب المسنن A هو القائد فإن دولاب المسنن B هو المقاد. يدور المسننان القائد والمقاد في اتجاهين متعاكسين. إذا كان المطلوب هو دوران في نفس الاتجاه يتم إضافة مسنن وسيط (الشكل (4−77 ب)).

إذا تم تحريك سلسلة مسننات بسيطة بدون وسيط بسرعة n rpm وكان T عدد أسنان الدولاب المسنن، عندها وعلى افتراض عدم وجود انزلاق، سيكون عدد الأسنان المعشقة في كلٍّ من المسننين واحداً لذلك:

$$n_1 \times T_1 = n_2 \times T_2$$

و:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{VR}$$



الشكل 4−77: سلسلة مسننات بسيطة مع وبدون مسنن وسيط.

وبشكل مماثل سلسلة المسننات مع وسيط:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{T_1}{T_2}$$

و:

$$\frac{n_3}{n_2} = \frac{T_2}{T_3}$$

إذن:

$$\frac{n_3}{n_2} \times \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_3}{n_1} = \frac{T_2}{T_3} \times \frac{T_1}{T_2}$$

وبالتالي:

$$\frac{n_3}{n_1} = \frac{T_1}{T_3} = \frac{1}{VR}$$

وبالنسبة إلى سلسلة مسننات بسيطة:

نسبة السرعة = عدد الأسنان في المسنن الأخير / عدد الأسنان في المسنن الأول

يعرف تنظيم المسننات الذي يتوضع فيه مسننان أو أكثر على نفس العمود، بأنه سلسلة مركبة (الشكل (4–77 ج)). بشكل عام فإن نسبة السرعة لهذه الأنظمة يمكن أن تكون كالتالي:

VR= سرعة الدخل / سرعة الخرج = حاصل ضرب أعداد الأسنان في الدواليب المقادة / حاصل ضرب أعداد الأسنان في الدواليب القائدة

مثلاً في نظام المسننات المركب المبين أعلاه، للمسنن A 20 سناً، وللمسنن B 80 سناً، وللمسنن C 10 أسنان، وللمسنن D 40 سناً. على افتراض أن المسنن A هو القائد يكون:

$$VR = \frac{B}{A} \times \frac{D}{C} = \frac{(80)(40)}{(20)(10)} = 16$$

ما قيل أعلاه يفترض أن تنظيم المسننات المركب هذا سيؤدي إلى انخفاض في السرعة، حيث سرعة الدخل أكبر من سرعة الخرج بـِ 16 مرة.

نقطة مفتاحية
يستخدم المسنن الوسيط لتغيير اتجاه حركة المسنن المقاد. وليس له أي تأثير في نسبة السرعة الناتجة.

اختبر فهمك 4-17

1- أعط تعريفاً بسيطاً للآلة.

2- عرّف: (أ) نسبة السرعة (VR). (ب) الفائدة الميكانيكية (MA).

3- إذا كانت مسافة انتقال الجهد في آلة 2.45m، ومسافة انتقال الحمولة 10mm ومردود الآلة 75%، حدد الفائدة الميكانيكية للآلة.

4- اكتب قانون آلة الرفع، وعرِّف كلاًّ من المتغيرات في القانون.

5- اكتب بالتفصيل طريقة واحدة لتحديد نسبة السرعة لنظام بكرات بسيط.

6- يطلب تطبيق جهد قدره 150N على نصف قطر قدره 250mm لرفع حمولة 10kN على رافعة لولبية، إذا كان تقدم اللولب 8mm. حدد نسبة السرعة والفائدة الميكانيكية ومردود الرافعة.

7- في نظام مسننات مركب، للمسنن القائد المستقل الأولي 100 سن، يحرك بدوره مسنناً ثانياً له 30 سناً، وهناك مسنن ثالث متعلق بنفس العمود ذو 80 سناً، ويحرك مسنناً نهائياً ذا 20 سناً. حدد نسبة سرعة النظام، واذكر ما إذا كان هذا نظام تسارع أو تباطؤ.

3-4 أسئلة عامة

1- ينطلق جسم من حالة السكون وبتسارع منتظم $1.5\ m/s^2$ حتى تصل سرعته إلى 6 m/s، ثم يقطع مسافة بسرعة 6 m/s لمدة 12 s، بعد ذلك تتناقص سرعته إلى 2 m/s. إذا استغرقت الرحلة بشكل كامل 18 s أوجد:

(أ) الوقت اللازم ليصل إلى 6 m/s

(ب) الإعاقة.

(ج) المسافة الكلية المقطوعة.

2- طائرة خفيفة كتلتها 2500 kg تتسارع من 100 إلى 150 mph خلال 3s. إذا كانت مقاومة الهواء 1800 N/tonne . أوجد ضمن وحدات النظام الدولي:

(أ) معدل التسارع.

(ب) القوة اللازمة لإيجاد التسارع.

(ج) قوة العطالة.

(د) قوة دفع الطائرة.

3- تسير طائرة ذات محركين بسرعة 450 mph وسرعة خروج الهواء من كلا المحركين متماثلة وتساوي 280 m/s. إذا كانت كتلة الهواء العابر للمحرك 350 lb/s، حدد الدفع الناتج من كل محرك بوحدات النظام الدولي.

4- يبذل محرك قيادة رفرفة طائرة عزم تدوير مقداره 25 Nm بسرعة 3000 rpm. احسب الطاقة الناشئة عن ذلك.

5- تدور طائرة كتلتها $60\,000\ kg$ في دوران أفقي ثابت بنصف قطر 650m وبسرعة 600kph، حدد القوة النابذة التي تسعى إلى إبعاد الطائرة عن مسارها.

6- يتحرك جسم بحركة توافقية بسيطة (SHM)، بسعة 100mm وتردد 2Hz. أوجد السرعة والتسارع الأعظمي.

7- تسحب قاطرة كتلتها 80 طناً 11 مركبة، كتلة كل منها 20 طناً إلى الأعلى بميلان 1 إلى 80. مقاومة احتكاك الحركة 50 N/tonne. إذا تسارع القطار بانتظام من 36kph إلى 72kph خلال مسافة 1600m حدد:

(أ) التغير في طاقة القطار الكامنة (PE).

(ب) التغير في الطاقة الحركية (KE).

(ج) العمل المنجز لمقاومة الاحتكاك.

(د) الطاقة الميكانيكية الكلية اللازمة.

8- تنطلق مركبة من حالة السكون بشكل حر على منحدر درجة انحداره 1 إلى 10. باستخدام مبدأ مصونية الطاقة وبإهمال أية مقاومة للحركة، أوجد سرعة العربة بعد أن تقطع مسافة 150m على طول هذا المنحدر.

9- تم وضع حمولة كتلتها 500 kg على قاعدة سطح يميل 30° عن الأفق. تستخدم قوة P موازية للمستوي لسحب الجسم إلى أعلى المستوي بسرعة ثابتة. إذا كان عامل الاحتكاك 0.25، حدد قيمة قوة السحب.

10- رافعة لولبية بباب واحد، طول خطوتها 5mm. يطبق جهد على نصف قطر مقداره 0.15m. إذا تم رفع كتلة مقدارها 1000 kg بجهد 250 N، حدد مردود الرافعة اللولبية.

9-4 الموائع Fluids

سندرس في هذا القسم السلوك السكوني والديناميكي للموائع. يمكن تعريف المائع بأنه مائع أو غاز، وكلاهما سيتم دراسته هنا.

1-9-4 الضغط Pressure

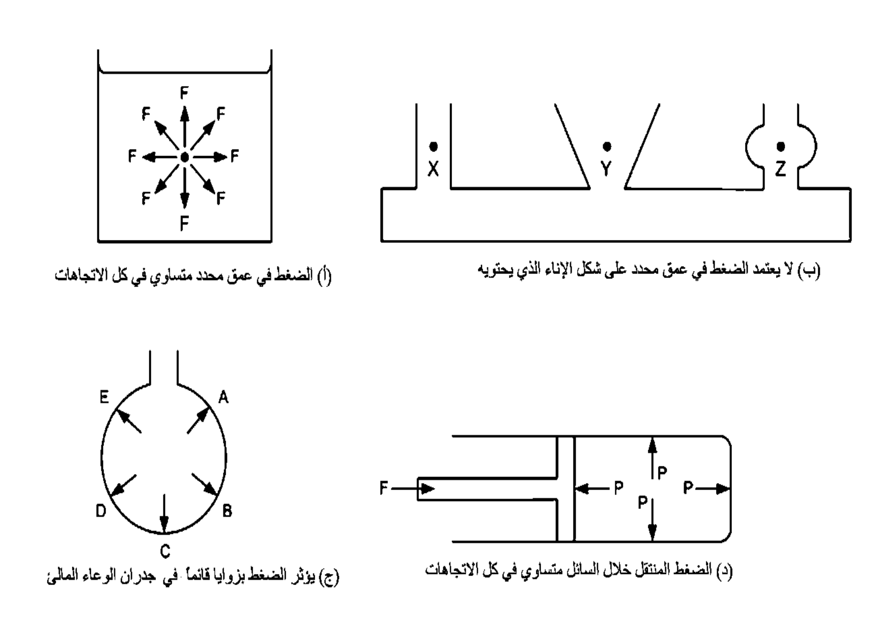
لقد تطرقنا سابقاً إلى مفهوم الضغط، الذي تم تعريفه سابقاً، بالقوة على وحدة المساحة. في الحقيقة هناك أنواع متعددة من الضغط، التي لم يتم تعريفها سابقاً، وهذه تتضمن **الضغط الهيدروستاتيكي** (الضغط الناشئ عن كتلة مائع ساكنة)

و**الضغط الجوي** و**الضغط الديناميكي** بسبب حركة المائع، بالإضافة إلى الضغط المطبق على الأجسام الصلبة، الذي درسناه سابقاً.

ستصادف الضغط معبَّراً عنه بوحدات مختلفة كثيرة، لذلك أدرجت وحدات الضغط الأكثر شيوعاً في الجدول (4−7) وتمّت إعادتها هنا من أجل راحتك.

وحدات الضغط الأكثر شيوعاً

نظام القياس	الوحدات
SI	N/m^2 و MN/m^2
SI	$1\ Pa = 1\ N/m^2$
SI	$1\ bar = 105\ Pa = 105\ N/m^2$
SI	مليمتر زئبقي (mmHg)
بريطاني	باوند قوة على الإنش المربع lbf/in^2.(psi)
بريطاني	إنش زئبقي (in.Hg)



الشكل 4−78: توضيح لقوانين ضغط المائع.

قانون ضغط المائع Laws of fluid pressure

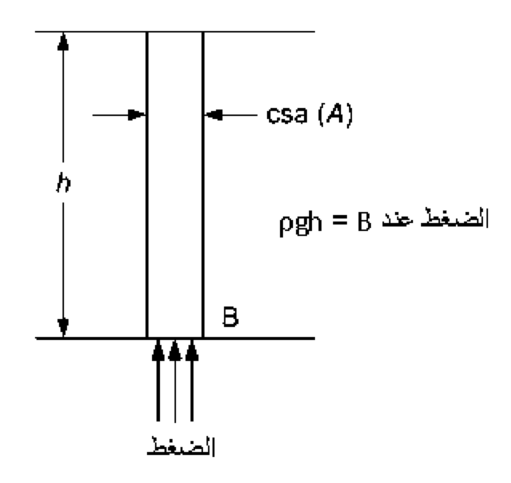
هناك أربعة عوامل أو قوانين تحكم الضغط ضمن الموائع. يتم تعريف هذه القوانين الأربعة بالرجوع إلى الشكل (4–78) كالتالي:

(أ) الضغط في عمق محدد داخل مائع ما متساوي في كل الاتجاهات.

(ب) الضغط في عمق محدد داخل مائع ما لا يعتمد على شكل الوعاء الذي يحويه. في الشكل (4–78 ب) الضغط في النقاط X و Y و Z هو نفسه.

(ج) يؤثر الضغط بزوايا قائمة في سطوح الوعاء الذي يحويه.

(د) عندما يطبق ضغط على مائع، فإنه ينتقل بشكل متساوٍ في كلّ الاتجاهات.



الشكل 4–79: الضغط في نقطة من المائع.

الضغط الهيدروستاتيكي Hydrostatic pressure

يمكن تحديد الضغط في نقطة ما من مائع ما باعتبار قوة وزن المائع فوق النقطة. انظر الشكل (4–79). إذا كانت كثافة السائل معروفة، عندها يمكن أن نعبّر عن وزن السائل ضمن مصطلح كثافته وحجمه، لأن الكثافة تساوي الكتلة تقسيم الحجم. وتعطى كتلة السائل بالعلاقة:

$$m = \rho \times \mathrm{A} \times h$$

حيث:

m = كتلة السائل.

ρ = الكثافة.

A = مساحة المقطع العرضي.

h = الارتفاع.

وبما أن الوزن يساوي الكتلة مضروبةً بتسارع الجاذبية، فإن الوزن بالعلاقة يعطى:

$$W = \rho Agh$$

ويتبع أن الضغط بسبب وزن المائع (الضغط الهيدروستاتيكي) يساوي الوزن تقسيم المساحة A، أي:

الضغط الهيدروستاتيكي بسبب وزن السائل = ρgh.

إذا كانت وحدات النظام الدولي المستخدمة من أجل الكثافة (kg/m^3)، وتسارع الجاذبية ($9.81\ m/s^2$) والارتفاع (m)، عندها يعبّر عن الضغط بالوحدة N/m^2 أو الباسكال Pa.

لاحظ أن الضغط الجوي فوق المائع مهمل، الصيغة السابقة تشير إلى ضغط المقياس، يجب تذكر هذا دائماً عند استخدام هذه الصيغة. سيتم التطرق بشكل أكبر إلى العلاقة بين ضغط المقياس والضغط الجوي عند دراستنا للضغط الجوي لاحقاً.

نقطة مفتاحية
ρgh = ضغط المقياس.

مثال 4−44

أوجد قيمة h للزئبق الموافقة للضغط $101.32\ kN/m^2$. اعتبر أن كثافة الزئبق تساوي $13600\,kg/m^3$.

بما أن الضغط $p = \rho g h$ فإن $h = p / \rho g$ وباستخدام وحدات القياس الدولية:

$$h = \frac{1\,013\,20}{(13\,600)(9.81)} = 0.76\text{m}$$

أو $=760$ mmHg

وبالتالي، هذا هو ارتفاع الزئبق المطلوب لموازنة الضغط الجوي القياسي.

المطبعة الهيدروليكية Hydraulic press

المطبعة الهيدروليكية هي أحد تطبيقات ضغط الموائع، المعروف أحياناً باسم مكبس براما (Bramah press). يمكن استخدام هذه الآلة الهيدروليكية في اختبار الوزن الساكن (dead weight)، والمحرك الهيدروليكي ورفع الحمولات واختبار الضغط والقص. يظهر الشكل (4−80) النظام العام لهذه الآلة. بما أن المائع الموجود ضمن الآلة هو زيت هيدروليكي سائل، وهو شغلياً غير قابل للانضغاط، فإن السائل المزاح بواسطة مكبس الجهد يجب أن يكون مساوياً لكمية السائل المزاح في مكبس الحمولة. بعبارة أخرى، الحجمان A_1x و A_2y يجب أن يكونا متساويين. وبالتالي تعطى نسبة السرعة بالعلاقة:

$$VR = \frac{x}{y} = \frac{A_2}{A_1}$$

أو نعبّر عن ذلك بالقول:

$$\text{النسبة } VR = \frac{\text{المسافة المقطوعة من قبل مكبس الجهد } x}{\text{المسافة المقطوعة من قبل مكبس الحمولة } y} = \frac{\text{مساحة مكبس الحمولة } A_2}{\text{مساحة مكبس الجهد } A_1}$$

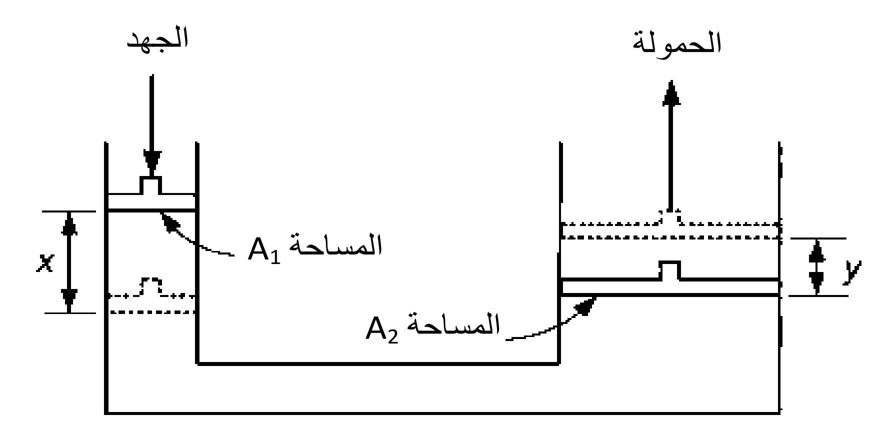
مثال 4−45

(أ) يتم تطبيق قوة 500 N على الأسطوانة الصغيرة لمكبس هيدروليكي، مساحة مقطعها العرضي تساوي $10\ cm^2$. ومساحة المقطع العرضي للأسطوانة

الكبيرة تساوي $180\ cm^2$. ما الحمولة التي يمكن رفعها بواسطة المكبس الأكبر، إذا كانت المكابس بنفس المستوى؟

(ب) ما الحمولة التي يمكن رفعها بالمكبس الأكبر إذا كان المكبس الأكبر أخفض من المكبس الأصغر بـــ 0.75 m ؟

اعتبر أن كثافة الزيت في المكبس $850\ kg/m^3$.



الشكل 4−80: مكبس براما.

الوضع لكلتا الحالتين مبين في الشكل (4−81).

(أ) نعلم أن $P_2=P_1$، بما أن الضغط مطبق بالتساوي في كل الاتجاهات.

إذن:

$$\frac{F}{A_1}=\frac{W}{A_2}$$

أو

$$F=\frac{WA_1}{A_2}$$

عندها يكون

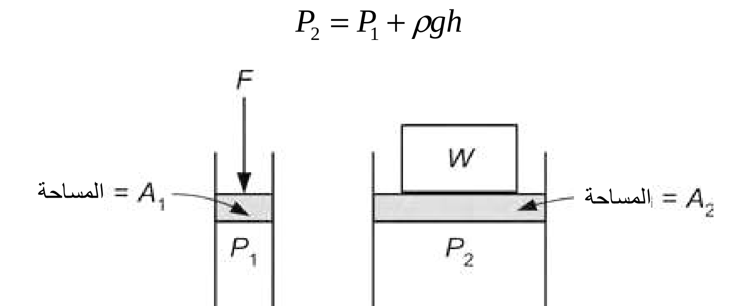
$$W=F\,A_2/A_1$$

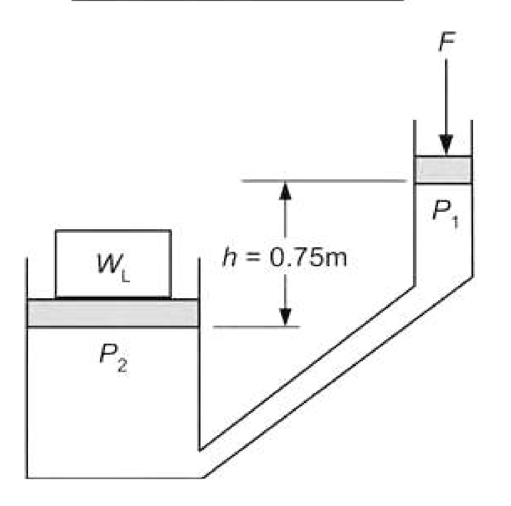
وبتعويض القيم نجد:

$$W=\frac{(500)(180\times10^{-4})}{1\times10^{-3}}=9000N$$

(ب) إذا كان المكبس الأكبر أخفض من المكبس الأصغر بمسافة 0.75 m، فإن الضغط P_2 يكون أكبر من P_1 بسبب فرق ارتفاع المائع.

$$P_2 = P_1 + \rho g h$$





الشكل 4−81

$$P_1 = \frac{F}{A_1} = \frac{500}{1\times10^{-3}} = 50\times10^4\ N/m^2$$

إذن:

$$P_2 = (50\times10^4) + (850\times9.81\times0.75)$$

$$P_2 = 50.6254\times10^4\ N/m^2$$

$$W_L = P_2 A_2 = (50.6254\times10^4)(180\times10^{-4}) = 911257N$$

الضغط الجوي Atmospheric pressure

لدى الهواء المحيط بالأرض كتلة، ويكتسب تأثيره بسبب الجاذبية الأرضية، وبالتالي فإنه يمارس قوة على سطح الأرض. هذه القوة على وحدة المساحة تعرف باسم الضغط الجوي (atmospheric pressure). وجد بالقياس أن هذا الضغط على سطح الأرض عند مستوى سطح البحر يساوي $101320\ N/m^2$ وبالوحدات البريطانية $14.7\ lbf/in^2$. وبالتالي $1\ bar\ (10^5\ N/m^2)$ أكبر بحوالى 14.5 مرة من $1\ lbf/in^2$، ويجب تذكر هذه العلاقة. (تخيل العواقب التي ستنتج من محاولتك بشكل غير متعمد أن تنفخ إطارات طائرة إلى 150 bar بدلاً من 150 psi!).

إن الفضاء الخارجي عبارة عن خلاء، فهو مجرد تماماً من المادة، وبالتالي ليس هناك أي ضغط في الخلاء. لذلك فإن قياس ضغط ما بالنسبة إلى الخلاء يعطي ضغطاً مطلقاً (absolute). من الضروري، في معظم التطبيقات العملية، معرفة كيف يتغير الضغط بالنسبة إلى الضغط الجوي الأرضي. لقد صمم مقياس الضغط لقراءة الصفر عندما يخضع للضغط الجوي، لذلك إذا ما تم وصل المقياس إلى إناء فإنه يقرأ فقط ضغط المقياس(guage pressure). بالتالي لتحويل ضغط المقياس إلى الضغط المطلق، يجب إضافة الضغط الجوي إليه، أي:

الضغط المطلق = ضغط المقياس + الضغط الجوي

مثال 4−46

إذا أخذت الضغط الجوي على أنه $101320\ N/m^2$. حوّل ضغط المقياس التالي إلى ضغط مطلق. أعط إجابتك بـــ kN/m^2 أو kPa:

(أ) $400\ kN/m^2$

(ب) $20\ MN/m^2$

(ج) 5000 Pa

(د) 3000 psi

نعلم مما سبق أن الضغط المطلق يساوي مجموع ضغط المقياس والضغط الجوي. لذلك فالمشكلة الوحيدة هنا هي التأكد من التحويل الصحيح للوحدات.

الضغط الجوي $= 101.32\ kN/m^2$

(أ) $400 + 101.32 = 501.32 \text{k N/m}^2$

(ب) $20\,000 + 101.32 = 20\,101.32 \text{ k N/m}^2$

(لاحظ أن MNm^{-2} هي الطريقة الأسية لكتابة MN/m^2)

(ج) $5 + 101.32 = 106.32 \text{ k N/m}^2$

(تذكر أن $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$)

(د) باستخدام الجدول (4−7) نحصل على: $\frac{3000 \text{ psi}}{0.145} = 20\,689.6 \text{ k N/m}^2$

وهو ضغط المقياس لهذه الحالة، وبالتالي فإن الضغط المطلق هو

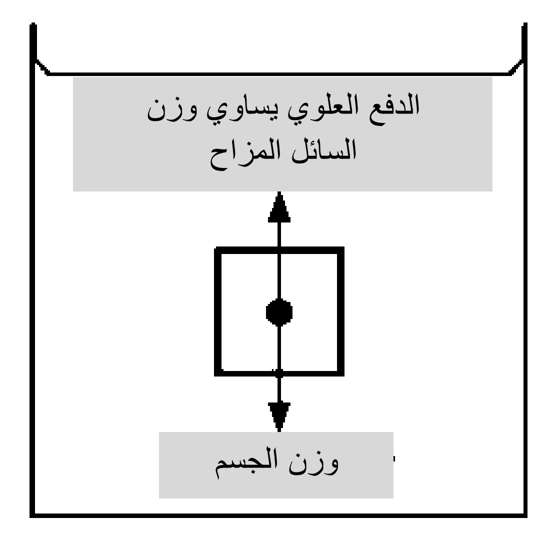
$$20\,689.6 + 101.32 = 20\,790.92 \text{ k N/m}^2$$

قابلية الطفو Buoyancy

من المعروف تماماً أنه إذا تم وضع قطعة معدنية فوق سطح الماء فإنها ستغرق، وإذا تم وضع قطعة فلين تحت سطح الماء فإنها ستطفو، إن سفينة من الفولاذ فيها حجم كبير من الفراغ الخالي داخل بدنها ستطفو أيضاً. دراسة العوم والغرق وارتفاع الأجسام المغمورة في مائع تعرف باسم قابلية الطفو (buoyancy). نعلم من دراسة ضغط المائع أن هناك زيادة في ضغط المائع كلما زاد العمق، بغضّ النظر عن طبيعة المائع. هنا يعني في النهاية أن هناك ضغطاً على الجسم يدفع به من الأسفل إلى الأعلى أكبر من الضغط الذي يدفع الجسم نفسه من الأعلى إلى الأسفل. لذلك تبعاً للعلاقة بين الكثافات النسبية للموائع والأجسام ذات الصلة، ترتبط قوة الدفع العلوية التي يسببها المائع مع قوة الوزن المبذولة من قبل الجسم المغمور فيه.

يوضح **أرخميدس** هذه العلاقة بشكل بليغ في مبدئه: عندما يغمر جسم ما في مائع فإنه يتعرض لرفع (upthrust) أو نقص ظاهري في الوزن، يساوي وزن المائع المزاح بسبب الجسم.

علاقة المساواة هذه موضحة في الشكل (4−82) حيث يمكن رؤية أن الجسم المغمور في المائع يطفو عندما تكون قوة الرفع، المساوية لوزن المائع المزاح، مساوية لوزن الجسم.



الشكل 4−82: يوضح قاعدة أرخميدس.

تمكننا هذه القاعدة ومفهوم قابلية الطفو من تحديد لماذا ومتى تطفو المناطيد ذات المحركات ومناطيد البالون والسفن والغواصات. تأمل مثلاً قابلية طفو منطاد الهيليوم. إن كثافة الجو تقل مع الارتفاع، لذلك عندما تكون قوة الرفع الناشئة من هواء الجو مساوية لوزن الهيليوم والمنطاد فإن المنطاد سيرتفع إلى ارتفاع محدد. هذا على افتراض أن المنطاد لا ينفجر أولاً!

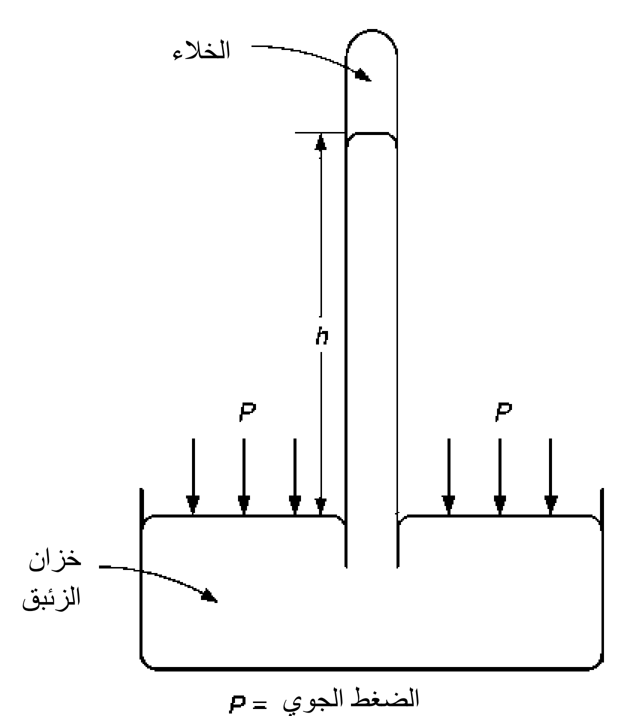
قياس الضغط Measurment of pressure

إن الأجهزة المستخدمة لقياس الضغط تعتمد على مقدار (قيمة) الضغط، ودقة القراءات المطلوبة، وما إذا كان الضغط سكونياً أو ديناميكياً. سنركز هنا على

البارومتر لقياس الضغط الجوي والمانومتر لقياس تغيرات الضغط المنخفضة، مثل تلك التي قد نجدها في المخبر أو تغيرات التدفق خلال نفق هوائي. هناك أمثلة إضافية على مقياس الضغط الديناميكي بسبب جريان المائع يمكن أن نتطرق إليها لاحقاً، عندما تدرس أجهزة قياس سرعة للطائرة (pitot-static)، وأيضاً عندما ندرس أنظمة موائع الطائرة.

نوعا البароميتر الأكثر شيوعاً لقياس الضغط الجوي هما النوع الزئبقي والنوع اللامائعي. أبسط شكل لنوع البارومتر الزئبقي (mercury barometer) موضح في الشكل (4–83). إنه يتألف من أنبوب ممتلئ بالزئبق منقلب ومنغمر جزئياً في حوض زئبقي.

تتم موازنة الضغط الجوي الذي يؤثر على الحوض الزئبقي مع الضغط ρgh الناشئ عن العمود الزئبقي. وهكذا يمكن حساب الضغط الجوي من ارتفاع العمود الزئبقي الذي يستطيع تحمله.

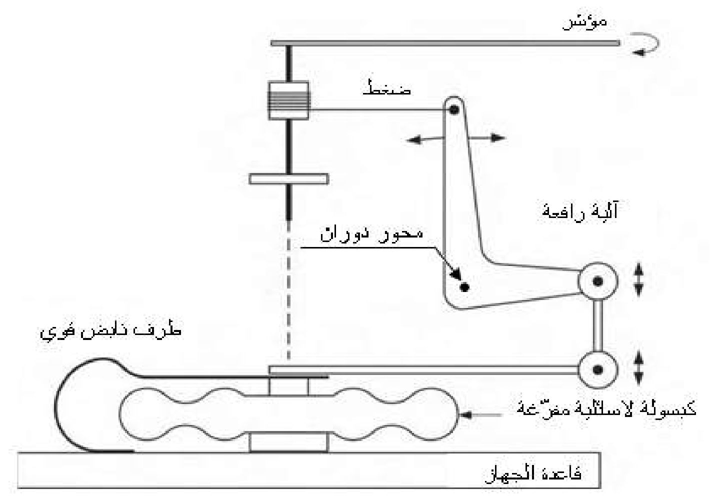


الشكل 4–83: بارومتر زئبقي بسيط.

إن آلية البارومِتر اللاسائلي (aneroid barometer) موضحة في الشكل (4−84). إنه يتألف من كبسولة لا مائعية مفرغة تماماً ومحمية من الانطواء بواسطة نابض قوي.

يتم استشعار تغيرات الضغط على الكبسولة التي تؤثر بدورها في النابض. تنقل تحركات النابض هذه من خلال مجموعة نقل حركة، حيث تضخم مسببة تحرك المؤشر على المقياس المدرّج.

أحد أجهزة المخبر الشائعة الاستخدام عند قياس الضغوط المنخفضة هو المانومِتر الأنبوبي ذو الشكل U (U-tube manometer) (الشكل 4−85). يتم إدخال مائع إلى مستوى محدد، عندما يكون طرفا الأنبوب مفتوحين إلى الجو فإن مستويي المائع في ذراعي الأنبوب يتساويان. وإذا وصل أحد الذراعين إلى مصدر ضغط من أجل قياسه فإنه يسبب تبايناً في مستويي المائع في المانومِتر. فرق الارتفاع هذا يتناسب مع الضغط الذي يتم قياسه.



الشكل 4−84: آلية البارومِتر اللامائعي.

إن قيمة الضغط الذي يتم قياسه هو حاصل ضرب اختلاف الارتفاع بين الذراعين Δh، وكثافة المائع في المانوميتر وتسارع الجاذبية الأرضية أي إن الضغط الذي يتم قياسه هو ضغط المقياس = $\rho g \Delta h$.

مثال 4−47

يستخدم مانومِتر زئبقي لقياس الضغط فوق الجوي لأنبوب ماء، يكون الماء على اتصال مع الزئبق في مؤشر الذراع الأيسر. إذا كان مؤشر الذراع الأيمن للمانومِتر أعلى من مؤشر الذراع الأيسر بمقدار 0.4 m. حدد ضغط المقياس للماء. اعتبر أن كثافة الزئبق $13\,600\ kg/m^3$.

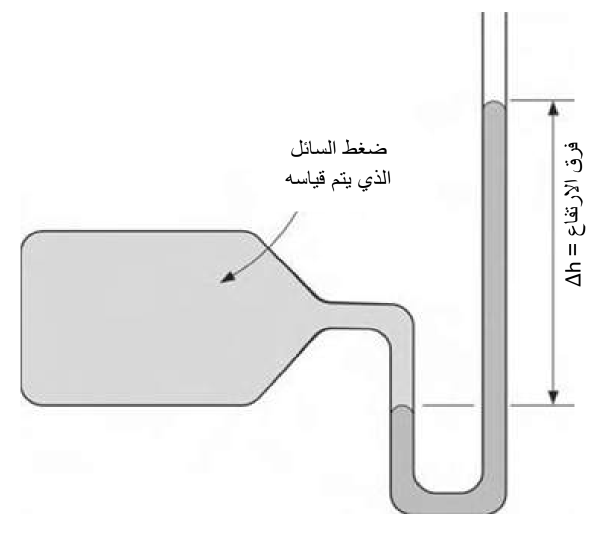
نعلم أن ضغط المقياس يساوي:

$$\rho g \Delta h = (13\,600)(9.81)(0.4) = 53\,366\ \mathrm{N/m^2}$$

4−9−2 لزوجة المائع Fluid viscosity

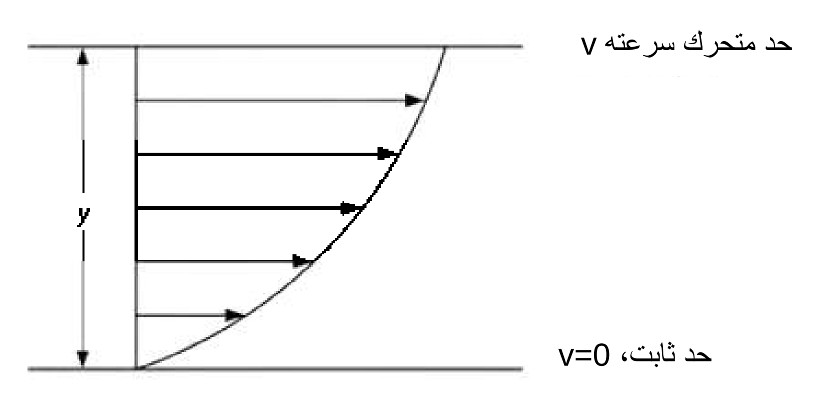
إن السهولة التي يجري فيها المائع هي مؤشر لزوجته. الزيوت الثقيلة الباردة، مثل تلك التي تستخدم لتزييت علب المسننات الضخمة لها لزوجة عالية وتجري ببطء شديد، بينما الكحول البترولي خفيف جداً وطيار، ويجري بسهولة شديدة، ولذلك له لزوجة منخفضة.

وهكذا فإننا نعرف **اللزوجة** بأنها: خاصية المائع التي تبدي مقاومة للحركة النسبية لجزيئاته. تعتمد الطاقة الضائعة بسبب الاحتكاك ضمن المائع على لزوجته.



الشكل 4−85: مانومِتر أنبوبي شكل U.

عندما يتحرك مائع ما، يتولّد فيه إجهاد قص. قيمة هذا الإجهاد تعتمد على لزوجة ذلك المائع. يمكن تعريف مفهوم إجهاد القص (τ)، الذي مرّ سابقاً، بأنه القوة اللازمة لزلق وحدة مساحة وحدة من لمادة فوق الأخرى. يبين الشكل (4-86) مفهوم تغير اللزوجة في مائع ما مظهراً طبقة رقيقة من المائع (طبقة محاددة (boundary layer)) متوضعة بين حد ثابت وآخر متحرك.



الشكل 4-86: تغير السرعة في طبقة محاددة.

نقطة مفتاحية
الطبقة المحاددة هي طبقة رقيقة من المائع متوضعة بين حدّين متحرك وثابت، حيث يحدث عبرها تغير السرعة.

يمكن أن يكون تحرك سطح جناح طائرة خلال هواء ساكن، مثالاً على هذه الحالة، هنا الحد المتحرك هو سطح الجناح، والحد الثابت هو الهواء الساكن البعيد قليلاً عن السطح.

هناك شرط أساسي بين المائع والحد، حيث تكون سرعة المائع عند سطح الحد مطابقة لسرعة الحد نفسه. وبالعودة إلى مثالنا، نجد أن للهواء، الملامس مباشرة لسطح الجناح (الحد المتحرك)، سرعة سطح الجناح. وكلما ابتعدنا عن سطح الجناح تتناقص سرعة الهواء ضمن الحد تدريجياً حتى تصل إلى سرعة الهواء الساكن، أي الصفر. تعتمد النسبة التي تتغير فيها السرعة عبر الحد على معدل القص في الهواء، أي:

$$\frac{\Delta v}{\Delta y} =$$ تدرج السرعة أو معدل القص

حيث Δ تعني « تغير صغير».

طريقة أخرى لإظهار هذه الحالة هي إجبار رزمة جديدة من ورق اللعب على الانزلاق وحدة فوق الأخرى، حيث تكون للورقة الأقرب على الطاولة سرعة الطاولة، وعبر مجموعة الأوراق الكاملة (المائع) تتغير السرعة تدريجياً حتى تصبح للورقة الخارجية (العلوية) سرعة الهواء عند هذا الحد.

والآن من تعريفنا لاجهاد القص نعلم أن إجهاد القص يتناسب طردياً مع تدرج السرعة لأن السهولة التي يقص فيها المائع تشير إلى النسبة التي تتغير بها سرعة المائع أي تدرجه. وهكذا باستخدام ثابت التناسب μ يكون لدينا:

$$\mu \frac{\Delta v}{\Delta y} = \tau$$ إجهاد القص

يعرف ثابت التناسب μ باسم **اللزوجة الديناميكية** (dynamic viscosity). يمكن تحديد وحدات اللزوجة بمناقلة الصيغة أعلاه بالنسبة إلى μ:

$$\tau \frac{\Delta y}{\Delta v} = \mu$$

وبعدها بأخذ وحدات المصطلحات ضمن المعادلة بعين الاعتبار، أي بالتعويض عن المصطلحات بوحداتها نحصل على:

$$\frac{N}{m^2} \times \frac{m}{m/s} = Ns/m^2$$

لا تقلق إذا لم تتمكن تماماً من متابعة المناقشة السابقة، فهي معقدة نوعاً ما. تذكر فقط أن اللزوجة هي مقاومة لجريان المائع، وإن وحدة اللزوجة الديناميكية في النظام الدولي هي Ns/m^2. ربما تتساءل عن سبب الإصرار على الحديث عن اللزوجة الديناميكية، ذلك بسبب وجود شكل آخر من اللزوجة، الذي يأخذ بعين الاعتبار كثافة المائع، ويعرف هذا باسم اللزوجة الحركية v التي تعرّف بأنها:

اللزوجة الحركية $v = \frac{\mu}{\rho}$

ووحداتها m^2/s

مثلاً اللزوجة الديناميكية للهواء عند درجة الحرارة 20°C هي 1.81×10^{-5} Ns/m^2 وبالتالي فإن اللزوجة الحركية تعطى بتقسيم اللزوجة الديناميكية على كثافة الهواء عند درجة الحرارة هذه. أي:

$$v = \frac{1.81\times10^{-5}}{1.225 kg/m^2} = 1.48\times10^{-5}\ m^2/s$$

كثيراً ما تعطى الأفضلية للزوجة الديناميكية في الجداول مقارنةً باللزوجة الحركية، ذلك لأن كثافة أي مائع تتغير بتغير درجة حرارته.

نقطة مفتاحية
اللزوجة الحركية تعتمد على الكثافة، وبالتالي تتغير بتغير درجة الحرارة.

اختبر فهمك 4-8

1- حوِّل 50 mmHg إلى in.Hg.

2- حوِّل (أ) 200 MN/m2، (ب) 8 kPa، (ج) 72 bar، إلى الوحدة البريطانية (psi).

3- اذكر قوانين ضغط المائع التي يعتمد عليها مبدأ شغل المكبس الهيدروليكي.

4- مكبس هيدروليكي فيه VR=180 إذا ارتفع مكبس الحمولة 10 cm حدّد المسافة التي يتحركها مكبس الجهد بالمتر.

5- عرّف: (أ) ضغط المقياس، (ب) الضغط المطلق.

6- اذكر قاعدة أرخميدس، واشرح كيف ترتبط هذه القاعدة بقابلية الطفو.

7- أعط وصفاً لشغل بارومِتر زئبقي.

8- إذا كان الفرق في ارتفاع الزئبق بين ذراعي مانوميتر أنبوبي شكل U يساوي 12.5 in. حدد:

(أ) ضغط المقياس.

(ب) الضغط المطلق الذي يتم قياسه بـــ psi.

9- اشرح العلاقة بين تدرج السرعة وجهد القص واللزوجة الديناميكية.

10- بيّن من العلاقة $v = \mu/\rho$ أن وحدات النظام الدولي من أجل اللزوجة الحركية هي m^2/s.

3-9-4 فيزياء الجو Atmospheric physics

من أجل فهم البيئة التي تحلق فيها الطائرة، يجب أن تفهم طبيعة التغيرات التي تحدث في الجو فيما يتعلق بالحرارة والضغط والكثافة.

الغازات Gases

عند دراسة الغازات يجب أن نراعي التداخلات بين الحرارة والضغط والكثافة (تذكر أن الكثافة هي الكتلة في وحدة الحجم). إن أي تغير في إحدى هذه الخصائص يؤدي على الأقل إلى تغير مناظر في إحدى الخاصتين الأخريين.

بخلاف الأجسام الصلبة والمائعة، تتمتع الغازات بخصائص فريدة كونها قابلة للانضغاط بسهولة، فهي تمدد أو تتقلص بسرعة وتستجيب لتغيرات درجة الحرارة. على الرغم من أن خصائص الغازات تختلف فيما بينها بدرجات متفاوتة، إلا أنه يمكن تطبيق قوانين أساسية محددة على ما نسميه الغاز المثالي. فالغاز المثالي هو ببساطة الغاز الذي أظهر (من خلال التجربة) أنه يتبع أو يلتزم إلى حد بعيد قوانين الغازات هذه. في هذه التجارب يبقى عامل واحد، كالحجم مثلاً، ثابتاً، بينما يتم التحقق من العلاقة بين العاملين الآخرين. بهذه الطريقة يمكن التأكيد أن:

1- ضغط كتلة ثابتة من الغاز يتناسب طردياً مع درجة حرارته المطلقة، بشرط أن يبقى حجم الغاز ثابتاً. وبالرموز:

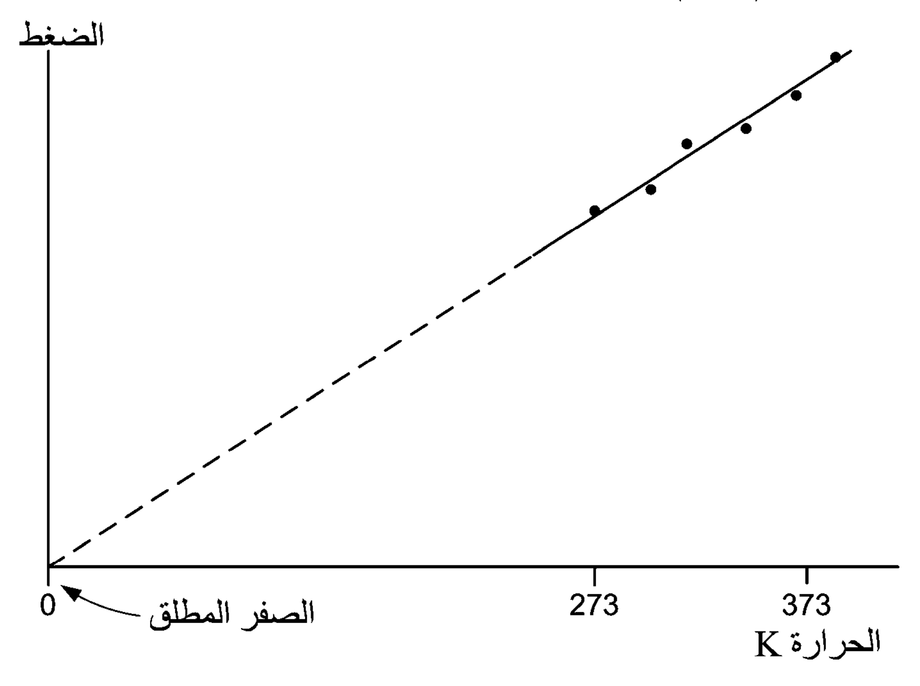
$$\frac{P}{T} = \text{ثابت}$$

(بشرط أن يبقى V ثابتاً):

تعرف العلاقة أعلاه بقانون الضغط.

تعتبر جزيئات الغاز في حركة دائمة، وتصدم بشكل مستمر جوانب الوعاء الذي يحوي الغاز. يولدّ كلٌّ جزيء قوة صغيرة عندما يضرب جدران الوعاء، وطالما هناك عدة مليارات من جزيئات الغاز تضرب الوعاء كل ثانية، ينشأ بالتالي ضغط خارجي ثابت.

يبين الشكل (4-87) كيف يتغير ضغط الغاز بتغير درجة الحرارة.

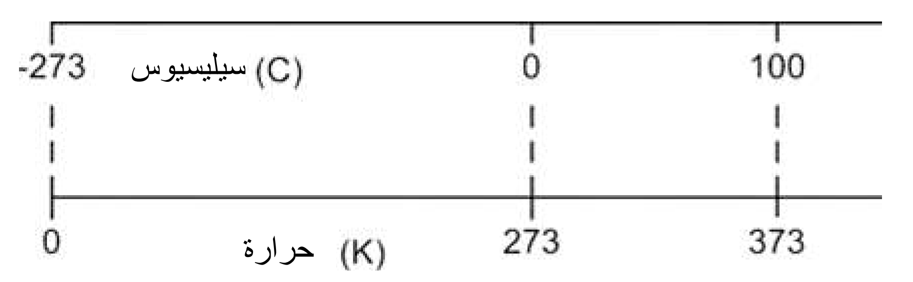


الشكل 4-87: علاقة الضغط مع درجة الحرارة لغاز ما.

إذا مددنا نظرياً للخط البياني باتجاه الأسفل، كما في الشكل، سنصل إلى درجة الحرارة حيث يكون الضغط صفراً. ودرجة الحرارة هذه تعرف باسم الصفر المطلق (absolute zero) وتساوي تقريباً 273 °C-. كل درجة كلفن وحدة (K) تساوي درجة مئوية وحدة (°C). العلاقة بين مقياس الكلفن ومقياس السيلسيوس مبين في الشكل (4−88).

نقطة مفتاحية

عندما نتعامل مع معادلات الغاز أو أي علاقات ترموديناميكية نستخدم دائماً درجة الحرارة المطلقة (T) بالكلفن K.



الشكل 4−88: مقاييس مئوي − كلفن.

بالعودة إلى قوانين الغازات يتبين تجريبياً أن:

2− حجم كتلة ثابتة من الغاز يتناسب طردياً مع درجة حرارته المطلقة، بشرط أن يبقى الضغط ثابتاً.

وهكذا فإنه من أجل كتلة ثابتة لغاز:

$$\frac{V}{T} = \text{ثابت}$$

(بشرط M ثابت وبقاء P ثابتاً):

هذه العلاقة تعرف **بقانون تشارلز (Charle's law)**

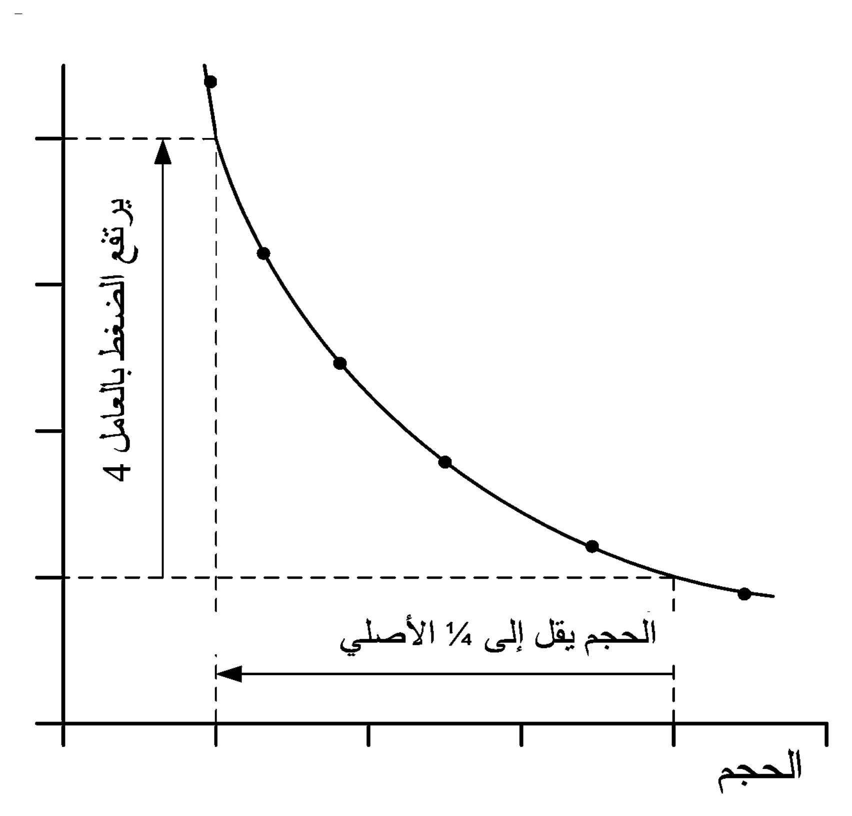
3- هناك علاقة أخرى، عندما نحافظ على درجة حرارة غاز ما ثابتة. وهذا يعبّر عنه كما يلي: حجم كتلة ثابتة من الغاز يتناسب عكساً مع ضغطه بشرط تبقى درجة حرارة الغاز ثابتة. وبالرموز:

$$P \propto \frac{1}{V}$$

أو من أجل كتلة غاز ثابتة:

PV = ثابت

تعرف هذه العلاقة بأنها **قانون بويل** (Boyle's law) وهي موضحة في الشكل (4-89).



الشكل 4-89: علاقات الضغط - الحجم.

عند التعامل مع الممائع المرتبطة بقوانين الغازات نذكر أننا نفترض أن كل الغازات مثالية، وفي الواقع لا يوجد أي غاز مثالي، ولكن عند درجات الحرارة والضغوط المنخفضة والمتوسطة، تتصرف معظم الغازات، وخصوصاً الهواء، بطريقة مثالية.

يمكن التعبير عن قانون الضغط وقانون تشارلز وقانون بويل كلها ضمن معادلة وحدة تعرف بمعادلة الغاز الموحدة (Combined gas equation)، وهذه بالنسبة إلى كتلة ثابتة من الغاز:

$$\frac{PV}{T} = \text{ثابت}$$

إذا افترضنا أن كتلة الغاز قبل وبعد حدوث التغييرات ثابتة، عندها ينتج من معادلة الغاز الموحدة أن:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

حيث الرقم الدليل 1 يستخدم من أجل الحالة البدائية والرقم الدليل 2 للحالة النهائية للغاز. إن العلاقة السابقة مفيدة جداً عند حل ممائع متعلقة بقوانين الغاز.

نقطة مفتاحية
الغاز المثالي هو الغاز الذي يفترض أنه يخضع لقوانين الغاز المثالي.

مثال 4-48

تشغل كمية من الغاز حجم $0.5\ m^3$. ضغط الغاز فيه 300 kPa عندما تكون درجة حرارته 30°C. ماذا سيكون ضغط الغاز عندما يتم ضغطه إلى نصف الحجم مع ارتفاع درجة حرارته حتى 140°C؟

عند حل ممائع تتضمن عدة متغيرات، قم دائماً بجدولة المعلومات الواردة في وحدات مناسبة

$P_1 = 300\ kPa \quad P_2 = ?$

$V_1 = 0.5\ m^2$ $V_2 = 0.25\ m^2$

$T_1 = 303\ K$ $T_2 = 413\ K$

تذكر أن تحويل درجة الحرارة إلى K بإضافة 273°C.

باستخدام معادلة الغاز الموحدة وبعد إعادة الترتيب:

$$P_2 = \frac{P_1V_1T_2}{T_1V_2} = \frac{(300)(0.5)(413)}{(303)(0.25)} = 817\text{kPa}$$

الجـــو Atmosphere

الجو هو طبقة الهواء المحيطة بالأرض، وتركيبها التقريبي يعبّر عنه بنسبة مئوية حجمية، وهو:

نيتروجين	78
أوكسجين	21
غازات أخرى	1

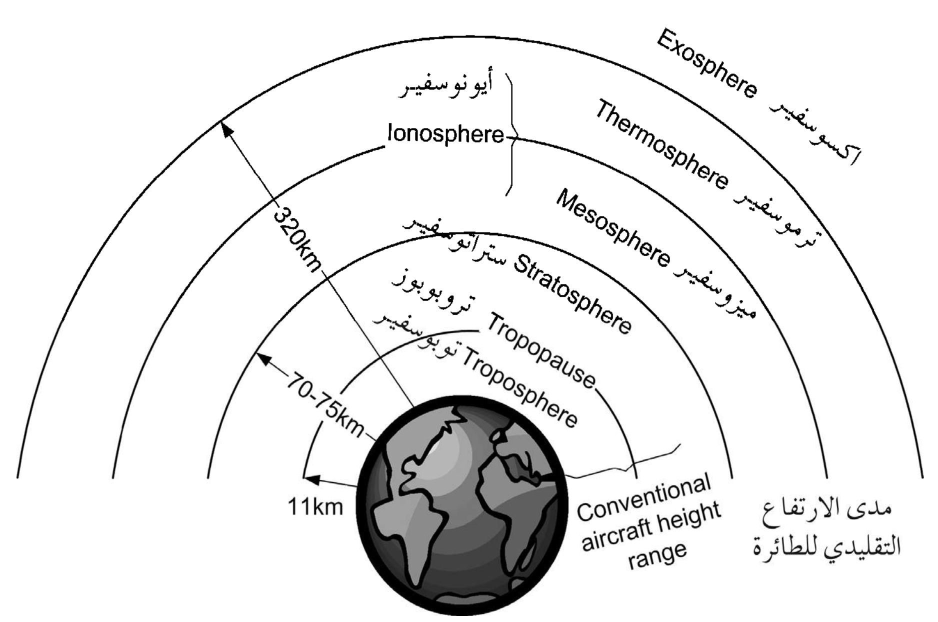
وعلى ارتفاع 8-9 km يوجد بخار الماء بنسب مختلفة. إن كمية بخار الماء في كتلة محددة من الهواء تعتمد على درجة حرارة الهواء وما إذا كان الهواء قد عبر فوق مساحة كبيرة من الماء أم لا. كلما زادت درجة حرارة الهواء ازدادت كمية بخار الماء التي يستطيع أن يحملها. وهكذا، في المرتفعات حيث تكون درجات الحرارة في أدنى معدلاتها، يكون الهواء جافاً.

يمكن أن نقول إن جو الأرض (الشكل 4−90) يتكوّن من خمس طبقات موحدة المركز. هذه الطبقات وابتداءً من الطبقة الأقرب من سطح الأرض هي: تروبوسفير ويوجد فوقها ستراتوسفير ثم ميزوسفير فالثرموسفير، وأخيراً اكزوسفير.

الحد بين التروبوسفير والستراتوسفير يعرف باسم تروبوبوز (tropopause) ويتغير ارتفاع هذا الحد فوق سطح الأرض من حوالى 7.5 km في القطبين إلى 18 km عند خط الاستواء. تبلغ القيمة المتوسطة للتروبوباوز في الجو القياسي الدولي (International Standard Atmosphere-ISA) هي حوالى 11 km أو 36000 ft.

الترموسفير (thermosphere) والأجزاء العليا من الميزوسفير (mesosphere) يشار إليها بالإيونوسفير(ionosphere)، لأنه في هذه المنطقة يتم امتصاص الأشعة فوق البنفسجية بعملية تعرف باسم التأيين الضوئي (photo ionization).

في الطبقات الأعلى تحدث تغيرات في الحرارة والضغط والكثافة واللزوجة، ولكن بالنسبة إلى الإيروديناميك على الأقل، فقط التروبوسفير والستراتوسفير هما المعنيان. حوالى 75% من كتلة الهواء الكلية في الجو تتركز في التروبوسفير.



الشكل 4−90: الطبقات الرئيسية في الجو.

الضغط الجوي القياسي الدولي

International Standard Atmosphere (ISA)

بسبب ظروف الضغط المختلفة الموجودة حول الأرض، فإن قيم الحرارة والضغط والكثافة واللزوجة وسرعة الصوت ليست ثابتة من أجل ارتفاع محدد. ولذلك تأسست ISA لتأمين مقاييس من أجل:

1- مقارنة أداء الطائرات.

2- تقويم أجهزة الطائرات.

ISA هو جو نظري يقوم على القيم المتوسطة العالمية. لاحظ أنه طالما أن أداء الطائرات ومحركاتها ومروحياتها يعتمد على المتغيرات الواردة في ISA، فإنه من الواضح أن أرقام الأداء الواردة من المصنعين في أنحاء العالم المختلفة لا يمكن أن تؤخذ كقيمة، ولكن يجب تحويلها إلى القيم القياسية باستخدام ISA. إذا تم قياس الأداء الفعلي لطائرة في ظروف محددة من الحرارة والضغط والكثافة، فمن الممكن أن يستدل كيف يمكن أن يكون الأداء في ظروف ISA، وبذلك يمكن مقارنتها بأداء الطائرات الأخرى، التي تم تحويلها بالمثل إلى الظروف القياسية.

فيما يلي قيم مستوى سطح البحر لبعض أهم خصائص الجو الموجودة في ISA موجودة في العمود المقابل من الجدول.

نقطة مفتاحية
تستخدم ISA لمقارنة أداء الطائرات وللتمكن من تقويم أجهزة الطائرات.

الخاصية	الرمز	قيمة ISA
الحرارة	T_0	288.15 K أو 15.15°C
الضغط	P_0	$1\,013.2\ mb$ أو $1\,01\,320\ N/m^2$
الكثافة	ρ	$1.225\ kg/m^3$
سرعة الصوت	a_0	340.3 m/s
اللزوجة الديناميكية	μ_0	$1.789 \times 10^{-5}\ Ns/m^2$
معدل هبوط الحرارة	L	6.5 K/km أو 6.5°C/km أو 1.98°C/1000 ft

تغيرات خصائص الهواء مع الارتفاع

Change in properties of air with altitude

تهبط درجة الحرارة باطراد مع الارتفاع حتى حوالى 11 km (36000 ft). يحدث هذا التغير المنتظم في درجة الحرارة في التروبوسفير، حتى تصل درجة الحرارة إلى 216.7 K في التروبوباوز. ثم تبقى هذه الحرارة ثابتة في الستراتوسفير، حيث تبدأ بعدها الحرارة بالارتفاع مرة أخرى.

من الممكن حساب درجة الحرارة عند ارتفاع محدد h (km) في التروبوسفير من العلاقة البسيطة $T_h = T_0 - Lh$ حيث T_h هي درجة الحرارة على الارتفاع h (km) فوق مستوى سطح البحر و T_0 و L حسب المعنيين المحددين في الجدول عن خصائص الهواء عند مستوى سطح البحر الوارد أعلاه.

قيمة ISA للضغط عند مستوى سطح البحر هي 1013.2 mb. كلما زاد الارتفاع انخفض الضغط، حيث على ارتفاع 5 km ينخفض الضغط إلى نصف قيمته عند مستوى سطح البحر، وعلى ارتفاع 15 km ينخفض تقريباً إلى عشر قيمته عند مستوى سطح البحر.

قيمة ISA للكثافة عند سطح البحر هي 1.225 kg/m^3. كلما زاد الارتفاع تنخفض الكثافة، ولكن ليس بنفس سرعة الضغط. حيث إنه على ارتفاع 6.6 km تنخفض الكثافة إلى حوالى نصف قيمتها عند سطح البحر وعلى ارتفاع حوالى 18 km تنخفض تقريباً إلى عشر قيمتها عند مستوى سطح البحر.

تنخفض مستويات الرطوبة (humidity) مع الارتفاع بشكل ملحوظ بدءاً من حوالى 70% بخار ماء عند مستوى البحر. وتذكر أن كمية بخار الماء التي يمكن أن يمتصها الغاز تتناقص مع تناقص درجة الحرارة. فبخار الماء على ارتفاع حوالى 18 km يشكل تقريباً 4%. وبالتالي لضمان راحة المسافرين خلال رحلة الطيران من الضروري المحافظة على مستوى الرطوبة الصحيح ضمن نظام تحكم الطائرة البيئي.

نقطة مفتاحية
مع زيادة الارتفاع حتى التروبوباوز ينخفض كلٌّ من الحرارة والكثافة والضغط والرطوبة.

العلاقة بين الضغط والكثافة والحرارة

Relationship between pressure، density and temperature

لدى تبنّي قيم ISA عند مستوى سطح البحر، فإنه يمكن حساب الحالات عند الارتفاع اعتماداً على معدل هبوط درجة الحرارة وقوانين الغاز التي تطرقنا إليها سابقاً.

نعلم أن:

$$\frac{PV}{T} = \text{ثابت}$$

صحيح أيضاً أنه من أجل كتلة محددة من الغاز فإن حجمه يتناسب عكساً مع كثافته، ولذلك يمكن كتابة المعادلة السابقة كالتالي:

$$\frac{P}{\rho T} = \text{ثابت}$$

حيث: $V \propto 1/P$

والآن يمكن استخدام معادلة الغاز الموحدة لمقارنة قيم الحرارة والكثافة والضغط في ارتفاعين مختلفين، ولذلك نحصل على:

$$\frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2}$$

مثال 4−49

إذا كانت كثافة الهواء عند مستوى سطح البحر $1.225\ kg/m^3$ عندما تكون الحرارة $288.15\ K$ والضغط $101\,320\ n/m^2$. أوجد كثافة الهواء على ارتفاع $10\ km$ حيث تكون درجة الحرارة $223\ K$ والضغط $26\,540\ N/m^2$.

من المعادلة السابقة:

$$\rho_h = \frac{\rho_0 T_0 P_h}{P_0 T_h} = \frac{(1.225)(288.15)(26\,540)}{(101\,320)(223)} = 0.414 kg/m^3$$

اختبر فهمك 4−19

1− ما المقصود بالغاز المثالي؟

2− حوِّل: (أ) $280°C$ (ب) $-170°C$ إلى K.

3− ما هو المتغير الذي يبقى ثابتاً عند صياغة قانون بويل؟

4− ما هي قيمة ISA من أجل تروبوباوز؟

5− لماذا تم تأسيس ISA؟

6− ماذا يحدث للحرارة والضغط والكثافة والرطوبة مع زيادة الارتفاع؟

7− قيمة ISA من أجل سرعة الصوت هي $340.3\ m/s$. باستخدام الجداول المناسبة وعوامل التحويل أوجد سرعة الصوت بـــ: (أ) mph (ب) العقدة knots (ج) ft/s

8− إذا علمت أن درجة الحرارة عند مستوى سطح البحر حسب ISA هو $20°C$ ما هي درجة الحرارة حسب ISA على ارتفاع $34\,000\ ft$؟

4-9-4 حركة الموائع Fluids in motion

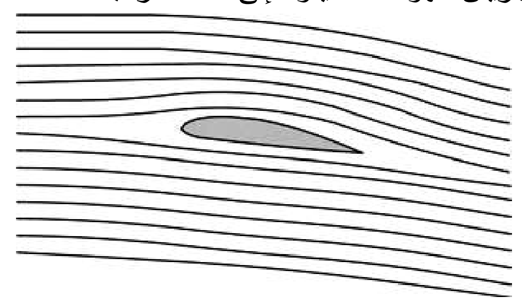
من أجل دراسة الإيروديناميك، يجب فهم حركة الموائع فهماً أساسياً. إن دراسة حركة الموائع أو ديناميك الموائع ضرورية أيضاً في مجالات أخرى من الهندسة، على سبيل المثال أنظمة الموائع، مثل الهيدروليك والهواء المضغوط وأنظمة الأوكسجين والوقود، وكلها تؤمن خدمات جوهرية وحيوية للشغل الآمن للطائرة. نبدأ بدراسة بعض المصطلحات الهامة، التي يجب أن تساعدك بدراستك للإيروديناميك.

علم المصطلحات الفنية Terminology

الجريان الانسيابي (streamline flow) ويشار إليه أحياناً بالجريان الصفائحي (laminar flow)، هو الجريان الذي تتحرك فيه جزيئات المائع بشكل منتظم وتحافظ على نفس المواقع النسبية في مقاطع عرضية متتالية. بعبارة أخرى، هو الجريان الذي يتخذ شكل الجسم الذي يتدفق عليه (الشكل 4-91).

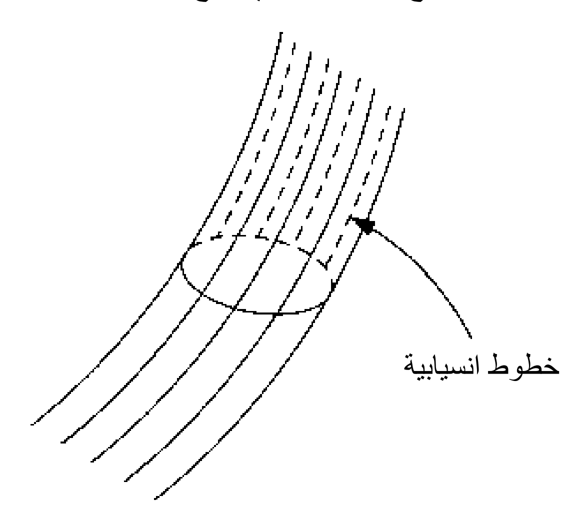
الجريان الغير قابل للانضغاط (incompressible flow) حيث لا تتغير الكثافة من نقطة إلى نقطة. سيكون شغلنا المتبقي على الموائع على أساس افتراض أنها غير قابلة للانضغاط. ومن الواضح أن هذه ليست حالة الهواء، حيث يجب اعتبار تأثيرات قابلية الانضغاط عندما ندرس الطيران بسرعات عالية.

الجريان المضطرب (turbulent flow) هو الجريان الذي يمكن أن تتحرك فيه جزيئات المائع بشكل عمودي بالإضافة إلى تحركها بشكلٍ موازٍ لسطح الجسم، ويخضع لدوامة أو لحركات غير مستقرة. وهذا ما قد يؤدي إلى زيادة كبيرة في سماكة جريان الهواء مما يقود إلى الاضطراب.



الشكل 4-91: تمثيل تصويري للجريان الانسيابي أو الصفائحي.

يعتبر أنبوب الجدول (stream tube) أو أنبوب الجريان (tube of flow) (الشكل 4–92) حداً تصويرياً يحدد بواسطة الخطوط الانسيابية المرسومة لحصر منطقة أنبوبية من المائع. لا يمكن لأي مائع أن يعبر أنبوباً كهذا.



الشكل 4–92: أنبوب الجدول.

معادلة الاستمرار **Equation of continuity**

تنص هذه المعادلة ببساطة على أن معدل جريان كتلة المائع لا يتغير. وسندرس هذه المعادلة فقط من أجل الموائع الغير قابلة للانضغاط، أي تلك الموائع التي تبقى كثافتها في مقاطع عرضية متتالية خلال أنبوب الجدول ثابتة.

يبين الشكل (4–92) مائع غير قابل للانضغاط يجري في أنبوب تدفق حيث الكثافة في المدخل 1 ثابتة ومساوية للكثافة في المخرج 2، v_1 و A_1 هما السرعة ومساحة المقطع العرضي في المقطع 1، و v_2 و A_2 هما السرعة ومساحة المقطع العرضي في المقطع 2.

إن حجم المائع الداخل إلى أنبوب التدفق كل ثانية يجب أن يساوي حجم المائع الخارج من الأنبوب كل ثانية. وهذا ينتج من مصونية الكتلة، وشرطنا أن الجريان غير قابل للانضغاط. ومما قلناه:

في المدخل:

الحجم الداخل = المساحة × السرعة

A_1v_1 =

في المخرج:

الحجم الخارج = المساحة × السرعة

A_2v_2 =

إذن:

$$\dot{Q} = A_1v_1 = A_2v_2$$

حيث $\dot{Q}$= معدل التدفق الحجمي (m^3/s) تعرف هذه المعادلة بمعادلة الاستمرار لمعدل التدفق الحجمي.

عليك أن تتأكد من إدراك كون الوحدات هي نفسها على طرفي هذه المعادلة. نستطيع أيضاً قياس معدلات التدفق الكتلي بالإضافة إلى معدل التدفق الحجمي، بتذكر أن الكثافة تساوي الكتلة تقسيم الحجم $\rho = \frac{m}{V}$ وعليه:

الكتلة m = الحجم V × الكثافة ρ

وللحصول على معدل التدفق الكتلي، كل ما علينا فعله هو إيجاد جداء معدل التدفق الحجمي بالكثافة، إذن:

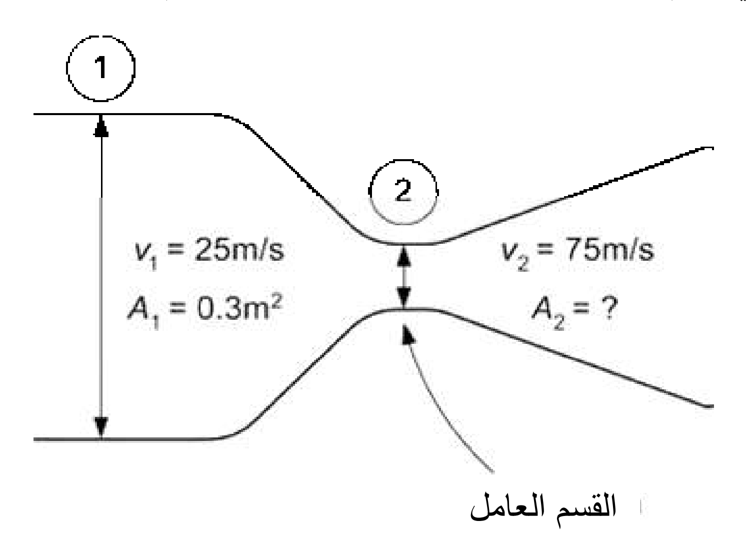
$$\dot{m} = \rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

حيث $\dot{m}$= معدل التدفق الكتلي (kg/s). هذه المعادلة تعرف بمعادلة الاستمرار لمعدل التدفق الكتلي.

(لا تخلط بين رموز اللزوجة والحجم! للّزوجة نستخدم الحرف الإغريقي الصغير (v)، وللحجم نستخدم الحرف اللاتيني الكبير (V)).

مثال 4−50

في النفق الهوائي المبين في الشكل (4−93)، يمر الهواء من خلال قناة متقاربة (converging duct) تقع قبل القسم العامل تماماً. تبلغ سرعة الهواء الداخل إلى القناة المتقاربة 25 m/s، وتبلغ مساحة المقطع العرضي لمدخلها 0.3 m^2. إذا بلغت سرعة الجريان في القسم العامل 75 m/s. احسب مساحة المقطع العرضي للقسم العامل. افترض أن كثافة الهواء ثابتة وتساوي 1.225 kg/m^3.



الشكل 4−93: نفق هوائي.

نستخدم معادلة جريان المائع الغير قابل للانضغاط، بما أن $\rho_1=\rho_2$ إذن:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

وبالتالي:

$$A_2 = \frac{A_1 v_1}{v_2}$$

و

$$A_2 = \frac{(0.3)(25)}{75} = 0.1\text{m}^2$$

ستلاحظ أن استخدام معادلة الاستمرار أسهل بكثير من برهانها!

معادلة برنولي **Bernoulli equation**

لقد ناقشنا سابقاً مبدأ حفظ الطاقة في دراستنا للفيزياء. وكما أن هذا المبدأ صحيح بالنسبة إلى الأجسام الصلبة فهو صحيح بالمثل في الموائع في حالة الحركة، غير أننا الآن نُدخل مصطلحاً ألا وهو طاقة الضغط (pressure energy). تعرف طاقة الضغط للموائع في حالة الحركة بأنها:

pV = حجم المائع المزاح × ضغط المائع

لاحظ أن الوحدة الدولية لـِ pV هي Nm (الوحدة الصحيحة للطاقة في النظام الدولي للوحدات)، لأن 1 J = 1 Nm لذلك بتطبيق مبدأ مصونية الطاقة للموائع المتحركة، نعلم أن الطاقة الكلية مصونة، أي:

$$PE_1 + KE_1 + P_1 = PE_2 + KE_2 + P_2$$

حيث P = طاقة الضغط السكوني للمائع والدليل 1 يعني المدخل، والدليل 2 يعني المخرج. وعندها نحصل على معادلة الطاقة بالرموز

$$mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 + p_1V_1 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 + p_2V_2$$

لاحظ أنه في بعض النصوص يتم استخدام z بدلاً من h في الحد PE ليشير إلى الارتفاع (الضاغط) فوق السطح المرجع. الصيغة أعلاه ذات الحدود الطاقية ليست مفيدة جداً. في ديناميك الموائع نرغب بمقارنة الضغوط المعبر عنها بأعمدة الماء المكافئة، أي نحتاج إلى أن تكون وحدة كل حد من هذه الصيغة وحدة ارتفاع. يتم التوصل إلى ذلك ببعض المناورات الرياضية! إن تقسيم كل حد في معادلة الطاقة السابقة على m يعطينا طاقة وحدة الكتلة، وإذا قسمنا في نفس الوقت كل حد على تسارع الجاذبية الأرضية g، يمكن أن نرى فوراً من المعادلة التالية أنه قد أصبحت لِحَد الطاقة الكامنة $\frac{PE}{mg} = h$ وحدات الارتفاع كما هو مطلوب. ولكن ماذا بالنسبة إلى الحدين الآخرين؟

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + p_1 \frac{V_1}{mg} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + p_2 \frac{V_2}{mg}$$

أيضاً يمكن البرهان على أنه قد أصبحت لِحَد الطاقة الحركية $\frac{KE}{mg} = h$ وحدات الارتفاع أيضاً. باستخدام الوحدات الأساسية تكون للسرعة v الوحدة m/s ولمربع السرعة v^2 الوحدة m^2/s^2 ولتسارع الجاذبية الأرضية g الوحدة m/s^2. إذن ستكون لحاصل قسمة الطاقة الحركية المصطلح KE على mg الوحدة $^2/s^2 \times$ s^2/m أي متر كما هو مطلوب.

يمكن إظهار وحدة الحد الثالث لضغط المائع بأنها وحدة ارتفاع. بالتعويض عن V/m بـِ $1/\rho$ (لأن $\rho = m/V$) يتخذ الحد الثالث الشكل $p/\rho g$. ثم باستخدام الوحدات الأساسية: نيوتن (kgm/s^2) والضغط (kgm/m^2s^2) وأيضاً تسارع الجاذبية الأرضية (m/s^2) والكثافة (kg/m^3)، وبتقسيم طاقة الضغط على ρg، تظهر وحدة الارتفاع كما هو مطلوب. إذن يمكن كتابة معادلة الطاقة كمعادلة الضواغط head equation:

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g}$$

والآن تبين معادلة الضاغط الطاقة الكلية عند المدخل والطاقة الكلية عند المخرج بالنسبة إلى المجموع:

الضاغط الناتج عن KE + الضاغط الناتج عن PE + الضاغط الناتج عن طاقة الضغط

وهكذا فإن كل حد في معادلة الضاغط يقاس بوحدات ارتفاع مكافئ. يفضل علماء الترموديناميك والإيروديناميك قياس الضغط بالـــ Pa (N/m^2)، أكثر من الضاغط المكافئ. الأسلوب الرياضي الوارد أعلاه للحصول على معادلة الضاغط لم يذهب سدى! لأنه، كل ما علينا فعله لتحويل معادلة الضواغط إلى معادلة

تتضمن الضغط هو ضرب كل حد من حدود معادلة الضاغط بالكثافة وتسارع الجاذبية الأرضية. معادلة الضغط التي نحصل عليها:

$$\rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$$

حيث p_1 و p_2 هما الضغطان السكونيان في المائع الجاري، و $\frac{1}{2}\rho v_1^2$ و $\frac{1}{2}\rho v_2^2$ هما الضغطان الديناميكيان في المائع الجاري و $\rho g h_1$ و $\rho g h_2$ هما الضغطان بسبب تغير مستوى المائع الجاري. وحدات كل حد هي Pa أو N/m^2. يجب أن تتحقق من وحدات كل حد باستخدام الوحدات الأساسية من أجل N التي هي kgm/s^2 ، وهذه بدورها تأتي من العلاقة $F = ma$.

تعرف معادلة الضغط بشكل أكثر بنظرية برنولي، وهي صحيحة فقط في المائع غير القابل للانضغاط. وإذا كان الجريان أفقياً يكون $h_1 = h_2$، عندها تصبح نظرية برنولي:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 = C$$

هذه هي المعادلة الأكثر فائدة وتعطي الكثير من المعلومات. تخبرنا المعادلة أنه عندما يتقدم المائع من نقطة إلى أخرى تترافق زيادة السرعة مع نقصان الضغط. وهذا ينتج لأن مجموع الضغط السكوني (p) والضغط الديناميكي ($\frac{1}{2}\rho v^2$) ثابت على طول الخط الانسيابي. يمثل الثابت C الضغط الكلي أو ضغط الركود. الضغط الكلي هو مجموع الضغطين السكوني والديناميكي، بينما نشأ اسم الركود من حقيقة أنه عندما تقل السرعة إلى صفر (ركود)، يصبح ضغط الركود مساوياً للضغط الكلي.

نقطة مفتاحية
تعتمد معادلة برنولي على الجريان غير القابل للانضغاط.

استخدام معادلة برنولي Using Bernoulli's equation

لقد وجدنا صيغاً متعددة لمعادلة برنولي تتمثل في معادلة الطاقة والضواغط والضغط. قبل أن نستخدم صيغتي الضغط والضواغط لهذه المعادلة، يجب أن نلاحظ أنه بجمع الحدود المتشابهة في الصيغة الرئيسية للمعادلة:

$(p_2 - p_1)/\rho g$ يعطينا تغير طاقة الضغط

$(v_2^2 - v_1^2)/2g$ يعطينا تغير الطاقة الحركية

$(h_2 - h_1)$ يعطينا تغير الطاقة الكامنة

كل تغيرات الطاقة هذه سيتم قياسها ضمن مجالات الارتفاع بالمتر m. في الممائع التي تستخدم علاقات برنولي، سيكون من الضروري غالباً استخدام معادلة الاستمرار لإيجاد كل المعلومات المطلوبة في حل المسألة.

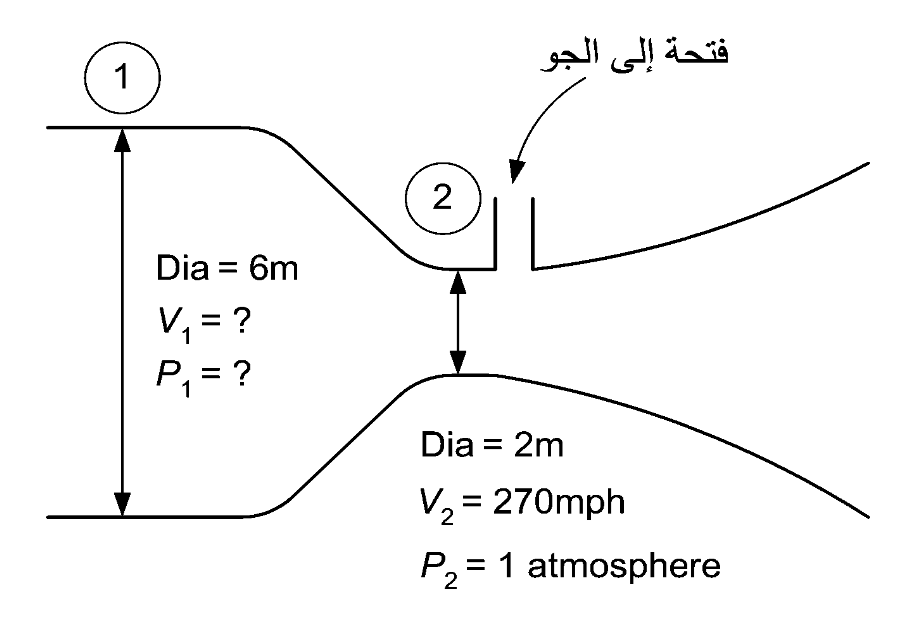
مثال 4−51

نفق هوائي ذو مقطع عرضي دائري، يبلغ القطر البدائي للقناة المتقاربة 6 m وقطر مقطع الاختبار (مخرج القناة المتقاربة) 2 m. قيمة الضغط في قسم الاختبار هي قيمة الجو القياسي الدولي لمستوى سطح البحر. إذا كانت السرعة في القسم العامل هي 270 mph أوجد:

(أ) السرعة البدائية (عند مدخل القناة المتقاربة).

(ب) الضغط البدائي (عند مدخل القناة المتقاربة).

الحالة مبينة في الشكل (4−94).



الشكل 4-94: نفق هوائي.

(أ) نستخدم أولاً معادلة الاستمرار لإيجاد سرعة البدائية v_1. يمكن إيجاد مساحة المقطع العرضي من أجل A_1 و A_2 باستخدام πr^2 ، إذن:

$$A_2 = \pi \quad و \quad A_1 = 9\pi$$

ومن العلاقة $A_1 v_1 = A_2 v_2$

يكون لدينا:

$$v_1 = A_2 \frac{v_2}{A_1} = \frac{\pi(270)}{9\pi} = 30mph$$

(ب) لإيجاد الضغط البدائي نحتاج إلى استخدام معادلة برنولي، لذلك يجب أولاً تحويل v_1 و v_2 إلى m/s

باستخدام الجدول 4-7:

$$v_1 = \frac{30}{2.23694} = 13.4\, m/s$$

و:

$$v_2 = \frac{270}{2.23694} = 120.7\, m/s$$

إذن من معادلة برنولي، وعلى افتراض أن النفق الهوائي مركب أفقياً:

$$p_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = p_2 + \rho \frac{v_2^2}{2}$$

وعند إعادة ترتيب المعادلة وتعويض القيم يعطي:

$$p_1 = 101\,320 + \frac{1.225}{2}(120.7^2 - 13.4^2)$$

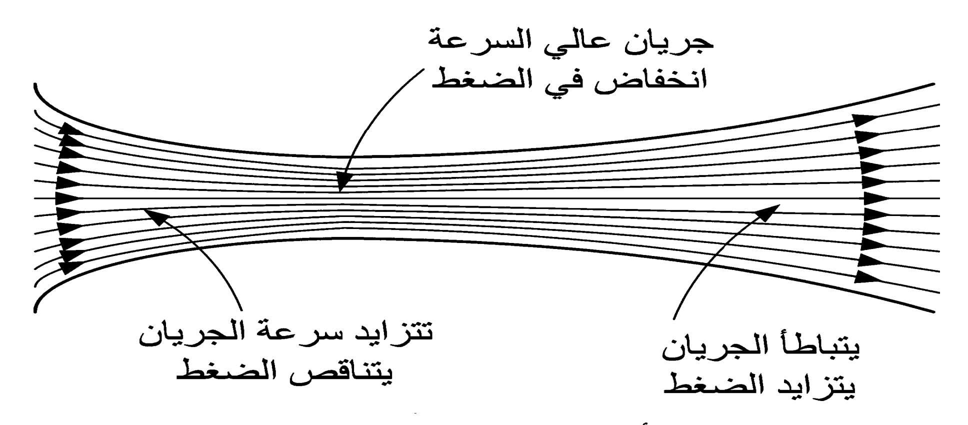
وهكذا:

$p_1 = 110133\, N/m^2$ الضغط في فتحة التدفق.

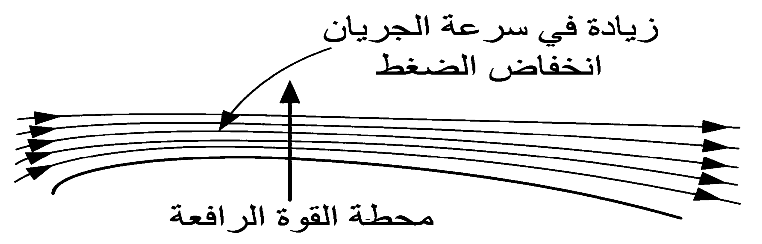
أنبوبة فنتوري Venturi tube

تمثل أنبوبة فنتوري تطبيقاً هاماً لنظرية برنولي. انظر الشكل (4–95 أ). يبين هذا النظام أنبوباً يضيق تدريجياً حتى يشكل اختناقاً، ثم يتوسع بشكل تدريجي أكثر. إذا تم أخذ القياسات في مكان الاختناق سيلاحظ تناقص في الضغط. والآن حسب معادلة برنولي فإن الانخفاض في الضغط السكوني يجب أن يترافق بزيادة في الضغط الديناميكي، إذا بقي الجريان أفقياً. يمكن التوصل إلى زيادة الضغط الديناميكي بزيادة لزوجة المائع عندما يصل إلى الاختناق. تعتمد فعالية أنبوبة فنتوري، كوسيلة لتخفيض الضغط إلى ما تحت الضغط الجوي، بشكل كبير على شكلها.

تؤمن لنا أنبوبة فنتوري الفكرة الرئيسية لتوليد الرفع (lift). تخيل أن المقطع العرضي السفلي للأنبوب (انظر الشكل (4–95 أ)) هو الجزء العلوي من المقطع العرضي لجناح الطائرة (انظر الشكل (4–95 ب)).



(أ) الجريان ضمن أنبوب فنتروي



(ب) الجريان فوق القسم العلوي من الجناح

الشكل 4–95: أنبوبة فنتوري ومقطع لأعلى الجناح.

تسبب زيادة سرعة الجريان فوق الجناح انخفاضاً مقابلاً في الضغط، إلى ما دون الضغط الجوي. ونقصان الضغط هذا هو الذي يؤمن قوة الرفع العمودية على السطح العلوي للجناح، وبسبب شكل المقطع العرضي لأسفل الجناح تتحقق زيادة قليلة في الضغط والتي بدورها تؤمن أيضاً مركبة رفع. إن طبيعة الرفع سيتم دراستها بتفصيل أكبر فيما بعد عندما ندرس وحدة الإيروديناميك.

الانضغاطية (قابلية الانضغاط) Compressibility

ننهي دراستنا للموائع بلمحة قصيرة عن الانضغاطية وتأثيراتها. حتى الآن كل شغلنا يقوم على افتراض أن الموائع غير قابلة للانضغاط. وهذا صحيح من أجل تطبيقات محددة لنظرية الموائع على الموائع كالماء مثلاً، ولكنها ليست كذلك بالنسبة إلى الهواء، القابل للانضغاط على نحو كبير!

نظريتنا التي تقوم على السلوك اللاانضغاطي للموائع صحيحة بما فيه الكفاية بالنسبة إلى الهواء عندما يتدفق بسرعة أقل من 150 m/s – 130. عندما تزداد السرعة تصبح آثار الانضغاطية أكثر وضوحاً. يبين الجدول أدناه عدداً من قيم السرعة مقابل الخطأ عندما نفترض أن الهواء غير قابل للانضغاط.

سرعة جريان الهواء (m/s)	الخطأ التقريبي عندما نفترض عدم الانضغاطية (%)
50	0.5
95	2
135	4
225	11
260	15

لذلك عند دراسة الطيران عالي السرعة، حيث تطير الطائرة بسرعات قريبة أو تزيد على سرعة الصوت (340 m/s عند سطح البحر في الظروف القياسية ISA)، يجب الأخذ بعين الاعتبار الآثار الانضغاطية للهواء. و كما هو مبين في الجدول أعلاه، يجب اعتبار تأثير الانضغاطية حتى في سرعات أقل من سرعة الصوت. هذا صحيح بشكل خاص عند دراسة احتمال عدم الدقة في أجهزة (pitot-static) لقياس السرعة الجوية، حيث تعتمد هذه الأجهزة على ضغط هواء سكوني وديناميكي حقيقي لشغلياتها الحقيقية. سوف تتم دراسة الطرق التي تقوم بها الأجهزة للتغلب على آثار الانضغاطية عند دراسة الوحدات التدريسية للأنظمة التخصصية.

اختبر فهمك 4–20

1– عرف: (أ) التدفق الصفائحي. (ب) التدفق الغير قابل للانضغاط.

2– اكتب معادلة الاستمرار، واشرح الظروف المرافقة لاستخدامها.

3– ما هي المعلومات التي يمكن أن نحصل عليها من معادلة برنولي؟

4– كيف تحدث أنبوبة فنتوري انخفاضاً في الضغط عند التضيق؟

5– اشرح كيف يمكن استخدام مبدأ فنتوري لشرح فكرة الرافعة.

6- تحت أي ظروف يكون نموذج الهواء غير القابل للانضغاط غير صحيح؟

أسئلة عامة 4-4

1- ضاغط الزئبق h المناظر لقيمة ISA في الضغط الجوي هو 0.76 m. ما هي قمة ضاغط الماء، إذا كانت كثافته $1000\ kg/m^2$؟

2- مكبس هيدوليكي، فيه قطر المكبس الصغير 10 mm، وقطر المكبس الكبير 120 mm. ما هي الحمولة الموازنة على المكبس الكبير إذا كان المكبس الصغير يتحمل حمولة 5 kN ؟

3- اشرح طبيعة اللزوجة، وقارن بين اللزوجة الديناميكية واللزوجة الحركية.

4- إذا كان ضغط الهواء في خزان المقلع الهوائي (air starter) للمحرك هو 40 bar ودرجة حرارته 24°C. وتسبب حريق بالجوار إلى ارتفاع درجة حرارة الهواء المضغوط إلى 65°C. أوجد الضغط الجديد لهذا الهواء.

5- كمية من الهواء حجمها $70\ m^3$ تحت تأثير ضغط المطلق قيمته $7\times10^5 Pa$. يتمدد هذا الهواء حتى ينخفض ضغطه المطلق إلى $3.5\times10^4 Pa$، بينما في نفس الوقت تنخفض درجة الحرارة من 147°C إلى 27°C. احسب الحجم الجديد للهواء؟

6- ما هي درجة الحرارة على ارتفاع، يكون فيه الضغط الجوي 44.188 kPa، والكثافة $0.626\ kg/m^3$. افترض قيم ISA القياسية عند مستوى سطح البحر للضغط والحرارة.

7- أوجد تغير ضاغط الطاقة الحركية للهواء عند مستوى سطح البحر، إذا كانت سرعة الهواء الابتدائية 15 m/s وسرعته النهائية 25 m/s.

8- أوجد تغير طاقة الضغط في معادلة الضاغط، إذا كان p_1= 2.5 MPa وp_2= 1.8 MPa. إذا علمت أن للمائع كثافة نسبية 1.2.

4–10 الترموديناميك (الديناميك الحراري) Thermodynamics

الترموديناميك (thermodynamics) هو العلم الذي يتعامل مع الأشكال المتعددة من الطاقة وتحويلها من شكل إلى آخر. **الترموديناميك التطبيقي** (applied thermodynamics) هو الفرع المتخصص من هذا الموضوع الذي يتعامل بشكل خاص مع الحرارة والطاقتين الداخلية والميكانيكية وتطبيقاتها في إنتاج الطاقة، وكذلك تكييف الهواء والتبريد.

نبدأ دراستنا للترموديناميك التطبيقي (مجال اهتمام المهندسين المتخصصين) باعتبار عدد من الخواص والعلاقات الأساسية للترموديناميك.

4–10–1 المبادئ الأساسية Fundamentals

درجة الحرارة Temperture

لقد تطرقنا إلى درجة الحرارة في عدة مناسبات خلال دراستنا للفيزياء. ولكن مع ذلك، لم نعرّفها ضمن مصطلح الترموديناميك.

درجة الحرارة هي مقياس لكمية الطاقة التي يمتلكها جسم ما أو مادة ما. وهي تقيس اهتزاز الجزيئات التي تشكل المادة. تتوقف الاهتزازات الجزيئية هذه فقط عندما تصل درجة حرارة المادة إلى الصفر المطلق أي $-273.15°C$.

لقد تطرقنا سابقاً إلى مقياس درجة الحرارة المئوية، وتعرفنا على تحويل الدرجات المئوية إلى كلفن وبالعكس، ولإتمام هذا الموضوع سنربط هذه المقاييس مع مقياس الفهرنهايت.

يبين الشكل (4–96) العلاقة بين المقاييس الثلاثة هذه، ويشير إلى نقطة الغليان المشتركة للماء النقي ونقطة انصهار الجليد النقي لكل مجموعة من الوحدات.

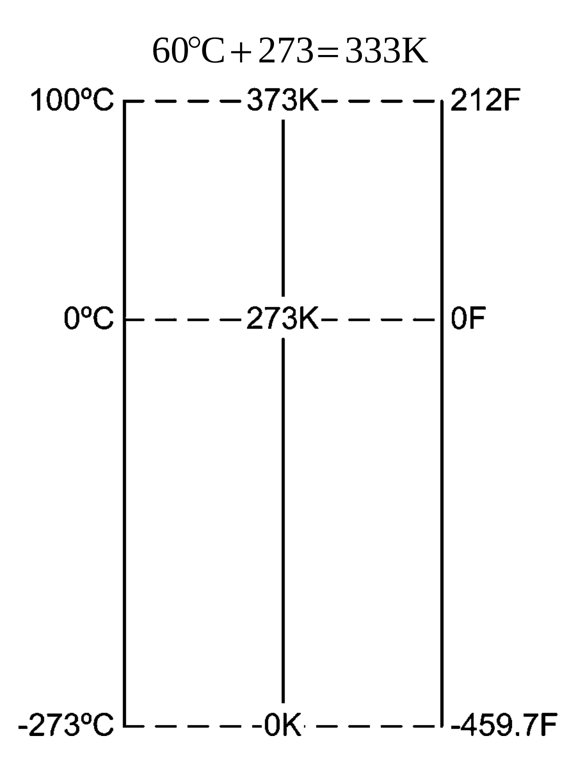
نقطة مفتاحية
تقيس درجة الحرارة كميةَ الطاقة التي تمتلكها الجزيئات المهتزة التي تشكل مادة ما.

مثال 4−52

حوّل 60°C إلى : (أ) K ، (ب) F°

(أ) علمنا سابقاً أن $1°C = 1K$ وأنه لتحويل °C إلى K يجب أن نضيف 273 وبالتالي:

$$60°C + 273 = 333K$$



الشكل 4−96: العلاقة بين مقاييس تدريجات مئوي وكلفن وفهرنهايت.

لاحظ أنه للدقة بشكل كامل يجب إضافة 273.15، ولكن للغايات العملية القيمة التقريبية 273 تفي بالغرض.

(ب) والآن لتحويل 60°C إلى °F نستطيع أن نستخدم العلاقة العكسية المعطاة في الجدول E.7 في الملحق E. عندها:

$$°F = (°C \times 1.8) + 32$$

وباستبدال القيم هذا يعطي $60°C = (60 \times 1.8) + 32 = 140°F$

العلاقة العامة لهذه الصيغة، أي لتحويل الفهرنهايت إلى درجة مئوية، والعكس بالعكس، هي:

$$°F = (°C \times \frac{9}{5}) + 32$$

$$°C = (°F - 32) \times \frac{5}{9}$$

ملاحظة: $°F$ تتحول إلى الحرارة المطلقة (K) بتحويلها إلى $°C$ ثم إضافة 273. F° تتحول إلى الحرارة المطلقة على مقياس رانكين بإضافة 459.67 . للتحويل من رانكين إلى K ببساطة اضرب بـــ 5/9

وهكذا:

$$140°F + 459.67 = 599.67R = 599.67(5/9) = 333.15K$$

سنستخدم في الترموديناميك فقط مقياس التدرج كلفن لقياس درجة الحرارة المطلقة.

قياس درجة الحرارة Temperature measurment

تعتمد الطريقة المستخدمة لقياس درجة الحرارة على درجة سخونة الجسم أو المادة المراد قياسها. يتضمن جهاز القياس؛ موازين الحرارة مائع في زجاج وموازين الحرارة ذات المقاومة، موازين الحرارة التيرمستورية والمزدوجات الحرارية.

تعتمد كل موازين الحرارة (thermometers) على خاصة ما لمادة ما؛ هذه الخاصة تتغير عندما تصبح المادة أبرد أو أسخن. موازين الحرارة الزجاجية ذات المائع تستخدم حقيقة أن معظم الموائع تتمدد قليلاً عندما يتم تسخينها. هناك نوعان شائعان من موازين الحرارة الزجاجية ذات المائع، هما ميزان الحرارة الزئبقي وميزان الحرارة الكحولي، وكلاهما لديه محاسن ومساوئ.

موازين الحرارة الكحولية (alcoholic thermometers): مناسبة لقياس درجات الحرارة التي تزيد على -115°C. إن معدل تمدد الكحول أعلى من معدل

تمدد الزئبق، مما يسمح باستخدام أنبوب أكثر استيعاباً للمائع. تكمن سيئة هذه الموازين في ضرورة إضافة مادة ملونة للتمكن من رؤية المائع بسهولة، بالإضافة إلى أن الكحول يميل إلى الالتصاق بجانب الأنبوب الزجاجي، ويمكن أن يتفكك.

موازين الحرارة الزئبقية (mercury thermometers): توصل الحرارة بشكل جيد وتستجيب بسرعة لتغيرات درجة الحرارة. كما أنها لا ترطب جوانب الأنبوب، وبالتالي تنساب بشكل جيد، بالإضافة إلى إمكانية رؤيتها بسهولة. ومن مساوئ الزئبق إمكانية تجمده في 39°C- وبالتالي فهو غير مناسب لقياس درجات الحرارة المنخفضة. كما يعتبر الزئبق مادة سامة ويجب اتباع إجراءات خاصة عند تلف الميزان.

موازين الحرارة ذات المقاومة (resistance thermometers): تقوم على أساس أن المقاومة الكهربائية لبعض المواد تزداد بارتفاع درجة الحرارة. إنها تستخدم في الحالات التي يكون فيها مجال تغير درجة الحرارة كبيراً لأنها صالحة للقياس في المجال من حوالى 200°C- إلى 1200°C.

موازين الحرارة الترمستورية (thermocouple thermometers): تشغل على مبدأ مشابه، ما عدا في هذه الحالة فإنها تبدي مقاومة أقل لجريان التيار الكهربائي كلما ازدادت درجة الحرارة.

موازين حرارة المزدوجة الحرارية (thermoscouple thermometers): تقوم على أساس أنه عندما يتم وصل سلكين من معدنين مختلفين في وصلتين، بحيث يشكلان دارة كهربائية مغلقة، وكل وصلة تخضع لدرجة حرارة مختلفة، فإن تياراً ضعيفاً يمر. يتم تضخيم هذا التيار واستخدامه لإمداد شاشة لعرض درجة الحرارة الرقمية أو التناظرية (analogue) بالطاقة. تستخدم حساسات درجة حرارة المزدوجة الحرارية عادة لقياس درجة حرارة محرك الطائرة والأنبوب النفاث، يمكن أن تشغل ضمن مجال درجة حرارة من حوالى 200- إلى 1600°C.

التمدد الحراري Thermal expansion

لقد درسنا خلال بحثنا في موازين الحرارة أن موائع محددة تتمدد بزيادة درجة الحرارة، وهذا الحال ينطبق على الأجسام الصلبة أيضاً. يتعلق التمدد الحراري بطبيعة المادة ومقدار زيادة الحرارة. نقيس في الأجسام الصلبة عادةً التمدد الخطي، مثل زيادة طول قضيب معدني، أما في الغازات (كما رأيت سابقاً) فنقيس التمدد الحجمي أو التكعيبي.

يمتلك كل جسم صلب قيمة تمدد خطي (linear expansivity) خاصة به، أي مقدار ما ستتمدده المادة بالــ m/K أو m/°C. ويشار عادة إلى قيمة التمدد هذه **بعامل التمدد الخطي (coefficient of linear expansion) (α)**، وقد أعطيت في الجدول التالي بعض القيم النموذجية لــ (α):

المادة	عامل التمدد الخطي α/C°
اللامتغير Invar	1.5×10^{-6}
الزجاج	9×10^{-6}
الحديد الصب (الفونط)	10×10^{-6}
الاسمنت	11×10^{-6}
الفولاذ	12×10^{-6}
النحاس	17×10^{-6}
النحاس الأصفر	19×10^{-6}
الألمنيوم	24×10^{-6}

إذا كان طول المادة (l)، وعامل التمدد الطولي (α) وارتفاع درجة الحرارة (Δt) فإن يمكن زيادة الطول تحسب باستخدام:

زيادة الطول = $\alpha l(t_2 - t_1)$

لاحظ أننا نستخدم الحرف الصغير t للإشارة إلى درجة الحرارة، لأننا عندما نجد فرق درجات الحرارة Δt لا نحتاج إلى التحويل إلى K.

بالنسبة إلى الأجسام الصلبة يمكن إيجاد التمدد الحجمي أو التكعيبي التقديري باستخدام:

$$3\alpha V(t_2 - t_1)$$ = **تغير الحجم**

حيث V هو الحجم الأصلي.

يوجد علاقة مماثلة لتمدد السطح، حيث يختبر الجسم تغير في المساحة. في هذه الحالة يتم ضرب عامل التمدد الطولي بـــ 2، وبالتالي:

$$2\alpha A(t_2 - t_1)$$ = **التغير في المساحة**

حيث A هي المساحة الأصلية.

مثال 4-53

قضيب فولاذي طوله 4.0 m عند 10°C. كم سيكون طول القضيب عندما يتم تسخينه إلى 350°C؟ وإذا تم صنع كرة قطرها 15 cm كم ستكون نسبة الزيادة في مساحة السطح إذا خضعت الكرة لنفس درجتي الحرارة البدائية والنهائية؟

باستخدام $\alpha = 12\times10^{-6}$ من الجدول أعلاه، فإن زيادة طول القضيب يعطى كالتالي:

$$x = \alpha l(t_2 - t_1) = (12\times10^{-6})(4.0)(350-10) = 0.0163m$$

يمكن إضافة هذا إلى الطول الأصلي لإيجاد الطول النهائي:

$$4.0 + 0.0163 = 4.0163m$$

زيادة مساحة سطح الكرة هو: $2aA(t_2 - t_1)$

يجب أولاً إيجاد مساحة السطح الأصلي والذي يعطي:

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi\times(0.075)^2 = 0.0707m^2$$

ومما سبق، فإن زيادة مساحة السطح:

$$= 2(12\times10^{-6})(0.0707)(340) = 5.769\times10^{-4}m$$

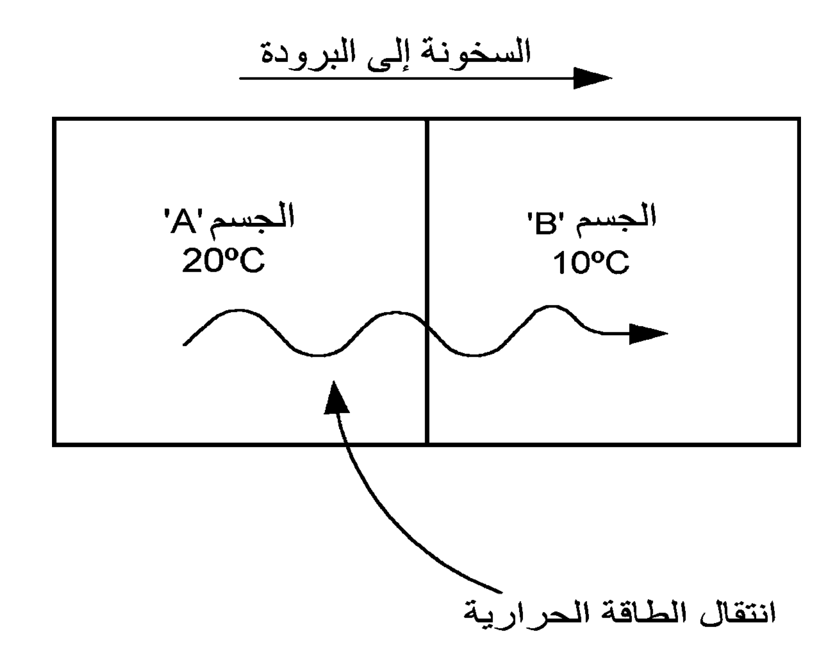
وبالتالي نسبة زيادة المساحة ΔA:

$$\text{نسبة زيادة المساحة } (\Delta A) = \frac{\text{الزيادة في المساحة}}{\text{المساحة الأصلية}} \times 100$$

$$\Delta A = \frac{5.769\times10^{-4}}{0.0707}\times100 = 0.82\%$$

الطاقة الحرارية **Heat energy**

الحرارة هي أهم وأكثر خاصية جوهرية فيزيائية في الكون. لقد عرّفنا سابقاً الطاقة بأنها، القدرة على أداء شغل، ويمكن تعريفها بدقة أكبر بأنها: القدرة على إحداث تأثير. وهذه الآثار تكون واضحة خلال عملية نقل الطاقة.



الشكل 4–97: انتقال الطاقة الحرارية.

الفكرة الحديثة للحرارة هي أنها طاقة في عملية التحول ولا يمكن تخزينها في المادة. يمكن تعريف الحرارة (Q) بأنها الطاقة العابرة التي تحدث بسبب تفاعل الأجسام عند اتصالها المقترن لاختلاف درجات حرارتها. تمتلك المادة طاقة مختزنة وليس طاقة عابرة (طاقة متحركة مثل الحرارة أو الشغل).

يمكن للطاقة الحرارية أن تتحرك أو تنتقل تلقائياً من الجسم الساخن إلى الجسم البارد فقط ، ولكنها لا تستطيع التحرك تلقائياً بشكل متعرج (travel up hill) أي بكلا الاتجاهين.

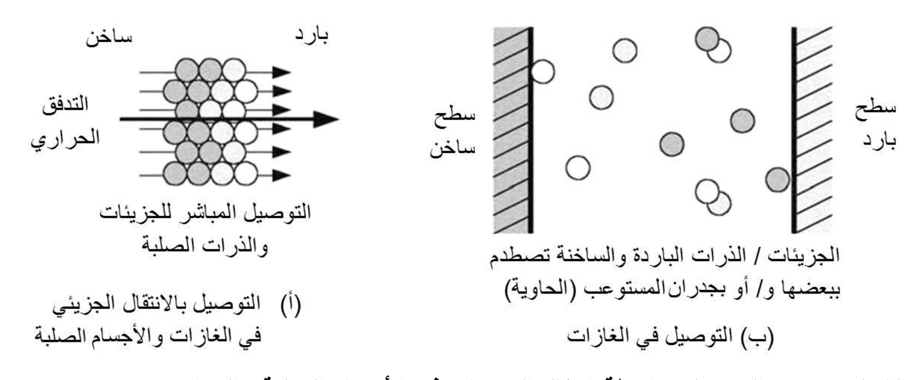
والشكل (4−97) يوضح هذه الحقيقة.

نقطة مفتاحية
الحرارة والشغل هي الطاقة في الانتقال ولا يمكن اختزانها ضمن المادة.

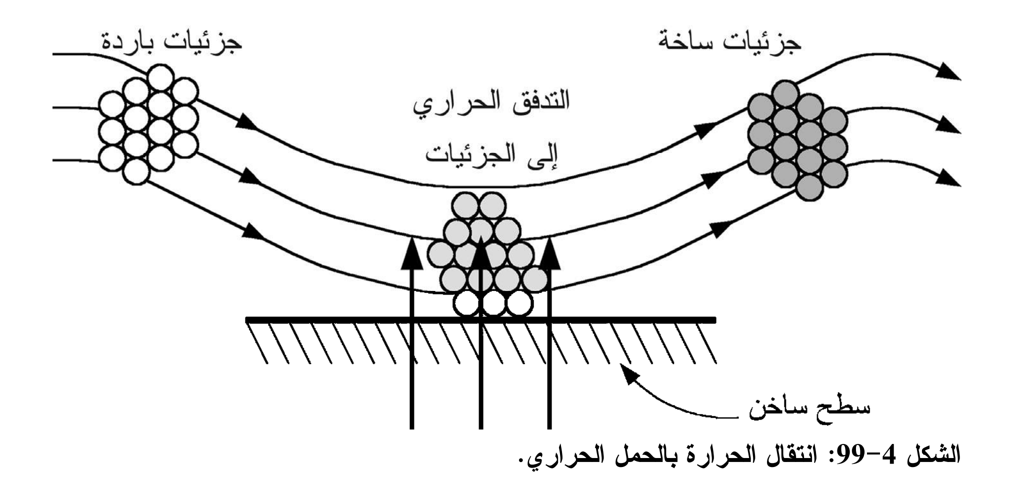
ضمن المادة يحدد مقدار الاهتزاز الجزيئي مقدار الطاقة الحركية التي تمتلكها المادة. يكون مقدار الاهتزاز الجزيئي، بالنسبة إلى الموائع التي لا تقبل الانضغاط (المواد المائعة)، صغير نسبياً، ويمكن إهماله. بالنسبة إلى الموائع والغازات القابلة للانضغاط تكون درجة الاهتزاز عالية بحيث يجب أخذها بالحسبان في الترموديناميك. تصنف هذه الطاقة الحركية كطاقة داخلية (U) وهي شكل من الطاقة المخزنة.

انتقال الطاقة الحرارية Heat energy transfer

تميز مراجع انتقال الطاقة، بشكل عام، ثلاثة أساليب مختلفة لانتقال الحرارة، هي التوصيل الحراري (conduction)، والحمل الحراري (convection)والإشعاع (radiation). تقنياً التوصيل والإشعاع هما فقط شغليتا النقل المثاليتين للحرارة، لأن كلاهما يعتمد بشكل كامل وتام على اختلاف درجة الحرارة الموجودة. يعتمد الحمل الحراري على انتقال الكتلة الميكانيكية أيضاً.



الشكل 4–98: التوصيل بواسطة انتقال الجزيئات في الأجسام الصلبة والموائع.



الشكل 4–99: انتقال الحرارة بالحمل الحراري.

ومع ذلك، طالما أن عملية الحمل الحراري تقوم على نقل الطاقة من مناطق ذات درجة حرارة عالية إلى مناطق ذات درجة حرارة أدنى، تعتبر بشكل اصطلاحي آلية لنقل الحرارة.

التوصيل الحراري (thermal Conduction): يتضمن التوصيل الحراري في الأجسام الصلبة والموائع طريقتين، تعنى الأولى بالذرات والجزيئات (الشكل 4–98)، والثانية بالالكترونات الحرة.

تهتز الذرات عند درجات الحرارة المرتفعة بقوة أكبر حول مواضع توازنها مقارنةً بجاراتها الأبرد. وبما أن الذرات والجزيئات مرتبطة ببعضها البعض، فإنها تمرر بعضاً من طاقتها الاهتزازية. يحدث انتقال الطاقة هذا من الذرات ذات الطاقة

الاهتزازية العالية إلى الذرات ذات الطاقة الاهتزازية المنخفضة، بدون أية إزاحة ممكنة التقدير.

لانتقال الطاقة هذا أثر محفز، لأن الذرات ذات الطاقة الاهتزازية العالية تزيد من طاقة الذرات ذات الطاقة الاهتزازية المنخفضة المجاورة، التي بدورها تؤدي إلى اهتزازها بشكل أقوى، مما يؤدي إلى حدوث التوصيل الحراري. يكون انتقال الطاقة في الأجسام الصلبة (الشكل 4−98) عن طريق التوصيل المباشر بين جزيء وآخر. تحدث عملية التوصيل في الغازات كنتيجة للتصادمات بين الجزيئات الحارة والباردة وسطح الإناء الحاوي.

أما الطريقة الثانية فتتعلق بالمادة كمنبع جاهز للإلكترونات الحرة. بما أن الالكترونات تعتبر أخف من الذرات، إذن أي زيادة في طاقة هذه الالكترونات تؤدي إلى زيادة في سرعتها، وتكون قادرة على تمرير هذه الطاقة بسرعة إلى الأجزاء الأبرد من المادة. هذه الظاهرة هي أحد أسباب اعتبار الموصلات الالكترونية التي فيها إلكترونات حرة موصلات جيدة أيضاً للحرارة. تذكر أن المعادن ليست موصلات الحرارة الجيدة الوحيدة، الآلية الأولى التي تم وصفها سابقاً، التي لا تعتمد على الالكترونات الحرة هي طريقة فعالة للتوصيل الحراري، وخصوصاً في درجات الحرارة الدنيا.

يتكون نقل الحرارة عن طريق الحمل الحراري (convection) من آليتين. بالإضافة إلى نقل الطاقة عن طريق الحركة الجزيئية العشوائية (الانتثار)، هناك أيضاً طاقة منقولة عن طريق حركة المائع الإجمالية.

إذن مع وجود اختلاف في درجة الحرارة، تتحرك أعداد كبيرة من الجزيئات مجتمعة الشكل (4−99) ، في نفس الوقت الذي تحدث فيه حركة جزيئات فردية. التأثير التراكمي لطريقتي نقل الطاقة يتم الإشارة إليه بنقل الحرارة عن طريق الحمل الحراري.

الإشعاع (radiation): يتم تعريفه بأنه نقل الطاقة بدون الحاجة إلى وسيط، حيث يجب أن تمر الطاقة، ولذلك فإن الإشعاع يمكن نقله في الفراغ

الخالي. يعزى الإشعاع الحراري إلى تغيرات طاقة الإلكترون ضمن الذرة أو الجزيء. كلما تغيرت مستويات طاقة الإلكترون، يتم إطلاق طاقة والتي تصدر على شكل موجات الكترومغناطيسية بطول موجة متغير. عندما يصطدم الإشعاع الصادر بجسم ما فإما أن يتم امتصاصه، أو انعكاسه أو نفاذه خلال الجسم. سوف تتم دراسة الموجات الالكترومغناطيسية مرة ثانية عند دراسة الضوء.

الحرارة النوعية

مما قلناه سابقاً عن نقل الحرارة، سيكون من الواضح أن للمواد المختلفة قدرات مختلفة على امتصاص ونقل الطاقة الحرارية. إن الطاقة الحرارية الضرورية اللازمة لرفع درجة الحرارة تعتمد على كتلة المادة ونوع المادة وارتفاع درجة الحرارة الذي تتعرض له المادة.

إن القدرة المتأصلة في المادة على امتصاص الحرارة بالنسبة إلى كتلة وارتفاع درجة حرارة محددين تعتمد على المادة نفسها. تعرف خاصية المادة هذه باسم سعة الحرارة النوعية. في النظام الدولي، السعة الحرارية النوعية لمادة ما، هي نفسها الطاقة الحرارية اللازمة لإنتاج ارتفاع في درجة الحرارة مقداره 1K في كتلة قدرها 1kg. وبناءاً عليه، فإنه بمعرفة كتلة المادة وسعتها الحرارية النوعية، يمكن حساب الطاقة الحرارية اللازمة لإنتاج أي ارتفاع في درجة الحرارة من المساواة:

الطاقة الحرارية $Q = mc\Delta t$

حيث c = السعة الحرارية النوعية للمادة (J/kgK)

و Δt هو تغير درجة الحرارة.

مثال 4-54

ما هو مقدار الطاقة الحرارية اللازمة لرفع درجة حرارة 5 kg من الألمنيوم من 20°C إلى 40°C؟ اعتبر السعة الحرارية النوعية للألمنيوم مساوية لـِ 900 J/kgK.

كل ما هو مطلوب هو تعويض القيم المناسبة مباشرة في المعادلة:

$$Q = mc\Delta t = (5)(900)(40-20) = 90\,000\ J = 90\ kJ$$

تعريف آخر للسعة الحرارية النوعية لأية مادة هو: كمية الطاقة الحرارية اللازمة لرفع درجة حرارة وحدة الكتلة من المادة درجة وحدة، في ظل ظروف محددة.

يستخدم في الترموديناميك شرطان محددان، وهما الحجم الثابت والضغط الثابت. ليست للحرارتين النوعيتين بالنسبة إلى الغازات القيمة نفسها، لذلك من الضروري أن نميز بينهما.

الحرارة النوعية عند حجم ثابت Specific heat at constant volume

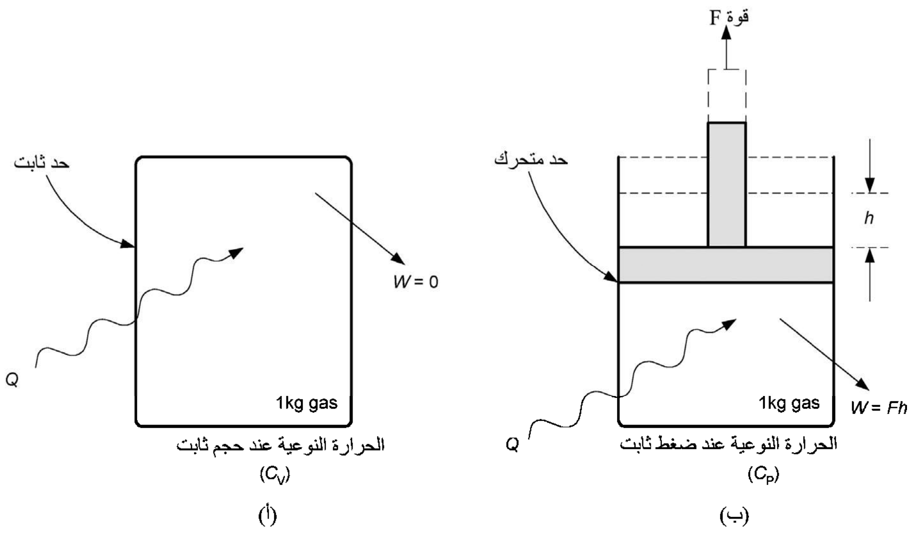
إذا تم تزويد 1 kg من الغاز بكمية من الطاقة الحرارية الكافية لرفع درجة حرارته بمقدار 1°C أو 1K بينما يبقى حجم الغاز ثابتاً، عندها تعرف كمية الحرارة المزودة بالسعة الحرارية النوعية عند حجم ثابت، ويرمز إليها بالرمز c_v. لاحظ أنه ضمن هذه الظروف الشكل (4−100 أ) لا يتم إنجاز أي شغل، غير أن الغاز يتلقى زيادة في الطاقة الداخلية (U). الحرارة النوعية عند حجم ثابت للهواء (c_v للهواء) هي 718 J/kgK.

الحرارة النوعية عند ضغط ثابت Specific heat at constant pressure

إذا تم تزويد 1 kg من الغاز بكمية من الطاقة الحرارية الكافية لرفع درجة حرارة الغاز لمقدار 1°C أو 1K بينما يبقى الضغط ثابتاً، فإن كمية الطاقة الحرارية المزودة تعرف بالسعة الحرارية النوعية عند ضغط ثابت ويرمز إليها بالرمز c_p.

هذا يدل على أنه عندما يتم تسخين الغاز فإنه يتمدد مسافة h الشكل (4−100 ب)، وبذلك يتم إنجاز الشغل. وبالتالي فبالنسبة إلى الكمية نفسها من المادة كانت هناك زيادة في الطاقة الداخلية (U)، إضافة إلى الشغل. لذلك تكون قيمة c_p، أكبر من قيمة c_v الموافقة لها.

إن السعة الحرارية النوعية عند ضغط ثابت للهواء (c_p للهواء) هي 1005 J/kgK.



الشكل 4−100: مقارنة بين الحرارتين النوعيتين عند حجم ثابت وعند ضغط ثابت.

نقطة مفتاحية
السعة الحرارية النوعية للهواء عند ضغط ثابت هي 1005 J/kgK.

نقطة مفتاحية
السعة الحرارية النوعية عند ضغط ثابت أكبر من السعة الحرارية النوعية عند حجم ثابت، بسبب إنجاز الشغل.

المعادلة المميزة للغاز **Charactertic gas equation**

قانون الغاز الموحد، الذي مر معنا سابقاً باسم معادلة الغاز الموحدة، يشير إلى أنه بالنسبة إلى غاز مثالي في وحدة الكتلة:

$$\frac{pV}{T} = \text{ثابت}$$

هذه العلاقة صحيحة بالنسبة إلى أيّ كتلة ثابتة من الغاز، لذلك نستطيع أن نكتب:

$$\frac{pV}{mT} = \text{ثابت جديد} \qquad \text{لأن الكتلة } m \text{ ثابتة}$$

يكون هذا الثابت الجديد R، بالنسبة إلى أيّ غاز تام خاضع لقوانين الغاز المثالي، خاصاً بذاك الغاز المعين، أي أن R هو الثابت المميز للغاز (Specific gas constant) أو ثابت الغاز الخاص بالغاز المحدد المعني. لذلك يمكن كتابة المعادلة المميزة للغاز كالتالي:

$$\frac{pV}{T} = mR$$

أو:

$$pV = mRT$$

إن وحدة الثابت المميز للغاز هي J/kgK. لاحظ أنه عند استخدام المعادلة السابقة يتوجب استخدام كل من الضغط المطلق ودرجة الحرارة المطلقة.

الثابت المميز للغاز لعدد من الغازات معطى في الجدول أدناه.

الغاز	الثابت الممبز للغاز (J/kgK)
هيدروجين	4124
هيليوم	2077
نيتروجين	297
الهواء	287
أوكسجين	260
أرغون	208
ثاني أكسيد الكربون	189

إن الثابت المميز للهواء، الوارد في الجدول أعلاه يساوي $R = 287 J/kgK$. ولهذا علاقة بالسعات الحرارية النوعية للهواء بالطريقة التالية، أي $R = c_p - c_v$ ، يجب أن تتأكد من هذه العلاقة بملاحظة القيم السابقة لـــ R و c_p و c_v للهواء. وهذه العلاقة ($R = c_p - c_v$) ليست صحيحة للهواء فقط، هي أيضاً صحيحة لأي غاز مثالي يتبع القوانين المثالية *ideal laws*.

مثال 4−55

يشغل غاز كتلته 0.22 kg عند درجة حرارة 20°C وضغط 103 kN/m^2، حجماً مقداره 0.18 m^3. إذا كان c_v للغاز = 720 J/kgK، أوجد:

(أ) الثابت المميز للغاز.

(ب) السعة الحرارية النوعية للغاز عند ضغط ثابت.

(أ) باستخدام $pV = mRT$

نحصل بعد إعادة الترتيب على:

$$R = \frac{pV}{mT} = \frac{(103 \times 10^3)(0.18)}{(0.22)(293)} = 288 J / kgK$$

(ب) من $R = c_p - c_v$، إذن:

$$c_p = R + c_v = 288 + 720 = 1008 J / kgK$$

الحرارة الباطنية **Latent heat**

عندما تغير المادة حالتها، أي عندما يتم تطبيق الحرارة على جسم صلب ويتحول إلى مائع، ومع استمرار التسخين إلى حد أبعد، يتحول المائع إلى غاز، نقول إن المادة قد خضعت لتغير في الحالة. للمادة ثلاث حالات هي الحالات الصلبة والمائعة والغازية. ولذلك، الطاقة الحرارية المضافة إلى المادة لا تؤدي بالضرورة إلى ارتفاع يمكن قياسه في درجة الحرارة، حيث يمكن استخدام هذه الحرارة لتغيير حالة المادة، في هذه الظروف نشير إلى هذه الطاقة الحرارية بالباطنية أو المخبأة (latent or hidden heat).

نقطة مفتاحية
الحرارة الكامنة هي الحرارة التي تتم إضافتها إلى الجسم بدون تغيير في درجة الحرارة.

لقد أشرنا إلى الطاقة الحرارية المطلوبة لتغيير المادة الصلبة إلى مائع، بالحرارة الكامنة للانصهار، بالنسبة إلى الماء، 344 kJ من الطاقة الحرارية مطلوبة لتحويل 1kg من الجليد عند درجة الحرارة 0°C إلى ماء عند نفس درجة الحرارة. وبالتالي الحرارة الكامنة النوعية لانصهار الماء (specific latent heat of fusion) هو 334 kJ.

تشير كلمة النوعية، للحرارة الكامنة، إلى وحدة الكتلة للمادة، أي للكيلو غرام. لذلك نعرّف الحرارة النوعية الكامنة لانصهار مادة بأنه: الطاقة الحرارية اللازمة لتحويل 1 kg من المادة من الحالة الصلبة إلى الحالة المائعة بدون تغيير في درجة الحرارة.

إذا كنا نرغب أن نوجد الطاقة الحرارية اللازمة لتغيير أية كمية من المادة من الحالة الصلبة إلى المائعة، فإننا نستخدم العلاقة: $Q = mL$.

حيث إن L هي الحرارة الكامنة النوعية (specific latent heat) للمادة.

وبنفس أسلوب البرهان أعلاه فإن: الطاقة الحرارية اللازمة لتحويل 1 kg من المادة من الحالة المائعة إلى الغازية بدون تغير في درجة الحرارة، يعرف باسم الحرارة النوعية الكامنة للتبخر. مرة أخرى إذا كنا نرغب إيجاد الطاقة الحرارية اللازمة لتحويل أية كمية من المادة من الحالة المائعة إلى الغازية فإننا نستخدم العلاقة (specifica latent heat of evaporization):

$Q = mL$ ولكن في هذه الحالة L هي الحرارة النوعية الكامنة للتبخر.

الحرارة النوعية الكامنة لتبخر الماء هو 2.26 MJ/kgK.

مثال 4−56

(أ) ما هي كمية الطاقة الحرارية المطلوبة لتحويل 3 kg من الجليد عند درجة الحرارة 0°C إلى ماء بدرجة حرارة 30°C.

(ب) ما هي الطاقة الحرارية اللازمة لتكثيف 0.2 kg من البخار إلى ماء في درجة حرارة 100°C.

(أ) يمكن حساب الطاقة الحرارية اللازمة لتحويل الجليد عند درجة الحرارة 0°C إلى ماء عند درجة حرارة 0°C باستخدام المعادلة:

$$Q = mL$$

وباستبدال القيم نحصل على:

$$Q = (3)(334 \times 10^{-3}) = 1.002 MJ$$

3 kg من الماء المتشكل يجب أن يتم تسخينه من 0°C إلى 30°C. الطاقة الحرارية اللازمة، لهذا يمكن حسابها باستخدام المعادلة $Q = mc\Delta t$. لقد تطرقنا سابقاً إلى هذه المعادلة عندما درسنا الحرارة النوعية.

لذلك في هذه الحالة:

$$Q = (3)(4200)(30) = 378\,000\ J = 0.378 MJ$$

وتكون الطاقة الحرارية الكلية اللازمة:

$$1.002 + 0.378 = 1.38 MJ$$

(ب) في هذه الحالة نستخدم ببساطة $Q = mL$، لأننا نحول البخار إلى ماء عند درجة حرارة 100°C التي هي درجة حرارة تبخر الماء إلى بخار.

إذن:

$$Q = (0.2)(2.226 \times 10^{6}) = 445.2 kJ$$

لاحظ كميات الطاقة الحرارية اللازمة لتغيير حالة المادة. تستخدم هذه الطاقة مع التبريد بالتبخر في تكييف هواء الطائرة وأنظمة التبريد.

لا يلزم السائل أن يغلي من أجل أن يغير حالته، كلما اقتربت درجة الحرارة من نقطة غليان السائل، زادت سرعة تحوله إلى غاز. في درجات الحرارة

الأخفض، يحدث التغير في عملية البخر. إن البخار المتصاعد من بركة الماء، عندما تسطع الشمس بعد عاصفة مطرية، هو مثال على البخر، حيث يتشكل بخار الماء كبخار، عند درجة حرارة أدنى من درجة غليان الماء بكثير.

هناك عدة طرق يمكن فيها للسائل أن يتحول إلى بخار بسهولة أكبر. وهذه تتضمن:

- زيادة درجة الحرارة التي تزيد الطاقة الجزيئية للسائل بما يكفي للجزيئات الأكثر النشاطاً لأن تتحرر من المائع.
- خفض الضغط على السائل من أجل السماح للجزيئات الأقل نشاطاً لأن تتحرر كغاز.
- زيادة مساحة السطح، كي تصبح هناك فرصة أكبر للجزيئات الأكثر نشاطاً لأن تتحرر.
- تمرير الغاز فوق سطح السائل لمساعدة التحرر الجزيئي.

يشغل نظام تبريد الطائرة بنفس طريقة شغل البراد المنزلي، حيث يمكن أن يتحول السائل إلى بخار بأي درجة حرارة، وذلك بتغيير الضغط المطبق عليه. تستخدم البرادات مائعاً ذا درجة غليان منخفضة جداً مثل الفريون (Freon). نعلم من قوانين الترموديناميك، أن الحرارة تستطيع التدفق فقط من نقطة ذات درجة حرارة عالية إلى أخرى ذات درجة حرارة أدنى. كي تُجبر الحرارة على التدفق بالاتجاه المعاكس يجب صرف طاقة إضافية. في نظام تبريد كذلك الموضح في المخطط الصندوقي (الشكل 4-101)، يتم تزويد هذا المصدر الإضافي من الطاقة بواسطة ضاغط أو مضخة. عندما يُضغط الغاز، ترتفع درجة حرارته، وعندما يسمح للغاز بالتمدد تنخفض درجة حرارته.

يمكن إنجاز تدفق معاكس (reverse flow) للحرارة عن طريق ضغط الفريون إلى ضغطٍ عالٍ بما يكفي لرفع درجة حرارته إلى درجة حرارةٍ أعلى من درجة حرارة الهواء الخارجي. عندها تتدفق الحرارة من الغاز ذي درجة الحرارة

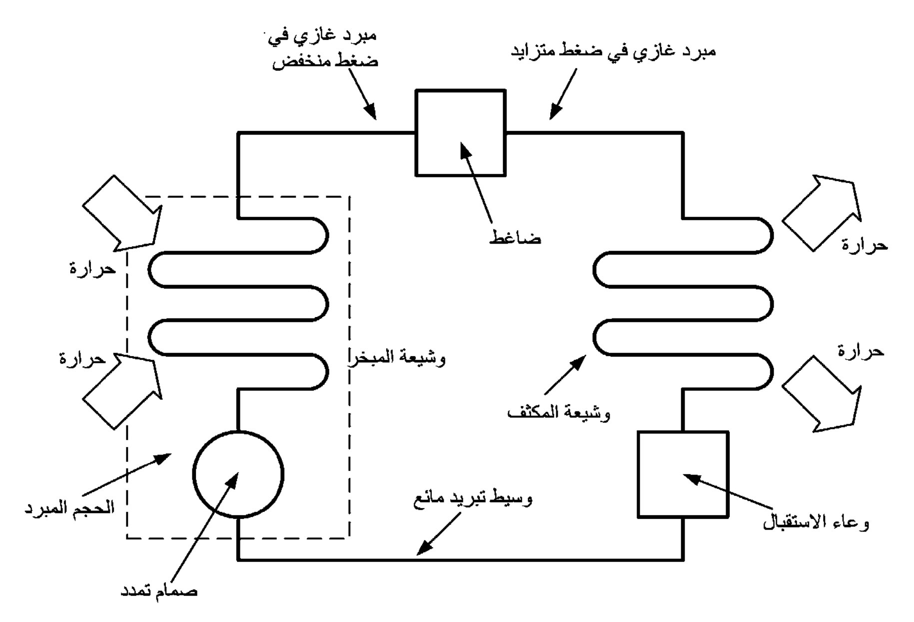
الأعلى (الفريون) إلى الهواء المحيط ذي درجة الحرارة الأخفض، وبالتالي يتم خفض الطاقة الحرارية للغاز. وبعدها يسمح للغاز بالتمدد إلى ضغط أخفض، مسبباً انخفاضاً في درجة الحرارة. وهذا الانخفاض في درجة الحرارة يجعل الفريون أبرد من الهواء المحيط، وبذا يشغل الهواء الذي يتم تبريده كمصدر للحرارة. هكذا تتدفق الحرارة من المصدر الحراري (الهواء المكيَّف) إلى الفريون، الذي يتم ضغطه مرة أخرى لبداية دورة جديدة.

في التطبيق الشغلي تشغل دورة التبريد في نظام البرادات العاملة على الفريون كالتالي:

يتم احتواء الفريون، وهو سائل في وعاء تحت ضغط عالٍ. يسمح له أن يتدفق عبر صمّام داخل المبخر (evaporator) عند ضغط منخفض، في هذا الضغط المنخفض، تكون درجة حرارة غليان الفريون منخفضة بما فيه الكفاية لتبريد الهواء المحيط خلال عملية التبادل الحراري، وهذا هو هدف نظام التبريد! وبدورها، تتدفق الحرارة من الهواء (داخل الحجم المراد تبريده) إلى الفريون، لتجعله يغلي ويتبخر. عندها يدخل بخار الفريون البارد إلى الضاغط، حيث يزداد ضغطه، وترتفع نقطة غليانه. يتدفق الغاز عند ضغط عالٍ ودرجة حرارة عالية إلى المكثف، حيث تتدفق الحرارة من الفريون (المبرد) إلى الهواء الخارجي، مما يكثف البخار إلى سائل (خارج جهاز التبريد). تتكرر الدورة للحفاظ على المكان بارداً، حيث يمر الهواء، عند درجة الحرارة المطلوبة.

لاحظ أن الحرارة تتدفق إلى المبرد من الهواء اللازم تبريده، بواسطة مبادل حراري "المبخر"، وتتدفق الحرارة من المبرّد إلى الهواء المحيط عبر مبادل حراري "المكثف".

نقطة مفتاحية
المبرد هو مائع تبريد له درجة حرارة غليان منخفضة جداً.



الشكل 4-101: نظام تبريد طائرة نموذجي.

اختبر فهمك 4-21

1- حوّل (أ) 20°C إلى K. (ب) 120°F إلى °C. (ج) 50°F إلى K.

2- نحن مطالبون بقياس درجة حرارة الأنبوب النفاث لطائرة والذي في ظروف الشغل العادية، لا تتجاوز درجة حرارته 1200°C. اقترح جهاز قياس درجة الحرارة الأفضل، مع إعطاء الأسباب.

3- عرّف معامل التمدد الخطي للأجسام الصلبة، واشرح كيفية استخدامه في حساب التمدد التقريبي للسطح والتمدد التقريبي للحجم.

4- عرِّف الطاقة الحرارية، واشرح الفرق بين الطاقة الحرارية والطاقة الداخلية لمادة ما.

5- اشرح الفرق الأساسي بين نقل الحرارة عن طريق التوصيل ونقل الحرارة عن طريق الحمل الحراري.

6- بالنسبة إلى غاز ما، لماذا تكون السعة الحرارية النوعية عند ضغط ثابت أكبر من السعة الحرارية النوعية عند حجم ثابت؟

7- اكتب صيغة حساب الطاقة الحرارية اللازمة لإنتاج ارتفاع في درجة الحرارة، واشرح كيف تتغير هذه الصيغة عند حساب الطاقة الحرارية الكامنة (أي دخل الطاقة الحرارية دون ارتفاع في درجة الحرارة).

8- إذا كان الثـــابت المميـــز لغـــاز مـــا هو 260 J/kgK وسعته الحرارية النوعية c_v هي 680 kJ/kgK، فما هي قيمة c_p ؟

9- اذكر بالتفصيل كيف يمكن للسائل أن يجبر على التبخر بسهولة أكبر.

10-ما هو الهدف من:

(أ) المبخر (ب) المكثف،

في نظام التبريد النموذجي؟

4-10-2 الأنظمة (المجموعات) الترموديناميكية

Thermodynamic Systems

يمكن تعريف الأنظمة الترموديناميكية (thermodynamic system) بأنها مقادير محددة من المادة الترموديناميكية، مثل الموائع القابلة للانضغاط، كالأبخرة والغازات، المحاطة بحدود قابلة للتعريف. سنهتم بشكل خاص بالأنظمة الترموديناميكية التي تشمل الموائع العاملة (working fluids) (أكثر من تلك التي تشمل الأجسام الصلبة) لأن هذه الموائع تمكن النظام من انجاز شغل أو تلقي الشغل المنجز ضده. الطاقات العابرة (transient) التي على شكل حرارة (Q) وشغل (W) تستطيع دوك غيرها عبور حدود النظام، وبالتالي سيكون هناك تغير في الطاقة المختزنة في المادة المحتواة (المائع العامل).

خواص الأنظمة الترموديناميكية

Properties of thermodynamic systems

العناصر الأساسية التي تكون النظام الترموديناميكي هي:

(أ) مائع عامل، أي المادة التي قد تعبر أو لا تعبر حدود النظام، مثل الماء، البخار، الهواء، ...إلخ.

(ب) مصدر حراري.

(ج) جسم بارد لتعزيز التدفق الحراري ولتمكين الطاقة الحرارية من الانتقال.

(د) حدود النظام التي يمكن أن تكون ثابتة أو لا تكون.

خاصية المائع العامل هي مقدار جدير بالملاحظة، تماماً كما الضغط ودرجة الحرارة، وهلم جرا ... . يمكن تحديد حالة المائع العامل عندما يكون غازاً، بأية خاصيتين مفردتين.

مثلاً، يحدد قانون بويل حالة المائع عن طريق تحديد الخصائص الترموديناميكية المستقلة للحجم والضغط.

عندما يخضع المائع العامل لعملية ما، عندها يكون المائع قد بدأ بمجموعة من الخصائص وانتهى بأخرى. بغضّ النظر عن كيفية حدوث العملية أو ماذا حدث بين الحالتين البدائية والنهائية. مثلاً إذا كان للمائع ضمن نظام ما ضغط ابتدائي (p_1) ودرجة حرارة ابتدائية (T_1)، ثم تم ضغطه بحيث ازداد ضغطه حتى (p_2) ودرجة حرارته حتى (T_2)، عندها نقول إن المائع قد خضع لعملية من الحالة 1 إلى الحالة 2.

ونقول، إن شغلاً قد انتقل صمن النظام الترموديناميكي، إذا كانت هناك حركة لحدود النظام. ستتم دراسة هذه الفكرة في دراستنا التالية للأنظمة المغلقة.

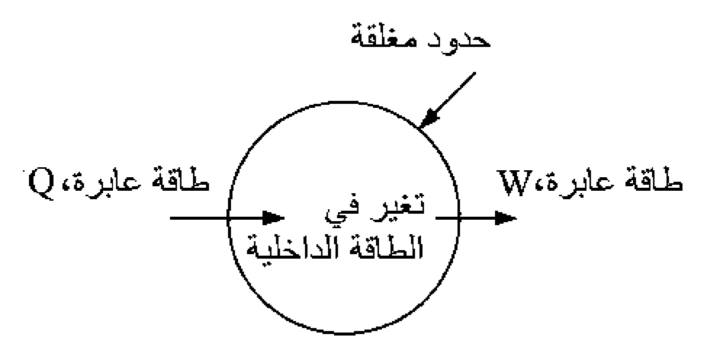
الأنظمة المغلقة Closed system

يملك هذا النوع من الأنظمة حدوداً مغلقة أو محددة محتوية على كمية محددة من البخار أو الغاز، يمكن أن تحدث في النظام عملية تبادل للحرارة والشغل. يبين الشكل (4−102) مخططاً طاقياً لنظام مغلق نموذجي.

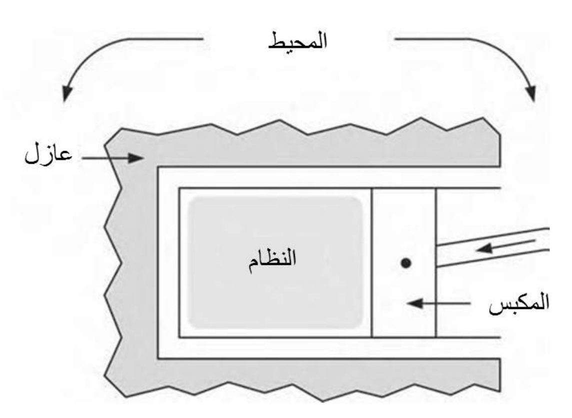
نقطة مفتاحية

في النظام المغلق لا يوجد انتقال لكتلة المائع عبر حدود النظام.

ليست حدود النظام المغلق بالضرورة حدوداً صلبة، ما يجعل النظام مغلقاً هو حقيقة أنه لا يحدث انتقال لكتلة المائع عبر حدود النظام، بينما يحدث تبادل للحرارة والشغل عبر حدود النظام نفسه.



الشكل 4−102: تبادل الطاقة في النظام المغلق.



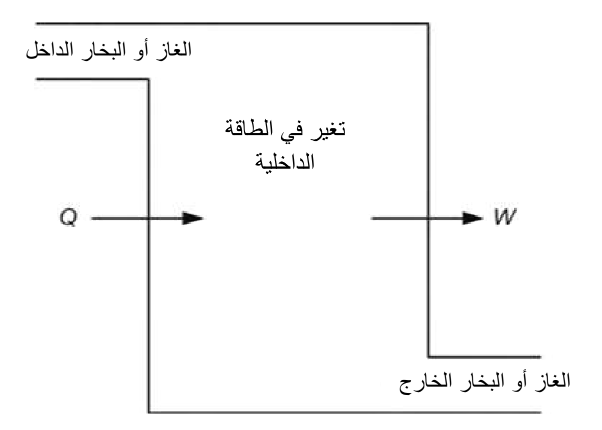
الشكل 4−103: مجموعة المكبس والأسطوانة لمحرك الاحتراق الداخلي.

تأمل المثال المعروف بشكل جيد على النظام المغلق، وهو مجموعة المكبس والأسطوانة لمحرك الاحتراق الداخلي (الشكل 4−103).

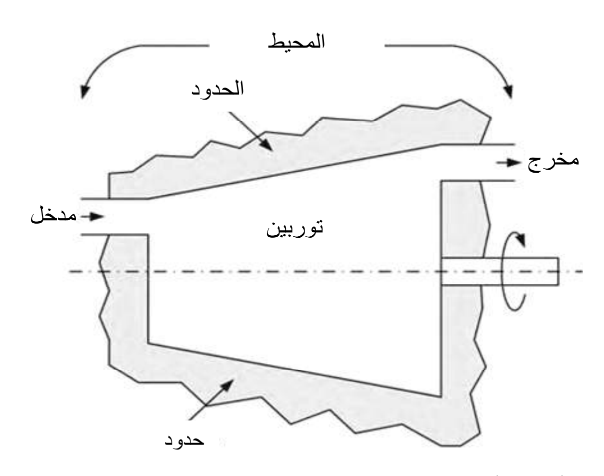
الحدود المغلقة (closed boundary) تتكون من رأس المكبس، وجدران الأسطوانة، ورأس الأسطوانة مع الصمامات المغلقة. الطاقة العابرة الكائنة على

شكل وقود قابل للاحتراق، الذي يُوْجِدُ موجة ضغط مفاجئ والتي تجبر المكبس على الهبوط. وبالتالي عندما يتحرك المكبس، تتحرك حدود النظام. وهذه الحركة تجعل النظام يؤدي شغلاً (القوة × المسافة) في محيطه. في هذه الحالة يدفع قضيب المكبس عمود المرفق، لتأمين طاقة محركة.

لاحظ أنه في النظام المغلق، يلزم وجود حركة في حدود النظام لإنجاز الشغل من قبل النظام أو على النظام، وبالتالي فإن الشغل (مثل الحرارة) وهو طاقة عابرة، لا يتم تضمينه داخل النظام. كما لا يوجد انتقال للكتلة في نظام المائع عبر حدود النظام، بينما يحدث تبادل للحرارة (Q) والشغل (W).



الشكل 4-104: تبادل الطاقة في نظام مفتوح نموذجي.



الشكل 4-105: عنفة غازية نظام مفتوح.

النظام المفتوح **Open system**

في هذا النوع من النظام هناك فتحة أو أكثر في حدود النظام للسماح بانتقال كتلة المائع، بينما يتم تبادل الطاقات العابرة للحرارة (Q) والشغل (W). الرسم التخطيطي للطاقة لنظام كهذا مبين في الشكل (4−104).

يعتبر المحرك الغازي العنفي مثالاً شغلياً لنظام مفتوح الشكل (4−105). يوجد في هذا النظام انتقال للكتلة عبر حدود النظام على شكل تدفق هوائي، يملك طاقة حركية، وطاقة ضغط، وفي بعض الحالات طاقة كامنة خاصة به. هذا الهواء الفعال (النشيط) يعبر خلال النظام المفتوح، ويخضع لتبادل في الطاقات العابرة على شكل حرارة وشغل.

4−10−3 قانون الترموديناميك الأول

The first law of thermodynamics

يطبق هذا القانون في جوهره مبدأ حفظ الطاقة على الأنظمة الترموديناميكية المغلقة والمفتوحة. ينص القانون على ما يلي: عندما يخضع نظام ما لدورة ترموديناميكية، تكون عندها الطاقة الحرارية الصافية المنتقلة إلى النظام من محيطه مساوية للطاقة الميكانيكية الصافية المنقولة من النظام إلى محيطه.

يخضع المائع العامل في الدورة الترموديناميكية للنظام لسلسلة من العمليات، ويعود أخيراً إلى حالته الابتدائية، سنتكلم على الدورة الترموديناميكية بشكل أوسع فيما بعد. سنتأمل أولاً تطبيق القانون الأول على الأنظمة المغلقة.

قانون الترموديناميك الأول المطبق على النظام المغلق

First law of thermodynamics applied to a closed system

إن مبدأ مصونية الطاقة (قانون الترموديناميك الأول) المطبق على النظام المغلق يذكر أن:

المقدار الكلي من الطاقة المعطاة لنظام ومحيطه يبقى نفسه، بغضّ النظر عن تغيرات الشكل التي قد تحصل.

بعبارة أخرى: الطاقة الكلية الداخلة إلى نظام يجب أن تكون مساوية للطاقة الكلية الخارجة من النظام. وهذا ممثل تخطيطي في الشكل (4−106)، حيث الطاقة الداخلية البدائية هي U_1، والطاقة الداخلية النهائية هي U_2، لذلك يعبّر عن التغير في الطاقة الداخلية بـــ $U_2 - U_1$ أو ΔU.

وهكذا نصيغ القانون بالرموز:

$$U_1 + Q = U_2 + W$$

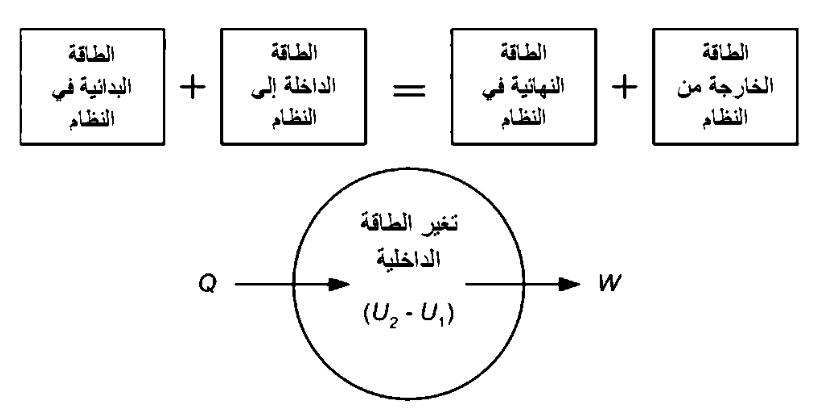
(أي الطاقة الكلية الداخلة = الطاقة الكلية الخارجة)

وبالشكل العادي:

$$Q - W = \Delta U$$

هكذا تمثل المعادلة السابقة فكرة قانون الترموديناميك الأول تطبيقاً على النظام المغلق. وهذه المعادلة تعرف بمعادلة الطاقة اللاجريانية (Non-Flow Energy Equation-NFEE).

يتم إعطاء نقل طاقة الشغل والحرارة رموزاً اصطلاحيةً، كما هو مبين في الشكل (4−106). تكون الطاقة الداخلة للنظام موجبة، ويكون الشغل الخارج من النظام سالباً. طريقة أخرى للتعبير عن نفس الشيء هو؛ تكون الحرارة المقدمة للنظام أو الحرارة المنجزة على النظام موجبة، ويكون الشغل الناتج أو الشغل الذي ينجزه النظام موجباً. وبشكل طبيعي يطبق العكس، أي تكون الحرارة المنجزة من قبل النظام أو الخارجة من النظام سالبة، ويكون الشغل المنجز على النظام أو الداخل إلى النظام سالباً.



الشكل 4−106: قانون الترموديناميك الأول المطبق على النظام المغلق.

نقطة مفتاحية
قانون الترموديناميك الأول هو قانون مصونية، حيث الطاقة الكلية الداخلة إلى نظام تساوي الطاقة الكلية الخارجة من النظام.

مثال 4−57

خلال عملية ترموديناميكية لا جريانية، ازدادت الطاقة الداخلية للمائع العامل ضمن النظام من 10 kJ إلى 30 kJ، بينما أنجز النظام 40 kJ من الشغل. ما هو مقدار وجهة انتقال الطاقة الحرارية عبر النظام خلال العملية؟

باستخدام المعادلة $Q - W = U_2 - U_1$

حيث: $U_1 = 10$ kJ ، $U_2 = 30$ kJ و $W = 40$ kJ (شغل موجب)

إذن:

$$Q - 40 = 30 - 10$$

و:

$$Q = 60\ kJ$$

بما أن Q موجب، يجب أن يكون هناك إمداد حراري للنظام، والذي يمكن تمثيله بسهم يشير إلى داخل النظام، كما هو مبين في الشكل (4−106).

قانون الترموديناميك الأول المطبق على النظام المفتوح

First law of thermodynamics applied to an open system

بما أن المائع يتدفق باستمرار إلى داخل وخارج النظام عندما يحدث انتقال الحرارة والشغل. يجب أن نفكر في كل الطاقات المختزنة التي يمتلكها المائع، والتي أشرنا إليها سابقاً أي:

1- طاقة الضغط أو التدفق = الضغط × الحجم = pV.

2- $PE = mgz$ (لاحظ أننا استخدمنا هنا z بدلاً من h للضاغط).

3- $KE = \frac{1}{2}mv^2$.

والآن بتطبيق قانون مصونية الطاقة (القانون الأول) على النظام المفتوح المبين في الشكل (4–107) عندها:

الطاقة الكلية الداخلة = الطاقة الكلية الخارجة

لذلك:

الطاقة العابرة الداخلة + الطاقة المختزنة الداخلة = الطاقة العابرة الخارجة + الطاقة المختزنة الخارجة

أو: الطاقة الحرارية + (IE_1 + E_1 ضغط + PE_1 + KE_1) =

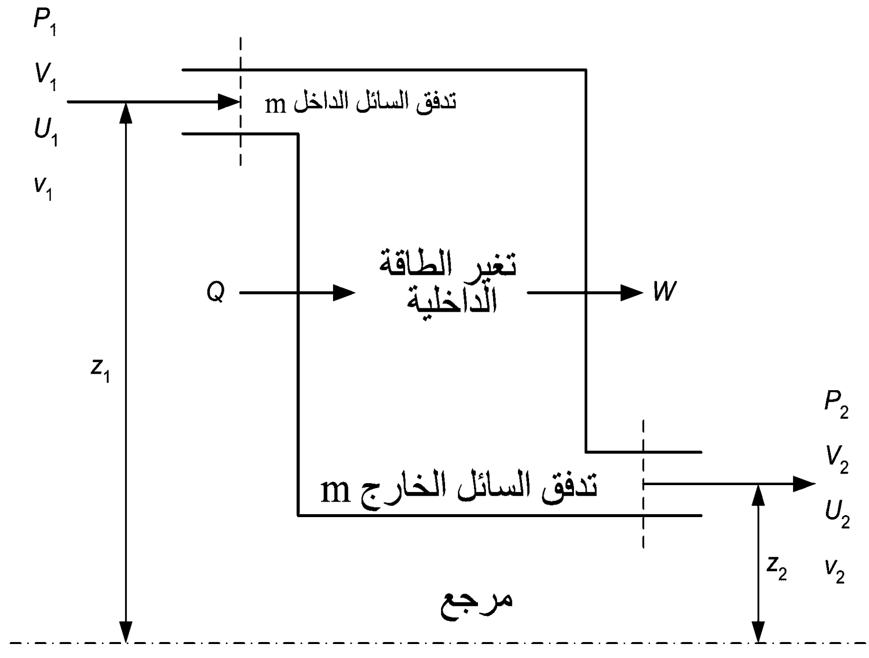
طاقة الشغل + (IE_2 + E_2 ضغط + PE_2 + KE_2)

والآن بالشكل الرمزي لدينا:

$$Q + U_1 + p_1V_1 + mgz_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = W + U_2 + p_2V_2 + mgz_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

وبالترتيب نحصل على:

$$Q - W = (U_2 - U_1) + (p_2V_2 - p_1V_1) + (mgz_2 - mgz_1) + (\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2)$$



الشكل 4–107: قانون الترموديناميك الأول المطبق على النظام المفتوح.

هذه هي المعادلة الكاملة لقانون الترموديناميك الأول المطبق على النظام المفتوح. وتدعى معادلة طاقة الجريان المستقر (Steady Flow Energy Equation- SFEE).

عند التعامل مع أنظمة الجريان حيث هناك نقل كتلة للمائع. من المناسب جمع الطاقة الداخلية (U) وطاقة الضغط (pV) للمائع مع بعضهما البعض، وعندما يتم هذا، تستخدم خاصية أخرى للمائع تدعى الإنتالبي من أجل الجمع. وعندها:

الإنتالبي (H) = الطاقة الداخلية (U) + طاقة الضغط (pV)

والآن من مميزات الأنظمة المفتوحة أن حدود الطاقة المختزنة هو توابع لمعدل جريان كتلة المائع. لذلك من المناسب الشغل في طاقات كتلة محددة، أي الطاقة لكل كيلوغرام من المائع، أي في النظام الدولي:

$$\frac{\text{الطاقة}}{\text{(m) الكتلة بالكيلوغرام}} = \text{(لكل كيلوغرام) الطاقة النوعية للمائع}$$

الرموز والوحدات للطاقات النوعية الفردية هي:

1- الطاقة الداخلية النوعية = u (J/kg)

2- طاقة الضغط النوعية = p/ρ (J/kg) = p(V/m)

3- الانتالبي النوعي = h (J/kg) حيث $h = u + p/\rho$

4- الطاقة الكامنة النوعية = gz (J/kg)

5- الطاقة الحركية النوعية = $\frac{1}{2}v^2\ (J/kg)$

إذ يمكن كتابة معادلة طاقة الجريان المستقر بالمصطلحات النوعية كالتالي:

$$q - w = (h_2 - h_1) + (gz_2 - gz_1) + (\frac{1}{2}v_2^2 - \frac{1}{2}v_1^2)[SFEE]$$

حيث $q = \dfrac{Q}{m}$ و $w = \dfrac{W}{m}$. لاحظ أن المعادلة أعلاه تقتضي ضمناً أن الحرارة والشغل المنتقلين (بالإضافة إلى الطاقات الأخرى في المعادلة) هي طاقات نوعية، ووحداتها الدولية هي J/kg.

الإنتالبي في المصطلحات النوعية له الرمز h، والذي يتشابه مع الارتفاع في مصطلح الطاقة الكامنة. وهذا هو سبب استخدام z للارتفاع عندما نتعامل مع الأنظمة الترموديناميكية.

نقطة مفتاحية
إنتالبي النظام المائع هو طاقته الداخلية مضافاً إليها طاقة الحجم – الضغط له.

مثال 4-58

عند مدخل أحد أنظمة الجريان المستقر الأفقي، يدخل المائع بإنتالبي نوعي مقداره 2000 kJ/kg ويمتلك طاقة حركية قدرها 250 kJ/kg. وعند مخرج النظام، يكون الإنتالبي النوعي 1200 kJ/kg مع كمية مهملة من الطاقة الحركية. إذا لم يكن هناك انتقال للطاقة الحرارية خلال العملية، حدد مقدار وجهة الشغل المنجز.

باستخدام معادلة طاقة الجريان المستقر السابقة، نلاحظ أولاً أن حد الطاقة الكامنة $gz_2 - gz_1 = 0$ ، بما أنه لا يوجد تغير في الارتفاع بين المائع في المدخل والمائع في المخرج (النظام أفقي). أيضاً الطاقة الحركية للمائع مهملة عند المخرج، بعبارة أخرى $\frac{1}{2}v_2^2 = 0$ ، وخلال العملية $Q = q = 0$ لذلك باستبدال القيم المناسبة في SFEE نجد:

$$0 - w = (1200 - 2000) + 0 + (0 - 250)$$
$$-w = -800 - 250$$
$$w = 1050 kJ/kg$$

وبما أن الشغل موجب فإن الشغل يُنجز من قبل النظام وقيمته 1050 kJ/kg

4-10-4 العمليات الترموديناميكية

Thermodynamic processes

سنلقي نظرة الآن، وباختصار شديد على عملية أو شغليتين لتساعداننا على مناقشة دورات الترموديناميك لمحرك الاحتراق الداخلي والمحرك الغازي العنفي.

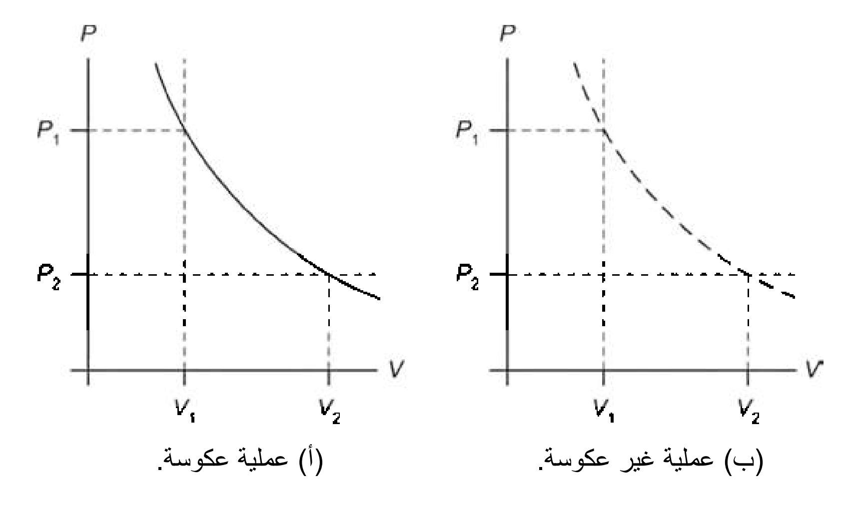
العمليات العكوسة واللامعكوسة

Reversible and irreversible processes

قبل دراسة أي من العمليات النوعية، يجب أن نعي مفاهيم العكوسية واللاعكوسية.

بشكله الأبسط، نقول عن نظام بأنه عكوس، عندما يتغير من حالة إلى أخرى وفي أية لحظة خلال هذه العملية، يمكن تعريف نقطة حالة وسطية من أية خاصيتين تتغيران كنتيجة للعملية. بالنسبة إلى النظام العكوس، فإن المائع الذي يخضع للعملية يمر خلال سلسلة من حالات التوازن.

يبين الشكل (4–108 أ) تمثيلاً لعملية عكوسة، حيث يمكن تحديد حالات التوازن الفريد للضغط والحجم في أية لحظة خلال العملية. تتمثل العمليات العكوسة بيانياً بخطوط مستمرة، كما في الشكل (4–108 أ).



(ب) عملية غير عكوسة.　　(أ) عملية عكوسة.

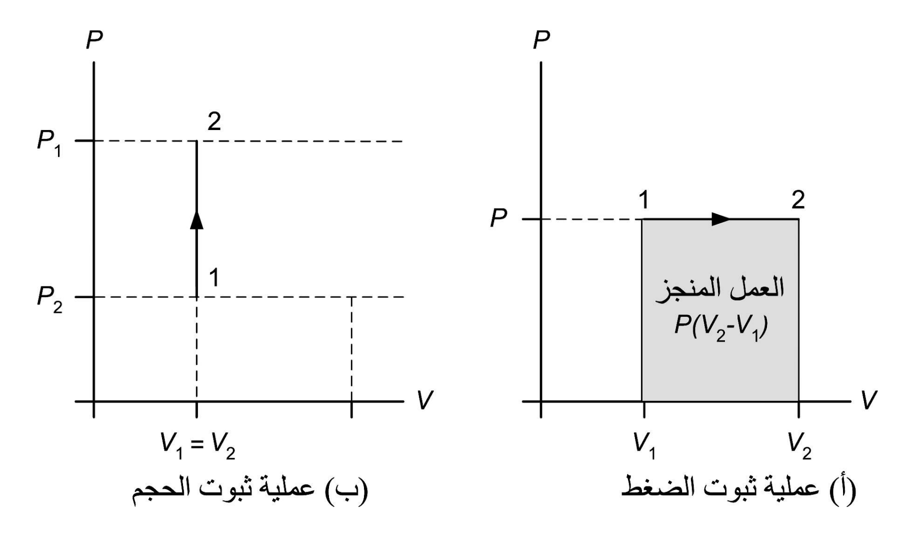
الشكل 4–108: تمثيل تخطيطي للشغليات العكوسة واللاعكوسة.

شغلياً، بسبب انتقال الطاقة، لا يمكن الاحتفاظ بالمائع الذي يخضع للعملية بحالة توازن في حالاته المتوسطة، ولا يمكن تتبع مسارٍ مستمرٍ له في مخطط خواصه. تدعى مثل هذه العمليات الحقيقية شغليات لا عكوسة (irreversible)، وعادة ما تمثل بخطوط متقطعة، يربط كل منها بالحالتين البدائية والنهائية (الشكل 4–108 ب).

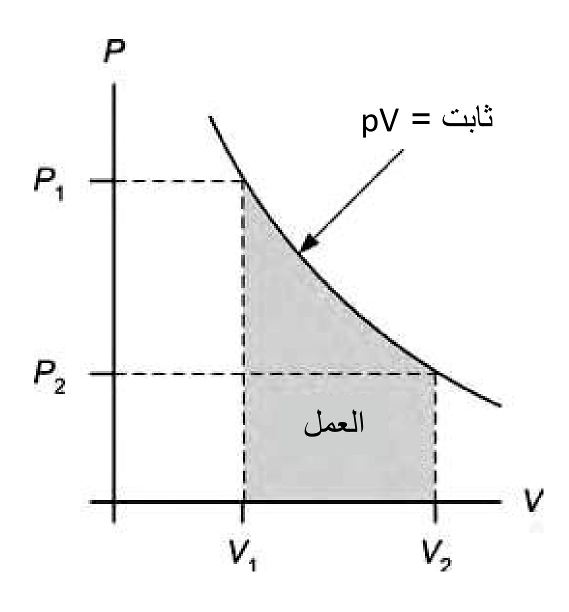
عملية ثبوت الحجم Constant volume process

تعتبر عملية ثبوت الحجم بالنسبة إلى غاز مثالي عملية عكوسة. لقد مررنا سابقاً على عملية ثبوت الحجم عند دراسة سعات الحرارة النوعية، عد إلى الشكل (4–100 أ). يبين الشكل مائعاً عاملاً معبأ ضمن وعاء صلب، لذلك فإن حدود النظام غير متحركة، ولا يمكن إنجاز أي شغل على النظام أو من قبله. لذلك نفترض أن عملية ثبوت الحجم تقتضي أن الشغل $W = 0$. عندها من معادلة الطاقة اللاجريانية (NFEE) $Q-W=U_2-U_1$، وحيث $W = 0$ نجد $Q=U_2-U_1$. هذا يعني، أنه بالنسبة إلى عملية يكون فيها الحجم ثابتاً، تستخدم كل الحرارة المقدمة لزيادة الطاقة الداخلية للمائع العامل.

تذكر أن الطاقة الحرارية تعطى بالعلاقة: $Q=mc\Delta t$.



الشكل 4–109: تمثيل لعمليتي ثبوت الحجم وثبوت الضغط.



الشكل 4–110: العملية الإيزوترمية (Isothermal).

عملية ثبوت الضغط Constant pressure process

تعتبر عملية ثبوت الضغط بالنسبة إلى غاز مثالي عملية عكوسة. لقد تم توضيح هذه العملية في الشكل (4–100 ب). عد قليلاً للخلف وتذكر ذلك. بدراسة مخططي الحجم– الضغط الواردين في الشكل (4–109)، يتبين أنه عندما تكون حدود

النظام صلبة كما في عملية ثبوت الحجم، يزداد الضغط عندما يتم تقديم حرارة. لذلك من أجل عملية ثبوت الضغط يجب أن يتحرك الحد باتجاه معاكس للمقاومة الخارجية عندما يتم تقديم الحرارة، ويتم إنجاز الشغل من قبل المائع على محيطه.

والآن من معادلة طاقة الجريان المستقر، كمية طاقة الشغل المنتقل تعطى بالعلاقة $W = p(V_2 - V_1)$، والذي هو ببساطة التغير في طاقة الضغط – الحجم، والذي مر معنا عند تعريف الإنتالبي بالعلاقة $H = U + pV$

العمليات الإيزوتيرمية Isothermal processes

العملية الإيزوتيرمية (isothermal) هي العملية التي تبقى فيها درجة الحرارة ثابتة. قد تتذكر أن للمعادلة المميزة للغاز الشكل التالي: $pV = mRT$. إذا بقيت درجة الحرارة T ثابتة خلال العملية (إيزوتيرمية) تتخذ المعادلة الشكل، ثابت = pV، لأن الكتلة m والثابت المميز R ثابتان.

يظهر الشكل (4−110) منحني العملية الإيزوتيرمية، تمثل المساحة تحت هذا المنحني طاقة الشغل المنتقلة بين الحالة 1 والحالة 2.

العملية البوليتروبية Polytropic process

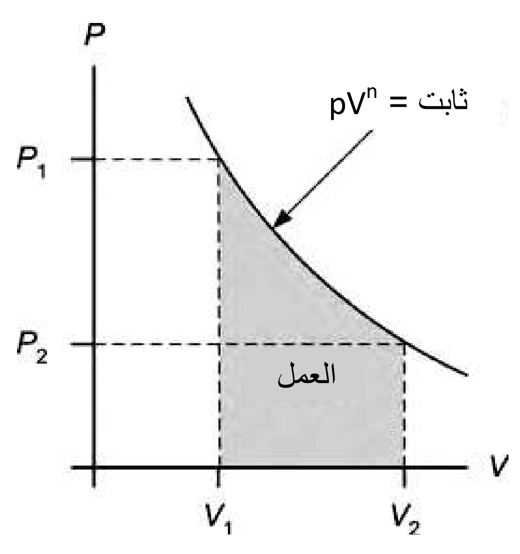
الطريقة الأكثر عمومية للتعبير عن عملية ترموديناميكية هي استخدام المعادلة ثابت = pV^n. هذه المعادلة تمثل القاعدة العامة للعملية البوليتروبية التي يمكن أن تنتقل فيها الطاقة الحرارية والشغل عبر حدود النظام.

المساحة تحت المنحني [ثابت = pV^n] (الشكل (4−111)) تمثل طاقة الشغل المنتقلة بين الحالة 1 والحالة 2 للعملية.

العملية الأدياباتية العكوسة Reversible adiabatic process

في الحالة الخاصة، للعملية العكوسة عندما لا يحدث انتقال طاقة حرارية من أو إلى المائع العامل تكون العملية أدياباتية عكوسة. غالباً ما تحمل هذه العملية

الخاصة تسمية العملية الإيزوانتروبية (Isentropic)، سيؤكد أهمية هذه العملية عند دراسة الدورات الترموديناميكية للمحركات. خلال الانضغاط والتمدد الأدياباتيين، تتبع العملية المنحني الموصوف بالعلاقة (ثابت = pV^γ)، حيث إنه بالنسبة إلى الحالة الأدياباتية العكوسة فقط، تحل (γ) مكان (n) من الحالة البوليتروبية العامة السابقة، حيث $\gamma = c_p / c_V$.



الشكل 4–111: منحني عملية بوليتروبية.

نقطة مفتاحية
تعرف العملية الأدياباتية العكوسة أيضاً بالعملية الإيزوانتروبية، وذلك عندما لا يكون هناك تغير في الإنتروبي.

4–10–5 قانون الترموديناميك الثاني

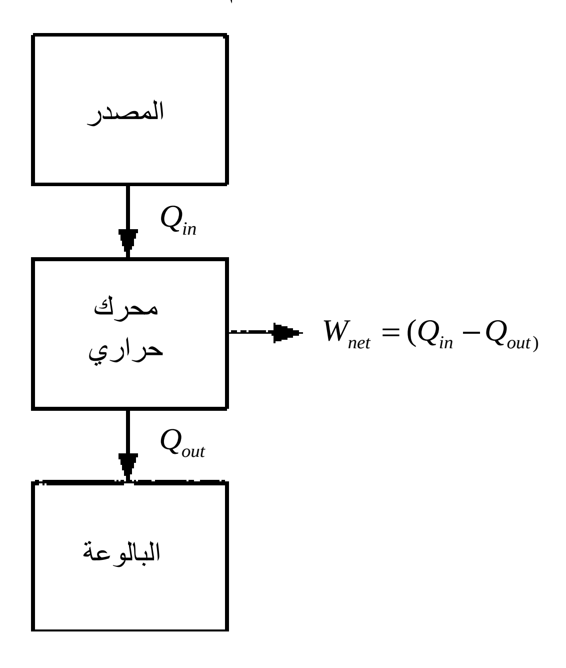
Second law of thermodynamics

حسب تعريفنا السابق لقانون الترموديناميك الأول، عندما يخضع نظام لدورة كاملة، تكون الطاقة الحرارية الصافية المقدمة مساوية للشغل الصافي المنجز، وهذا التعريف قائم على مبدأ مصونية الطاقة، وهو قانون عالمي ناتج من مشاهد الحوادث الطبيعية.

يعزز قانون الترموديناميك الثاني هذه الفكرة. فيخبرنا أنه رغم كون الحرارة الصافية المقدمة مساوية للشغل الصافي المنجز، إلا أن الحرارة الإجمالية المقدمة، أو المجموع الإجمالي لها، يجب أن تكون أكبر من الشغل الصافي المنجز. هذا لأن بعض الحرارة يجب أن يطرح (يضيع) من قبل النظام، خلال الدورة. وهكذا في المحرك الحراري (الشكل 4-112)، مثل محرك الاحتراق الداخلي، يجب أن تكون الطاقة الحرارية المقدمة من قبل الوقود أكبر من الشغل المنجز من قبل عمود المرفق.

يتم خلال الدورة طرح أو ضياع الطاقة الحرارية إلى محيط النظام مع غازات العادمexhaust gases بشكل رئيسي وبسبب الاحتكاك أو مقاومة المحامل (الرولمانات) أوالاهتراءات، ... إلخ.

المحرك الحراري هو نظام يشغل بنظام الدورة الكاملة منتجاً شغلاً صافياً من منبع للحرارة. ينص القانون الثاني على الحاجة لوجود مصدر حراري، ووسائط لطرح أو امتصاص الحرارة من النظام.



الشكل 4-112: المحرك الحراري.

غالباً ما يشار إلى جهاز الطرح الحراري ضمن النظام بالبالوعة (sink) الحرارية. نعلم من القانون الثاني أنه بالنسبة إلى دورة كاملة، تكون الحرارة الصافية المقدمة مساوية للشغل الصافي المنجز. إذن من الشكل (4−112) وباستخدام الرموز:

$$Q_{in} - Q_{out} = W_{net}$$

نعلم أيضاً من القانون الثاني أن الحرارة الكلية المزودة (الحرارة الداخلة) يجب أن تكون أكبر من الشغل الصافي المنجز، أي $Q_{in} > W$

والآن المردود الحراري (η) للمحرك الحراري يعطى بالعلاقة:

$$\text{المردود الحراري} \quad \eta = \frac{\text{الشغل الصافي المنجز } (W_{net})}{\text{الحرارة الكلية المقدمة } (Q_{in})}$$

المردود الحراري: $\eta = \dfrac{Q_{in} - Q_{out}}{Q_{in}}$

هناك العديد من الأمثلة عن المحرك الحراري، المصممة للتقليل من الضياعات الحرارية، التي يتنبأ بها القانون الثاني. وهذه تتضمن: العنفة البخارية ومجموعة التبريد ووحدة تبريد الهواء. إن محرك الاحتراق الداخلي ليس محركاً حرارياً بشكل كامل، لأن مصدر الحرارة قد مزج تماماً مع المائع العامل. ولكن، بما أن وحدات دفع الطائرة تعتمد على محرك الاحتراق الداخلي، فإننا سندرسه لاحقاً.

4−10−6 دورات محركات الاحتراق الداخلي

Thermal combustion engine cycles

نختم دراستنا للترموديناميك بدراسة الدورات النظرية والعملية لمحرك الاحتراق الداخلي، والذي يمكن تقسيمه بشكل رئيسي إلى نوعين هما:

1− تلك التي تستفيد من سلسلة العمليات اللاجريانية لتحويل الطاقة الحرارية إلى طاقة شغل، مثل المحركات المكبسية الترددية.

2- تلك التي تستفيد من العمليات الجريانية لتحويل الطاقة الحرارية إلى طاقة شغل، مثل العنفات الغازية.

من المفترض أن يكون الهواء هو المائع العامل في كلٍّ من نوعي المحركات. نبدأ بدراسة دورة الهواء القياسية للحجم الثابت أو دورة أوتو (Otto cycle).

دورة أوتو Otto cycle

دورة أوتو هي دورة الهواء القياسية المثالية (الدورة القياسية للهواء المثالي) للمحرك المكبسي للاشتعال بالشرارة. يفترض في هذه الدورة، أن يسلك المائع العامل، الهواء، سلوك الغاز المثالي، وأن لا يتغير تركيب الهواء خلال الدورة الكاملة. يحدث انتقال الحرارة عند حجم ثابت، وهناك انضغاط وتمدد إيزوانتروبيين (أدياباتيين عكوسين).

تختلف هذه الدورة عن دورة المحرك الفعلي، في أن نفس الكمية من المائع العامل تستخدم بشكل متكرر، ولذلك لا ضرورة لشوطي السحب والطرد.

العمليات الترموديناميكية المكونة لدورة أوتو الكاملة، مبينة في الشكل (4-113)، وتفصيلها كما يلي:

1-2: انضغاط أدياباتي. لا يحدث انتقال حرارة، يزداد الضغط ودرجة الحرارة، وينخفض الحجم إلى حجم الخلوص.

2-3: تسخين عكوس عند حجم ثابت، يزداد الضغط ودرجة الحرارة.

3-4: تمدد أدياباتي (من خلال حجم الإزاحة through swept volume). يتمدد الهواء، ويؤثر في المكبس، فيهبط الضغط ودرجة الحرارة، ولا يحدث انتقال للحرارة خلال العملية.

4-1: طرح حرارة عكوس عند حجم ثابت (التبريد). يهبط الضغط ودرجة الحرارة إلى القيم الأصلية.

لاحظ أن دورة أوتو المثالية تفترض عدم وجود انتقال للحرارة من وإلى مائع التشغيل خلال شغليتي انضغاط وتمدد المائع العامل.

الدورة العملية الرباعية الأشواط The practical four-stroke cycle

تعرف سلسلة العمليات التي يتم خلالها تحويل الطاقة الحرارية إلى طاقة ميكانيكية عن طريق محرك الاشتعال بالشرارة الرباعي الأشواط، بالدورة رباعية الأشواط. حيث يتم إدخال مزيج الوقود والهواء إلى الأسطوانة خلال شوط السحب، ويحدث ضغط المزيج خلال شوط الانضغاط. في هذه النقطة (نهاية شوط الانضغاط) يتم اشتعال الوقود، وتنشأ بسببه موجة ضغط تدفع المكبس إلى الأسفل خلال شوط القدرة. أخيراً يتم طرد نواتج الاحتراق العادمة خلال شوط الطرد (العادم).

يتم توضيح سلسلة الأحداث في الشكل (4–114) وهي تتكون من العمليات التالية:

1–2 يكون صمام الدخول مفتوحاً وصمام الخروج مغلقاً، ويتحرك المكبس إلى أسفل الأسطوانة (نحو يمين الشكل) ممتصاً مزيج الوقود/الهواء (الشحنة) إلى الداخل.

2–3 يغلق بداية صمام الدخول، ومع وجود صمامي الدخول والخروج بحالة الإغلاق، يتحرك المكبس إلى أعلى الأسطوانة (نحو يسار الشكل)، حيث يتم ضغط الشحنة. ثم يحدث الاشتعال قبيل وصول المكبس إلى الوضعية 3.

3،4 ،5 ،6 يتحرك المكبس إلى أسفل الأسطوانة في شوط القدرة. ويتم إنجاز الشغل على المكبس بواسطة الغاز (نواتج الاحتراق). العملية بين 3 و4 قريبة جداً من عملية إعطاء الحرارة لمائع التشغيل، وتشكل الجزء الأكبر والأساسي من عملية الاحتراق، التي تبدأ خجولةً قبل النقطة 3، وتنتهي خجولة بعد النقطة 4.

5 ينفتح صمّام العادم في هذه النقطة، فيتسارع انخفاض الضغط، ويصل إلى ما يقارب الضغط الجوي في النقطة 6.

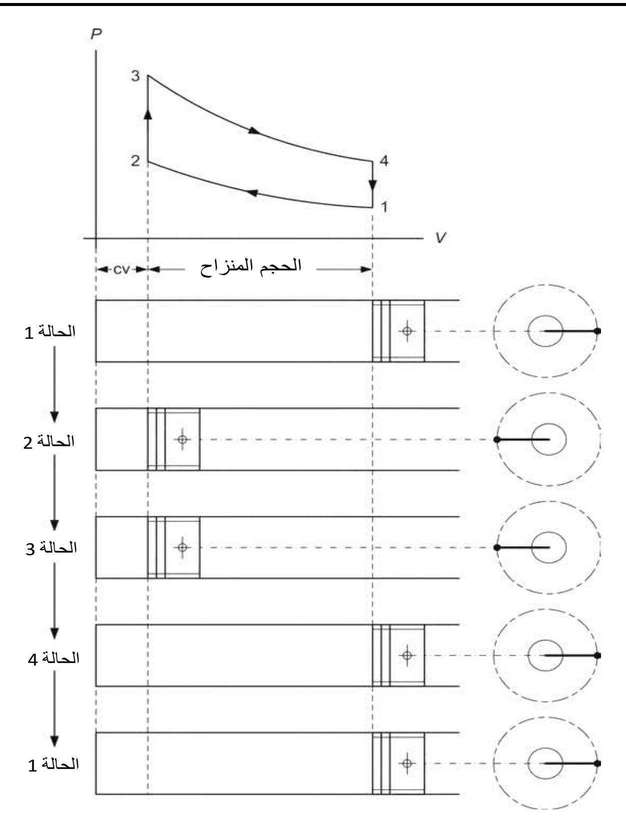
6–1 يتم طرد الغازات المستهلكة أثناء ارتفاع المكبس.

تم إعطاء درجات الحرارة النموذجية للمراحل الأساسية في الدورة كمرجع. لا يمكن تركيب درجات الحرارة على محطط p-V، لذلك عندما تلزم دراسة كمية الحرارة ودرجة الحرارة يستخدم مخطط درجة الحرارة (T) والإنتروبي (S).

فكر في الإنتروبي كمقياس للاضطراب في العملية. إذا لم يكن هناك أي اضطراب أو تغير في الإنتروبي خلال العملية، فإن تلك العملية تقترب من المثالية، وبالتالي يصبح مخطط T-S عبارة عن مقارنة درجة الحرارة بكمية الحرارة.

يمكن أن نجد شرحاً وافياً عن الإنتروبي في أي مرجع للترموديناميك. كل ما يجب تذكره في هذه المرحلة، أن الإنتروبي هي طريقة مختصرة لقياس كيفية (مدى) انحراف أية عملية عن العملية المثالية. كلما زاد التغير في الإنتروبي المبين في المخطط T-S زادت درجة الاضطراب ضمن العملية، أو كانت العملية غير فعّالة.

نقطة مفتاحية
الإنتروبي هو مقياس لدرجة الاضطراب (أو الطاقة الضائعة) في نظام ما، إنه يدلنا إلى كيفية انحراف النظام الشغلي عن المثالي.



الشكل 4-113: دورة أوتو.

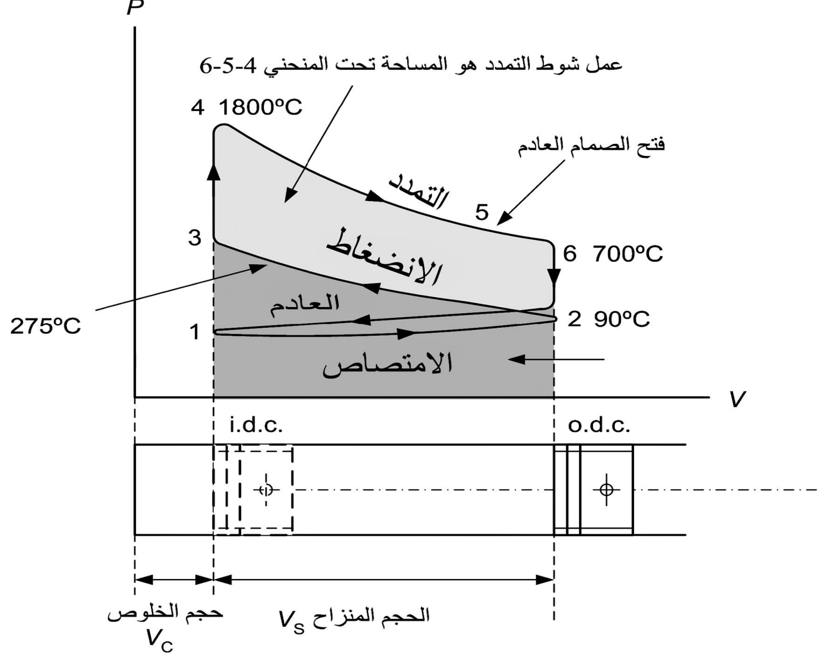
يحدث بعض الضياع خلال الدورة العملية السابقة. مثلاً، خلال شغليات التمدد والانضغاط تنتقل الحرارة من جدران الأسطوانة عبر نظام التبريد.

اشتعال الشحنة (التسخين) يستغرق مقداراً محدداً من الزمن، وبالتالي لا يمكن أن يحدث عمد حجم ثابت.

لذلك يكون الشغل الصافي المنجز من قبل المحرك أقل منه للحالة المثالية. يمكن رؤية ذلك في المخطط بانخفاض مساحة حلقة الطاقة، عند مقارنتها بدورة أوتو المثالية.

دورة شغل توربين غازي The working cycle of the gas tubine

إن دورة الشغل لمحرك توربيني غازي مشابهة لدورة المحرك المكبسي رباعي الأشواط. يحدث الاحتراق في التوربين لغازي عند ضغط ثابت، بينما يحدث هذا في المحرك المكبسي المشروح أعلاه عند حجم ثابت. في كلا المحركين يوجد طور امتصاص، وطور انضغاط، وطور احتراق، وطور طرد.



الشكل 4–114: دورة حجم ثابت إشعال بالشرارة رباعي الطور.

كما ذكر سابقاً، لدينا في المحرك المكبسي عملية لا جريانية، بينما العملية جريانية مستمرة في التروبين الغازي. يفتقر التوربين الغازي إلى أجزاء ترددية الحركة (reciprocating) مما يعطيها سرعة سلسة بشكل أكبر وإمكانية تحرير طاقة أعلى من محرك ذي قياس معين.

يحدث الاحتراق في محرك التوربين الغازي، عند ضغط ثابت مع زيادة في الحجم، لذلك، يمكن تجنب الضغوط المرتفعة التي تحدث في المحرك المكبسي، مما يسمح باستخدام حجرات احتراق مركبة خفيفة الوزن ووقود منخفض الأوكتان، على الرغم من أن درجات حرارة اللهب الأعلى تتطلب موادّ خاصة لضمان عمر طويل لمكونات حجرة الاحتراق.

دورة برايتون أو دورة الضغط الثابت

Brayton cycle or constant pressure cycle

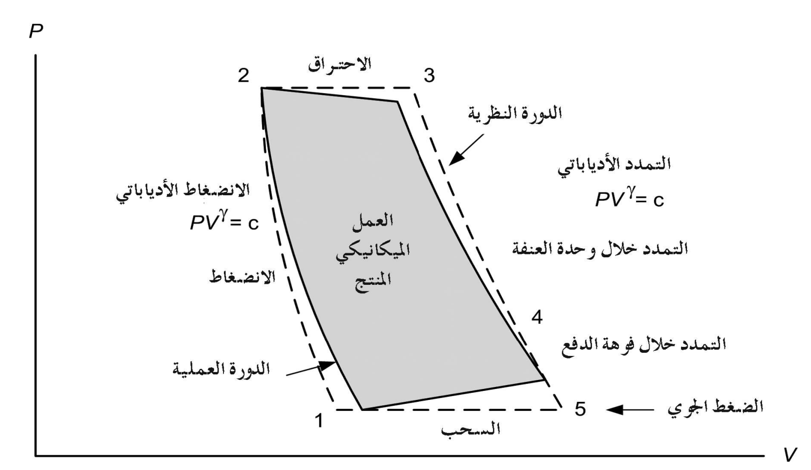
تعرف دورة الشغل التي يعمل عليها التوربين الغازي باسم دورة برايتون (Brayton). وتتكون هذه الدورة، الموضحة في الشكل (4−115)، من العمليات التالية:

1−2 انضغاط أدياباتي لا احتكاكي حيث في النقطة 1 يتم ضغط الهواء الجوي على طول الخط 1−2.

2−3 تسخين لا احتكاكي عند ضغط ثابت. حيث يتم تزويد الحرارة من الوقود المحترق عند ضغط ثابت، وبالتالي زيادة الحجم.

3−4 التمدد الأدياباتي اللا احتكاكي للغازات خلال التوربين.

4−1 طرح حرارة الضغط الثابت اللا احتكاكي من خلال فوهة الأنبوب النفاث إلى الجو.



الشكل 4–115: دورة برايتون لمحرك توربين غازي.

من الضروري دخول الغازات بأعلى درجة حرارة ممكنة (الحرارة الداخلة) لضمان المردود الحراري الأعظمي (انظر شرح القانون الثاني)، مما يؤدي لمقدار أكبر من التمدد للغازات. يجب أن يكون هناك حد لدرجة حرارة الغازات المحترقة حين دخولها العنفة، الذي تحدده مواد العنفة. يساعد التبريد الإضافي ضمن العنفة، على زيادة درجة حرارة دخول الغاز إلى العنفة إلى الحد الأعظمي.

دورة برايتون العملية The practical Brayton cycle

إن الدورة العملية تتبع إلى حد بعيد دورة برايتون النموذجية (الشكل (4–115)، إلا أن هناك بعض الضياعات، المفصلة كالتالي:

1- الهواء ليس نقياً، ويحتوي على غازات أخرى وبخار الماء.

2- يتم انتقال الحرارة إلى وحدات الضاغط والتوربين والعادم، بالتالي فإن العمليتين الأدياباتيتين نظرياً ليستا كذلك فعلياً.

3- بسبب المشاكل الديناميكية كالاضطراب وعدم استقرار اللهب في حجرة الاحتراق، لا يمكن المحافظة على ثبات الضغط أو درجة الحرارة. ضياع آخر في الضغط يحدث كنتيجة لاحتراق الهواء، مما يسبب زيادة في الحجم، وبالتالي نقصاً في الكثافة. تمت الإشارة إلى هذا الضياع بالهبوط بين النقطتين 2 و3 في المخطط.

4- تفترض دورة برايتون عملية أدياباتية غير احتكاكية، وهذا غير ممكن في الحياة العملية.

هناك معلومات مفصلة عن الدورات السابقة، متعلقة بمحركات الطائرات، من الضروري اختيار دراسة وحدات الدفع خلال منهاج المهنة.

اختبر فهمك 4-22

1- عرّف: (أ) النظام الترموديناميكي. (ب) الحرارة. (ج) الشغل.
2- تحت أية ظروف شغل يكون النظام المغلق قادر على إنجاز الشغل على محيطه؟
3- اكتب: (أ) NFEE. (ب) SFEE. وعرّف كل مصطلح ضمن معادلته.
4- ما هو الاختلاف الجوهري بين النظام المغلق والنظام المفتوح؟
5- ما هو الفرق بين إنتالبي المائع العامل والطاقة الداخلية للمائع العامل، وفي أية ظروف يُستخدم كلٌّ من الخاصتين؟
6- لا يمكن وجود عملية غير عكوسة في الحياة العملية. اشرح هذه العبارة.
7- عرّف: (أ) العملية الإيزوترمية.
(ب) العملية البوليتروبية.
(ج) العملية الأدياباتية العكوسة.
8- ما هي العناصر الأساسية للمحرك الحراري؟
9- بماذا يخبرنا قانون الترموديناميك الثاني عن مردود المحرك الحراري؟
10- كيف تختلف دورة الترموديناميك لمحرك توربين غازي شغلي عن دورة برايتون المثالية؟

أسئلة عامة 4-5

1- تم تسخين قضيب معدني من 20°C إلى 120°C ونتيجة لذلك زاد طوله من 1500 إلى 1503 mm. حدّد عامل التمدد الخطي للمعدن.

2- (أ) أكتب صيغة دخل الطاقة الحرارية إلى جسم صلب، واشرح معنى كل مصطلح.

(ب) إذا كان 3kg من الألمنيوم يتطلب 54 kJ من الطاقة لرفع درجة حرارته من 10 إلى 30°C، أوجد السعة الحرارية النوعية للألمنيوم.

3- يشغل 0.5 kg من الغاز في درجة حرارة 20°C وضغط جوي نظامي (قياسي) حيزاً يساوي $0.4m^3$. إذا كان c_p للغاز = 1000 J/kgK ، أوجد:

(أ) الثابت المميز للغاز.

(ب) السعة الحرارية النوعية عند حجم ثابت.

4- ما هو مقدار الطاقة الحرارية المطلوبة لتغيير 2kg من الجليد في درجة حرارة 0°C إلى ماء عند درجة الحرارة 40°C ؟

5- صف شغل نظام براد نموذجي، تشرح فيه وظيفة كل من المكونات الرئيسية.

6- يدخل مائع إلى نظام جرياني ثابت بطاقة داخلية تساوي 450 kJ/kg ، طاقة الحجم – الضغط تساوي 1550 kJ/kg و الطاقة الحركية تساوي 500 kJ/kg . في مخرج النظام يكون الإنتالبي النوعي مساوياً 1000kJ/kg ومقدار مهمل من الطاقة الحركية. إذا كان تغير الطاقة الكامنة هو 120 kJ/kg ولا يوجد انتقال في الحرارة خلال العملية، حدد مقدار واتجاه الشغل المنجز.

7- اشرح مفهوم العكوسية واللاعكوسية.

8- تم تزويد محرك حراري بـِ 150 MJ من الحرارة، إذا كان الشغل المنجز من قبل المحرك الحراري في هذا الزمن يساوي 65000kJ، حدد مردوده الحراري.

9- بيّن أين يحدث الضياع في الدورة العملية الرباعية الأشواط، عند مقارنتها بدورة أوتو القياسية عند حجم ثابت.

10- ما هي الاختلافات الجوهرية بين دورة الهواء القياسية للمحرك المكبسي ذي الاشتعال بالشرارة ودورة برايتون المثالية لمحرك توربين غازي؟

4–11 الضوء، والأمواج، والصوت Light, waves and sound

عملية الاتصال بواسطة طاقة الضوء والصوت، مثل أسلاك الفايبر البصري والموجات الصوتية والإشارات اللاسلكية (الراديو)، أصبحت جزءاً أساسياً من عمل وتصميم الطائرات. نبدأ هذا القسم بتأمل طبيعة الضوء.

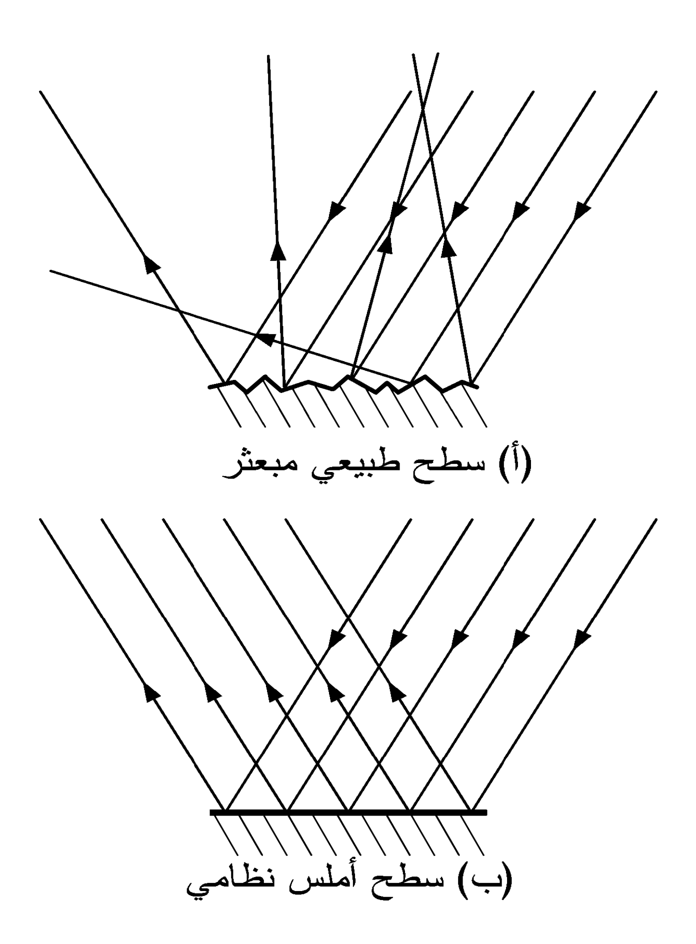
4–11–1 الضوء Light

من الصعب تعريف الضوء، إلا أنه شكل من من أشكال الطاقة يسير في خطوط مستقيمة تدعى الشعاعي، وتدعى مجموعة الشعاعي هذه بالحزمة (beam)، يعبّر عن معالجة شعاعي الضوء بالهندسة البصرية (geometrical optics)، وتنشأ من طريقة سير الضوء في خطوط مستقيمة وقوانين الانعكاس والانكسار (reflection and refraction).

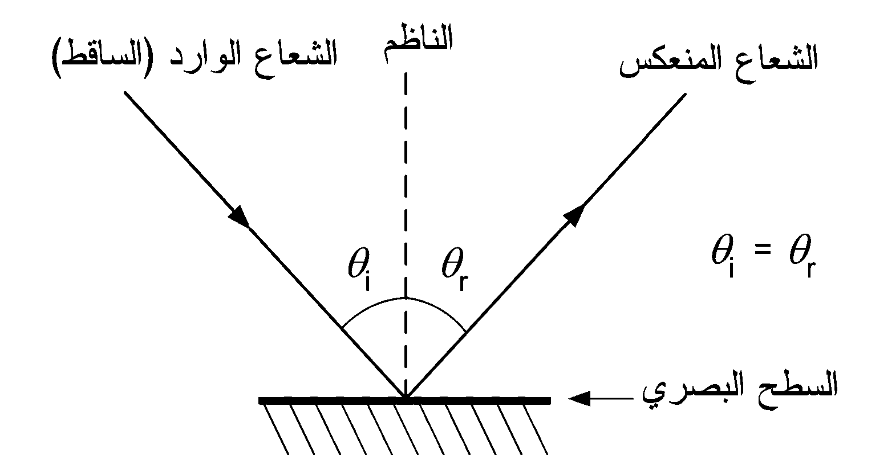
عندما يسير الضوء في أجسام وثقوب صغيرة جداً، فإنه يسلك نفس طريقة الأمواج الناشئة عن رمي الحصاة في منتصف بركة ماء، تحت هذه الظروف يسير الضوء كموجة. يمكن أن تسير الموجات الضوئية، أو الالكترومغناطيسية (electromagnetic)، في الفراغ الخالي بسرعة تصل إلى $3\times10^8 m/s$! يتم إصدار أو بث الضوء من قبل أجسام حارة جداً، مثل الشمس، أو مواد أبرد عندما تخسر الالكترونات طاقتها. بهذه الطريقة يتمكن الضوء من نقل الطاقة من مكان إلى آخر، مثل الخلية الشمسية التي تحول الطاقة الضوئية مباشرة إلى طاقة كهربائية.

ثابت هام
يسير الضوء في الفراغ الخالي (الخلاء) بسرعة تقارب $3\times10^8 m/s$.

نركز اهتمامنا أولاً على طبيعة شعاع الضوء ضمن مصطلحات قوانين الانعكاس والانكسار، اللذين يشكلان جزءاً أساسياً من دراسة الهندسة البصرية. تمكننا هذه القوانين من تحديد سلوك المرايا والعدسات، المستخدمة في الأدوات البصرية.



الشكل 4-116: انعكاس الضوء.



الشكل 4-117: الضوء العارض (الوارد) والمنعكس.

قوانين الانعكاس Laws of reflection

ليست كل الأسطح ملساء بصرياً، بعبارة أخرى تعكس معظم الأسطح الضوء بكل الاتجاهات. يبين الشكل (4−116 أ) سطحاً طبيعياً غير صقيل uneven تحت المجهر، في هذه الظروف تنعكس الشعاعي الضوئية بكل الاتجاهات، وندعو هذا الانعكاس الانتثاري (diffuse).

ويبين الشكل (4−116 ب) الضوء المنعكس عن سطح أملس جداً، كالمعدن المصقول أو الزجاج المصقول. لذلك يكون الضوء المنعكس عن مرآة، والتي هي أساساً زجاج مغطى بالمعدن، نظامياً (regular) ويمكّن العين البشرية من رؤية الصورة. الطريقة التي ينعكس بها الضوء عن السطح محكومة بقوانين الانعكاس. يظهر الشكل (4−117) شعاعاً ضوئياً وارداً(incident light ray)، الذي يمثل الضوء الذي يصطدم بالسطح العاكس. وهناك خط آخر يغادر السطح يمثل الشعاع المنعكس (reflected ray).

الزاوية التي يشكلها الضوء الوارد مع الناظم الشاقول أو العمود (normal)، وهو الخط الوهمي المرسوم بزاوية قائمة مع السطح العاكس، تعرف باسم زاوية الورود (angle of incidence. وبالمثل فإن الزاوية التي يشكلها الضوء المنعكس مع الناظم تسمى زاوية الانعكاس (angle of reflection). إن زاوية الانعكاس تساوي زاوية الورود، وهذه العلاقة مع حقيقة كون هذه الشعاعي تقع كلها في نفس المستوي (plane) منصوص عليها في قوانين الانعكاس (laws of reflection):

1− زاوية الورود تساوي زاوية الانعكاس.

2− الشعاع الوارد والشعاع المنعكس والناظم تقع كلها في نفس المستوي.

في القانون الثاني أعلاه، كلمة مستوي تعني مكاناً ذا بعدين، مثل قطعة الورق، حيث كل من الشعاعين والناظم يمكن تمثيلها كمخطط ذي بعدين، مثل القوى في مستوي واحد، التي عرفناها سابقاً. لذلك تدعى المرآة ذات السطح المستوي، بدلاً من السطح المتقوس، بالمرآة المستوية.

تتشكل الصورة في المرايا المستوية (plane mirror) بنفس حجم الجسم، ويبعد خلف المرآة بنفس بعد الجسم أمام المرآة. يكون الصورة المشاهد على هذه المرآة افتراضياً (virtually) أيضاً، حيث لا يمكن رؤيته على حاجز، ولا يمكن للشعاعي الضوئية أن تمر خلاله. وأخيراً فإن الصورة المشاهد على مرآة مستوية معكوس جانبياً (lateral inverted). يمكن بسهولة رؤية تأثير الانعكاس الجانبي بالنظر إلى نص مكتوب بالمرآة.

نقطة مفتاحية
الصور (images) في المرايا المستوية هي افتراضية ومعكوسة جانبياً.

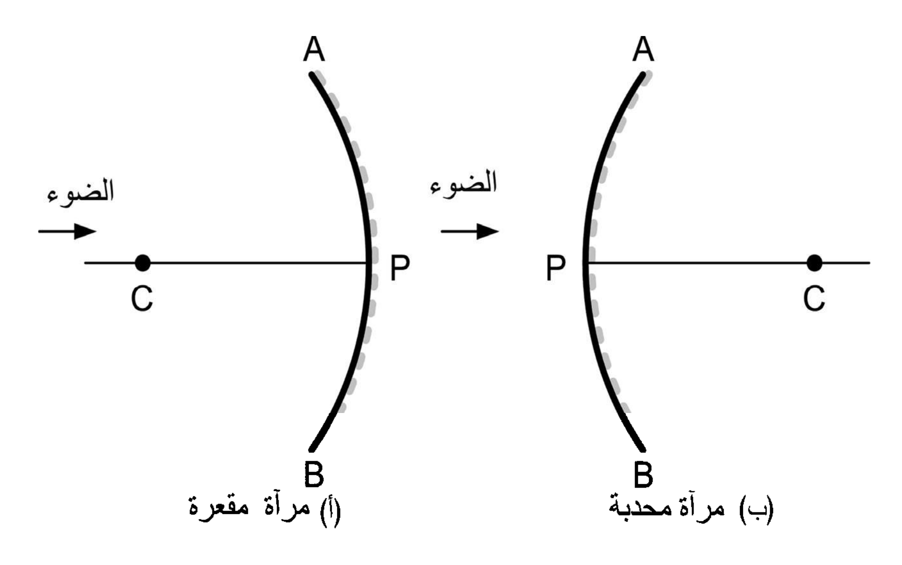
المرايا المنحنية *Curved mirrors*

تستخدم المرايا المنحنية كعاكسات في المصابيح الأمامية للسيارة، وأضواء هبوط الطائرة، والمشعل الكهربائي، ومصابيح الجيب. عندما يكون للمرآة سطحاً منحنياً، فإن القوانين البسيطة لموقع وحجم الصورة بالنسبة إلى مرآة مستوية لا تتحقق.

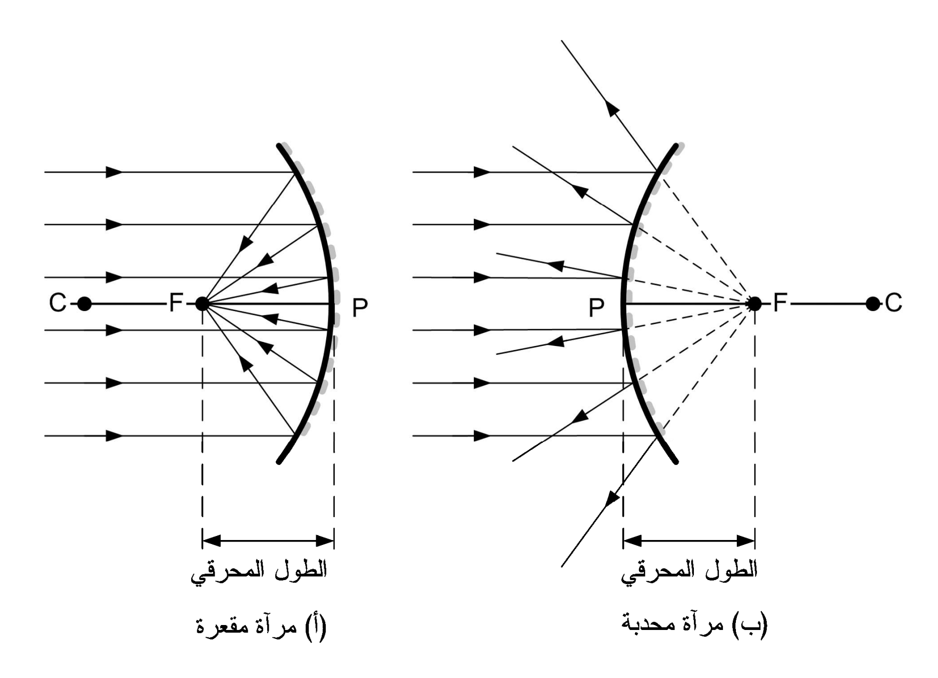
هناك نوعان للمرايا الكروية، هما المرايا المقعرة والمحدبة (concave & convex) (الشكل 4−118).

في المرآة المقعرة يكون مركز الكرة C، التي تكون المرآة جزءاً منها، أمام السطح العاكس الشكل (4−118 أ) بينما يكون المركز C، في المرآة المحدبة، خلف السطح العاكس الشكل (4−118 ب). يشير C إلى مركز التقوس (center of curvature) للمرآة، ويشار إلى P الذي يمثل مركز سطح المرآة بالقطب (pole). يدعى الخط الناتج من النقطتين CP بالمحور الرئيسي (principal axis)، بينما يدعى الخط AB بالفتحة (الكوة) (apperture).

لاحظ أيضاً أن زاوية الورود تكون في السطح العاكس للمرآة المنحنية مساوية لزاوية الانعكاس، ويبقى الناظم بزاوية قائمة على السطح المنحني للمرآة.



الشكل 4−118: المرايا المنحنية.



الشكل 4−119: البؤرة الرئيسية البعد البؤري.

تتجمع شعاعي الضوء المنعكسة عن مرآة مقعرة في نقطة واحدة F الشكل (4−119 أ)، بينما تتباعد (تنتشر) الشعاعي المنعكسة عن مرآة محدبة عن نقطة وحدة F. وفي كلتا الحالتين تعتبر F البؤرة الرئيسية (focus) للمرآة، وتدعى

المسافة من F إلى P بالبعد البواري (focal length). وتكون البؤرة الرئيسية تقريباً في منتصف المسافة بين مركز التقوس للمرآة وقطبها، وبعبارة أخرى:

نصف نصف القطر = البعد البؤري

وبالرموز:

$$f = \frac{r}{2}$$

نقطة مفتاحية
الشعاعي الضوئية لمرآة مقعرة تتجمع في البؤرة الرئيسية، ولمرآة محدبة تتباعد عن البؤرة الرئيسية.

الصور في المرايا المنحنية Images in curved mirrors

من المهم عند التفكير باستخدام المرايا المنحنية أن نعرف بالضبط ما نوع الصورة المتشكلة حسب الخصائص الفيزيائية للمرايا. لذلك يجب أن نكون قادرين على تحديد مكان الصورة، وما إذا كانت حقيقية أو وهمية، مقلوبة أو غير مقلوبة، مكبرة أو مصغرة، ... إلخ. يمكن الحصول على هذه المعلومات عن الصورة إما عن طريق رسم مخطط شعاعي – (ray diagram) أو بالحساب باستخدام العلاقات. من أجل تبسيط رسم المخطط الشعاعي، سنفترض أن كل الشعاعي موازية للمحور (paraxial)، أي كلها قريبة من المحور الرئيسي، وبالتالي يتم تمثيل كوة (فتحة) المرآة بخط مستقيم.

المخططات الشعاعية Ray diagrams

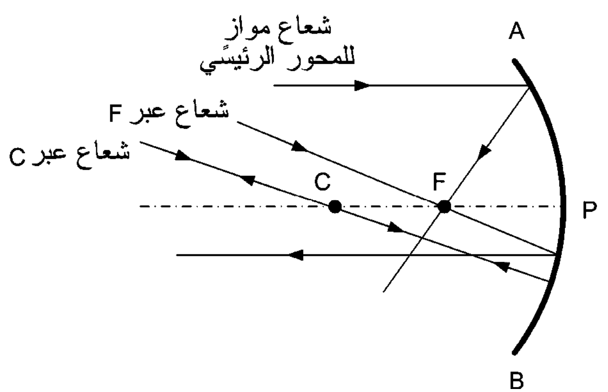
لتحديد مكان وحجم الصورة، يجب رسم أي اثنين من الشعاعات الثلاثة التالية (الشكل 4–120):

1– شعاع ضوئي موازٍ للمحور الرئيسي، الذي سينعكس عبر البؤرة F.

2– شعاع ضوئي عبر مركز التقوس C، الذي سينعكس عبر C.

3– شعاع ضوئي عبر F، الذي سينعكس موازياً للمحور الرئيسي.

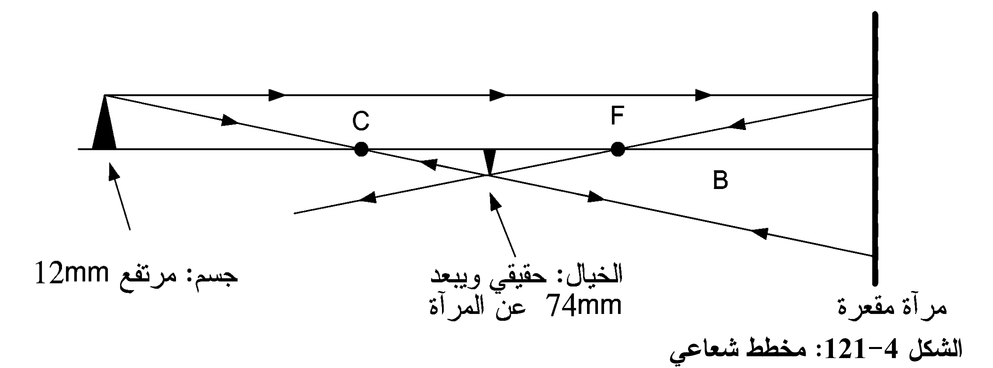
لاحظ أن الشعاعي المرسومة هي لأغراض الرسم، وليس بالضرورة الشعاعي التي تتم بواسطتها رؤية الصورة.



الشكل 4–120: الشعاعي المستخدمة لرسم مخططات الشعاعية.

مثال 4–59

يقع جسم ارتفاعه 12 mm على المحور الرئيسي لمرآة مقعرة على بعد 150 mm. إذا كان الطول البؤري للمرآة 50 mm ، ما هو موقع وارتفاع وطبيعة الصورة؟



الشكل 4–121: مخطط شعاعي

نحل هذه المسألة برسم المخطط الشعاعي بمقياس محدد. يظهر الجسم في الشكل (4–121)، كمثلث أسود كثيف. نصف قطر التقوس C مبين على بعد $2f = 100\text{mm}$ من سطح المرآة.

بما أن الجسم يقع على المحور الرئيسي، إذن يمكننا استخدام شعاع موازٍ للمحور الرئيسي المنعكس خلال F وشعاع مار من مركز التقوس C، لتحديد مكان وارتفاع الصورة بدقة، الذي هو مقلوب في هذه الحالة.

وبالتالي، من الرسم، تكون الصورة حقيقية (انظر إلى الحسابات أدناه) وتقريباً على بعد 74 mm من وجه المرآة وعلى ارتفاع 6 mm.

الحسابات Calculations

كما ذكر سابقاً، هناك طريقة بديلة لحساب الموقع، الارتفاع والطبيعة للصورة المتشكلة على مرآة منحنية، وذلك عن طريق الحساب.

إذا كان بعد الجسم عن المرآة u وبعد الصورة v والبعد البؤري f، إذن يمكن ربطهم رياضياً بالمعادلة:

$$\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$$

أي وحدات يمكن استخدامها لأطوال u و v و f تنتج نفس الوحدة المستخدمة في كل حالة.

لاحظ أن المعادلة السابقة يمكن استخدامها للمرايا المقعرة والمحدبة. إذا كانت المرآة مقعرة فإن البعد f يعامل دائماً على أنه موجب، وإذا كانت المرآة محدبة يكون سالباً. أيضاً إذا تم حساب v كقيمة موجبة فإن الصورة حقيقية، وإذا تم حساب v كقيمة سالبة فإن الصورة وهمية. من الضروري حفظ هذه العلاقات، بحيث يتم وضع القيم الصحيحة ضمن العلاقة وتفسير النتائج بطريقة صحيحة.

أوجدنا في المثال 4−59 بعد الصورة عن المرآة المقعرة عن طريق رسم مخطط شعاعي، حيث u=150mm و f =50mm، دعنا نستخدم هذه القيم ثانية لإيجاد v بالحساب:

إذن:

$$\frac{1}{v}=\frac{1}{f}-\frac{1}{u}=\frac{1}{50}-\frac{1}{150}=\frac{2}{150}$$

نستطيع الآن أن نقلب الكسر:

$$\frac{1}{v}=\frac{2}{150}$$

ليعطي: $v = 75\text{mm}$

والآن v موجبة، وبالتالي فإن الصورة حقيقية وتبعد 75mm عن وجه المرآة. عندما نقدّر v عن طريق الرسم يجب استخدام مقياس أكبر للحصول على تقدير أقرب، ولكن مع ذلك كان تقديرنا قريباً بعض الشيء من القيم المحسوبة.

من أجل حساب ارتفاع الصورة، نستخدم العلاقة التالية بدون برهان:

$$\frac{h_i}{h_o}=\frac{v}{u}$$

حيث إن u و v كما سبق و h_i = ارتفاع الصورة و h_o = ارتفاع الجسم.

لذلك في مثالنا حيث h_o=12mm ، v =75mm و u =150mm ، يعطى ارتفاع الصورة بالعلاقة:

$$h_i=\frac{vh_o}{u}=\frac{(75)(12)}{150}=6\text{mm}$$

ارتفاع الجسم من الحساب = 6mm، وهي نفس القيمة التي تم قياسها باستخدام مخطط الشعاعي.

نقطة مفتاحية
يمكن الحصول على معلومات عن الصورة على مرايا منحنية باستخدام الحساب أو رسم مخطط شعاعي.

الانكسار Refraction

عندما تمر الشعاعي الضوئية من وسط ما، وليكن الهواء، إلى وسط آخر، وليكن الزجاج، فإن جزءاً من الضوء ينعكس ضمن الوسط الأول والباقي يمر إلى الوسط الثاني بدون تغير اتجاه سيره. التأثير الصافي هو أن الضوء يبدو منحنياً أو

منكسراً (bent or refracted) لدى دخوله الوسط الثاني، وزاوية الانكسار هي الزاوية المتشكلة بين الشعاع المنكسر والناظم، كما هو موضح في الشكل (4−122).

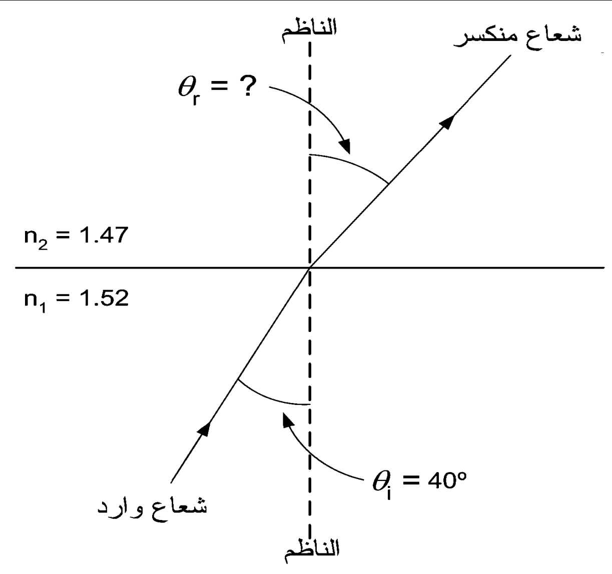
بالنسبة إلى المادتين محددتين (أو وسطين) فإن نسبة جيب زاوية الورود ($\sin \theta_i$) على جيب زاوية الانكسار ($\sin \theta_r$) تكون ثابتة. هذه العلاقة تعرف باسم قانون سنل (Snell low)، والثابت يعرف باسم قرينة الانكسار، أي:

$$\text{قرينة الانكسار لوسط ما } (n) = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r}$$

حيث تكون قرينة الانكسار (n) ثابتة لمرور الضوء من وسط إلى آخر. هذا المعامل هو مقياس لطاقة الانعطاف (bending power) لمادة معينة، عند مقارنته بالضوء المار خلال الخلاء (أو الهواء) ونستطيع أن نعطي هذه المواد قرينة انكسار نوعية (specific refractive index).

نقطة مفتاحية

قرينة الانكسار لمادة ما هي مقياس لطاقة انعطافها أو قدرتها على الانكسار عند مرور الضوء خلالها.



الشكل 4−122: الانكسار.

مثلاً في هذه الظروف، قرينة الانكسار للماء = 1.33 وقرينة الانكسار للزجاج ≅ 1.5. لكل الأغراض العملية قد نفترض نفس القيم لقرينة الانكسار للوسط، بغضّ النظر إذا كان الضوء الوارد يسير عبر الفراغ أو الهواء.

يمكن كتابة قانون سنل بطريقة مختلفة تربط قرينتي الانكسار لأي مادتين، يمر بهما الضوء. بهذا الشكل يمكن كتابة قانون سنل كالتالي:

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r \qquad \text{(قانون سنل)}$$

حيث إن n_1 و n_2 هما قرينتا الانكسار للمادتين و $\sin \theta_i$ و $\sin \theta_r$ هما جيبا زاويتي الورود والانكسار، كما تمّ تعريفهما سابقاً.

مثال 4−60

احسب زاوية الانكسار (θ_r) الموجودة في الشكل (4−123).

من المخطط $n_1 = 1.52$ و $n_2 = 1.47$ و $\theta_i = 40°$ ، إذن عند استخدام قانون سنل واستبدال القيم، نحصل على:

$$1.52 \sin 40 = 1.47 \sin \theta_r$$

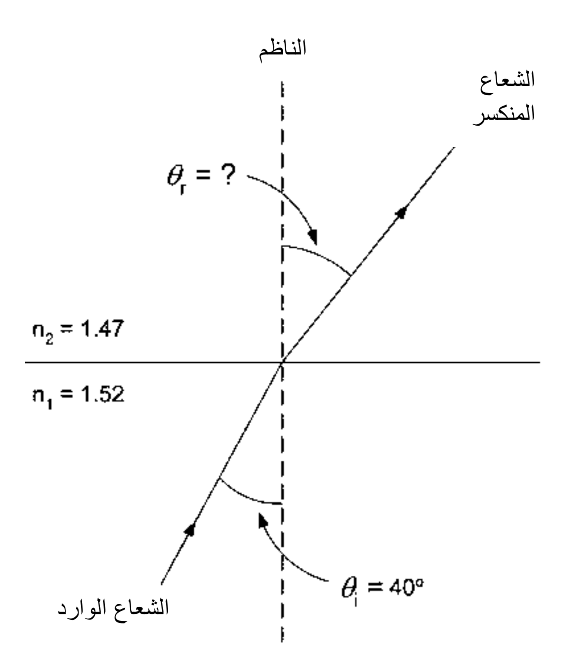
وبإعادة ترتيبها:

$$\frac{1.52 \sin 40}{1.47} = \sin \theta_r$$

وعند تبسيطها: $0.6647 = \sin \theta_r$

وبالتالي، تكون الزاوية المطلوبة: $\theta_r = 41.66°$

لاحظ أن زاوية الشعاع تزداد عندما دخول الضوء إلى المادة التي لها قرينة انكسار أقل.



الشكل 4–123: زاوية الانكسار.

مثال جدير بالملاحظة على تأثير الانكسار، هو أن الأجسام داخل الماء تبدو أقرب مما هي عليه حقيقة. عندما تنظر إلى جسم داخل بركة السباحة، يبدو الجسم سطحياً أكثر مما هو عليه، هذا الاختلاف الظاهري في عمقه يرتبط بقرينة انكسار الماء، حيث إن قرينة الانكسار (n) = العمق الحقيقي تقسيم العمق الظاهري. وبما أنه بالنسبة إلى الماء (n) = 1.33 أو 4/3 ، إذن جسم بعمق ظاهري 3m في الماء يكون فعلياً $(3\times4/3)=$ 4m في العمق.

تغير سرعة الضوء Variation in the speed of light

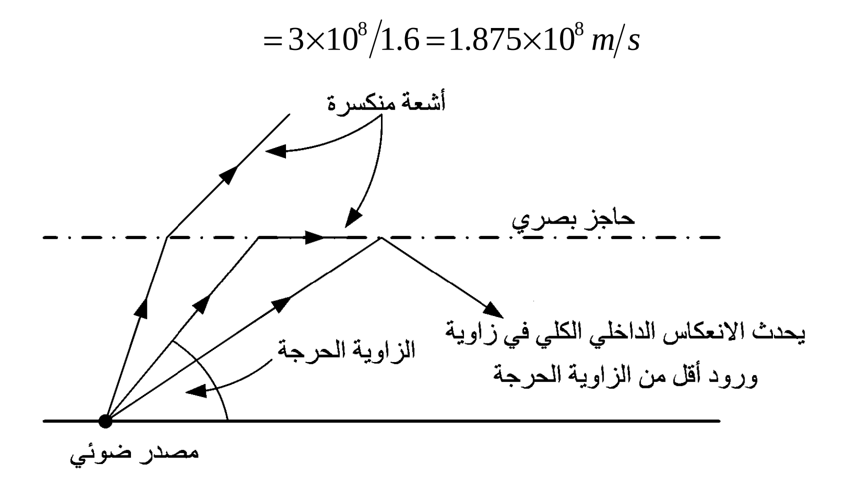
تتغير سرعة الضوء (speed of light) عندما يسير من وسط إلى وسط آخر. تعطينا قرينة الانكسار (refractive index) نسبة تغير هذه السرعة:

$$\text{قرينة الانكسار} = \frac{\text{سرعة الضوء في الخلاء}}{\text{سرعة الضوء في الوسط}}$$

العلاقة السابقة تدل على أنه كلما زادت قرينة الانكسار للوسط، أو كلما انحنى الضوء خلال الوسط نقصت سرعة الضوء.

وهكذا، مثلاً الضوء الذي يمر من الخلاء إلى الزجاج فيه n = 1.6 ، ستكون سرعته التقريبية:

$$=3\times10^8/1.6=1.875\times10^8\ m/s$$



الشكل 4−124: الانعكاس الداخلي الكلي.

نقطة مفتاحية
تتغير سرعة الضوء عندما يعبر من وسط إلى وسط.

الزاوية الحرجة والانعكاس الداخلي الكلي

Critical angle and total internal reflection

رأينا سابقاً من المثال 4−60 أن زاوية الشعاع تزداد عندما يدخل هذا الشعاع وسطاً له قرينة انكسار أقل. ومع ازدياد زاوية ورود الشعاع إلى الوسط الأول، سوف تصل زاوية الانكسار في الوسط الآخر إلى °90، عندها ينعكس الشعاع الضوئي على طول الحد بين المادتين الشكل (4−124). تعرف زاوية الورود (angle of incidence) التي تسبب هذا الأثر باسم الزاوية الحرجة (crltical angle). نستطيع أن نحسب هذه الزاوية الحرجة بالأخذ بعين الاعتبار قانون سنل.

نعلم أن $n_2 \sin\theta_2 = n_1 \sin\theta_1$ وأنه بالنسبة إلى الزاوية الحرجة $\sin\theta_2 = \sin 90 = 1$، لذلك:

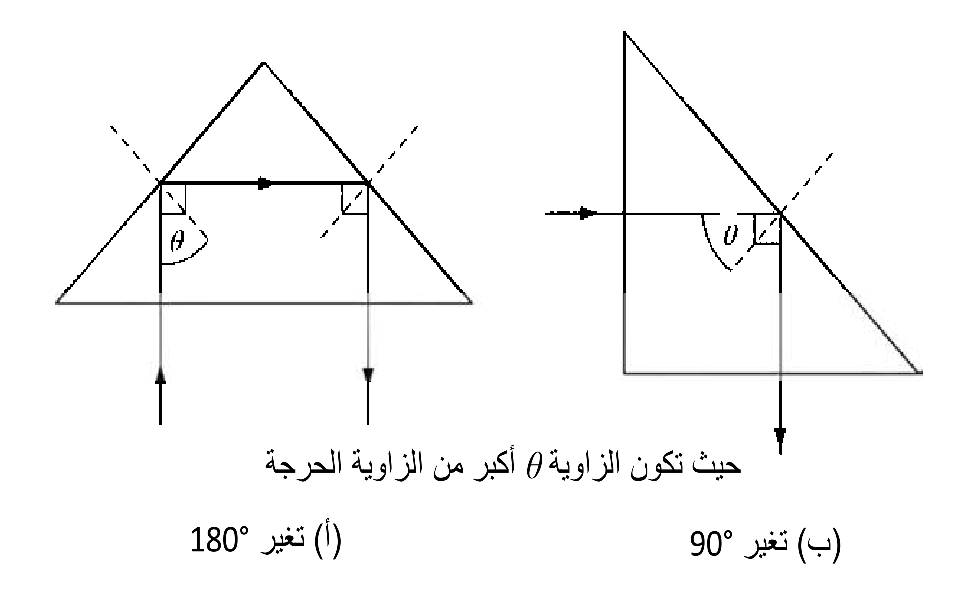
$$n_1 \sin\theta_{cr} = n_2 \Rightarrow \sin\theta_{cr} = \frac{n_2}{n_1}$$
$$\Rightarrow \theta_{cr} = \arcsin\tfrac{n_2}{n_1}$$

تأمل مرة ثانية معاملات الانكسار للمواد المحددة في المثال 4−60 حيث $n_1 = 1.52$ و $n_2 = 1.47$ عندها الزاوية الحرجة لمرور الضوء من المادة 1 إلى المادة 2 تعطى بالعلاقة:

$$\theta_{cr} = \arcsin\tfrac{1.47}{1.52} = \arcsin 0.9671$$
$$\theta_{cr} = 75.26°$$

نعلم أنه إذا ورد الضوء إلى السطح الفاصل بين مادتين بزاوية أقل من الزاوية الحرجة، فإن الشعاع ينكسر عبر الحد بين المادتين. إذا اقترب الضوء الوارد من السطح الفاصل بزاوية أكبر من الزاوية الحرجة، فإن الضوء سينعكس عن منطقة الحد إلى المادة التي أتى منها. في هذه الحالة يعمل الحد كمرآة، ويعرَف هذا التأثير باسم الانعكاس الداخلي الكلي (total internal reflection).

مثال آخر على جهاز يمكن أن يُستخدم لإنتاج انعكاس داخلي كلي هو الموشور (prism). يصنع الموشور النموذجي عادة من الزجاج أو البلاستيك الشفاف (Perspex)، وتكون له قاعدة مربعة وجوانب تميل على القاعدة 45°/45°، أو يكون متساوي الأضلاع مع زاوية حافة تساوي 60°. عند اختيار أي موشور، يحدث انعكاس داخلي لأن كل شعاع ضوئي يصطدم بالوجه الداخلي (الشكل (4−125)) يفعل ذلك بزاوية ورود 45° أو أكثر، التي هي أكبر من الزاوية الحرجة للزجاج. بالتالي فإن الموشورات قد تستخدم لتغيير اتجاه الضوء ضمن 90° أو 180°.

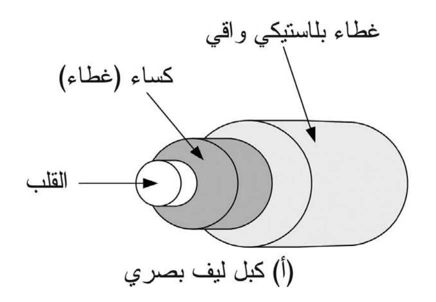


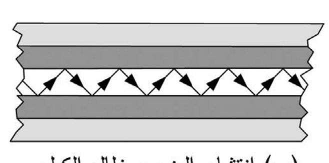
الشكل 4−125: الانعكاس الداخلي ضمن الموشور.

عبور الضوء في الليف البصري Fiber optic light propagation

تعتبر خاصية الانعكاس الداخلي مفصلية بالنسبة إلى عمل الليف البصري (optic fiber). هذه التأثيرات، الواردة في الشكل (4−124)، هي أساس الطريقة التي يمكن للشعاع الضوئي أن يسير على طول الليف البصري.

إذا بدأت الشعاعي الضوئية بزوايا أكبر من الزاوية الحرجة، على طول الليف البصري مع جوانب متوازية، فإن الشعاعي الضوئية تسير عبر الليف الضوئي بالارتداد من حد إلى حد بنفس زاوية الورود والانكسار، الآتية منها. أثناء عبور الضوء على طول كبل الليف البصري، يحدث ضياع للطاقة نتيجة لفساد الحدود، وعدم نقاء الزجاج المستخدم لعبور الضوء وأثر فرسنل (Fresnel effect)، حيث يضيع الضوء في الحدود عندما يقترب من زوايا قريبة من القيمة الحرجة. للتغلب على تأثيرات الفساد (الاتساخ) في الحدود، يتم كسو كابلات الليف البصري بطبقة ثانية من الزجاج، وعندها تتم حمايتها من التشققات المجهرية بإضافة غطاء بلاستيكي (الشكل 4−126).





الشكل 4−126: كبل ليف بصري نموذجي.

تصنع كابلات الليف البصري، بقدر المستطاع، خالية من الشقوق، مما يمكننا من ثني ومعالجة رزمات الليف باليد من أجل إعدادها ضمن الطائرة. وبالتالي تكون النظافة التامة والعناية القصوى ضرورية عند التعامل مع كابلات الليف البصري، في أنظمة الإطلاق مثلاً.

نقطة مفتاحية
تستخدم كابلات الليف البصري مبدأ الانعكاس الداخلي الكلي ليتمكن الضوء من المرور على طول الكبل.

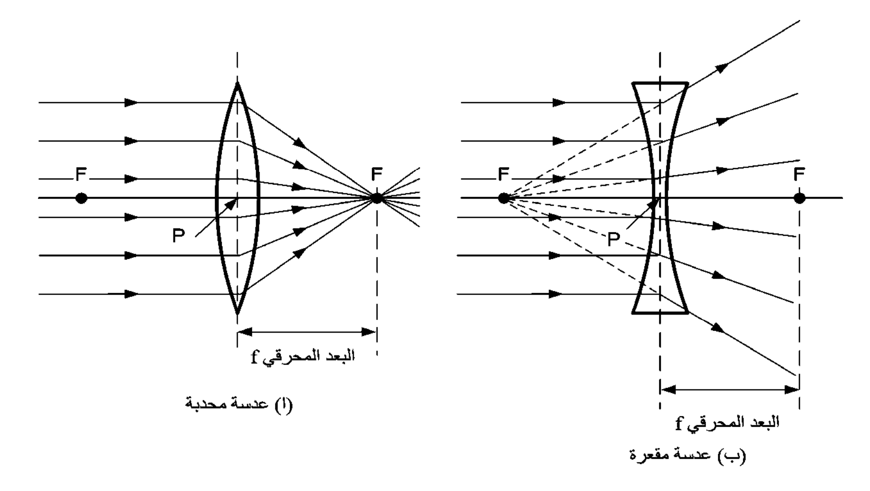
العدسات Lenses

تكون العدسات على شكلين أساسيين، العدسات المحدبة، التي تكون ثخينة في الوسط، والمقعرة التي تكون رقيقة في منطقة الوسط (الشكل 4−127).

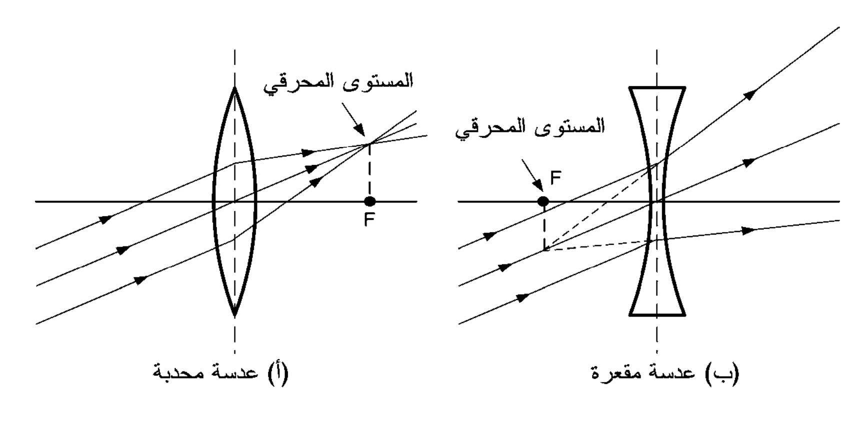
المحور الرئيسي (principal axis) لعدسة كروية هو الخط الذي يربط مركزي التقوس لكلا وجهيها. سوف ندرس في العدسات، كما في المرايا المنحنية، الشعاعي الضوئية القريبة جداً من المحور الرئيسي التي تصنع زوايا صغيرة جداً معه. البؤرة الرئيسية F، في حالة عدسة محدبة، هي النقطة على المحور الرئيسي حيث تتجمع فيها كل الشعاعي الموازية للمحور الرئيسي (الشكل 4−127). أما في حالة عدسة مقعرة فتبدو هذه الشعاعي نفسها متباعدة بعد الانكسار. بما أن الضوء يمكن أن يسقط على أي من وجهي العدسة، فهناك بؤرتان رئيسيان، وهما متساويتا

البعد عن المركز P. المسافة FP هي البعد البؤري للعدسة. والعدسة المحدبة هي عدسة تقريب، ولها محرق حقيقي، بينما العدسة المقعرة هي عدسة مبعدة، ولها بؤرة خيالية (imaginary focus).

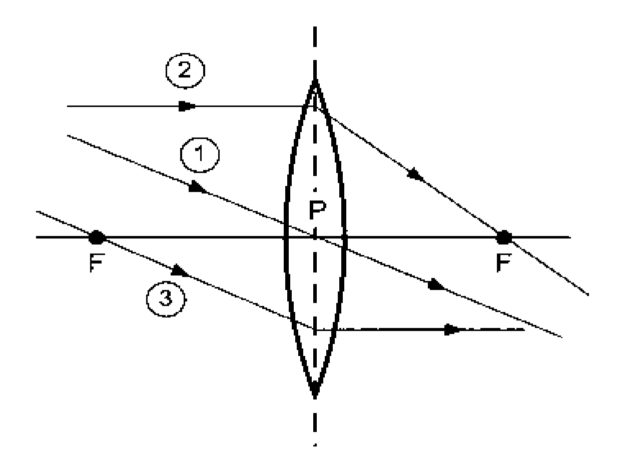
يبيّن الشكل (4–128) حزمة ضوئية متوازية تميل بزاوية صغيرة عن محور العدسة، تنكسر لتتقارب من، أو لتتباعد عن نقطة ضمن المستوي F. هذا المستوي الذي له زوايا قائمة مع المحور الرئيسي يعرف باسم المستوي البؤري (focal plane). وبالتالي النقطة البؤرية لهذه الشعاعي المنكسرة، التي ترد بزوايا صغيرة جداً مع المحور، تقع دائماً في هذا المستوي.



الشكل 4–127: العدسات المقعرة والمحدبة.



الشكل 4–128: المستوي البؤري لعدسة.



الشكل 4−129: الشكل الهندسي لخطوط رسم تخطيطي لشعاعي عدسة محدبة.

المخططات الشعاعية للعدسة Lens ray diagrams

لتحديد معلومات عن موقع وطبيعة الصورة خلال عدسة رقيقة يمكن استخدام إما المخطط الشعاعي أو الحسابات، كما في المرايا المقعرة والمحدبة. في حالة العدسة، كما رأينا، ينتج الصورة من انكسار الضوء بدلاً من انعكاسه. ولذلك، لتركيب صورة جسم قائم على محور العدسة (الشكل 4−129)، يجب رسم اثنين من الشعاعي التالية:

1− شعاع ضوئي خلال مركز العدسة (المركز البصري) P. يعبر هذا خلال العدسة بخط مستقيم، بدون انحراف.

2− شعاع ضوئي موازٍ للمحور الأساسي، الذي يمر عبر الانكسار خلال البؤرة الرئيسية.

3− شعاع ضوئي خلال البؤرة الرئيسية، الذي ينكسر موازياً للمحور الرئيسي.

مثال 4−61

يتوضع جسم صغير ارتفاعه 6mm عمودياً على المحور الرئيسي لعدسة محدبة، وعلى بعد 25mm منها. إذا كان البعد البؤري للعدسة 15mm، ما هو موقع وارتفاع وطبيعة الصورة؟

يمكن استخدام أي اثنين من الخطوط الإنشائية كما في الشكل (4−130). سنستخدم هنا أول خطين تم تعريفهما قبل قليل.

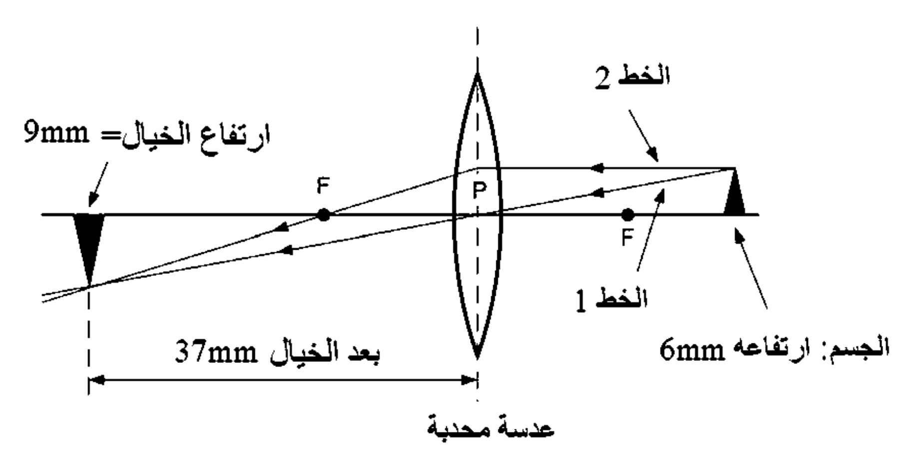
من المخطط الشعاعي يمكن أن نرى أن بعد الصورة عن العدسة تقريباً 37mm، وارتفاع الصورة 9mm و الصورة حقيقية (عدسة محدبة مع بؤرة مبَعِّد) ومقلوبة.

المعادلة المستخدمة لحل ممائع المرايا المنحنية، يمكن استخدامها أيضاً للعدسات

$$\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$$

حيث u و v و f لها نفس المعاني، كما في المرايا، تأكد أنك تستطيع أن تتذكرها!

باستخدام هذه المعادلة يجب استخدام الاصطلاح التالي. إذا كانت العدسة محدبة، تؤخذ قيمة f موجبة، أما إذا كانت العدسة مقعرة، عندها تكون قيمة f سالبة. عندما تكون قيمة v موجبة تكون الصورة حقيقية، وعندما تكون v سالبة تكون الصورة وهمية.



الشكل 4−130: الخطوط الإنشائية للمثال.

تأكد، كما فعلت بالنسبة إلى المرايا، أن تتبع هذا الاصطلاح عند استخدام وتفسير النتائج من المعادلة السابقة.

نقطة مفتاحية
العدسات المحدبة تشكل صور صغيرة حقيقية ومقلوبة للأجسام البعيدة. بينما تشكل العدسات المقعرة صور وهمية أصغر غير مقلوبة للأجسام الموضوعة أمامها.

نستطيع الآن أن نتحقق من نتائج مخطط الشعاعي للمثال (4−61). يمكن إيجاد بعد الصورة عن العدسة باستخدام المعادلة السابقة، حيث في حالتنا:

$$\frac{1}{v}=\frac{1}{15}-\frac{1}{25}=\frac{4}{150}$$

حيث v = 37.5mm وحقيقي بما أن v موجب. والآن لإيجاد ارتفاع الصورة نستخدم فكرة المثلثات المتشابهة لصناعة النسب:

$$\frac{\text{بعد الصورة (v)}}{\text{بعد الجسم (u)}}=\frac{\text{ارتفاع الصورة}}{\text{ارتفاع الجسم}}$$

هذه النسب هي أيضاً مقياس للتكبير الخطي للعدسة. عندها يكون في حالتنا:

$$\text{ارتفاع الصورة}=\frac{v\times\text{ارتفاع الجسم}}{u}$$

$$=\frac{(6)(37.5)}{25}=9mm$$

وهكذا، تكون إجاباتنا الحسابية على تطابق جيد مع تلك التي حصلنا عليها من المخطط الشعاعي.

اختبر فهمك 4−23

1− سرعة الضوء في الخلاء تساوي تقريباً $3\times10^{8}\,m/s$. ما هي المسافة بالأميال التي يقطعها الضوء في الفضاء خلال ساعة؟

2- اكتب قوانين الانعكاس التي يمكن تطبيقها على الأسطح البصرية الملساء.
3- إذا كان البعد البؤري لمرآة منحنية 30cm، ما هو نصف قطر القوس للمرآة؟
4- ماذا نقصد من مصطلح أشعة متوازية paraxial ؟
5- ارسم مخططاً، وأعط وصفاً للشعاعي الإنشائية الأساسية الثلاثة المستخدمة لتحديد موقع وحجم وطبيعة الصورة المتشكل عن مرآة منحنية.
6- كيف تؤثر قيمة قرينة الانكسار في زاوية الشعاعي عندما تدخل مواد لها قرائن انكسار مختلفة؟
7- كيف ترتبط قرينة الانكسار وسرعة الضوء خلال مادة؟
8- على أي مبدأ يعتمد انتشار الضوء ضمن كبل فيبر بصري؟
9- لماذا يتم صنع كبل الفيبر الليف البصري مع طبقة كساء من الزجاج على القلب الزجاجي الداخلي؟
10-عرّف البؤرة الرئيسية فيما يتعلق بالعدسات المقعرة والمحدبة.
11-عرّف المستوي البؤري لعدسة محدبة ومقعرة.
12-كيف يمكن تحديد ارتفاع الصورة من عدسة تحليلياً؟

4-11-2 الموجات Waves

تعتبر دراسة الحركة الموجية ضرورية لفهم طبيعة انتقال الطاقة الضوئية والشعاعي الالكترومغناطيسية وطاقة الصوت، وكيف نستخدم بالفعل خواص الموجات لشرح مبادئ الاتصالات اللاسلكية (الراديو)

سوف ندرس شكلين من حركة الموجة. الموجات المستعرضة (transverse)، حيث الحركة الاهتزازية تكون عمودية على اتجاه حركة الموجة، والموجات الطولية (longitudinal)، حيث تتذبذب الجزيئات (تتمدد وتتضغط) على طول اتجاه مسار الموجة. يمكن تمثيل سلوك الضوء بدراسة حركة الموجة المستعرضة، ولكن حتى الضوء، يعتبر حزمة ضيقة من نطاق واسع وكبير من الموجات المعروفة باسم الطيف الكهرطيسي (electromagnetic spectrum).

سوف ندرس أولاً الموجات المستعرضة وعلاقتها مع سلوك الماء والضوء، ثم سنلقي نظرة على الطيف الإلكترومغناطيسي، وبشكل خاص موجات الراديو، وفي النهاية سننظر بشكل منفصل إلى الموجات الطولية والصوت.

الموجات المستعرضة Transverse waves

إذا تم وضع فلينة في بركة ماء ساكنة، ثم تم رمي حصاة في مركز البركة، تبدأ موجات بالانتشار من منشأ الاضطراب، أي حيث رمينا الحصاة، وفي نفس الوقت تهتز الفلينة إلى الأعلى وإلى الأسفل، هذا السلوك هو نتيجة للقوة الناتجة من حركة موجة مستعرضة (transverse). لا تتحرك الفلينة باتجاه مسير جبهات الموجات fronts (التموجات) التي تسير بعيداً عن المركز، ولكنها تتأرجح (oscillate) في وضع متوسط للماء الساكن، قبل حدوث الاضطراب. نعلم أن الموجات متقدمة ومتوالية (progressive) (متحركة) لأنه موجات البحر مثلاً، تتكسر على الشاطئ، تستطيع أن ترى جبهة الموجة تسير نحوك! ولكن تجاهل التيارات، تأثير ضرب جبهة الموجة في الماء العميق، تجعلك تتأرجح إلى الأعلى والأسفل، بنفس طريقة الفلينة. هذه الحركة التأرجحية هي حركة مستعرضة لأن الذبذبات في زوايا قائمة مع اتجاه مسير الموجات، التي تتمثل تخطيطياً بخطوط تعرف باسم جبهات الموجة. يظهر الشكل (4−131) طبيعة الحركة المستعرضة وعلاقتها باتجاه حركة الموجة.

نقطة مفتاحية
تتذبذب الموجات المستعرضة بزوايا قائمة مع اتجاه مسير حركة الموجة.

لوضع بعض الضبط العلمي لفكرة الموجات المستعرضة، علينا تعريف خصائص هذا النوع من الموجات. في الشكل (4−131) يمكن رؤية أن سعة (amplitude) الموجة المستعرضة هي البعد الأعظمي الذي تتحركه نقطة ما بعيداً عن وضع الراحة، عندما تمر الموجة. البعد الذي تشغله موجة وحدة كاملة يدعى طول الموجة (wave length)، وعدد الموجات الكاملة (الذبذبات) التي يتم إنتاجها في الثانية يدعى التردد (frequency). عندما يكون لنقاط متناظرة على الموجة

نفس السرعة والحركة في نفس الاتجاه، نقول إنهما في نفس الطور (phase). وحدة السعة وطول الموجة في النظام الدولي هي المتر (m)، ووحدة التردد هي دورة بالثانية (c/s)، ويعطى للوحدة c/s في النظام الدولي اسم الهرتز (Hz).

وبالتالي $1Hz = 1c/s$

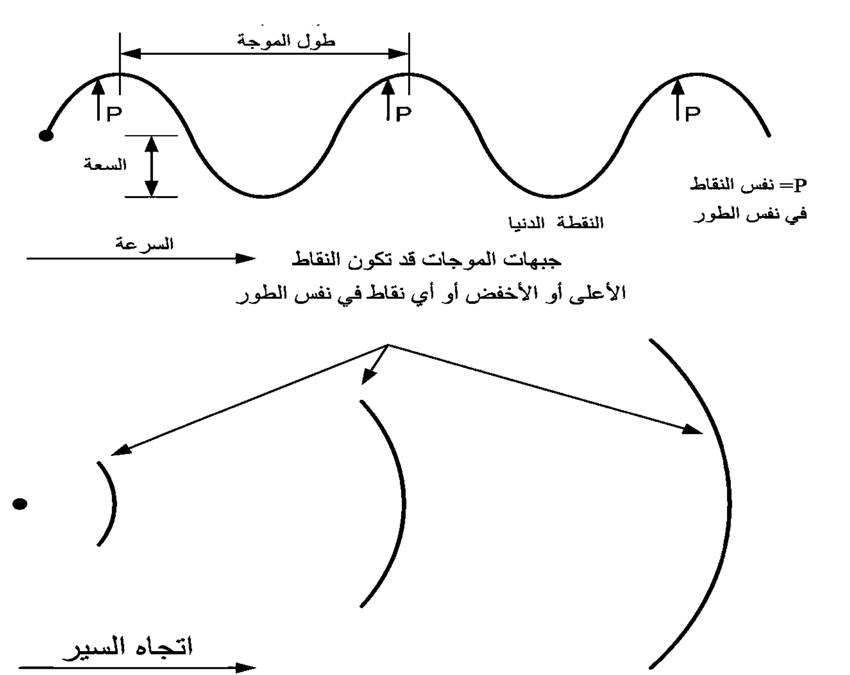
ترتبط سرعة الموجة (جبهة الموجة) وترددها وطول الموجة بصيغة بسيطة ندرجها هنا بدون برهان:

سرعة الموجة = طول الموجة × التردد

وبالرموز:

$$v = f\lambda$$

تنطبق المعادلة $v = f\lambda$ على أية موجة، سرعة الموجة تقاس بـــ m/s، عندما يكون التردد بـــ Hz وطول الموجة بـــ m. لذلك، مثلاً إذا تم إنتاج 10 موجات في الثانية، أي التردد 10Hz، وسرعة انتشار الموجة (سرعة الموجة) هو 50m/s ، عندها يكون طول الموجة 50/10 أو $\lambda = 5m$.



الشكل 4 –131: حركة موجة مستعرضة.

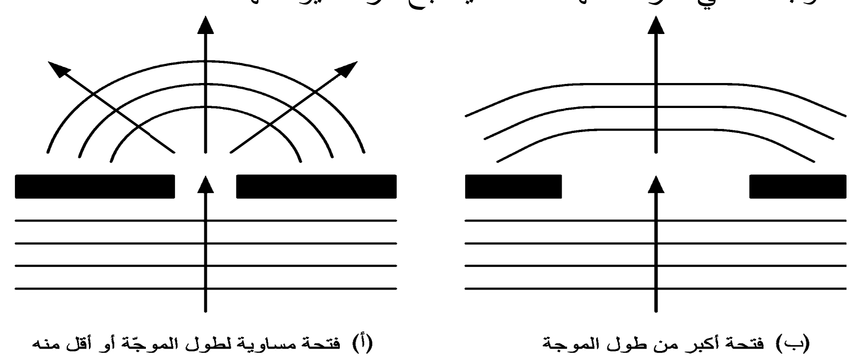
سلوك الموجة Wave behaviour

يمكن شرح طبيعة الموجات المتقدمة، باستخدام حوض الأمواج، الذي هو حوض مائي صناعي معقد حيث يمكن تعديل معاملات الحوض، مثل تردد الموجة وسعة الموجة، ودراسة التأثيرات المرافقة لحركة الموجة. خلال هذه الدراسات، يمكن رؤية أن الموجات المائية تسلك سلوكاً مشابهاً جداً للضوء. من الملاحظ أن الموجات المائية تنعكس عن الأسطح تماماً مثل الضوء، لذلك تُطَبَّق نفس قوانين الانعكاس. صحيح أيضاً أن الموجات المائية تخضع للانكسار أو الانحناء، عندما تتم تبطئتها، بطريقة مشابهة للضوء. ولوحظ أيضاً، باستخدام حوض الأمواج، عند دخول الموجات إلى عمق أقل فإنها تتباطأ. يسبب انخفاض السرعة هذا انخفاضاً في طول الموجة، وكلما اقتربت موجة من أخرى تغير اتجاه سيرها. يمكن توضيح خاصيتين مهمتين باستخدام حوض الأمواج، هما حيود وتداخل الأمواج.

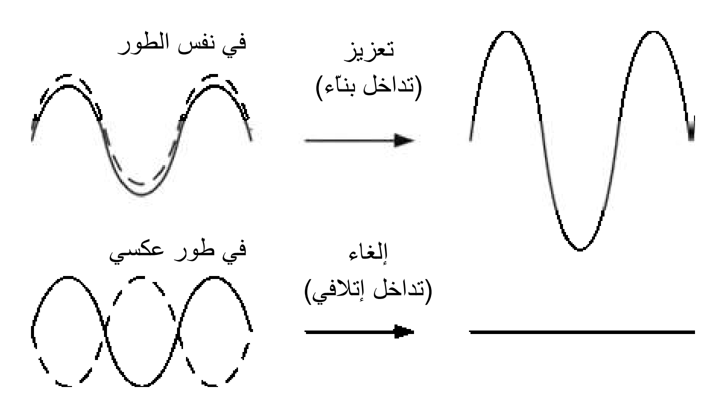
الحيود Diffraction

عند وضع صفيحتين بينهما فتحة صغيرة في طريق موجات مائية متقدمة (الشكل 4−132) فإن الموجات التي تمر خلالها تنتشر مبتعدة في كل الاتجاهات ومسببة جبهات موجة دائرية.

يعرف هذا الأثر بالحيود (diffraction)، أو إحناء الموجات عند مرورها خلال فتحات ضيقة جداً. إذا كانت الفتحة بين الصفيحتين أعرض من طول الموجة للموجات التي تمر خلالها، عندها يصبح أثر الحيود مهملاً.



الشكل 4−132: الحيود.



الشكل 4−133: تأثيرات تداخل الموجات.

التداخل Interference

إذا كان مصدر الاهتزاز بنفس التردد فإنهما يولدان مجموعتين متطابقتين من الموجات. يمكن لهاتين المجموعتين من الموجات أن تقوي إحداهما الأخرى، أو أن تنفيا بعضهما البعض، اعتماداً على ما إذا كانتا في نفس الطور أو خارجه.

نرى من الشكل (4−133) أنه عندما تكون مجموعتا الموجة في نفس الطور، يحدث التعزيز الذي يعرف باسم التداخل البنّاء (constructive interference). وعندما تكونان في طورين متعاكسين (حيث جبهة موجة في القمة بينما الأخرى في الأسفل) عندها يحدث الإلغاء أو التداخل الهدّام (destructive interference). يحدث التداخل البنّاء أو الهدّام عندما تكون مجموعتا الموجات تماماً في نفس الطور أو تماماً بعكس الطور. هناك أيضاً حالات تكون فيها لمجموعات الموجات اختلافات طورية بين هاتين الدرجتين القصوتين، هذا يؤدي إلى تشكل نماذج موجة معقدة عندما تتداخل مجموعتا الموجات المنفصلتين.

الطيف الكهرطيسي (الكهرومغنطيسي) Electromagnetic spectrum

كما ذكر سابقاً فإن الموجات الضوئية تشكل حزمة من نطاق أكثر اتساعاً من الموجات تعرف باسم الطيف الكهرطيسي. هذه الموجات الكهرطيسية في الطيف الشكل (4−133) لها أطوال موجة مختلفة وترددات مختلفة جداً بمقدار الطاقة التي تكون قادرة على الانتقال فيها.

نلاحظ من الشكل (4–134)، أن الموجات ذات طول الموجة الأقصر والتردد الأعلى، يكون لها الطاقة أو الشدة الأعلى. مثلاً شعاعي غاما النفوذة لها أطوال موجة أقل من 10^{-10}m وترددات ضمن المجال $10^{19}-10^{21}$Hz. بينما في الطرف الآخر من الطيف، تتراوح الموجات الدقيقة من طول موجة حوالى 1mm إلى موجات الراديو بتردد ضمن مجال $10^{6}-10^{5}$Hz، وطول موجة حوالى 1–10km!

رغم أن الموجات في الطيف الكهرطيسي قد يكون لها ترددات مختلفة، وبالتالي مستويات طاقة مختلفة، إلا أن لجميعها الخصائص المشتركة التالية:

1- كلها تسير في خطوط مستقيمة بسرعة الضوء (3×10^{8}m/s) في الفراغ أو الفضاء الطلق.

2- كلها موجات مستعرضة، حيث يتم إنتاج الذبذبات بتغيير الحقول المغناطيسية والكهربائية.

3- تظهر كلها، انعكاساً وانكساراً وتداخلاً وحيوداً واستقطاباً.

4- شدة جميع الموجات الصادرة عن نقطة المصدر في الفراغ، تتناسب عكساً مع مربع المسافة عن المصدر أي $I \propto 1/r^{2}$.

5- تخضع للمعادلة $c = f\lambda$ حيث c = سرعة الضوء.

لقد تكلمنا على موجات كهرطيسية ذات مستويات طاقة مختلفة، ولكن لم نشرح في الواقع مصدر هذه الطاقة.

تصدر الموجات الكهرطيسية عندما تغير الجزيئات المشحونة كهربائياً (على المستوى الذري) طاقتها. يحدث هذا عندما يقفز الإلكترون الذي يدور حول نواة الذرة إلى مستوى طاقة أدنى محرراً (مصدراً) خلال هذه العملية إشعاعاً كهرطيسياً (موجات) من الذرة. من خلال دراستنا للحرارة عرفنا أيضاً أن إلكترونات ونواة الذرة تتأرجح بشكل مستمر، لذلك تتغير طاقتها الحركية باستمرار، وتصدر هذه الذرات إشعاعاً كهرطيسياً بما يتفق مع هذه التغيرات. كلما كانت القفزة أكبر، أو كلما زادت سرعة الذبذبات، كانت الترددات أعلى، وزادت كثافة طاقة الموجة الكهرطيسية الناتجة.

الموجات اللاسلكية Radio waves

يجب التشديد منذ البداية، على عدم الخلط بين موجات الراديو والموجات الصوتية، التي تليها. تنتمي موجات الراديو إلى سلسلة الموجات ضمن الطيف الكهرطيسي، ولها الخصائص المعرفة أعلاه. إنها موجات متقدمة مستعرضة تستطيع أن تسير في الفضاء الحر. أما الموجات الصوتية فهي موجات متقدمة طولية تحتاج إلى وسط، مثل الهواء، لتمر خلاله.

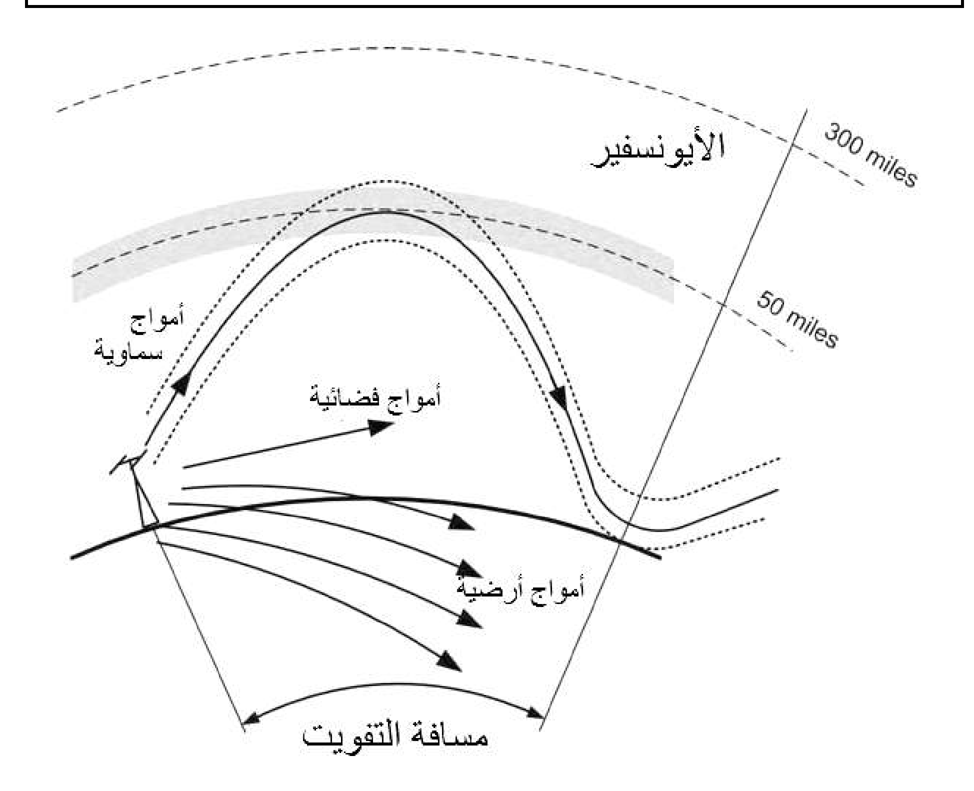
يبين الشكل (4–134)، أن موجات الراديو لها أكبر طول موجة وأدنى تردد. يمكن إنتاجها بجعل الالكترونات تتذبذب في الهوائي، ويمكن استخدامها لبث معلومات الصوت والصورة عبر مسافات طويلة.

المعلومات الكهرطيسية من هوائي بث (مصدر) تستطيع أن تصل إلى هوائي مستقبل بثلاثة مسالك مختلفة عبر الموجات الأرضية (الشكل 4–135) التي تسير على امتداد الأرض وتتبع تقوس الأرض. عبر الموجات السماوية (sky waves) التي تغادر هوائي البث بزاوية وتنعكس عائدة إلى سطح الأرض بواسطة الجزيئات المشحونة في الأيونوسفير.

الشكل 4–134: الطيف الكهرطيسي.

الطريقة الأخيرة الممكنة للبث هي الموجات الفضائية (space waves) والتي تأخذ طريق خط مستقيم، وتستخدم بشكل فعّال ارتفاع الهوائي لتصطدم بالأرض بمسافة متناسبة مع تقوس الأرض.

نقطة مفتاحية
تسير موجات الراديو مثل الموجات الأرضية، والموجات السماوية أو الموجات الفضائية معتمدة على ترددها.



الشكل 4-135: أشكال بث موجات الراديو.

يظهر الشكل (4-135) أيضاً مسافة التفويت (skip distance) أي النقطة من جهاز البث حيث يمكن التواصل مع أول موجة سماوية. المنطقة التي لا تستطيع استقبال انعكاس الموجة الأرضية أو أول موجة سماوية تسمى المجال الممتنع (dead space) أو المنطقة الصامتة (silent zone). يجب إدراك أن جهاز الإرسال عادة

يرسل طاقته على شكل شعاع عريض لذلك يغطي انعكاس الموجة السماوية منطقة واسعة، وليس نقطة وحدة فقط.

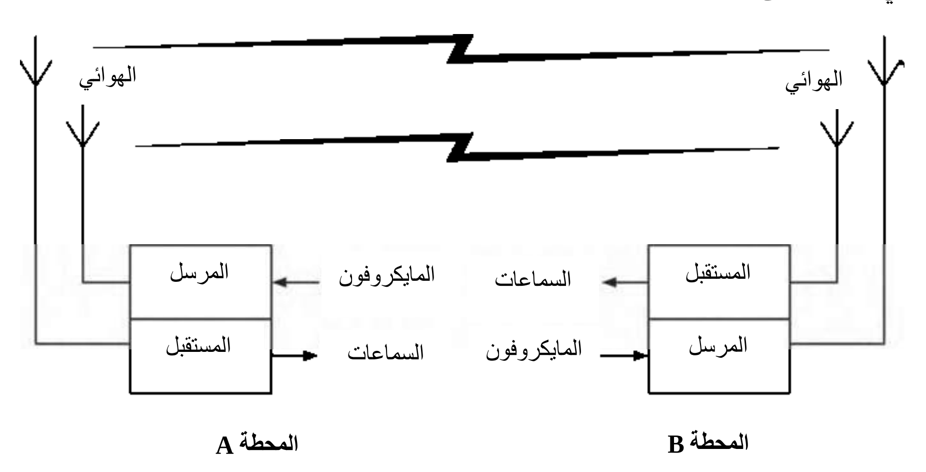
بفضل طول موجاتها، تحيد الموجات الطويلة والمتوسطة مثل الموجات الأرضية حول المنطقة المليئة بالتلال، وبالتالي يمكن التقاط الإشارة على أطوال الموجة هذه، حتى في حال وجود هضاب بين جهازي الإرسال والاستقبال. يمكن بث الموجات ذات الترددات الطويلة (30–300 kHz) والمتوسطة (300 kHz–3 MHz) أيضاً كموجات سماوية، وبالتالي هناك إمكانية لاستقبالها على مسافات طويلة جداً. للموجات ذات الترددات العالية جداً (VHF 30–300 MHz) والترددات فوق العالية (UHF 300–3000 MHz) طول موجة أقصر، كما أنها لا تنعكس عن الإيونوسفير، وبالتالي تتطلب طريقاً مستقيماً بين جهازي الإرسال والاستقبال. هذا هو سبب أن جهاز استقبال التلفزيون وراديو FM (متوسطة التردد) حساس بشكل خاص للبعد عن جهاز الإرسال. كلما زاد ارتفاع جهاز الإرسال، زاد نطاق البث بالموجات الفضائية. تستخدم الموجات الدقيقة (microwaves) ذات الترددات فوق 3000 MHz للرادار، والراديو الفلكي واتصالات الأقمار الصناعية.

عملية الاتصالات Communication process

المكونات الأساسية الضرورية لحدوث اتصالات لاسلكية بين نقطتين مبينة في الشكل (4−136).

يزود جهاز الإرسال في المحطة A بتيار تردد راديوي (radio frequency) (RF) الذي ينتج عند وصله بهوائي البث موجة كهرطيسية (EM). تعدل هذه الموجة بواسطة ذبذبات كهربائية (يسببها الكلام) من المايكروفون، ويقال عندها إن الموجة مضمنة (modulated). وهكذا فإن الكلام أو الصوت يُحمل (carried) على موجة كهرطيسية. تسير الموجة المضمنة بعيداً عن الهوائي في اتجاه محدد من قبل نظام تصميم الهوائي.

عند استقبال الموجة المضمنة في المحطة B يتم إزالة تضمين الموجة بواسطة جهاز استقبال الراديو حيث يتحول الكلام المحمول إلى ذبذبات كهربائية التي تعمل على مكبر الصوت.



الشكل 4-136: المكونات الأساسية لاتصالات اللاسلكي.

اتصالات الطائرة اللاسلكية Aircraft radio communication

بما أن الطائرة تطير على ارتفاعات تتجاوز كل الهوائيات الأرضية، فإنه من الضروري أن تغطي الموجات اللاسلكية عالية التردد مسافة أكبر نوعاً ما مثل الموجات الفضائية، ولكنها تبقى محددة بتقوس الأرض، بما أنها في الترددات العالية والعالية جداً تخترق الإيونوسفير، بدلاً من أن تنعكس عنه.

يجب إجراء اختيارات HF ثابتة خلال الطيران على أساس:

1- المسافة بين جهاز إرسال الطائرة ومستقبلات أخرى.

2- الوقت في النهار والسنة لاعتبار التغيرات في الأيونوسفير.

3- طاقة البث المتاحة.

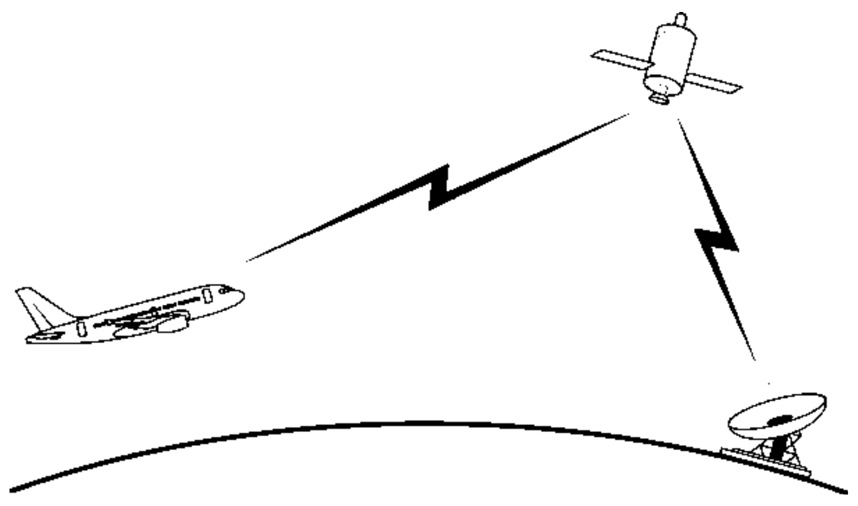
من وجهة نظر العمال الميكانيكيين، لا يشكل هذا مشكلة لأن الترددات المستخدمة في مناطق محددة يتم نشرها على شكل جداول.

الجدول 4–11

نظام الطائرة	الترددات التقريبية	الحزمة
محدد الاتجاه الأتوماتيكي (ADF)	100 kHz – 2 MHz	طويلة – متوسطة
اتصالات عالية التردد	2 – 30 MHz	HF
اتصالات VHF	108 – 118 MHz	VHF
نظام هبوط لوحة القيادة (ILS)	118 – 136 MHz	VHF
طريق الانزلاق	330 MHz	UHF
مستجيب تحكم مرور الطائرات	1000 MHz	UHF
نظام هبوط الموجة الدقيقة	5000 MHz	موجة دقيقة
رادار الطقس	9375 MHz	موجة دقيقة

يظهر الجدول (4–11) الترددات العليا بالحد الأقصى على شكل VHF، وUHF، وتستخدم اتصالات الموجة الدقيقة بكثرة على الطائرة. هذا لتقليل إمكانية التداخل السكوني(static interference). يصبح التداخل السكوني أردأ (أي استقبال فرقعات وهسهسة غير مرغوب بها) كلما كان التردد أخفض، ولكن من VHF وما فوق، يصبح الاستقبال عملياً خالياً سكونياً.

لسوء الحظ، كما رأينا سابقاً فإن لاتصالات VHF وUHF مجال محدود. إن أنظمة الاتصالات الحديثة قادرة الآن على زيادة مجال اتصالات VHF وUHF، وبالتالي تجاهل المجال الممتنع، وذلك بتوظيف الأقمار الصناعية الشكل (4–137). تمكن إشارات الاستقبال والإرسال اللاسلكية الصادرة عن المرتفعات الكبيرة (عادة أعلى من 20000 ميل) من تغطية مساحة واسعة جداً. بتوحيد ارتفاع وسرعة القمر الصناعي، يصبح القمر الصناعي تابعاً أرضياً مستقراً (geostationary satellite)، ويبدو بذلك كأنه يحوم، ونسبة الزاوية حول الأرض تكون متزامنة مع نسبة دوران الأرض.



الشكل 4–137: جهاز استقبال وإرسال التابع القمري.

يمكن استخدام اتصالات التابع القمري لتأمين أنظمة الهاتف المنقول جواً للمسافرين، ويستخدم أيضاً لملاحة الأقمار الصناعية باستخدام تابع أرضي مستقر أو أقمار صناعية ذات مدارات منخفضة.

ظاهرة (أثر) دوبلر Doppler effect

عندما يكون هناك حركة نسبية بين مصدر الموجة والمراقب، يحصل تغير في التردد؛ وهذا يمكن ملاحظته مع أي حركة موجية، لاسلكي أو صوت. يعرف هذا التغير في التردد، الذي يحدث بسبب الحركة النسبية، باسم ظاهرة دوبلر.

وكمثال على الموجات الصوتية، وهو ما يستشهد به غالباً، القطار الذي يصدر صفارته خلال تجاوزه لمراقب. فبينما يقترب القطار، يكون التردد المسموع من قبل المراقب أعلى من التردد الصادر من المصدر. عندما يتجاوز القطار المراقب، يكون هناك انخفاض في طبقة الصوت، وعندما يبتعد القطار بعيداً عن المراقب يتم سماع تردد أخفض من الذي تم إنتاجه. تُلاحظ الظاهرة نفسها إذا تحرك المراقب وبقي مصدر الصوت ثابتاً.

فيما يتعلق بالإرسال اللاسلكي، إذا كانت الحركة النسبية هي تلك التي يتحرك عندها المرسل والمستقبل بشكل فعلي باتجاه بعضهما البعض (مثل اقتراب

طائرة) يكون التردد الذي يتم استقباله أعلى من الذي تمّ بثّه. وإذا كان يتحرك مبتعداً، يكون التردد الذي يتم استقباله أدنى من الذي تمّ بثّه. تعطى القيمة التقريبية لمقدار التغير في التردد، تغير دوبلر، بالعلاقة:

$$\text{تغير دوبلر} = \frac{\text{السرعة النسبية} \times \text{تردد جهاز الإرسال}}{\text{سرعة انتشار الموجة اللاسلكية}}$$

وبالتالي، إذا كان تردد جهاز الإرسال = 100 MHz والسرعة النسبية بين جهاز الإرسال والاستقبال 3600 km/h (1000 m/s) فإن:

$$\text{تغير تردد دوبلر} = \frac{(100 \times 10^6)(1000)}{3 \times 10^8}$$

$$= 333.3 \text{ Hz}$$

وكما تبين، فإن هذا التغير صغير جداً. ولكن له تطبيقات عملية. مثلاً الحركة النسبية بين القمر الصناعي والمرشد اللاسلكي (beacon) يمكن أن يعطي دلالة على موقع المرشد اللاسلكي. في حالة الأقمار الصناعية التي لها سرعات عالية جداً، فإن تغير دوبلر (التغير في التردد) يمكن أن يكون هاماً. وهكذا، إذا كان القمر الصناعي يسير ومركبة سرعته متوجهة إلى المرشد اللاسلكي، فإنه يتلقى إشارة تردداً أعلى من تردد الإشارة المرسلة. وعند الابتعاد عن المرشد اللاسلكي، تنعكس هذه الحالة ويتلقى القمر الصناعي إشارة ترددها أخفض من تردد الإشارة المرسلة، وبناء عليه يحدث تغير في التردد لحظة مرور القمر الصناعي بالمرشد اللاسلكي.

نقطة مفتاحية
يعرف تغير التردد الذي يحدث بسبب الحركة النسبية للموجات باسم أثر دوبلر.

اختبر فهمك 4-24

1- الشعاعي تحت الحمراء والشعاعي فوق البنفسجية هما شكلان للموجات الكهربائية المستقرة ضمن الطيف الكهرطيسي. أي نوع من الشعاعي له الطاقة الأعلى، ولماذا؟

2- اشرح فكرة حركة الموجة المستعرضة.

3- ماذا يحدث إذا عبرت سلسلة من الموجات الخطية المستعرضة خلال شق ضيق جداً بفتحة أقل من طول موجة الموجة المستعرضة التي تمر خلالها؟

4- ما المقصود بالتداخل البنّاء والتداخل الهدّام؟

5- اذكر بالتفصيل ثلاث خصائص مشتركة للموجات الكهرطيسية.

6- هل من الممكن إرسال موجة سماوية بتردد 32 MHz؟ اشرح إجابتك.

7- ماهو المجال التقريبي لطول الموجة من أجل الموجات الدقيقة؟

8- لماذا تستخدم حزمات اللاسلكي VHF و UHF كثيراً لاتصالات الطائرات؟

9- ماهو (أ) مسافة التفويت (ب) المجال الممتنع؟

10- اشرح طبيعة عملية الاتصال التي تمكن من إجراء المحادثات الهاتفية عبر مسافات شاسعة.

11- اشرح لماذا طبقة صوت المحرك النفاث لطائرة تتغير عندما تمر هذه الطائرة بجانبك.

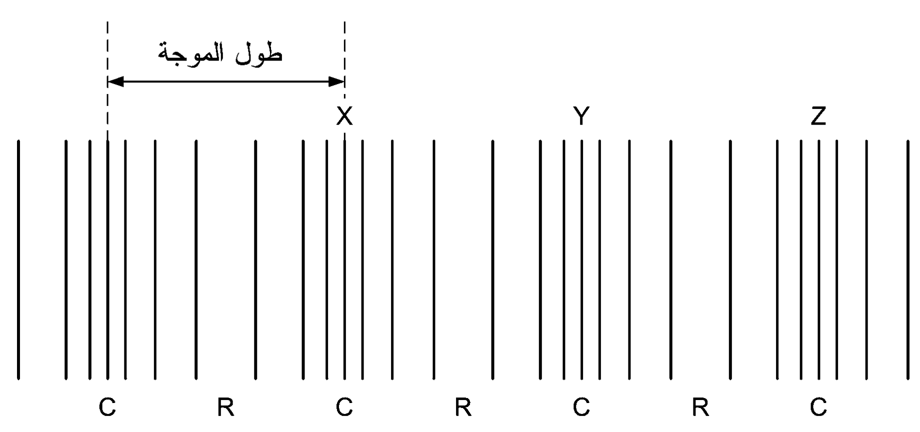
3-11-4 الصوت Sound

نبدأ دراستنا القصيرة جداً للصوت بتأمل طبيعة الأمواج الصوتية. ستكتشف أن الأمواج الصوتية هي أمواج ميكانيكية، التي هي ليست مثل الأمواج اللاسلكية، لا تستطيع التقدم لمسافات طويلة، لأن طاقتها سرعان ما تتبدد. وهذا هو سبب حملها على الموجات الكهرطيسية، بحيث نستطيع أن نتواصل (نتكلم) عبر مسافات طويلة.

الموجات الصوتية Sound waves

لقد أمضينا وقتاً طويلاً ونحن نتكلم على الموجات الضوئية واللاسلكية، واللتين هما جزء من عائلة الموجات المستعرضة المرتبطة بالطيف الكهرطيسي. الأمواج الصوتية مختلفة بجوهرها!

الأمواج الصوتية يسببها مصدر اهتزاز (source of vibration)، مثلاً عندما يرن الجرس، فإنه يهتز بمعدل منتظم لنقول 500 مرة بالثانية (500 Hz) بحيث يضغط ويمدد الهواء المحيط به مباشرة. هذه الاهتزازات تنشئ سلسلة من المناطق المتعاقبة (الشكل 4–138) من الضغط العالي (الانضغاط "compression") والضغط المنخفض (التخلخل "rarefaction") التي ترحل بعيداً عن الجرس بشكل طولاني. الأمواج الصوتية، التي هي أمواج ميكانيكية، تحتاج إلى وسط مثل الهواء، حتى تمر فيه. إنها تستطيع أن تسير في كل المواد؛ الصلبة والمائعة والغازية. الصوت الذي نسمعه عادة يسير في الهواء. ولكننا قادرون على سماع أصوات تحت الماء وخلال الأجسام الصلبة، مثل الأبواب والنوافذ والجدران.



الشكل 4–138: الأمواج الصوتية.

سعة موجة الصوت مرتبطة بموقع جزيئات المادة التي يسير فيها الصوت. ونقول إن سعة موجة الصوت هي الانزياح الأعظمي لجزيء عن موضع استقراره، والبعد بين جزيئين متعاقبين في نفس الطور هو طول الموجة. الموجات

الصوتية هي موجات تتقدم طولانياً حيث تنضغط وتتخلخل (تتذبذب) الجزيئات في نفس اتجاه تقدم جبهة الموجة.

رغم وجود اختلافات هامة في سلوك الموجات الصوتية، مقارنةً بالموجات الكهرطيسية، إلا أنها محكومة بالمعادلة الرئيسية $v = f\lambda$، غير أن v تحل محل c حيث إن v = سرعة الموجة الصوتية. يجب أن تتذكر أيضاً أن الأمواج الصوتية، مثل أشكال الموجات الأخرى، يمكن أن تنعكس وتنكسر وتحيد وتظهر تأثيرات التداخل.

لقد درسنا سابقاً سرعة الصوت ببعض التفصيل عند دراستنا للغلاف الجوي. يجب التذكير أن سرعة الصوت تعتمد على الكثافة ودرجة الحرارة. وبالتالي، تتغير سرعة الصوت حسب طبيعة المادة التي يمر فيها. مثلاً سرعة الصوت في الهواء في درجة حرارة 15°C = 340 m/s أو 1120 ft/s، وسرعة الصوت في الماء في درجة حرارة 0°C = 1400 m/s وسرعة الصوت في الأسمنت ≅ 5000 m/s.

لاحظ أن الاعتماد على الكثافة لسرعة الصوت واضح تماماً من الأمثلة السابقة، تزداد سرعة الصوت عندما يمر خلال الغازات، والسوائل، والأجسام الصلبة على التوالي.

الصوت المنعكس Reflected sound

عندما نسمع صدى فإننا نسمع صوتاً منعكساً بعد وقت قصير من سماع الصوت الأصلي. الوقت الذي يستغرقه الصدى أو الصوت المنعكس ليصل إلينا هو مقياس بعد مصدر الصدى. هذه الخاصية للانعكاس يمكن استخدامها في جهاز المسيار بالصدى (echo sounder) المستخدم في قياس عمق قاع البحر تحت السفينة. ونستطيع أيضاً عن طريق إرسال ذبذبات فوق صوتية (ultra sound)، تحديد طبيعة أية انقطاعات (خلل، تجويف، شق، صدع، مسامية، ...إلخ) في المادة.

يمكن توليد الترددات فوق الصوتية، أو فوق المدى المسموع (audible) (يتجاوز 20 kHz) باستخدام مسبار كهربي ضغطي (piezoelectric probe) يوضع على سطح المادة (الشكل 4−139).

عند استخدام الصيغة $v = f\lambda$، وبمعرفة تردد وطول موجة الموجة الفوق صوتية المولدة، يمكن تحديد سرعة الموجة الفوق صوتية. بالإضافة إلى ذبذبات جهاز الإرسال، إذا كان المستقبل يقيس الذبذبات المنعكسة عن الانقطاعات وعن أسفل المادة، عندئذ بحساب اختلاف الوقت بين الذبذبتين يمكن تحديد مكان الانقطاع.

الصوت المفهوم Perceiving sound

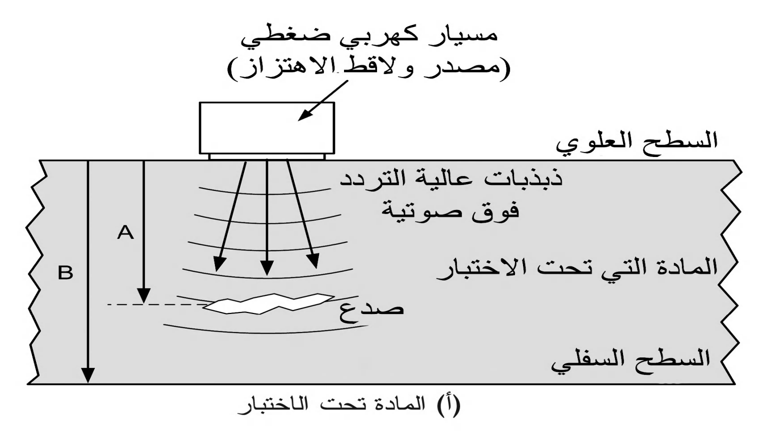
من خلال الموسيقى والكلام وأنواع الضجيج الأخرى تختبر آذاننا مجالاً من الأصوات المختلفة. كل هذه الاختلافات في طريقة إدراكنا للأصوات، تعتمد فقط على الاختلافات في سعة وتردد الأمواج الصوتية الداخلة إلى آذاننا. لقد عرّفنا سابقاً السعة (amplitude) بأنها الانزياح الأعظمي لجزيء عن موضع استقراره. مثلاً، كلما زادت المسافة التي تتحركها جزيئات الهواء عن موضع استقرارها (أي عندما يتذبذب غشاء مكبر الصوت بشكل عالي) سمعنا صوتاً أعلى. بعبارة أخرى، كلما زادت السعة كان الصوت أعلى.

نقطة مفتاحية
كلما زادت سعة موجة الصوت، كان الصوت أعلى.

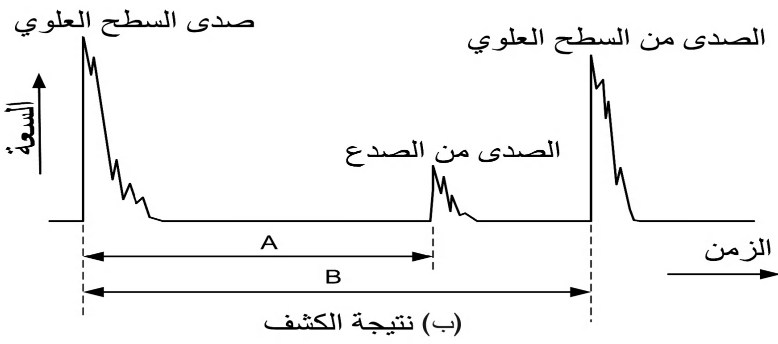
إن كثافة (intensity) موجة الصوت هي مقياس للطاقة التي تمر خلال وحدة المساحة كل ثانية. بشكل منهجي أكثر: تمتلك موجة الصوت كثافة 1 وات في المتر المربع ($1\ W/m^2$) عند مرور 1J من طاقة الموجة خلال $1\ m^2$ كل ثانية. تذكر أن 1W مساوية 1 J/s. لقد أشرنا سابقاً إلى طبقة الصوت، عندما درسنا أثر دوبلر سابقاً.

ندرك الاختلاف في طبقة (pitch) الصوت عندما نسمع مثلاً النغمات الموسيقية المختلفة. وهكذا، فإن طبقة الصوت العالية من صافرة تنتج من ترددات عالية وطبقة صوت منخفضة مثل الصادرة عن طبل ضخم تنتج عن ترددات منخفضة.

تذكر، أن طبقة صوت صافرة قطار تكون أعلى عندما يقترب القطار، وأخفض عندما يمر القطار، يعطيك فكرة جيدة عن الطبيعة الدقيقة لأثر دوبلر. عندما تسير الموجات الصوتية باتجاهك، تزيد سرعتها النسبية من عدد جبهات الموجة الموجودة لمسافة محددة والذي يعطي زيادة في التواتر، وزيادة موافقة في طبقة صوت الصافرة. عندما يصل إليك القطار فإن السرعة النسبية لموجات صوت الصافرة تتناقص، وعدد جبهات الموجات التي تصل إليك يتناقص، مسبباً انخفاضاً في التواتر وانخفاضاً موافقاً في طبقة الصوت.



(أ) المادة تحت الاختبار



(ب) نتيجة الكشف

الشكل 4–139: المبدأ الأساسي في كشف الخلل في الأمواج فوق الصوتية.

اختبر فهمك 4-25

1- كيف تنشأ الأمواج الصوتية؟
2- اذكر بالتفصيل الاختلافات بين الأمواج الصوتية وأمواج الطيف الكهرطيسي.
3- على أيّ عوامل تعتمد سرعة الصوت؟
4- إذا كان طول موجة الأمواج فوق الصوتية 6mm وترددها 30 kHz. كم من الوقت يلزم الصدى حتى يصل إليك من فجوة عمقها 0.5m؟
5- فيما يتعلق بالأمواج الصوتية عرّف: (أ) الشدة. (ب) الطبقة. (ج) السعة.

أسئلة عامة 4-6

1- اذكر قوانين الانعكاس، واشرح كيف تختلف الصورة المتشكلة من مرايا مسطحة ومرايا منحنية.

2- يعلق جسم ارتفاعه 25cm شاقولياً أسفل المحور الرئيسي لمرآة مقعرة وعلى بعد 1.25m من العدسات. إذا كان البعد البؤري للمرآة يساوي 40cm. حدّد بالرسم، وتأكّد حسابياً من موقع وارتفاع وطبيعة الصورة.

3- يمر شعاع ضوئي من مادة بمعامل انكسار 1.5 وزاوية ورود 38° إلى مادة أخرى بمعامل انكسار 1.45. حدد زاوية انكسار الشعاع الضوئي.

4- للحالة المذكورة في السؤال الثالث، حدد الزاوية التي تكسر الشعاع على طول الحد بين المادتين.

5- حدّد، بمساعدة الرسم، كيف ينتشر الضوء على طول كبل ليف بصري.

6- ارسم الخطوط الإنشائية لمخطط شعاعي التي تستخدم لتحديد صورة لجسم موضوع بشكل عمودي على المحور الرئيسي لعدسة.

7- موجة سرعتها 400 m/s، يتراوح ترددها بين 500 Hz و 5 kHz. ما هو الاختلاف في طول الموجة؟

8- أعط وصفاً للخصائص المشتركة لكل الموجات الكهرطيسية.

9- لماذا من الضروري ضبط وإزالة ضبط حامل موجة كهرطيسية؟

10- يقترب قمر صناعي (في الفراغ الفضائي) من مرشد لاسلكي بسرعة نسبية تساوي 18000mph حدد تغير دوبلر، إذا كان تردد جهاز الإرسال 120 MHz.

12-4 أسئلة متعددة الخيارات Multiple choice questions

الأسئلة الأمثلة الموضوعة أدناه تتبع أقسام الوحدة التدريسية الثانية /2/ في منهج دراسة الجزء /66/ بالإضافة إلى أسئلة موضوعة في فيزياء الأتموسفير الموجودة في الوحدة التدريسية الثامنة /8/ الخاصة بالإيروديناميك الأساسي.

لاحظ أيضاً أن الأسئلة التالية تمّ فصلها بالمستويات، حيث يكون ذلك مناسباً. الكثير من علم الترموديناميك وكل المعلومات عن الضوء والصوت غير مطلوبة للميكانيكيين المرخصين فئة A. أسئلة الفئة B كلها موضوعة ضمن مستوى B_1 الأعلى، من أجل ما يهم في أقسام الميكانيك وميكانيك السوائل.

تذكر أن المحاولة **بكل** هذه الأسئلة يجب أن تتم بدون استخدام الحاسبة، وأن علامة النجاح لكل اختبارات الجزء /66/ المتعددة الخيارات هي 75% .

الوحدات Units

1- وحدة النظام الدولي للكتلة هي:

[A, B1, B2]

(أ) نيوتن.

(ب) كيلوغرام.

(ج) باوند.

2- وحدة النظام الدولي لدرجة الحرارة الترموديناميكية هي:
[A, B1, B2]

(أ) درجة سيلسيوس.

(ب) درجة فهرنهايت.

(ج) كلفن.

3- وحدة الزمن في نظام الهندسة الإنجليزي هي:
[A, B1, B2]

(أ) الثانية.

(ب) الدقيقة.

(ج) الساعة.

4- الراديان في النظام الدولي هو:
[A, B1, B2]

(أ) وحدة إضافية.

(ب) وحدة أساسية.

(ج) مقياس زوايا الأجسام الصلبة.

5- وحدة الشدة الضوئية في النظام الدولي هي:
[B1, B2]

(أ) لوكس.

(ب) الشمعة.

(ج) قدم شمعة.

6- 500 mV مساوية لـــ :
[A, B1, B2]

(أ) 0.05 V

(ب) 0.5 V

(ج) 5.0 V

7- يؤثر في سطح طوله 40cm وعرضه 30cm حمولة مقدارها 120 kN. يسبب هذا ضغطاً يساوي:

[A, B1, B2]

(أ) $1\ MN/m^2$
(ب) $1\ kN/m^2$
(ج) $1200\ N/m^2$

8- طائرة خفيفة مملوءة بكمية 400 جالون بريطاني من بنزين الطائرات. أُعطي أن ليتراً من بنزين الطائرات يساوي 0.22 من الجالونات البريطانية، يكون عندها حجم خزان وقود الطائرة يساوي تقريباً:

[A, B1, B2]

(أ) 88 L
(ب) 880 L
(ج) 1818 L

9- إذا كان ضغط بار واحد يساوي 14.5 psi، فإن 290 psi يساوي:

[B1, B2]

(أ) 20 kPa
(ب) 2.0 MPa
(ج) 2000 mbar

10- تم تحديد عامل التحويل من mph إلى m/s تقريباً بالقيمة 0.45، عندها تكون القيمة 760 mph تساوي تقريباً:

[A, B1, B2]

(أ) 1680 m/s
(ب) 380 m/s
(ج) 340 m/s

11- إذا كانت المسافة التي يقطعها قمر صناعي من مصدر جاذبيته تتضاعف والقمر الصناعي يزن أصلاً 1600 N، متى يقل وزنه ليصبح:

[B1, B2]

(أ) 1200 N
(ب) 800 N
(ج) 400 N

12-في نسخة المهندسين لنظام FPS كمية الكتلة التي يتم تطبيق قوة عليها بمقدار 1 lbf تختبر تسارعاً $1\ ft/s^2$ هو:

[A, B1, B2]

(أ) 1 lb
(ب) 1 lbf
(ج) 32.17 lb

المادة Matter

13-أي وحدة من العبارات التالية صحيحة:

[A, B1, B2]

(أ) تحمل البروتونات شحنة موجبة وتحمل النيترونات شحنة سالبة.
(ب) تحمل الالكترونات شحنة سالبة ولا تحمل البروتونات أي شحنة.
(ج) تحمل البروتونات شحنة موجبة وتحمل الالكترونات شحنة سالبة.

14-يعرف تكافؤ المادة بأنه:

[B1, B2]

(أ) عدد الإلكترونات في ذرة المادة.
(ب) العمود الذي تتوضع فيه ضمن الجدول الدوري.
(ج) عدد الإلكترونات في كل طبقات p ضمن ذرة المادة.

15-تشمل الرابطة الأيونية:

[A, B1, B2]

(أ) انتقال الإلكترون.
(ب) مشاركة الإلكترونات.
(ج) الانجذاب الكهربائي الساكن الضعيف لجزيء ثنائي الاستقطاب.

16- الأيون هو:

[A, B1, B2]

(أ) ذرة ذات روابط إلكترونية غير محكمة.

(ب) ذرة ذات شحنة سالبة أو موجبة.

(ج) ذرة ذات عدد مختلف من البروتونات والنيترونات.

17- المادة عادة:

[A, B1, B2]

(أ) تعتبر موجودة في الأشكال الصلبة والمائعة والغازية.

(ب) تتكون من عناصر صلبة.

(ج) يعتبر أن لها قوة ارتباط ذري داخلي يساوي الصفر.

18- الغازات:

[A, B1, B2]

(أ) دائماً تملأ الحيز المتاح للوعاء الحاوي لها.

(ب) تتكون دائماً من ذرات مفردة.

(ج) لها جزيئات تسير دائماً في طرق منحنية.

عالم السكون:

19- مقدار شعاعي

[A, B1, B2]

(أ) يتم قياسه فقط بإحساسه واتجاهه.

(ب) له مقدار واتجاه.

(ج) يتم تمثيله بسهم يظهر قيمته فقط.

20- قوتان شعاعيتان:

[A, B1, B2]

(أ) يمكن فقط جمعهما باستخدام قانون المثلث.

(ب) دائماً يجمعان باستخدام قانون رأس إلى رأس.

(ج) يمكن جمعهما رأس إلى ذيل باستخدام قانون المثلث.

21- محصلة قوتين أو أكثر هي القوة التي تؤثر بمفردها:

[A, B1, B2]

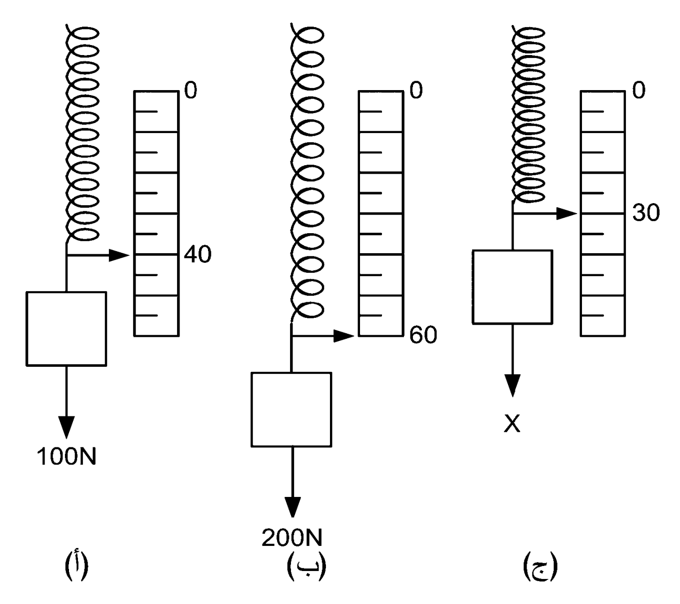
(أ) عكس القوى الأخرى في المجموعة، وتجعل الجسم في حالة توازن.

(ب) تؤثر عمودياً في كل القوى الأخرى في المجموعة.

(ج) تنتج نفس التأثير عندما تعمل القوى الأخرى معاً في المجموعة.

22- يبين الشكل (4-139) نابضاً مع مؤشر متصل به، معلقاً بجانب مقياس. يتم تعليق ثلاثة أوزان مختلفة على الترتيب، كما هو مبين:

[A, B1, B2]



الشكل 4-140 نابض مع مؤشر متصل به.

إذا تم إزالة كل الأوزان من النابض، أي علامة في المقياس سيدل عليها المؤشر؟

(أ) 0
(ب) 10
(ج) 20

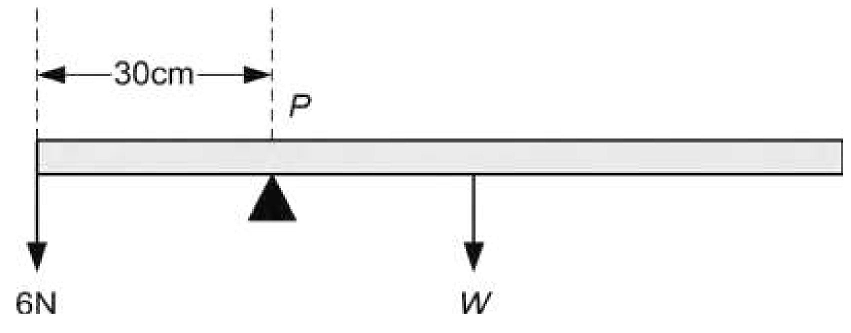
23- بالرجوع إلى الشكل (4-140) ماهو وزن X ؟
[A, B1, B2]

(أ) 10 N
(ب) 50 N
(ج) 0

24- بالرجوع إلى القوى التي تؤثر في جائز متجانس، أحد شروط التوازن السكوني هي:
[A, B1, B2]

(أ) يجب أن تتساوى القوى الأفقية.
(ب) يجب أن تتساوى القوى الشاقولية والقوى الأفقية.
(ج) المجموع الجبري للعزوم يجب أن يساوي الصفر.

25- تتوازن مسطرة مترية منتظمة، كما هو مبين في الشكل (4-141)
[A, B1, B2]



الشكل 4-141: مسطرة مترية منتظمة متوازنة كما هو مبين.

الوزن W للمسطرة المترية هو:

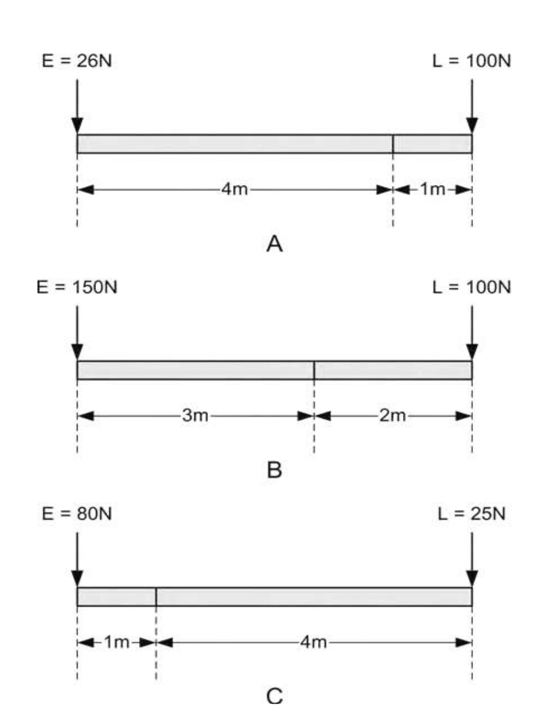
(أ) 4 N
(ب) 5 N
(ج) 9 N

26- فيما يتعلق بالشكل (4-141)، القوة على المسطرة في النقطة P هي:
[A, B1, B2]

(أ) 3 N تؤثر شاقولياً إلى الأسفل.
(ب) 15 N تؤثر شاقولياً إلى الأعلى.
(ج) 15 N تؤثر شاقولياً إلى الأسفل.

27-في الشكل (4-142)، أي عتلة تدور باتجاه عقارب الساعة؟:
[A, B1, B2]

(أ) A
(ب) B
(ج) C



الشكل 4-142: عتلات، أي وحدة تدور باتجاه عقارب الساعة.

28-يعرّف العزم التدويري بأنه:

[A, B1, B2]

(أ) عزم تدوير كبل يتم قياسه بـــ نيوتن – متر (Nm).

(ب) عزم تدوير قوة يتم قياسه بالنيوتن (N).

(ج) عزم مزدوجة يتم قياسه بالنيوتن (N).

29- عند حساب بعد مركز ثقل طائرة (CG) من بيان ما X. يكون البعد مساوياً لمجموع:

[B1, B2]

(أ) الكتل مضروب بالكتل الكلية.

(ب)عزوم الكتل مقسوم على الكتلة الكلية.

(ج) عزوم الكتل مضروب بالكتلة الكلية.

30-يعرف إجهاد المادة بأنه:

[A, B1, B2]

(أ) $\frac{\text{القوة}}{\text{المساحة}}$ بالوحدة Nm^2.

(ب) القوة × المساحة بالوحدة Nm^2.

(ج) $\frac{\text{القوة}}{\text{المساحة}}$ بالوحدة N/m^2.

31- يتم قياس جساءة stiffness المادة عندما تخضع لحمولات الشد، بـــ :

[A, B1, B2]

(أ) إجهاد الشد.

(ب) معامل الجساءة modulus of rigidity .

(ج) معامل المرونة.

32- عندما يخضع قضيب معدني طوله 20cm إلى حمولة شد، ويستطيل بمقدار 0.1mm، فإن انفعاله سيساوي:

[A, B1, B2]

(أ) 0.0005

(ب) 2.0

(ج) 0.05

33- يمكن تعريف قابلية السحب بأنها:

[A, B1, B2]

(أ) النزوع إلى الانكسار بسهولة أو فجأة بتمدد قليل أو بدون تمدد سابق.

(ب) القابلية للسحب إلى أسلاك معدنية رفيعة.

(ج) القدرة على مقاومة صدمة حمولات تطبق بشكل مفاجئ.

34- المتانة النوعية هي خاصية هامة لمواد الطائرة بالذات لأن:

[A, B1, B2]

(أ) هي مقياس الطاقة لوحدة كتلة للمادة.

(ب) يمكن إهمال كثافة المادة.

(ج) هي مقياس جساءة المادة.

35- مطلوب منك إيجاد إجهاد القص والعزم التدويري وعزم المساحة القطبي الثاني، لعمود إدارة محرك طائرة ذي مقطع دائري، عند إعطاء نصف قطر العمود. أي واحد من الصيغ التالية يكون أكثر فائدة؟

[B1, B2]

(أ) $\frac{\tau}{r} = \frac{G\theta}{l}$

(ب) $\frac{\tau}{r} = \frac{T}{J}$

(ج) $\frac{T}{J} = \frac{G\theta}{l}$

36-من أجل عمود تحكم طائرة أنبوبي، خاضع للعزم، يكون الإجهاد الأعظمي الحاصل:

[B1, B2]

(أ) عندما يكون نصف القطر أعظمياً.

(ب) محورياً خلال مركز العمود.

(ج) عبر قطر العمود.

الحركة والديناميك Kinematics and dynamics

37-المعادلات الخطية للحركة تعتمد في مشتقاتها (اشتقاقاتها) على حقيقة هامة جداً وهي:

[A, B1, B2]

(أ) السرعة تبقى ثابتة.

(ب) السرعة هي المسافة مقسمة على الزمن اللازم.

(ج) يفترض أن يكون التسارع ثابتاً.

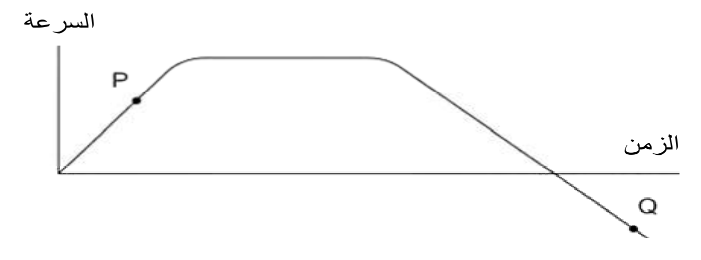
38-بالرجوع إلى الرسم البياني المعطى في الشكل (4-143). في النقطة P يجب أن تكون العربة:

[A, B1, B2]

(أ) ثابتة.

(ب) متسارعة.

(ج) تسير بسرعة ثابتة.



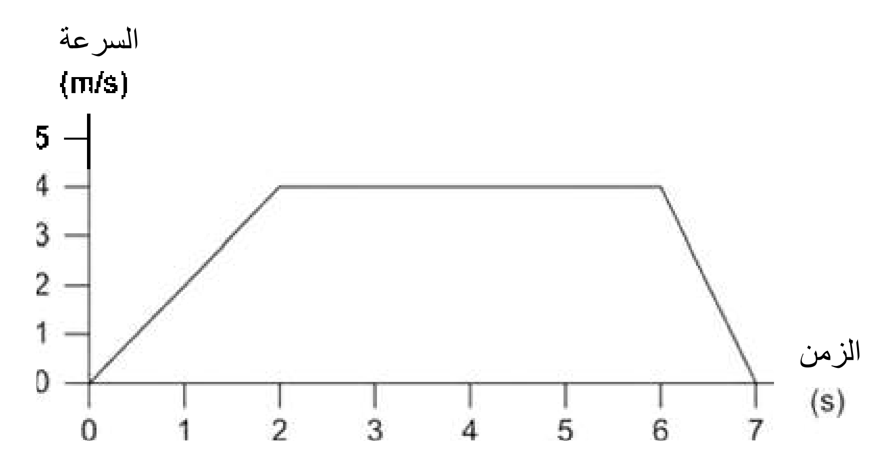
الشكل 4-143

39-بالرجوع إلى الشكل (4-143). يجب أن تكون العربة في النقطة Q:
[A, B1, B2]

(أ) ثابتة.

(ب) تسير إلى الأسفل

(ج) تسير في الاتجاه المعاكس.



الشكل 4-144: رسم بياني للسرعة مقابل الزمن.

40-يظهر الشكل (4-144) رسم بياني للسرعة مقابل الزمن لعربة فيها:
[A، B1، B2]

(أ) التسارع الابتدائي $2m/s^2$

(ب) السرعة القصوى هي 7m/s

(ج) التسارع بين 2 و 6s هو $1m/s^2$

41- طائرة تتسارع من الراحة بمقدار $3m/s^2$، وتصبح سرعتها النهائية بعد 36s:

[A, B1, B2]

(أ) 118 m/s

(ب) 72 m/s

(ج) 12 m/s

42- يذكر قانون نيوتن الثالث بشكل أساسي أن:

[A, B1, B2]

(أ) قوة العطالة تساوي وتعاكس قوة التسارع.

(ب) يبقى الجسم في حالة راحة حتى تطبيق قوة خارجية عليه.

(ج) القوة تساوي الكتلة ضرب التسارع.

43- القوة الناتجة من مائع هي:

[B1, B2]

(أ) معدل الدفق الكتلي للمائع مقسوماً على سرعته.

(ب) معدل الدفق الكتلي للمائع ضرب سرعته.

(ج) كتلة المائع ضرب سرعته.

44- التدفق الكتلي للهواء خلال المروحة يساوي 400 kg/s. إذا كانت سرعة الهواء عند المدخل 50 m/s وعند المخرج 100 m/s فإن قوة الدفع الظاهرة:

[B1, B2]

(أ) 20 KN

(ب) 8 KN

(ج) 2000 N

45- أُعطي أن (1 rev = 2π rad) وعلى افتراض أن $\pi = \frac{22}{7}$، فإن 14 rev تساوي:

[A, B1, B2]

(أ) 22 rad

(ب) 44 rad

(ج) 88 rad

46- فيما يتعلق بالعزم التدويري الناتج من تدوير الأجسام بالصيغة $T = I\alpha$.
فإن الرمز I يمثل:

[B1, B2]

(أ) تسارع العطالة الزاوية ووحدته m/s^2
(ب) عزم العطالة ووحدته kgm^2
(ج) عزم الكتلة للعطالة ووحدته kg/m^4

47- إذا كانت صيغة قوة الجاذبية المركزية $F_c = \frac{mv^2}{r}$. عندئذ تكون قوة الجاذبية المركزية المطلوبة لإبقاء طائرة كتلتها 90000kg في حالة دوران ثابت في نصف قطر 300m، عندما تطير 100 m/s:

[B1, B2]

(أ) 3.0 MN
(ب) 300 kN
(ج) 30 kN

48- تستخدم الجيرسكوبات ضمن أنظمة عطالة ملاحة الطائرة لأنها تمتلك:

[A, B1, B2]

(أ) جساءة وتمايل محور الدوران عندما تؤثر في مجموعة الدوار قوة خارجية.
(ب) سهولة في الحركة وتعمل عندما تؤثر في مجموعة الدوار قوة خارجية.
(ج) سهولة في الحركة وتمايل محور الدوران عندما تؤثر في مجموعة الدوار قوة خارجية.

49- فيما يتعلق بالحركة التوافقية البسيطة، تعرف السعة بأنها:

[B1, B2]

(أ) المسافة المنجزة في فترة زمنية وحدة.
(ب) عدد الدورات المنجزة في وحدة الزمن.
(ج) مسافة أعلى أو أخفض نقطة للحركة من الموضع المركزي.

50- أي من الأجهزة التالية مصمم لتحويل الطاقة الكهربائية إلى طاقة صوتية؟

[A, B1, B2]

(أ) المحول الرئيسي.

(ب) مكبر الصوت.

(ج) حاكي الهاتف.

51- أي من التعابير التالية يعرف الاستطاعة؟

[A, B1, B2]

(أ) العمل المنجز في وحدة الزمن.

(ب) القوة في وحدة الطول.

(ج) القوة في وحدة الزمن.

52- أي من الكميات التالية لها نفس وحدة الطاقة؟

[A, B1, B2]

(أ) العمل.

(ب) الاستطاعة.

(ج) السرعة.

53- أي من الكميات التالية تبقى ثابتة بالنسبة إلى جسم يسقط بشكل حر باتجاه الأرض؟

[A, B1, B2]

(أ) الطاقة الكامنة.

(ب) التسارع.

(ج) الطاقة الحركية.

54- القوة التي تؤثر في كتلة 10 kg هي 25N. التسارع يكون:

[A, B1, B2]

(أ) $0.4\ m/s^2$
(ب) $25\ m/s^2$
(ج) $2.5\ m/s^2$

55- إذا كانت طاقة الانفعال لنابض في حالة الشد أو الانضغاط = $½\ kx^2$.

عندها تكون طاقة الانفعال التي يحويها نابض ثابته 2000 N/m، عندما يتمدد 10cm:

[B1, B2]

(أ) 10 J
(ب) 100 J
(ج) 100 kJ

56- الشكل (4-145) يظهر عربة كتلتها 4000 kg، متوضعة على تلة ارتفاعها 100m، ولديها طاقة كامنة 50kJ:

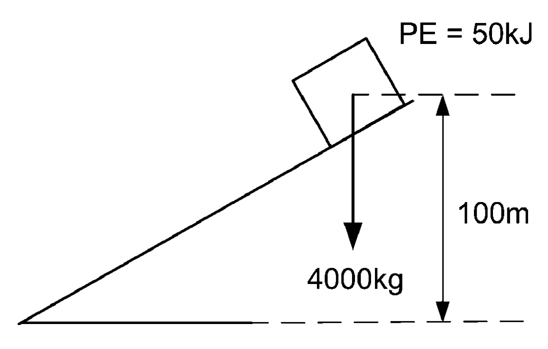
[B1, B2]

إذا تحولت كل هذه الطاقة الكامنة إلى طاقة حركية، بينما تنزلق العربة إلى أسفل التلة، تكون سرعتها في أسفل التلة تساوي:

(أ) 5 m/s

(ب) 25 m/s

(ج) 40 m/s



الشكل 4-145: رسم تخطيطي يظهر عربة.

57- أي عبارة من العبارات التالية فيما يتعلق بالاحتكاك صحيحة؟

[A, B1, B2]

(أ) الاحتكاك السكوني يساوي الاحتكاك الانزلاقي.

(ب) مقاومة الاحتكاك تعتمد على نوع سطح التماس.

(ج) عامل الاحتكاك يساوي حاصل ضرب قوة الاحتكاك الانزلاقي والقوة العمودية.

58- يتحرك جسم وزنه 3000 N على طول مستوي أفقي بقوة أفقية تساوي 600 N، يكون عامل الاحتكاك يساوي:

[A, B1, B2]

(أ) 0.2

(ب) 2.0

(ج) 5.0

59- الفائدة الميكانيكية (MA) لآلة تساوي:

[A, B1, B2]

(أ) $\frac{\text{مسافة انتقال الحمولة}}{\text{مسافة انتقال الجهد}}$

(ب) $\frac{\text{الحمولة}}{\text{الجهد}}$

(ج) $\frac{\text{مسافة انتقال الجهد}}{\text{مسافة انتقال الحمولة}}$

60- مردود آلة يعطى بالفائدة الميكانيكية (MA) تقسيم نسبة السرعة (VR).

إذا كان مردود آلة 50% ولديها VR=150، عندها يكون MA:

[A, B1, B2]

(أ) 75

(ب) 300

(ج) 7500

61- بالرجوع إلى قوانين ضغط المائع، أي عبارة من العبارات التالية صحيحة:

[A, B1, B2]

(أ) يعمل الضغط بشكل عمودي إلى الأعلى من كل السطوح.

(ب) الضغط في عمق محدد يعتمد على شكل الإناء الحاوي.

(ج) الضغط في عمق محدد في المائع متساوٍ في كل الاتجاهات.

62- إذا كان ضغط المقياس لمائع 200 kPa والضغط الجوي 100 kPa.
عندها يكون الضغط المطلق:

[A, B1, B2]

(أ) 2 kPa

(ب) 100 kPa

(ج) 300 kPa

63- إذا كانت كثافة الزئبق 13 600 kg/n وبفرض أن تسارع الجاذبية 10 m/s^2. عندها 10cm عمود زئبق يساوي لضغط مقياس:

[A, B1, B2]

(أ) 1 360 Pa

(ب) 13 600 Pa

(ج) 1 360 kPa

64- يرتدي رجل يزن 800 N حذاء ثلج. مساحة كل فردة حذاء $¼m^2$.
الضغط المبذول على الأرض من كل من فردة حذاء هو:

[A, B1, B2]

(أ) $100\ N/m^2$

(ب) $400\ N/m^2$

(ج) $3200\ N/m^2$

65- جسم مغمور تماماً بالماء الراكد، يبقى في عمق ثابت عندما:

[A, B1, B2]

(أ) يكون وزن المائع المزاح يساوي وزن الجسم.

(ب) قوة دفع باتجاه الأعلى تصل إلى سرعة ثابتة.

(ج) النقص الظاهري في الوزن يبقى ثابتاً.

66- الطبقة الحدية:

[B1, B2]

(أ) تبقى ثابتة عند سرعة منتظمة.

(ب) هي الطبقة الرقيقة من المائع بين الحدين الثابت والمتحرك.

(ج) لها تدرج سرعة أسي بين الحد الثابت والمتحرك.

67- اللزوجة الحركية:

[A, B1, B2]

(أ) تساوي اللزوجة الديناميكية ضرب السرعة.

(ب) تعتمد على الكثافة وتتغير مع تغير درجة الحرارة.

(ج) تعتمد على الضغط وتتغير مع تغير الوزن.

68- يعرّف الجريان الانسيابي بأنه:

[A, B1, B2]

(أ) الجريان حيث جزيئات المائع تتحرك بشكل متعامد وموازٍ لسطح الجسم.

(ب) الجريان حيث لا تتغير الكثافة من نقطة إلى نقطة.

(ج) الجريان حيث تتحرك جزيئات المائع بشكل منتظم وتأخذ شكل الجسم الذي تجري فوقه.

69- إذا كانت لأنبوب الجدول في إحدى نقاطه مساحة مقطع عرضي تساوي $1.5m^2$، وكان المائع غير قابل للانضغاط ويجري بشكل ثابت عبر هذه النقطة 6 m/s، عندها يكون معدل التدفق الحجمي مساوياً:

[A, B1, B2]

(أ) $9\ m^3/s$

(ب) $4\ m^3/s$

(ج) $0.25\ m^3/s$

70- يخضع نفق هوائي لجريان هواء مستقر وغير قابل للانضغاط، يعبر مدخل قسم التشغيل بسرعة 40 m/s. إذا كانت مساحة المقطع العرضي (csa) لمدخل قسم التشغيل من النفق الهوائي ضعفي مساحة المقطع العرضي لقسم التشغيل عندها:

[A, B1, B2]

(أ) تكون السرعة في قسم التشغيل 1600 m/s.

(ب) تكون السرعة في قسم التشغيل مساوية لضعفي السرعة في مدخله.

(ج) تكون السرعة في قسم التشغيل مساوية لنصف السرعة في مدخله.

71- تتمثل معادلة برنولي، التي تطبق مصونية الطاقة على السوائل عند الحركة، بشكلها الطاقي كما يلي:

[B1, B2]

(أ) $\rho g h_1 + \frac{1}{2} m v_1^2 + p_1 V_1 = \rho g h_2 + \frac{1}{2} m v_2^2 + p_1 V_1$

(ب) $m g h_1 + \frac{1}{2} m v_1^2 + p_1 V_1 = m g h_2 + \frac{1}{2} m v_2^2 + p_2 V_2$

(ج) $\rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 = \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2$

72- يمر جريان تحت صوتي للسوائل خلال أنبوب فنتوري، في المكان الضيق، ضغط المائع:

[A, B1, B2]

(أ) يزداد وسرعة المائع تنقص.

(ب) ينقص وسرعة المائع تنقص

(ج) ينقص وسرعة المائع تزداد.

فيزياء الجو **Atmospheric physics**

73- ابتداءً من مستوى سطح البحر، ينقسم الجو إلى المناطق التالية:

[A, B1, B2]

(أ) تروبوسفير، ستراتوسفير، ايونوسفير.

(ب) اكسوسفير، تروبوسفير، وستراتوسفير.

(ج) تروبوسفير، ايونوسفير، وستراتوسفير.

74- ينص قانون بويل أن حجم كتلة ثابتة من الغاز يتناسب عكساً مع:

[A, B1, B2]

(أ) درجة الحرارة بشرط أن يبقى ضغط الغاز ثابتاً.

(ب) ضغطها بشرط أن تبقى درجة حرارة الغاز ثايتة.

(ج) ضغطها بشرط أن تبقى كثافة الغاز ثابتة.

76- المعادلة $\frac{PV}{T}=$ *ثابت* بالنسبة إلى الغاز المثالي تعرف بأنها:

[A, B1, B2]

(أ) قانون تشارلز.

(ب) معادلة الغاز الموحدة.

(ج) قانون بويل.

77- تعطى المعادلة المميزة للغاز بالعلاقة $PV = mRT$ الرمز R هو:

[B1, B2]

(أ) ثابت الغازات العام بقيمة تساوي 8314.4 J/kmol K

(ب) الثابت المميز للغاز والذي وحدته J/kg K

(ج) الثابت النوعي للغاز والذي وحدته kg/kmol K

78- إذا ازدادت درجة حرارة الهواء الجوي وبقي الضغط ثابتاً فإن الكثافة:

[A, B1, B2]

(أ) تتناقص.

(ب) تبقى نفسها.

(ج) تزداد.

79- درجة حرارة التروبوباوز عند الضغط الجوي القياسي الدولي (ISA) هي تقريباً:

[A, B1, B2]

(أ) 56 K

(ب) 56°F

(ج) 56°C

80- ضغط مستوى البحر في (ISA) يعبر بأنه:

[A, B1, B2]

(أ) 29.92 mbar

(ب) 1 bar

(ج) 101 320 Pa

81- بزيادة الارتفاع فإن سرعة الصوت:

[A, B1, B2]

(أ) تزداد.

(ب) تنقص.

(ج) تبقى نفسها.

82- تنقص درجة الحرارة بانتظام مع الارتفاع في:

(أ) الإيونوسفير.

(ب) الستراتوسفير.

(ج) التروبوسفير.

83- العلاقة البسيطة $T_h = T_0 - Lh$ قد تستخدم لتحديد درجة الحرارة في ارتفاع h محدد بـــ km. حيث إن الرمز L في هذه المعادلة يمثل:

[B1, B2]

(أ) المسافة الخطية بالأمتار بين الارتفاعين.

(ب) انخفاض الحرارة الطولي الخطي مقاساً بالكلفن.

(ج) معدل هبوط درجة الحرارة مقاس بـــ °C/1000m

84- يشغل غاز حيزاً حجمه $4m^3$ عند ضغط 400 kPa. عند درجة حرارة ثابتة يزداد الضغط إلى 500 kPa. الحجم الجديد الذي يشغله الغاز:

[A, B1, B2]

(أ) $5\ m^3$

(ب) $3.2\ m^3$

(ج) $0.3\ m^3$

85- درجة حرارة المادة هي:

[A, B1, B2]

(أ) مقياس الطاقة التي تكتسبها الجزيئات المهتزة في المادة.

(ب) مقياس مباشر لطاقة الضغط التي تحتويها المادة.

(ج) تعتمد بشكل مباشر على حجم المادة.

86- 60°C تساوي بالكلفن تقريباً:

[A, B1, B2]

(أ) 213 K

(ب) 273 K

(ج) 333 K

87- ميزان الحرارة الكحولي مناسب جداً لقياس:

[A, B1, B2]

(أ) درجة حرارة الأنبوب النفاث.

(ب) مواد syrogenic.

(ج) درجات حرارة أدنى من 115°C-

88- زيادة الطول في قضيب صلب طوله 5m تساوي $\alpha l(t_2 - t_1)$. إذا كان عامل التمدد الخطي للجسم الصلب هو 2×10^{-6} ويخضع الجسم الصلب لارتفاع في درجة الحرارة إلى 100°C. عندها تكون زيادة الطول:

[A, B1, B2]

(أ) $1\times10^{-3} m$

(ب) $1\times10^{-4} m$

(ج) $1\times10^{-5} m$

89- درجة حرارة ذوبان الجليد ودرجة حرارة غليان الماء هما:

[A, B1, B2]

(أ) 0 K 373 K

(ب) 273 K 373 K

(ج) 173 K 273 K

90- الطاقة الحرارية:

[A, B1, B2]

(أ) هي الطاقة الداخلية المختزنة داخل الجسم.

(ب) تنتقل من الجسم البارد إلى الجسم الحار.

(ج) طاقة عابرة.

91- - تنتقل الحرارة بالتوصيل:

[B1, B2]

(أ) عندما ينتقل عدد كبير من الجزيئات،كمجموعة، في غاز ما.

(ب) عند انتقال الطاقة من الذرات ذات الطاقة الاهتزازية العظمى إلى الذرات ذات الطاقة الاهتزازية الدنيا.

(ج) عند حصول تغيرات في مستويات طاقة الإلكترون الذي يصدر طاقة على شكل موجات كهرطيسية.

92- ما هو مقدار الطاقة الحرارية اللازمة لرفع درجة حرارة 2 kg من الألمنيوم بمقدار 50°C، إذا كانت السعة الحرارية النوعية للألمنيوم 900 J/kg K ؟

(أ) 90 kJ

(ب) 22،500 J

(ج) 9000 J

93- السعة الحرارية النوعية عند ضغط ثابت c_p:

[B1, B2]

(أ) أصغر من السعة الحرارية النوعية عند حجم ثابت c_v لنفس المادة.

(ب) تقوم على أساس نقل حرارة بثبوت الحجم.

(ج) دائماً أكبر من c_v.

94- الحرارة النوعية الكامنة لانصهار مادة هي الطاقة الحرارية اللازمة من أجل:

[B1, B2]

(أ) تغيير أي كمية من المادة من الحالة الصلبة إلى المائعة.

(ب) تحول أي كمية من المادة من الحالة المائعة إلى الصلبة.

(ج) تحول وحدة الكتلة للمادة من الحالة المائعة إلى الصلبة.

95- النظام الحراري المغلق هو:

[B1, B2]

(أ) الذي له دائماً حدود نظام ثابتة.

(ب) الذي يسمح دائماً بانتقال كتلة مائع النظام.

(ج) الذي ليس فيه انتقال لكتلة مائع النظام.

96- يمكن تمثيل قانون الترموديناميك الأول المطبق على النظام المغلق، رمزياً كالتالي:

[B1, B2]

(أ) $U_1 + Q = U_2 + W$

(ب) $Q + W = \Delta U$

(ج) $U_1 - Q = U_2 + W$

97- إنتالبي المائع هو اتحاد:

[B1, B2]

(أ) الطاقة الحركية + طاقة الضغط

(ب) الطاقة الداخلية + طاقة الضغط

(ج) الطاقة الكامنة + الطاقة الحركية

98- العملية الإيزوانتروبية هي العملية التي فيها:

[B1, B2]

(أ) يبقى الإنتالبي ثابتاً.

(ب) لا يتم نقل أي حرارة من مائع التشغيل أو إليه.

(ج) يمكن نقل الحرارة والعمل كليهما، من أو إلى مائع التشغيل.

99- من قانون الترموديناميك الثاني يمكن تعريف المردود الحراري (η) لمحرك حراري ما بأنه:

[B1, B2]

(أ) $\eta = \frac{\text{الحرارة الكلية المزودة}}{\text{العمل المنجز}}$

(ب) $\eta = \frac{Q_{out} + Q_{in}}{Q_{out}}$

(ج) $\eta = \frac{\text{العمل المنجز الصافي}}{\text{الحرارة الكلية المزودة}}$

100- دورة الهواء القياسية المثالية أوتو:

[B1, B2]

(أ) تقوم على أساس تزويد الحرارة عند ضغط ثابت.

(ب) تستخدم كأساس لدورة محرك توربيني غازي في طائرة.

(ج) تقوم على أساس تزويد الحرارة عند حجم ثابت.

101- الإنتروبي هو مقياس:

[B1, B2]

(أ) درجة الفوضى في نظام ما.

(ب) هو منتج الطاقة الداخلية وطاقة الضغط والحجم.

(ج) العامل الإدياباتي لنظام المائع.

102- العملية البوليتروبية:

[B1, B2]

(أ) تخضع للقانون $pv^y = c$

(ب) قد يحدث فيها انتقال الحرارة والعمل.

(ج) فيها إنتروبي ثابت.

الضوء والصوت

103- الضوء:

[B1, B2]

(أ) هو موجة طولية تنتقل خلال الهواء بسرعة 340 m/s

(ب) هو موجة كهرطيسية تنتقل بسرعة 3×10^8 m/s

(ج) لا يستطيع نقل الطاقة من مكان إلى آخر.

104- فيما يتعلق بقوانين الانعكاس:

[B1, B2]

(أ) زاوية الورود تساوي زاوية الانعكاس.

(ب) الشعاع الوارد والناظم يقعان في مستوي واحد.

(ج) الصور من المرايا المسطحة حقيقية ومعكوسة جانبياً.

105- الشعاعي الضوئية من المرايا المقعرة:

[B1, B2]

(أ) تتقارب في البؤرة الرئيسية.

(ب) تتباعد عن البؤرة الرئيسية.

(ج) تتباعد في القطب، الذي هو تقريباً ضعفا نصف قطر التقوس.

106- إذا علمت أن $\frac{1}{u}=\frac{1}{v}+\frac{1}{f}$، وبعد الجسم 50mm = u والطول البؤري 150mm = f، عندها يكون بعد الصورة عن المرآة:

[B1, B2]

(أ) 37.5 mm

(ب) 75 mm

(ج) 150 mm

107- عند انتقال الضوء من وسط إلى وسط آخر ذي عامل انكسار أكبر، فإن سرعته:

[B1, B2]

(أ) تزداد.

(ب) تبقى نفسها.

(ج) تنقص.

108- كابلات الألياف البصرية تستخدم مبدأ:

[B1, B2]

(أ) الانعكاس الخارجي الكلي ليتمكن الضوء من الانتقال على طول الكبل.

(ب) الانعكاس الداخلي ليتمكن الضوء من الانتقال على طول السلك.

(ج) الانعكاس الداخلي الكلي ليتمكن الضوء من الانتقال على طول الكبل.

109- العدسات المقعرة:

[B1, B2]

(أ) تشكل صوراً صغيرة معكوسة وحقيقية للأجسام البعيدة.

(ب) تنشئ صوراً صغيرة معكوسة وواقعية للأجسام القريبة.

(ج) تنتج صوراً حيث البعد البؤري دائماً سالب.

110- الأمواج الصوتية:

[B1, B2]

(أ) هي أمواج مستعرضة قادرة على الانتقال في الفراغ.

(ب) تشكل جزءاً من الطيف الكهرطيسي، بترددات منخفضة أو عالية.

(ج) هي أمواج طولية تحتاج إلى وسط لتنتقل فيه.

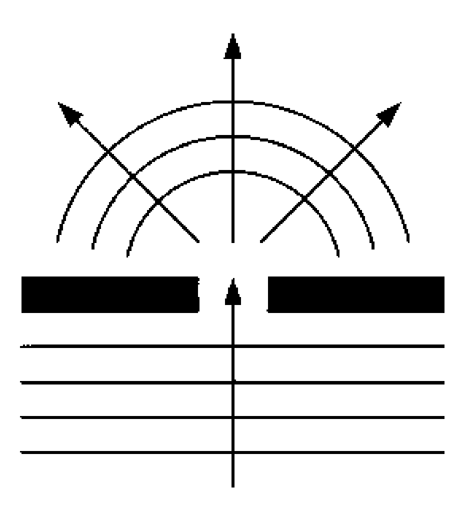
111- سرعة جبهة الموجة مرتبطة بالعلاقة $v = f\lambda$. إذا علمت أن تردد موجة = 1 kHz وسرعة الانتشار 100 m/s، عندها يكون طول الموجة:

[B1, B2]

(أ) 0.1 m

(ب) 10 m

(ج) 1×10^5 m



الشكل 4-146

112- فيما يتعلق بسلوك الأمواج، يوضح الشكل (4-146):

[B1, B2]

(أ) الحيود.

(ب) التعزيز.

(ج) التداخل الائتلافي.

113- تنتقل الموجات اللاسلكية على أنها:

[B1, B2]

(أ) الأمواج الصوتية، حامل الأمواج، الموجات الطولانية.

(ب) موجات أرضية، موجات سماوية، موجات فضائية.

(ج) موجات هوائية، موجات طولانية، موجات دوبلر.

114- نظام هبوط الموجات الدقيقة لطائرة من المرجح أن يعمل على تردد تقريبي:

[B1, B2]

(أ) 500 kHz

(ب) 5000 kHz

(ج) 5000 MHz

115- ظاهرة تغير تردد الموجة التي تحدث بسبب الحركة النسبية تعرف بأنها:

[B1, B2]

(أ) تأثير انتقال الموجة اللاسلكية.

(ب) أثر دوبلر.

(ج) تأثير جهاز الإرسال.

الجزء الثالث

الأساسيات الكهربائية والإلكترونية

الفصل الخامس

المبادئ الأساسية في الكهرباء

Electrical Fundamentals

5-1 المقدمة Introduction

كلنا ينعم في عالم اليوم بفوائد الكهرباء. لذلك قبل أن نبدأ، يبدو من المفيد أن نفكر حول ما تعني الكهرباء لنا، وما هو تأثيرها في حياتنا؟

لنفكر للحظة، أين وكيف تستخدم الكهرباء في المنزل، في السيارة، وفي مكان العمل والكلية؟ لابد وأن نستنتج بسرعة، أن الكهرباء هي مصدر لتزويد الحرارة والضوء والحركة والصوت. سنستنتج أيضاً أن الكهرباء غير مرئية، إلا أننا نعلم أنها موجودة من خلال ملاحظة آثارها.

دعونا الآن ننتقل إلى عالم الطائرات والطيران، فإنّ من الإنصاف أن نقول إنه لا يمكن للطائرة أن تطير بدون الكهرباء، على الرغم من أنّ ذلك قد لا يكون واضحاً للوهلة الأولى. لا يقتصر استخدام الكهرباء على كونها وسيلة للقدح في المحركات فقط بل تزوّد الطاقة الضرورية للإضاءة والأدوات داخل الطائرة، فضلاً عن المساعِدات الملاحية والمعدّات اللاسلكية الأساسية لضمان رحلة آمنة في الطائرات الحديثة. تُستخدم الكهرباء لتدفئة النوافذ، وضخّ الوقود، وعمل المكابح، وفتح وإغلاق الصمامات، والسيطرة على أنظمة أخرى عديدة داخل الطائرة. في الحقيقة، لا تستطيع الطائرات التي تستخدم النمط الحديث للتحكم الآلي أو ما يعرف بـــ Fly –by- wire أن تقلع بدون الأنظمة الكهربائية ووحدات التغذية التي تجعلها قابلة للعمل!

سوف نقدم في هذا الفصل شرحاً لمفهوم الكهرباء باستخدام الشحنة الكهربائية والتيار والجهد والمقاومة. سنبدأ بتعريف بعض المفاهيم الضرورية التي تتضمن نموذج بور للذرة والطبيعة الأساسية للشحنة الكهربائية والناقلية في المواد الصلبة والسوائل والغازات. نعطي بعدها صورة مختصرة لمفهوم الكهرباء الساكنة قبل الانتقال لشرح بعض المصطلحات المستخدمة في الدارات الكهربائية والقياسات. نلقي الضوء بعد ذلك على الأنواع الأكثر شيوعاً للمكونات الكهربائية والالكترونية بما فيها المقاومات والمكثفات والوشائع والمحولات، بالإضافة إلى المولدات والمحركات.

5-1-1 الوحدات والرموز الكهربائية

Electrical units and symbols

يجد المرء أن هناك عدداً من الوحدات والرموز التي يصادفها غالباً في الدارات الكهربائية، لذلك دعونا نبدأ بالتقديم لبعضها. من المهم جداً في الواقع الإلمام بهذه الوحدات والتعرف عليها وامتلاك القدرة على تمييز اختصاراتها ورموزها قبل الحاجة إلى استخدامها. سنقدم لاحقاً شرحاً لكيفية عمل هذه الوحدات بقدر أكبر من التفصيل، إلا أننا الآن نقوم بعرضها ببساطة ضمن الجدول 5-1، بحيث يمكن أن نبدأ بمعرفة شيء ما عنها.

الجدول 5-1

الوحدة	الاختصار	الرمز	ملاحظات
أمبير (Ampere)	A	I	وحدة التيار الكهربائي (1 أمبير هو شدة التيار المار في ناقلٍ تتحرك فيه شحنة مقدارها كولون واحد خلال فترة زمنية مقدارها ثانية وحدة)
كولون (Coulomb)	C	Q	وحدة قياس الشحنة الكهربائية أو كمية الكهرباء (وحدة أساسية). مع أن التسمية الأجنبية لهذه الوحدة هي كولوم فإن تسميتها العربية الشائعة هي كولون.

فاراد (Farad)	F	C	وحدة قياس السعة الكهربائية (تكون سعة مكثف كهربائي مساوية لـِ 1 فاراد عندما تكون الشحنة الناتجة من تطبيق فرق كمون كهربائي potential difference (*p.d.*) مقداره 1 فولت بين قطبيها مساوية 1 كولون)
هنري (Henry)	H	L	وحدة قياس التحريضية الكهربائية في ملف (1 هنري هو تحريضية ملف عندما يمر بين طرفيه تيار متناوب بمعدل 1 أمبير في الثانية مولداً توتراً كهربائياً بين طرفيه مقداره فولت واحد)
هرتز (Hertz)	Hz	f	وحدة قياس التردد (يكون تردد أشارة ما مساوياً لهرتز واحد إذا أتمت الإشارة دورة واحدة خلال ثانية واحدة)
جول (Joule)	J	J،W	وحدة القدرة أو الطاقة (وحدة أساسية)
أوم (Ohm)	Ω	R	وحدة قياس المقاومة (وحدة أساسية)
ثانية (Second)	s	t	وحدة قياس الزمن (وحدة أساسية)
سيمن (Siemen)	S	G	وحدة قياس الناقلية (مقلوب المقاومة)
تسلا (Tesla)	T	B	وحدة قياس كثافة الحقل المغنطيسي (تسلا واحد هو كثافة حقل مغنطيسي ناتج من اختراق تدفق مغنطيسي مقداره ويبر واحد لمنطقة مساحتها واحد متر مربع)
فولت (Volt)	V	E،V	وحدة قياس الجهد الكهربائي (التي يمكن أن يشار إليها أيضاً بالقوة المحركة الكهربائية)
واط (Watt)	W	P	وحدة قياس الاستطاعة (وهي تساوي طاقة مقدارها جول واحد تستهلك في ثانية واحدة)
ويبر (Weber)	Wb	Φ	وحدة قياس التدفق المغنطيسي (وحدة أساسية)

نقطة مفتاحية
تظهر الرموز والمقادير الكهربائية عادة بشكل طباعي مائل، بينما تظهر الوحدات بالشكل العادي. وبذلك يكون كلٌّ من V و I رموزاً بينما يمثل V و A وحدات.

5-1-2 المضاعفات والأجزاء Multiples and submultiples

من المؤسف أن يكون التعامل اليومي مع الوحدات الكهربائية أمراً مزعجاً بسبب كون الأرقام المعبرة عنها كبيرة جداً أو صغيرة جداً. فعلى سبيل المثال، يمكن لقيمة الجهد الكهربائي المطبق على هوائي الترددات الراديوية العالية (Very High Frequencies -VHF) أن تكون صغيرة للغاية من قبيل 0.00000015V، وفي نفس الوقت تبلغ قيمة المقاومة في مرحلة تضخيم الإشارة قيماً عالية مثل 10000000Ω، ومن الواضح أننا بحاجة هنا إلى جعل الأمور أكثر يسراً. نستطيع أن نفعل ذلك باستخدام مجال قياسي من المضاعفات والقواسم، وهي تستخدم حرفاً سابقاً من أجل إضافة عامل الضرب (multiplier) إلى القيم المدرجة كما يلي:

السابقة	الاختصار	عامل الضرب
Tera–تيرا	T	10^{12} $(=1\ 000\ 000\ 000\ 000)$
Giga–جيغا	G	10^{9} $(=1\ 000\ 000\ 000)$
Mega–ميغا	M	10^{6} $(=1\ 000\ 000)$
Kilo–كيلو	K	10^{3} $(=1\ 000)$
hecto–هكتو	h	10^{2} $(=100)$
deka–ديكا	da	10^{1} $(=10)$
(None)	(None)	10^{0} $(=1)$
deci–ديسي	d	10^{-1} $(=0.1)$

10^{-2} $(=0.01)$	c	Centi–سانتي
10^{-3} $(=0.001)$	m	Millil– ميللي
10^{-6} $(=0.000\,001)$	µ	Micro–ميكرو
10^{-9} $(=0.000\,000\,001)$	n	Nano–نانو
10^{-12} $(=0.000\,000\,000\,001)$	p	Pico–بيكو

مثال 5–1

تتطلب لمبة إشارة تياراً مقداره 0.15 A، عبّر عن هذه القيمة بوحدة mA.

الحل:

للتحويل من أمبير إلى ملي أمبير نضرب بعامل الضرب 10^3 أو 1000 وهكذا في تحويل 0.15 A إلى mA ، نضرب 0.15 بـــ 1000 كما يلي:

$$0.15\text{A} = 0.15 \times 1000 = 150\text{mA}$$

نقطة مفتاحية
يكافئ الضرب بـــ 1000 إزاحة الفاصلة العشرية ثلاث منازل إلى اليمين، في حين أن القسمة على نفس المقدار تكافئ إزاحة الفاصلة ثلاثة منازل إلى اليسار. بشكل مشابه فإن الضرب بـــ 1000000 يكافئ إزاحة الفاصلة العشرية ستة منازل إلى اليمين، في حين أن القسمة على نفس المقدار تكافئ إزاحة الفاصلة ستة منازل إلى اليسار.

مثال 5–2

يولد جهاز اختبار العازلية فرق كمون مقداره 2750 V ، عبّر عن هذه القيمة بـــ kV.

الحل:

للتحويل من فولط إلى كيلو فولط نستخدم عامل الضرب 10^{-3} أو 0.001، وبالتالي فإن:

$$2750\text{V} = 2750 \times 0.001 = 2.75\text{kV}$$

نلاحظ هنا أن الضرب بـــ 0.001 يكافئ إزاحة الفاصلة العشرية ثلاثة منازل إلى اليسار.

مثال 5−3

تبلغ سعة مكثف 27000 pF ، عبّر عن هذه القيمة بـــ μF

الحل:

كلٌّ pF 1000000 تقابل 1µF، وبالتالي يجب ضرب 27000 بـــ 0.000001. الطريقة الأسهل لعمل ذلك هي بإزاحة الفاصلة العشرية ستة منازل إلى اليسار، أي إن:

$$27000 \text{ pF} = 0.027 \ \mu F$$

(لاحظ إضافة صفر قبل الرقم 2 وبعد الفاصلة العشرية)

اختبر فهمك 5-1

1− اذكر وحدات التيار الكهربائي.

2− اذكر وحدات التردد؟

3− اذكر الرمز المستخدم في السعة؟

4− اذكر الرمز المستخدم في الناقلية؟

5− تستمر نبضة لفترة 0.0075 s ، عبّر عن هذه القيمة بـــ ms.

6− يعطي مولد كهربائي جهداً مقداره 440V، عبّر عن هذه القيمة بـــ kV.

7− إذا كان تردد إشارة ما يساوي 15.62 MHz عبّر عن هذه القيمة بـــ kHz.

8− تبلغ شدة التيار الكهربائي المار في مقاومة 570 µA فكم تساوي هذه الشدة بـــ mA.

9- تبلغ سعة مكثف $0.22 \mu F$ عبّر عن قيمة السعة بـــ nF.

10-تبلغ مقاومة عنصر $470\ k\Omega$ عّبر عن هذه القيمة بـــ $M\Omega$.

5-2 نظرية الإلكترون Electron theory

منهج الدراسة Syllabus

تعالج هذه الفقرة بنية النواة وتوزع الشحنات الكهربائية ضمن النواة، والجزيئات، والشوارد والمركبات، بالإضافة إلى البنية الجزيئية لكل من المواد الناقلة وأنصاف النواقل والعوازل.

مفتاح مستوى المعرفة Knowledge level key

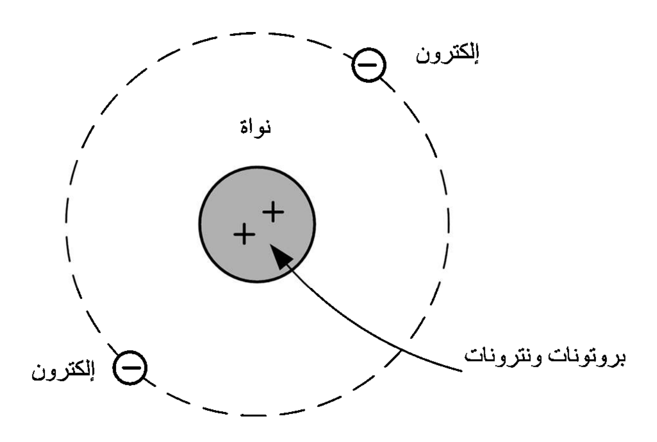
A	B1	B2
1	1	2

لإدراك ماهية الكهرباء، لابد من إلقاء نظرة على البنية الداخلية للنواة التي تشكل اللبنة الأساسية التي تبنى منها المادة، وبما أنه من المتعذر عملياً القيام بذلك مع ذرة حقيقة كان لابد من استخدام نموذج تمثيلي. من حسن الحظ أن فهم آلية عمل هذا النموذج ليس بالأمر الصعب إذا أخذنا بعين الاعتبار أن ما نتحدث عنه ذا أبعاد صغيرة جداً.

5-2-1 بنية الذرة Atomic structure – molecules

من المعلوم أن جميع المواد تتكون من ذرات أو مجموعات من ذرات (جزيئات) مرتبطة مع بعضها البعض بطريقة معينة. لفهم طبيعة الشحنة الكهربائية نحن بحاجة إلى استخدام نموذج بسيط للذرة. يبيّن هذا النموذج، المعروف باسم

نموذج بور **Bohr model** (انظر الشكل (5−1))، ذرةً واحدة مكونة من نواة مركزية مع إلكترونات مدارية.



الشكل 5−1: نموذج بور للذرة.

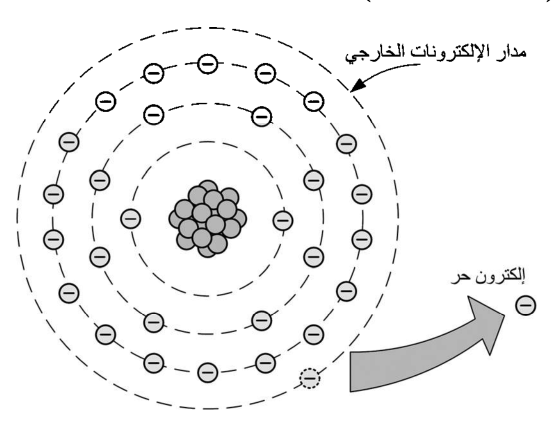
يوجد داخل النواة بروتونات موجبة الشحنة (positively charges protons) ، ونيوترونات (neutrons) وهي كما يوحي اسمها معتدلة ليس لها شحنة. تدور حول النواة إلكترونات (electrons) ذات شحنة سالبة مساوية في الشدة (المقدار) لشحنة البروتونات. هذه الإلكترونات أخف بـــ 2000 مرة من البروتونات والنيوترونات في النواة.

يتساوى عدد البروتونات والإلكترونات في الذرة المستقرة مما يجعلها بالنتيجة ذرة معتدلة عديمة الشحنة. غير أننا إذا دلكنا مادتين خاصتين معاً، يمكن أن تنتقل إلكترونات من مادة إلى أخرى مما يغير حالة الاستقرار للذرة، تاركاً إياها مشحونة بشحنة موجبة أو سالبة. عندما تفقد ذرة من المادة إلكترونات تصبح موجبة الشحنة وتسمى شاردة موجبة، بالمقابل عندما تكسب ذرة إلكتروناً فإنها ستملك شحنة سالبة إضافية وتسمى عندها شاردة سالبة. ينشأ عن مثل هذه الاختلافات في الشحنة آثار كهربائية ساكنة. على سبيل المثال، يؤدي تسريح الشعر بمشط من النايلون إلى إحداث اختلاف في الشحنات بين الشعر وبقية الجسم، الأمر الذي يتسبب بوقوف نهايات الشعر عند تمرير اليد أو أي جسم آخر مشحون بشحنة مغايرة بالقرب منها.

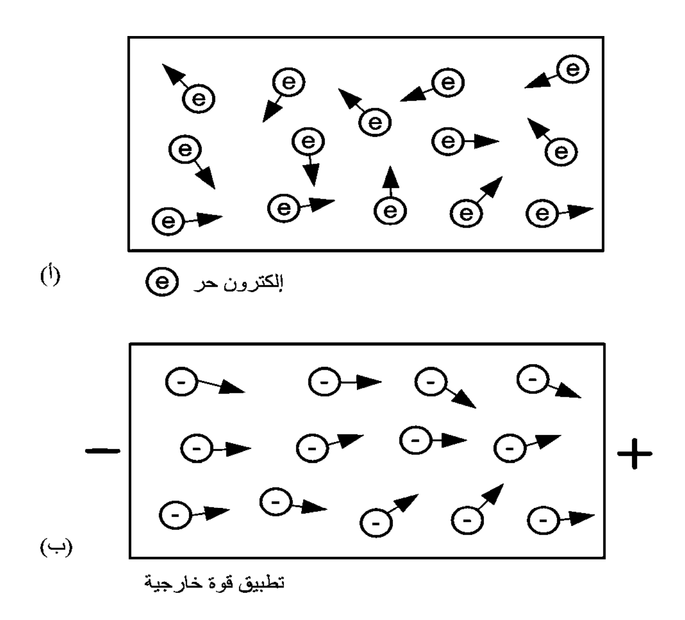
يمكن التنبؤ بعدد الإلكترونات التي تشغل مداراً معيناً داخل ذرة محددة بالاستناد إلى موقع العنصر في جدول التصنيف الدوري . تشغل الإلكترونات في جميع الذرات موضعاً معيناً (مدار) يعتمد على مستوى طاقتها. يتم ملء كل من هذه المدارات داخل الذرة بالإلكترونات انطلاقاً من النواة إلى الخارج، كما هو مبيّن في الشكل (5–2). يمكن للمدار الأول الأقرب إلى النواة استيعاب اثنين من الالكترونات، في حين يرتفع هذا العدد إلى ثمانية في المدار الثاني، وإلى ثمانية عشر إلكتروناً في المدار الثالث.

5–2–2 النواقل والعوازل Conductors and insulators

تُعْرف المواد التي تحتوي في مداراتها الأخيرة عدداً من الإلكترونات الحرة، التي تعمل بدورها كحوامل شحنة تسمح بمرور التيار بحرية ويسر بالنواقل (conductors). يعتبر كل من النحاس والذهب والفولاذ مثالاً على النواقل الجيدة. يُظهر الشكل (5–2) مادة يحوي مدارها الخارجي إلكتروناً بمقدوره أن ينفصل بسهولة عن الذرة الأم، فهو يحتاج إلى مقدار قليل من الطاقة الخارجية للتغلب على قوة جذب النواة له. يمكن لهذه الطاقة الخارجية أن تأتي من مصادر عديدة كالحرارة أو الضوء أو الحقول الكهربائية. بمجرد انفصال هذا الإلكترون عن الذرة الأم يصبح قادراً على التحرك بحرية في جميع أنحاء بنية المادة ويطلق عليه اسم الإلكترون الحر (free electron).



الشكل 5–2: مادة ذات إلكترون ضعيف الارتباط في مدارها الخارجي.



الشكل 5–3: الإلكترونات الحرة وتأثير تطبيق قوة خارجية: (أ) الإلكترونات في الحركة العشوائية. (ب) تدفق التيار.

تشكل هذه الإلكترونات الحرة ما يسمى بحاملات الشحنة (charge carriers) ضمن المادة، المواد المحتوية على أعداد كبيرة من الإلكترونات الحرة هي نواقل جيدة للطاقة الكهربائية والحرارة.

تتحرك الإلكترونات الحرة بشكل عشوائي ضمن بنية المادة، وهذا مبين في الشكل (5–3 أ). ولكن عند تطبيق قوة خارجية مؤدية إلى تحريك هذه الإلكترونات بشكل منتظم (انظر الشكل (5–3 ب)) فإننا نقول إن التيار الكهربائي بدأ بالمرور.

المعادن هي أفضل النواقل لأنها تملك عدداً كبيراً من الإلكترونات الحرة المتاحة لتكون بمثابة حاملات شحنة. تسمى المواد غير القادرة على نقل الشحنات بالعوازل، نظراً إلى الارتباط الوثيق لإلكتروناتها الخارجية بنوى ذراتها، وكمثال على العوازل البلاستيك والزجاج والمطاط والمواد الخزفية.

يمكن أن تظهر آثار تدفق التيار الكهربائي بوجود واحد أو أكثر من الآثار التالية: الضوء والحرارة والمغنطيسية والآثار الكيميائية، بالإضافة إلى الضغط

والاحتكاك. على سبيل المثال، إذا تعرضت بلورة كهرضغطية (piezoelectric crystal) إلى تيار كهربائي فإن شكلها يمكن أن يتغير مسبباً الضغط. تمثل الحرارة أثراً آخر أكثر وضوحاً من عناصر التسخين الكهربائية.

نقطة مفتاحية
المعادن مثل النحاس والفضة نواقل جيدة للكهرباء تسمح بمرور التيار بسهولة. بالمقابل، تمثل مواد مثل البلاستيك والمطاط والسيراميك موادَّ عازلة تمنع مرور التيار.

5-2-3 أنصاف النواقل Semiconductors

يوجد في الطبيعة بعض المواد التي تجمع بين بعض الخصائص الكهربائية للموصلات مع أخرى من المواد العازلة، وهي تُعرف باسم أنصاف النواقل (semiconductors) أو أشباه الموصلات. يوجد في هذه المواد عدد من الإلكترونات الحرة التي يمكن أن تكفي لتدفق مقدار صغير من التيار. من الممكن إضافة ذرات غريبة (تسمى ذرات شائبة - impurity atom) للمواد أنصاف النواقل بغية تعديل خصائصها. تُستخدم تراكيب متباينة من هذه الذرات الشائبة لإنتاج الأجهزة الكهربائية المختلفة، مثل الصمامات الثنائية والترانزستورات. الأمثلة الأكثر شيوعاً للمواد نصف الناقلة هي السليكون ، الجرمانيوم، السلينيوم والغاليوم.

نقطة مفتاحية
المواد نصف الناقلة عبارة عن مواد عازلة نقية تمّت إشابتها بكميات قليلة من مواد غريبة عنها. من الأمثلة عليها السليكون و الجرمانيوم

5-2-4 تأثيرات درجة الحرارة Temperature effects

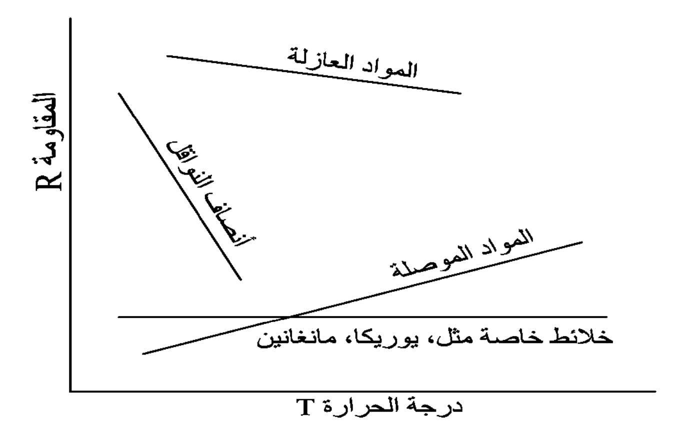
كما ذكر سابقاً، تبدي كل المواد مقاومة لتدفق التيار بشكل أو بآخر. ففي المواد الناقلة، بدلاً من أن تمرّ الإلكترونات الحرة بدون أي عوائق، فإنها تصطدم بنوى ثابتة وكبيرة نسبياً للذرات. عندما ترتفع درجة الحرارة، يزداد اهتزاز النوى

بشكل أقوى مسببة عرقلة في مسار الإلكترونات الحرة، الأمر الذي يزيد من احتمال حدوث حالات الاصطدام. نجد بالنتيجة أن مقاومة النواقل تزداد بازدياد درجة الحرارة.

نظراً إلى طبيعة الروابط في بنية المواد العازلة، لا وجود لإلكترونات حرّة إلا عند تزايد الطاقة الحرارية نتيجة للزيادة في درجة الحرارة، حيث تنجح بعض الإلكترونات بالتحرر من مواقعها الثابتة وتتصرف كحاملات للشحنة. بالنتيجة يمكن القول إن مقاومة المواد العازلة تتناقص مع ارتفاع درجات الحرارة.

تتصرف أشباه النواقل بطريقة مشابهة للعوازل، حيث يبدي كلا النوعين سلوك العازل المثالي عند درجة حرارة الصفر المطلق (273°C−). إلا أنه، وخلافاً للعازل، تتحرر أعداد كبيرة من الإلكترونات في أشباه النواقل مع ارتفاع درجات الحرارة متحولة إلى حاملات للشحنة، وبذلك فإن مقاومة أنصاف النواقل تتناقص بسرعة مع ارتفاع درجات الحرارة.

من خــلال إنتــاج خلائــط معينــة، مثــل يوريكا (eureka) ومانغانين (manganin) التي تجمع بين خصائص المواد الموصلة والعازلة، أصبح بالإمكان إنتاج مواد تبقى مقاومتها ثابتة مع تغير درجة الحرارة. يبين الشكل (5−4) كيفية تغير المقاومة مع تغير درجة الحرارة في كل من النواقل وأشباه النواقل والعوازل وبعض الخلائط الخاصة.



الشكل 5−4: تأثير درجة الحرارة في مقاومة مختلف المواد.

اختبر فهمك 5-2

1- في الذرة المستقرة الحيادية يتساوى عدد ________ مع ________ بحيث تكون عديمة الشحنة.
2- عندما تخسر الذرة في المادة إلكترونات فإنها تصبح ________ الشحنة وتسمى عندها بـــ ________
3- عندما تكسب الذرة في المادة إلكترونات يصبح لديها فائض من الشحنات ________ وتسمى عندها بـــ ________
4- تتحدد الخصائص الكهربائية لمادة ما بعدد ________.
5- تسمى المواد التي لا تنقل الشحنات الكهربائية بـــ ________.
6- سمِّ مادتين من المواد جيدة التوصيل للتيار الكهربائي.
7- سمِّ مادتين من المواد العازلة للتيار الكهربائي.
8- سمِّ مادتين من المواد أشباه النواقل.
9- اشرح باختصار تأثير التغير في درجة الحرارة في مقاومة المواد المعدنية الناقلة.
10- اشرح باختصار تأثير التغير في درجة الحرارة في مقاومة المواد العازلة.

5-3 الكهرباء الساكنة والناقلية Static electricity and conduction

منهج الدراسة Syllabus

الكهرباء الساكنة وتوزع الشحنات الساكنة، قوانين الكهرباء الساكنة في التجاذب والتنافر، وحدات الشحنة، قانون كولون، الناقلية الكهربائية في المواد الصلبة والسوائل والغازات والخلاء.

مفتاح مستوى المعرفة Knowledge level key

A	B1	B2
1	2	2

تحيط بنا الشحنات الكهربائية من كل اتجاه، حيث تعتمد الكثير من المواد والأجهزة التي نستخدمها في حياتنا اليومية في عملها على وجود شحنات من الكهرباء، وعلى قدرتها على جعل هذه الشحنات تقوم بعمل مفيد. توجد الشحنات الكهربائية في عالم الطبيعة أيضاً، ولا يمكن لمن اختبر تأثير العاصفة الكهربائية أن يتحرر من رهبة تأثيرها. سنبدأ في هذا الفصل بشرح مفهوم الشحنة الكهربائية، وكيفية استخدامها للتأثير في ناقلية المعادن والغازات والسوائل.

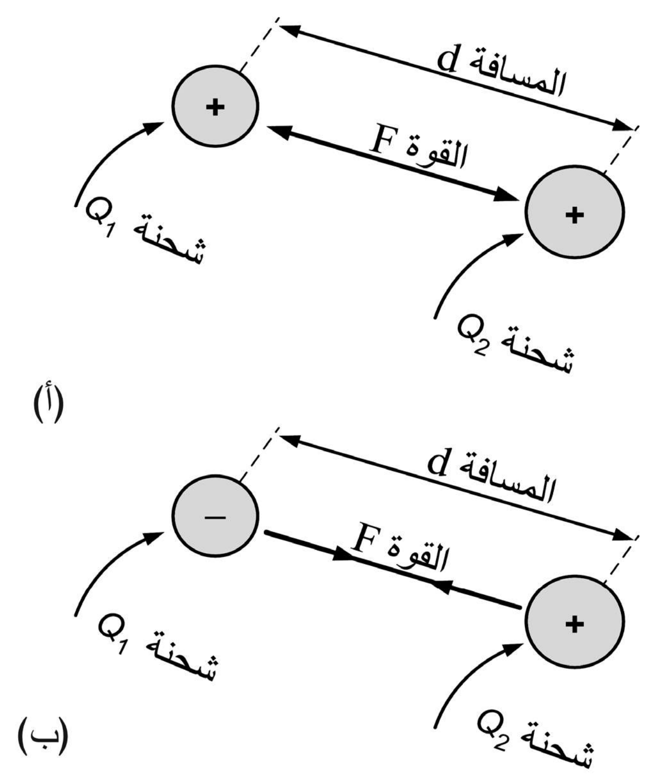
5-3-1 الكهرباء الساكنة Static electricity

وجدنا سابقاً أنه إذا خسر ناقل ما إلكتروناً أو أكثر فإنه يصبح ذا شحنة موجبة، في حين أنه إذا اكتسب فائضاً من الإلكترونات يصبح ذا شحنة سالبة.

يمكن إحداث عدم توازن في الشحنات عن طريق الاحتكاك (نزع أو إضافة إلكترون أو أكثر باستخدام مواد مثل الحرير أو الصوف على الترتيب)، أو عن طريق التحريض (عن طريق جذب أو طرد إلكترونات باستخدام جسم آخر قد يكون موجب الشحنة أو سالب الشحنة على الترتيب).

5-3-2 القوة بين الشحنات Force between charges

لنأخذ جسمين صغيرين مشحونين مهملي الوزن موضوعين، كما هو مبين في الشكل (5-5). إذا كان للجسمين شحنتان لهما نفس القطبية (كلاهما موجب أو كلاهما سالب) فإن الجسمين سوف يبتعدان عن بعضهما البعض مما يدل على وجود قوة تنافر بينهما. من الناحية الأخرى، إذا كانت شحنتا الجسمين مختلفتين (أي أن أحدهما موجب الشحنة والآخر سالب الشحنة) فإن الجسمين يتحركان باتجاه بعضهما البعض مما يدل على وجود قوة جذب بينهما. يمكن لنا أن نستنتج أن الشحنات المتشابهة تتنافر بينما تتجاذب الشحنات المختلفة.



الشكل 5-5: القوى العاملة بين جسمين مشحونين: (أ) تتنافر الأجسام ذات الشحنات المتشابهة. (ب) تتجاذب الأجسام ذات الشحنات المختلفة.

نقطة مفتاحية
الشحنات ذات القطبية المتشابهة تتنافر، بينما تتجاذب الشحنات المختلفة القطبية.

5-3-3 قانون كولون Coulomb's law

ينص قانون كولون على أنه إذا تواجد جسمان مشحونان في نقطتين، فإن قوة الجذب (إذا كانت الشحنتان متعاكستين) أو قوة التنافر (بالنسبة إلى الشحنات المتشابهة) سوف تتناسب مع جداء قيمة هاتين الشحنتين مقسومة على مربع المسافة بينهما، وبالتالي:

$$F = \frac{kQ_1 \times Q_2}{d^2}$$

حيث تمثل Q_2،Q_1 الشحننتين الكهربائيتين الموجودتين في النقطتين (بالكولون C)، d المسافة الفاصلة بين النقطتين (m) ، F القوة (N)، أما k فهو ثابت يعبّر عن الوسط الذي توجد فيه الشحنتان.

في الخلاء أو الفضاء الحر:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

حيث ε_0 هو ثابت السماحية الكهربائية في الخلاء ويساوي (C/Nm^2 $8.854x10^{-12}$) .

بتعويض قيمة ε_0 في معادلة القوة F نحصل على العلاقة التالية:

$$F = \frac{Q_1 \times Q_2}{4\pi \times \varepsilon_0 \times 10^{-12} \times d^2} \text{ N}$$

أو

$$F = \frac{Q_1 \times Q_2}{4\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times d^2} \text{ N}$$

وإن بدت هذه العلاقة معقدة فإنها لا تتطلب منك إلا حفظ بعض الأشياء فقط، حيث يتكون المقام من ثابت ($4\pi \times 8.854 \times 10^{-12}$) مضروباً بمربع المسافة بين الشحنتين d. وبالتالي يمكن كتابة المعادلة السابقة بالشكل التالي:

$$F = \propto \frac{Q_1 \times Q_2}{d^2}$$

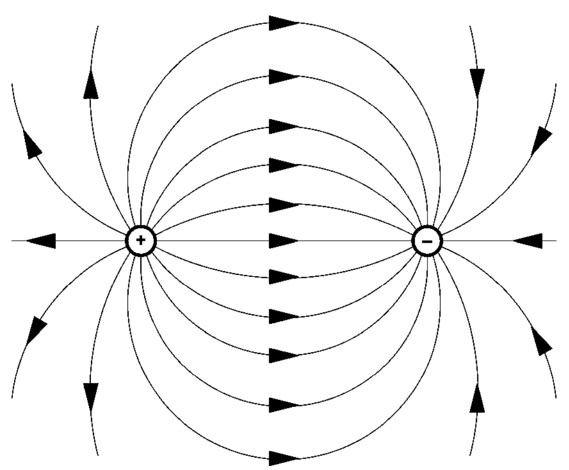
حيث يدل الرمز $\propto$ على التناسب الطردي.

5-3-4 الحقول الكهربائية Electric fields

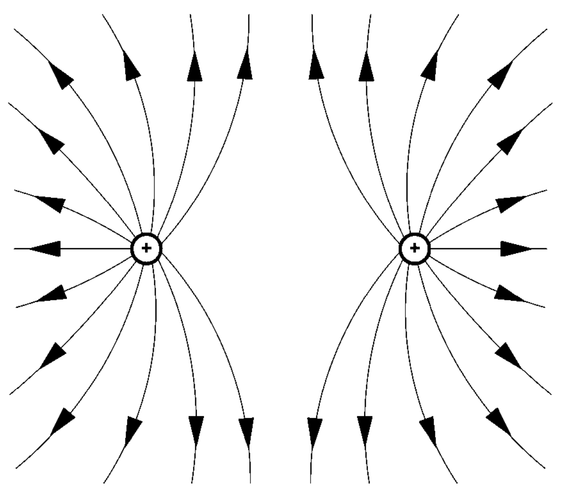
إن القوة المطبقة على الجزيء المشحون هي مَظهر لوجود الحقل الكهربائي، ويحدد الحقل الكهربائي اتجاه وطويلة القوة على الجسم المشحون. إن الحقل غير مرئي بواسطة العين المجردة، ولكن يمكن رسمه عن طريق إنشاء

خطوط تدل على تحرك شحنة نقطية موجبة تقع تحت تأثيره، ويتناسب عدد خطوط الحقل في حيّز معين مع شدة هذا الحقل في النقطة المدروسة.

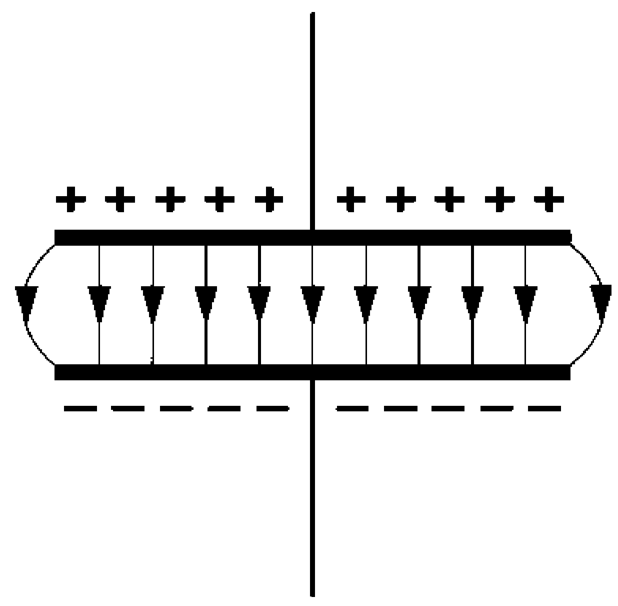
يبيّن الشكلان (5−6) و(5−7) الحقل الكهربائي بين شحنتين معزولتين متماثلتين وغير متماثلتين، بينما يُظهر الشكل (5−8) الحقل الكهربائي المتولد بين صفيحتين معدنيتين مشحونتين ومتوازيتين (لاحظ تهدّب خطوط الحقل عند حواف الصفيحتين).



الشكل 5−6: الحقل الكهربائي المتولد بين شحنتين معزولتين مختلفتين.



الشكل 5−7: الحقل الكهربائي المتولد بين شحنتين معزولين متماثلتين.

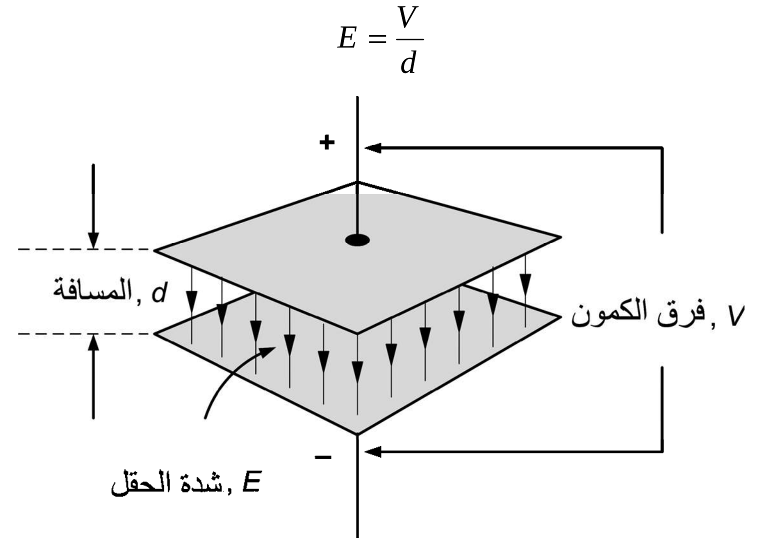


الشكل 5–8: الحقل الكهربائي المتولد بين صفيحتين معدنيتين مشحونتين ومتوازيتين.

5–3–5 شدة الحقل الكهربائي Electric field strength

تتناسب شدة الحقل الكهربائي (E) طرداً مع فرق الكمون المطبق، وعكساً مع المسافة بين الناقلين (انظر الشكل (5–9)). تعطى شدة الحقل الكهربائي:

$$E = \frac{V}{d}$$



الشكل 5–9: شدة الحقل الكهربائي.

حيث تمثل E شدة الحقل الكهربائي (V/m)، وV فرق الكمون المطبق (V)، و d المسافة الفاصلة (m).

مثال 5−4

جزيئان مشحونان يبعدان عن بعضهما البعض مسافة 2.5 مم. احسب شدة القوة بينهما إذا علمت أن لأحدهما شحنة موجبة تساوي 0.25 µC وللآخر شحنة سالبة قيمتها 0.4 µC. ما هو الاتجاه النسبي للقوة؟

الحل:

$$F = \frac{Q_1 \times Q_2}{4\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times d^2}$$

حيث:

$$Q_1 = 0.25\mu C = 0.25 \times 10^{-6} C, \quad Q_2 = 0.4\mu C = 0.4 \times 10^{-6} C,$$
$$d = 2.5mm = 2.5 \times 10^{-3} m$$

بالتعويض نجد:

$$F = \frac{0.25 \times 10^{-6} \times 0.4 \times 10^{-6}}{4\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times \left(2.5 \times 10^{-3}\right)^2}$$
$$= \frac{01 \times 10^{-12}}{4\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times 6.25 \times 10^{2}}$$

أو:

$$F = \frac{0.1}{4\pi \times 8.854 \times 6.25 \times 10^{-6}}$$
$$= \frac{0.1}{695.39 \times 10^{-6}} = 1.438 \times 10^{2}$$

وهكذا: $F = 1.438 \times 10^{2}\ \text{N} = 143.8\text{N}$

مثال 5−5

جزيئان مشحونان لهما نفس الشحنة الموجبة يبعدان عن بعضهما البعض مسافة 10 مم، فإذا كانت القوة بينهما مساوية 0.1 نيوتن، احسب قيمة الشحنة الموجودة.

الحل: نعلم أن:

$$F = \frac{Q_1 \times Q_2}{4\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times d^2}$$

حيث:

d = 10 mm = 0.01 m ،F= 0.1 N Q_1= Q_2= Q،

بالتعويض نجد:

$$0.1 = \frac{QQ}{4\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times (0.01)^2}$$

بإعادة كتابة المعادلة ونقل Q إلى الطرف الآخر، نجد:

$$Q^2 = 0.1 \times 4\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times (0.01)^2$$

أو:

$$Q = \sqrt{0.1 \times 4\pi \times 8.854 \times 10^{-12} \times (0.01)^2}$$

$$= \sqrt{4\pi \times 8.854 \times 10^{-17}}$$

$$= \sqrt{111.263 \times 10^{-17}}$$

$$= \sqrt{11.1263 \times 10^{-16}}$$

وهكذا يكون:

$$Q = \sqrt{11.1263} \times \sqrt{10^{-16}} = 3.336 \times 10^{-8} \text{ C}$$

$$Q = 0.0333 \mu\text{C}$$

مثال 5−6

ناقلان متوازيان المسافة بينهما 25 مم. احسب شدة الحقل الكهربائي المتولد بينهما عند تغذيتهما بمنبع تيار مستمر شدته 600V.

الحل:

تعطى شدة الحقل الكهربائي بالعلاقة :

$$E = \frac{V}{d}$$

حيث: d =25mm=0.025 m،V= 600V

بالتعويض نجد: $E = \frac{600}{0.025} = 24000 \text{ V/m} = 24 \text{ kV/m}$

مثال 5−7

تبلغ شدة الحقل الكهربائي المتولد بين ناقلين متوازيين في أنبوب أشعة مهبطية 18 kV/m . احسب فرق الكمون المطبق على الناقلين إذا علمت أن المسافة الفاصلة بينهما تساوي 21mm.

الحل:

تعطى شدة الحقل الكهربائي بالعلاقة:

$$E = \frac{V}{d}$$

بإعادة صياغة المعادلة، نجد:

$$V = E \times d$$

وحيث إن:

d =21mm = 0.021 m،E = 18kV/m = 18000V/m

بالتعويض نجد:

$$V = 18000 \times 0.021 = 378 \text{ V}$$

5-3-6 نقل الكهرباء في الأجسام الصلبة والسائلة والغازية وفي الخلاء

Conduction of electricity in solids, liquids, gases and vacuum

إن الشرط الأساسي لكي تكون المادة ناقلة للكهرباء هو احتواؤها على جسيمات مشحونة. في المواد الصلبة (مثل النحاس، والرصاص والألمنيوم والكربون) فإن الإلكترونات ذات الشحنة السالبة هي التي تقوم بعملية النقل. في الغازات والسوائل، يؤمن القسم من الجزيء الذي اكتسب شحنة كهربائية تمرير التيار، ويدعى بالشاردة. يمكن أن تمتلك الشاردة شحنة موجبة أو سالبة. على سبيل المثال شاردة الهيدروجين (H^+)، وشاردة النحاس (Cu^{++})، وشاردة الهيدروكسيل (OH^-). تجدر الإشارة هنا إلى أن الماء المقطر هو ناقل سيئ للكهرباء نظراً إلى عدم احتوائه على أية أيونات، في حين أن الماء المالح يحتوي على الكثير من الأيونات التي تجعل منه ناقلاً جيداً نسبياً للكهرباء.

أخيراً، قد يبدو من المستغرب أن نعلم أن الخلاء يسمح بمرور الكهرباء، وذلك على شكل سيل من الإلكترونات التي تتحرر من سطح معدن ساخن، عابرة من نقطة ذات شحنة سالبة (تعرف بالمهبط) باتجاه نقطة أخرى ذات شحنة موجبة (تعرف بالمصعد). هذا هو بالضبط مبدأ عمل أنبوب الأشعة المهبطية المستخدم في التلفزيون وشاشة الكمبيوتر.

نقطة مفتاحية
يمكن للسوائل والغازات نقل التيار الكهربائي عن طريق الجزيئات الموجبة أوالسالبة التي تعرف بالشوارد. أما في الخلاء، فيمكن للتيار الكهربائي أن يمر على شكل سيل من الإلكترونات سالبة الشحنة، كما هو الأمر في أنبوب الأشعة المهبطية.

اختبر فهمك 5-3

1. إذا كان لدى جسيم نقصٌ في الإلكترونات فهذا دليل على أنه ذو شحنة ________.
2. الشحنات المعزولة ذات القطبية المتشابهة ________ بعضها البعض.
3. ما هي العوامل التي تحدد شدة القوة المتولدة بين شحنتين؟
4. لدينا شحنتان تفصل بينهما مسافة مقدارها 1 مم. ما هو مقدار تغير القوة الناشئة بينهما إذا زادت المسافة بينهما إلى 2 مم بفرض بقاء الشحنة ثابتة؟
5. ما هي شدة الحقل الكهربائي المتولد بين صفيحتين معدنيتين متوازيتين تفصل بينهما مسافة قدرها 200 مم، إذا طبق بينهما فرق كمون مقداره 200 فولت؟
6. احسب مقدار فرق الكمون المطبق بين صفيحتين معدنيتين متوازيتين المسافة بينهما 4 مم، إذا كانت شدة الحقل الكهربائي المتولد بين الصفيحتين تساوي 2 كيلو فولت/متر؟
7. شحنتان نقطيتان لهما نفس الشحنة الموجبة، وتفصل بينهما مسافة مقدارها 2 مم. احسب قيمة هاتين الشحنتين إذا علمت أن القوة المتولدة بينهما تساوي 0.4 نيوتن.
8. يمر التيار الكهربائي في كلٍّ من السوائل والغازات عن طريق ________.
9. يمكن للتيار الكهربائي المرور في الخلاء عن طريق سيل من ________.
10. علل سبب نقل الماء المالح للتيار الكهربائي، بينما لا يمكن ذلك في الماء المقطر.

5-4 المصطلحات الكهربائية Electrical terminology

منهج الدراسة Syllabus

نورد فيما يلي بعض التعابير المستخدمة عند الحديث عن الكهرباء والدارات الكهربائية، بالإضافة إلى وحداتها والعوامل المؤثرة فيها: فرق الكمون

الكهربائي والقوة المحركة الكهربائية والجهد والتيار والمقاومة والناقلية والشحنة والجريان التقليدي للتيار وتدفق الالكترونات.

مفتاح مستوى المعرفة Knowleodge level key

A	B1	B2
1	2	2

سنعرض في هذا المقطع بعض المصطلحات المستخدمة في الدارات الكهربائية. بالإضافة إلى عناوين منهاج الدراسة المدرجة أعلاه، وسنتطرق إلى بندين مهمين هما الاستطاعة والطاقة.

5-4-1 مفهوم الشحنة Charge

تملك الإلكترونات والبروتونات شحنة Charge كهربائية ساكنة، وقيمة هذه الشحنات صغيرة جداً لدرجة تجعلنا بحاجة إلى وحدة أخرى ملائمة أكثر للاستخدام العملي، ونسمي هذه الوحدة الكولون. إن كولوناً واحداً 1C يكافئ شحنة Q ناتجة من 6.21×10^{18} إلكترون، وبالتالي فإن شحنة الإلكترون تساوي 1.61×10^{-19} كولون.

5-4-2 التيار Current

يُعرّف التيار I بأنه معدل تدفق الشحنات وواحدته هي الأمبير A. إن أمبيراً واحداً يساوي كولوناً واحداً في الثانية، أو أن أمبيراً واحداً يساوي: $I = \frac{Q}{t}$

حيث تمثّل t الزمن بالثانية.

على سبيل المثال، إذا مر تيار ثابت مقداره 3 أمبير خلال 2 دقيقة، تكون كمية الشحنات المنقولة هي:

$$Q = I \times t = 3A \times 120\,s = 360\,C$$

نقطة مفتاحية
التيار هو معدل تدفق الشحنة. لذلك كلما ازداد عدد الشحنات المتدفقة خلال الزمن المعطى ازداد تدفق التيار. أما إذا لم تتحرك الشحنات فلا يتدفق أي تيار.

5-4-3 التيار التقليدي وحركة الإلكترونات

Conventional current and electron flow

وصفنا في الفقرة 5-2-2 التيار الكهربائي بأنه حركة منظمة للإلكترونات في المعادن الموصلة للتيار. ونظراً إلى شحنتها السالبة فإن هذه الإلكترونات تنتقل من الكمون السالب باتجاه الكمون الأكثر إيجابية (تذكّر أن الشحنات المتشابهة تتنافر بينما الشحنات المختلفة تتجاذب). إلا أننا عند تحديد جهة التيار في أسلاك الدارة الكهربائية فإننا نوجهه بشكل معاكس بحيث يتحرك التيار من النقطة ذات الكمون الأكثر إيجابية باتجاه النقطة ذات الكمون الأكثر سلبية وهو ما يعرف بالتيار الاصطلاحي (conventional)، لذلك يكفي أن نتذكر أن اتجاه التيار يكون بعكس حركة الإلكترونات.

نقطة مفتاحية
تتحرك الإلكترونات من السالب إلى الموجب في حين يفترض أن اتجاه التيار الاصطلاحي من الموجب إلى السالب.

5-4-4 فرق الكمون (الجهد أو الفولتية)

Potential difference (voltage)

تعرف القوة المحركة الكهربائية بأنها القوة التي تؤدي إلى نشوء التيار (أو معدل تدفق حوامل الشحنات) في الدارة، ووحدة قياسها هي الفولت. فرق الكمون هو فرق الجهد أو هبوط الجهد بين نقطتين.

الفولت هو فرق الكمون بين نقطتين عندما يكون المطلوب طاقة مقدارها جول واحد لنقل شحنة مقدارها كولون واحد بينهما، وعليه يكون:

$$V = \frac{W}{Q}$$

حيث W هي الطاقة، وQ هي كمية الشحنة. وسيرِد تعريف الطاقة لاحقاً في الفقرة 5-4-8.

5-4-5 المقاومة Resistance

تمانع كل المواد مرور الشحنات الكهربائية عبرها عند درجة الحرارة النظامية، وتُدعى هذه الممانعة لحوامل الشحنة بمقاومة (resistance) المادة R. تعود هذه المقاومة إلى التصادم بين حوامل الشحنة (الإلكترونات) و ذرات المادة. تقاس المقاومة بالوحدة أوم (ohm)، ويرمز إليها بـــ Ω.

تجدر الإشارة هنا إلى أن الفولت هو القوة المحركة الكهربائية اللازمة لتحريك 6.21×10^{18} إلكتروناً (1C) عبر مقاومة مقدارها أوم واحد، وهكذا:

$$V = \left(\frac{Q}{t}\right) \times R$$

حيثQ هي الشحنة (كولون). و t هي الزمن (ثانية)، و R هي المقاومة (أوم).
بإعادة ترتيب العلاقة السابقة، يمكن الحصول على قيمة R كما يلي:

$$R = \frac{V \times t}{Q} \ \Omega$$

سندرس العلاقة الهامة بين فرق الكمون والتيار والمقاومة لاحقاً في الفقرتين 5-7-1 و 5-7-2.

5-4-6 الناقلية Conductance

الناقلية هي مقلوب المقاومة، وبعبارة أخرى يمكن أن نقول إنه كلما ازدادت مقاومة الناقل تناقصت ناقليته، والعكس بالعكس. وبالتالي فإن المادة ذات الناقلية

المنخفضة تنقل كميات كهرباء أقل من تلك التي تنقلها المادة ذات الناقلية العالية. ويمكنك النظر إلى الناقلية على أنها نقص الممانعة لمرور حوامل الشحنة. تقاس الناقلية بوحدة تسمى السيمن (S) *Siemen* ويرمز إليها بـــ G.

نورد في الجدول التالي الناقلية النسبية لبعض المعادن المعروفة:

المعدن	الناقلية النسبية (ناقلية النحاس = 1)
الفضة	1.06
النحاس (محمًّى)	1.00
النحاس (مسحوب)	0.97
الألمنيوم	0.61
الفولاذ القابل للطرق	0.12
الرصاص	0.08

نقطة مفتاحية
المعادن مثل النحاس والفضة موصلات جيدة للتيار الكهربائي. تتميز الموصلات الجيدة بمقاومة منخفضة، بينما تكون الموصلات الرديئة ذات مقاومة عالية.

مثال 5–8

يمر تيار شدته 45 ميللي أمبير بين نقطتين في دارة كهربائية. ما هي الشحنة المنتقلة بين هاتين النقطتين خلال 10 دقائق؟

الحل:

سنستخدم هنا العلاقة التالية:

$$Q = I \times t$$

حيث:

t =10 min= 600 s،I = 45mA = 0.045A

بالتعويض نجد:

$$Q = 0.045 \times 600 = 27C$$

مثال 5-9

مولد 28 فولتاً مستمراً في طائرة، يزوّد سخان النافذة بشحنة مقدارها 5 كولون كل ثانية. ما هي مقاومة السخان؟

الحل:

سنستخدم هنا العلاقة التالية:

$$R = \frac{V \times t}{Q}$$

وحيث إن:

t =1 s، Q = 5 C ،V = 28 V

بالتعويض نجد:

$$R = \frac{V \times t}{Q} = \frac{28\text{V} \times 1\text{S}}{5\text{C}} = 5.6\Omega$$

5-4-7 الاستطاعة أو القدرة Power

الاستطاعة P هي المعدل الذي تتغير فيه الطاقة من شكل إلى آخر، وتقاس بالواط (Watt). وكلما كبرت الاستطاعة، ازدادت كمية الطاقة المتحولة خلال الزمن.

1 واط = 1 جول في الثانية

$$\text{الاستطاعة } P = \frac{\text{الطاقة } J}{\text{الزمن } t}$$

وعليه:

$$P = \frac{J}{t} \text{ W}$$

8-4-5 الطاقة Energy

بشكل مشابه لأشكال الطاقة الأخرى، الطاقة الكهربائية هي إمكانية القيام بعمل ما. تتميز الطاقة بإمكانية تحولها من شكل إلى آخر. على سبيل المثال يحول السخان الكهربائي الطاقة الكهربائية إلى حرارة، وتتحول الطاقة الكهربائية في المصباح ذي الوشيعة إلى ضوء، وغيرها من الأمثلة. الشرط الوحيد لتحول الطاقة من شكل إلى آــخر هو وجود فرق في مستويات الطاقة.

وحدة قياس الطاقة هي الجول. إذاً، من تعريف الاستطاعة نجد:

1 جول = 1 واط × 1 ثانية.

وبالتالي تكون الطاقة:

$J =$ (الاستطاعة P)، × (الزمن t،)

والوحدة هي واط × ثانية

$$J = P \times t \text{ W.s}$$

وهكذا يقاس الجول بالواط في الثانية (Ws). أما إذا قُدّرت الاستطاعة بالكيلو واط والزمن بالساعة كانت وحدة الطاقة الكهربائية هي كيلو واط ساعي (kWh) (والمعروفة عادةً بوحدة الطاقة الكهربائية).

يسجل مقياس الكهرباء المنزلي قراءاته بوحدة الكيلو واط ساعي، التي تشير إلى كمية الطاقة المستهلكة في المنزل.

مثال 5-10

تزوّد وحدة الطاقة الاحتياطية (Auxiliary Power Unit- APU) باستطاعة مقدارها 1.5 كيلو واط لمدة 20 دقيقة. احسب كمية الطاقة الكهربائية التي تستجرها الطائرة.

الحل:

سنستخدم هنا العلاقة التالية: $J = P \times t$

وحيث إن:

$$t = 20 \text{ min} = 20\times60 = 1200 \text{ s}، P = 1.5 \text{ kW} = 1500\text{W}$$

نجد بالتعويض:

$$I = 1500 \times 1200 = 1\ 800\ 000\ \ J = 1.8\ \text{MJ}$$

نلاحظ هنا أننا حولنا الجول إلى ميغا جول، وذلك بإزاحة الفاصلة العشرية ست خانات إلى اليسار

مثال 5–11

نحتاج إلى مكثفة تنعيم لتخزين طاقة مقدارها 20 جول. ما هي الاستطاعة اللازمة لتخزين هذه الطاقة خلال 0.5 ثانية؟

الحل:

بإعادة ترتيب علاقة الطاقة $J = P \times t$ وجعل P موضوع المعادلة نجد:

$$P = \frac{J}{t}$$

يمكن إيجاد P من أجل: $t = 0.5$ s $\quad J = 20$ J

بالتعويض:

$$P = \frac{J}{t} = \frac{20\ \ \text{J}}{0.5\ \ \text{s}} = 40\ \text{W}$$

مثال 5−12

تُستخدم المدخرة الرئيسية للطائرة لإقلاع المحرك. إذا كان المُقلع يتطلب تياراً مقداره 1000 أمبير لمدة 30 ثانية، ويبقى فرق كمون المدخرة أثناء ذلك ثابتاً عند 12 فولتاً، احسب كمية الطاقة الكهربائية اللازمة لإقلاع المحرك.

الحل:

سنستخدم هنا العلاقة التالية: $Q = I \times t$

وحيث إن:

t =30s،I = 1000A

نجد بالتعويض:

$$Q = 1000 \times 30 = 30000C$$

لكن: $V = \dfrac{W}{Q}$

حيث W هي الطاقة و Q تمثل الشحنة.

إذاً: $W = V \times Q$

$$= 12 \times 30\ 000 = 360\ 000\ J = 360\ kJ$$

اختبر فهمك 5−4

1− يعرف التيار بأنه معدل تغير تدفق _________ وواحدته هي __________.

2− تكون جهة التيار الاصطلاحية من __________ إلى __________

3- تتحرك الإلكترونات من __________ إلى __________.

4- وحدة قياس المقاومة هي __________ ويرمز إليها بـــ __________.

5- أيّ من المعادن التالية: الألمنيوم، النحاس، الذهب، الفضة، هو الناقل الأفضل وأيها الناقل الأسوأ للكهرباء؟

6- ما هي الشحنة المنتقلة نتيجة مرور تيار شدته 1.5 أمبير خلال 10 دقائق.

7- القوة المحركة الكهربائية اللازمة لنقل 6.21×10^{18} إلكتروناً عبر مقاومة مقدارها 1 أوم تساوي __________.

8- الطاقة المنتقلة في دارة كهربائية هي حاصل جداء __________ بـــ __________.

9- اشرح باختصار ما هو المقصود بمصطلح المقاومة.

10- اشرح باختصار العلاقة بين المقاومة والناقلية.

5-5 توليد الكهرباء Generation of electricity

منهج الدراسة Syllabus

توليد الكهرباء بالطرق التالية: الضوء والحرارة والاحتكاك والضغط والمفعول الكيميائي والمغنطيسية والحركة.

مفتاح مستوى المعرفة Knowledge level key

A	B1	B2
1	1	1

يوجد في ذرات كل المواد إلكترونات وبروتونات، ولكن يجب للقيام بأعمال مفيدة، فصل هذه الشحنات لتوليد فرق في الكمون واستخدامه لجعل التيار يمر والقيام بعمل. ولما كان توليد التيار الكهربائي من أهم الأساسيات التي يجب أن تتوافر في كل

طائرة، سيتم تكريس فصل خاص للحديث المفصل عن ذلك لاحقاً، وسنكتفي هنا بعرض موجز لبعض الأساليب المتاحة لفصل الشحنات وتوليد التيار الكهربائي.

5-5-1 الاحتكاك Friction

يمكن توليد الكهرباء الساكنة بالاحتكاك، حيث يتم فصل الإلكترونات والبروتونات في عازل عن طريق فرك مادتين معاً من أجل توليد شحنات متعاكسة. تبقى هذه الشحنات مفصولة لفترة من الزمن إلى أن تتسرب نتيجة للضياع الحاصل في المادة العازلة (العازل الكهربائي) أو في الهواء المحيط بالمادة. يُلاحظ تزايد سرعة تلاشي هذه الشحنات في مدة معينة إذا كان الهواء رطباً.



الشكل 5-10 أجهزة تفريغ سكوني.

تعتبر الكهرباء الساكنة أمراً يمكن أن يؤدي إلى مشاكل خطيرة في الطائرات، وتتخذ إجراءات خاصة لمنع تراكم الشحنات على هيكل الطائرة، ويهدف ذلك إلى جعل الكمون متساوياً بين مختلف نقاط السطح الخارجي. خلال رحلة عادية، يمكن التخلص من الشحنات المتراكمة عبر الغلاف الجوي المحيط بالطائرة عن طريق قضبان ناقلة صغيرة تتصل بسطح الطائرة، وهو ما يعرف بالمفرغات السكونية أو الفتائل السكونية (static wicks) (انظر الشكل 5-10).

5-5-2 المفعول الكيميائي Chemical action

الخلية أو البطارية هي طريقة أخرى لتوليد الكهرباء، حيث يقوم التفاعل الكيميائي بتوليد الشحنات المتعاكسة على معدنين مختلفين يشكلان القطبين السالب والموجب للخلية. لنأخذ على سبيل المثال خلية زنك-كربون الجافة، تمثل حاوية الزنك القطب السالب في هذه الخلية، أما قضيب الكربون المتوضع في مركز الخلية فيمثل القطب الموجب. أما في خلية حمض الكبريت- الرصاص الرطبة، فيمثل حمض الآزوت الممدّد بالماء السائل الكهرليتي، في حين يكون الرصاص هو المسرى السالب وكبريت الرصاص هو المسرى الموجب. وسيتم شرح هذين النوعين من المدخرات لاحقاً في الفقرة 5-6.

يمكن أن يكون المفعول الكيميائي أيضاً السبب في مجموعة من الآثار غير المرغوبة التي تعرف بالتآكل. التآكل هو عملية كيميائية يتم فيها إرجاع المعادن إلى الأملاح والأكاسيد الأخرى التي تشكَّلَ منها المعدن. يرتبط التآكل بآليتين أساسيتين تهاجمان معادن الطائرة هما الهجوم الكيميائي والهجوم الكهروكيميائي. ففي الهجوم الكهروكيميائي تتم عملية التآكل بوجود معادن مختلفة وتيار كهربائي، و غالباً ما يلاحظ هذا التآكل عند الوصلات الكهربائية ومسريي البطارية.

5-5-3 المغنطيسية والحركة Magnetism and motion

عندما يتحرك معدن (قضيب نحاسي مثلاً) ضمن حقل مغنطيسي تتولد بين نهايتيه قوة محركة كهربائية، وبشكل مشابه يمكن أن تتولد هذه القوة المحركة إذا كان القضيب المعدني ثابتاً وتحرك الحقل الكهربائي حوله. في كلتا الحالتين، يتسبب قطع خطوط السيالة المغنطيسية بتوليد قوة محركة كهربائية. تتناسب شدة القوة المحركة الكهربائية مع كل مما يلي:

1- كثافة التدفق المغنطيسي B ووحدة قياسها هي تسلا (T)،
2- الطول الفعلي للمعدن ضمن الحقل المغنطيسي (l)،

3- السرعة التي يقطع بها الناقل المعدني خطوطَ الحقل المغنطيسي (v) وتقاس بالوحدة متر/ثانية (m/s)،

4- جيب الزاوية θ التي يصنعها الناقل مع خطوط الحقل المغنطيسي.

تعطى القوة المحركة الكهربائية بالعلاقة التالية:

$$e = B \times l \times v \times \sin\theta$$

تساهم الكهرباء والمغنطيسية معاً عادة في إنتاج الحركة. في المحرك الكهربائي مثلاً، تتولد الحركة نتيجة مرور تيار كهربائي في ناقل داخل مجال مغنطيسي. من جهة أخرى، يتولّد الجهد في المولّد عندما يتحرك ناقل داخل مجال مغنطيسي. إن هذين الأثرين شديدا الارتباط ببعضهما البعض، ويكتسبان أهمية حيوية في الأنظمة الكهربائية للطائرات.

مثال 5-13

يتحرك سلك نحاسي طوله 2.5 m متعامداً مع خطوط حقل مغنطيسي شدته 0.5 تسلا. احسب القوة المحركة الكهربائية المتولدة بين نهايتي الناقل إذا كانت السرعة النسبية بين الحقل والسلك تساوي 4 متر/ثانية.

الحل:

لدينا: $e = B \times l \times v \times \sin\theta$

بما أن حركة السلك متعامدة مع الحقل، يكون $\theta = 90°$

بالتعويض نجد:

$$e = 0.5 \times 2.5 \times 4 \times \sin 90$$
$$= 0.5 \times 2.5 \times 4 \times 1 = 5 \text{ V}$$

مثال 5-14

يتحرك سلك نحاسي طوله 0.5 م بسرعة 50 م/ثا بحيث يصنع مع خطوط الحقل

المغنطيسي زاوية مقداره 45°. احسب شدة الحقل المغنطيسي إذا كانت القوة المحركة الكهربائية المتولدة بين نهايتي السلك مساوية لـِ 2 فولت.

الحل: وجدنا أن:

$$e = B \times l \times v \times \sin\theta$$

$$B = \frac{e}{l \times v \times \sin\theta} = \frac{2}{0.5 \times 50 \times \sin 45}$$

$$= \frac{2}{25 \times 0.707} = \frac{2}{17.7} = 0.11$$

وعليه تكون شدة الحقل المغنطيسي مساوية لِـ 0.11T.

5-5-4 الضوء Light

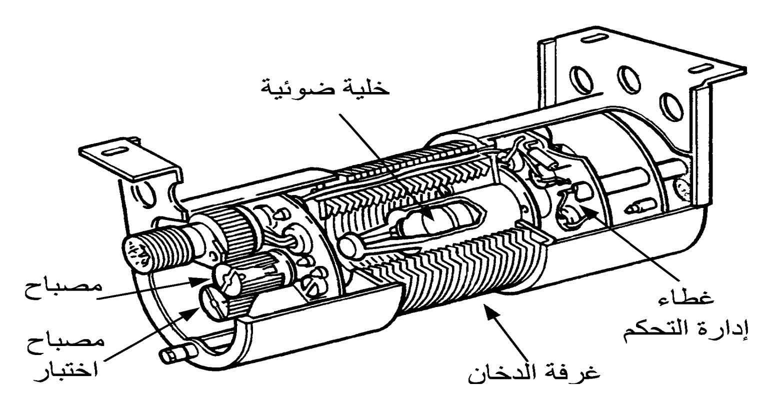
تَستخدِم الخلية الضوئية المفعول الكهرضوئي لتحويل الضوء إلى كهرباء. يتحول السليكون النقي إلى مادة نصف ناقلة من النوع N أو P عند إشابته بكميات قليلة من عناصر أخرى. تتكون الخلية الضوئية من طبقتين متآثرتين من السليكون: طبقة عليا من النوع N موصولة إلى ناقل علوي، وطبقة من النوع P موصولة إلى ناقل سفلي. يتولد حقل كهربائي داخلي حيثما تلتقي هاتان الطبقتان. عندما يضرب الضوء الخلية الشمسية، يتحرر إلكترون ذو شحنة سالبة مخلّفاً وراءه ثقباً موجباً. عندما يتولّد هذا الزوج (إلكترون– ثقب) بالقرب من الحقل الكهربائي الداخلي ينفصل الإلكترون عن الثقب وتصبح الطبقة P موجبة الشحنة، في حين تصبح الطبقة N سالبة الشحنة. وهكذا يتم توليد فرق كمون صغير، وسيتدفق تيار كهربائي عند توصيل الخلية الضوئية إلى دارة خارجية. كلما ازدادت كمية الضوء الساقط على الخلية ازداد عدد الإلكترونات المتحررة، وازدادت بالتالي شدة الجهد والتيار المتولدين. يستمر المفعول الكهرضوئي طالما استمر سقوط الضوء على سطح الخلية.



الشكل 5−11: مقاومة ضوئية−ناقلة (ذات الناقلية المتغيرة بالضوء) (LDR).

يمكن لعناصر أخرى أن تتغير ناقليتها بالضوء بدلاً من الأثر الكهربائي للضوء (انظر الشكل 5−11)، أو بتعبير آخر، في حين أن هذه المواد لا تولد تياراً كهربائياً بنفسها، فإن قابليتها لنقل التيار الكهربائي (ناقليتها) تعتمد على كمية الضوء الساقط على سطحها.

يُستخدم كلٌّ من العناصر الفولتضوئية (photovoltaic) والناقلة للضوء (photoconductive) والعناصر الكهرضوئية في الطائرات. أحد التطبيقات الخاصة التي تستحق الذكر هو في الكشف عن الدخان، حيث يتم وضع منبع ضوئي مع كاشف كهرضوئي (photoelectric) في حجيره مقيمة ومعزولة عن الضوء، ويمكن أن يمر عبرها أيُّ دخان متصاعد (انظر الشكل 5−12).



الشكل 5-12: جهاز كشف الدخان في طائرة.

5-5-5 الخلايا الكهروحرارية Thermoelectric cells

عند ربط سلكين معدنيين مختلفين (مثل الحديد والكونستانتان) مع بعضهما البعض من نهايتيهما بحيث تتشكل دارة كهربائية مغلقة، كما يبين الشكل (5-13)، تتولد قوة محركة كهربائية ضعيفة نتيجة اختلاف درجة الحرارة بين الوصلتين. ويعرف هذا حالياً بالأثر الكهروحراري (thermoelectric effect)، لأن درجتي حرارة الوصلتين مختلفتين، يطلق على إحداها اسم الوصلة الحارة (hot junctions)، بينما يطلق على الأخرى اسم الوصلة الباردة. يسمى الجهاز الكامل بالمزدوجة الحرارية (thermocouple). في المزدوجة الحرارية، يزداد الجهد الصغير المتولد بازدياد الفرق بين درجتي حرارة الوصلة الساخنة والوصلة الباردة. وسنعود إلى شرح هذا الموضوع في الفقرة 5-6-8.



الشكل 5-13: المزدوجة الحرارية.

6-5-5 خلايا الضغط (الخلايا الكهروضغطية) Piezoelectric cells

تعاني بعض المواد البلورية مثل الكوارتز حدوث تغير في شكلها عند تطبيق شحنة كهربائية عبر وجهين متقابلين لبلورة من المادة. وبالعكس، يمكن أن تتولد شحنة كهربائية بين وجهي بلورة كوارتز إذا تعرضت لتغيّر ميكانيكي في الشكل. يطلق على هذه الظاهرة اسم الأثر الكهروضغطي (Piezoelectric Effect) ولها العديد من التطبيقات الهامة في حقل الإلكترونيات، بما في ذلك أساس الجهاز الذي سيحول تغيرات الضغط إلى تغيرات في الجهد. يمكن لمثل هذا الجهاز أن يتحسس لكمية الإنفعال (التشوه) الموجود في مكون ميكانيكي كعارضة أودعامة.

الكوارتز هو مادة بلورية أساسها السيلكون والأكسجين (ثاني أكسيد السيلكون). عادةً، تتألف بللورات الكوارتز المستخدمة في حساسات الضغط من وحدة أو أكثر من شرائح الكوارتز الرقيقة حيث توضعت على وجهيها المتقابلين مساري كهربائية فائقة الرقة (أفلام رقيقة) من الذهب أو الفضة. توضع التركيبة الكاملة ضمن غلاف محكم العزل ومزود عند أحد أطرافه بفتحة متصلة ميكانيكياً مع عناصر التركيبة.

بالرغم من توافر بلورات الكوارتز في الطبيعة إلا أنها تُصنّع للحصول على ثبات في الوفرة، وفي الخصائص الفيزيائية. تتطلب تنمية بلورات الكوارتز إذابة عدد من قطع الكوارتز الصغيرة، ومن ثم تتم تنميتها فوق بذرة معدة مسبقاً. يشتمل هذا الأمر على طريقة معالجة تتطلب حوالى 21 يوماً للحصول على بلورة الكوارتز المطلوبة. تُذابُ قطع الكوارتز في محلول ماءات الصوديوم مع مراعاة بقاء درجة حرارة المحلول أثناء هذه العملية فوق درجة الحرارة الحرجة للمحلول، ويستخدم أثناء عملية تنمية الكوارتز نظام تحكم بدرجة الحرارة ذي نطاقين حراريين، حيث يعمل النطاق ذو درجة الحرارة العالية في مرحلة الإذابة ويُشغّل نطاق الحرارة الأدنى خلال التنمية. في عمليات التصنيع الفعلية، توضع قطع الكوارتز (أو ما يعرف بالمادة المغذية) في أسفل حوجلة فولاذية شاقولية تصنّع خصيصاً بحيث تتحمل الضغط ودرجات الحرارة المرتفعين (تشبه كثيراً سبطانة المدفع).

نقطة مفتاحية

بالرغم من وجود تطبيقات كثيرة جداً، تذكّر أن كل الإلكترونات متشابهة من حيث الشحنة والكتلة، وسواءً حدث تدفق الإلكترونات من مدخرة، أو من مولد دوار، أو من خلية ضوئية فإن النتيجة تكون وحدة وهي حركة الإلكترونات في الناقل.

اختبر فهمك 5-5

1- يمكن أن تتولد الكهرباء الساكنة نتيجة لفرك مادتين معاً من أجل تفريق الشحنات ________ و ________.

2- يمكن التخلص من الكهرباء الساكنة المتشكلة على الهيكل الخارجي للطائرة باستخدام ________.

3- المادتان المستخدمتان في تصنيع الخلية الجافة التقليدية هما ________ و________ .

4- في خلية الرصاص الحمضية يُمدّد السائل الإلكتروليتي باستخدام ________ .

5- عندما يتحرك ناقل في حقل مغنطيسي فإن ________ سوف ________ فيه.

6- تستخدم الخلية الضوئية المفعول ________ لتوليد التيار الكهربائي من الضوء.

7- عندما يسقط الضوء على سطح خلية ضوئية، يتحرر إلكترون ذو شحنة ________ مخلفاً وراءه ثقباً ذا شحنة ________.

8- التطبيق المثالي للمفعول الكهرضوئي في الطائرات هو ________.

9- تسمى الوصلة المكونة من سلكين معدنيين مختلفين، التي تولّد كموناً صغيراً على طرفيها إذا سخنت إحدى وصلتيها بـــ ________ .

10- عندما تتعرض بلورة الكوارتز إلى تغيّر في الشكل، يظهر على وجهيها المتقابلين ________ صغير، وهذا ما يطلق عليه غالباً الأثر ________.

6-5 منابع الكهرباء المستمرة DC source of electricity

منهاج الدراسة Syllabus

نستعرض في هذه الفقرة مجموعة من المواضيع، تتضمن: بنية ومبادئ التفاعل الكيميائي في كلٍّ من الخلايا الأولية والثانوية، وخلايا الرصاص الحمضية، وخلايا النيكل كادميوم (Ni-Cd)، والخلايا القلوية الأخرى. وصل الخلايا على التسلسل وعلى التفرع (التوازي)، المقاومة الداخلية للمدخرة وتأثيرها في عملها، بنية المزدوجة الحرارية والمواد المستخدمة فيها، عمل الخلايا الكهرضوئية.

مفاتيح مستويات المعرفة Knowledge level key

A	B1	B2
1	2	2

التيار الكهربائي المستمر هو التيار الذي يمر وفق اتجاه واحد فقط (ذكرنا في الفقرة 5-4-3 أن التيار الاصطلاحي يتدفق من الموجب إلى السالب، في حين تكون حركة الإلكترونات بالاتجاه المعاكس من السالب إلى الموجب). الخلايا الكهروكيميائية هي الطريقة الأكثر شيوعاً لتوليد التيار المستمر. سنعرض في هذا الجزء المبادئ الأساسية للخلايا والمدخرات، كما سنتعرف على أداتين هامتين تقومان بتوليد التيار الكهربائي هما المزدوجة الحرارية والخلية الضوئية.

5-6-1 الخلايا والمدخرات Cells and batteries

الخلية (cell) هي جهاز يولّد شحنة نتيجة حدوث تفاعل كيميائي. وعند ربط عدد من الخلايا مع بعضها البعض فإنها تشكّل المدخرة (battery). تملك معظم الطائرات العديد من المدخرات، وأكثرها أهمية هو ما يطلق عليها مدخرة الطائرة الرئيسية، التي تتلخص وظيفتها في عملين اثنين:

- تأمين القدرة الكهربائية البديلة في حال فشل نظام توليد الكهرباء أثناء الطيران.
- توفير مصدر مستقل للطاقة الكهربائية من أجل إقلاع المحركات أو وحدة الطاقة الاحتياطية على الأرض أو أثناء الطيران.

يتطلب إقلاع المحركات أو وحدة الطاقة الاحتياطية تيار ذروة عالياً (تتجاوز شدته أحياناً 1000A) للتغلب على عزم العطالة الذاتي، متبوعاً بتيار تفريغ كبير أيضاً (مئات الأمبيرات) خلال فترة زمنية تبلغ عادة 30s. يمكن أن يتطلب الأمر العديد من محاولات الإقلاع المتتالية التي تستنفد بدورها الاستطاعة بشكل تدريجي، إلا أنه ونظراً إلى قصر الفترة الزمنية فإن عملية الإقلاع تحدد الاستطاعة المطلوبة في المدخرة، بالمقابل فإن الأحمال الطارئة تحدد عادة مقدار الطاقة التي يجب أن تتواجد في المدخرة.

تعتمد الخصائص الدقيقة لمدخرات الطائرة على أمرين: مدى تعقيد الطائرة ومتطلبات سلامة الطيران. على سبيل المثال، يمكن تخصيص مدخرة أو أكثر من أجل دعم الأنظمة الرئيسية (أنظمة الملاحة) بشكل يضمن عدم هبوط الجهد المطبق عليها دون الحد الأدنى (يقدر نموذجياً بـــ 18 فولت) لمدة تتراوح بين 30 و60 دقيقة. يمكن تخصيص مدخرة إضافية لدعم عملية الإقلاع بينما تدعم أخرى الأجهزة الرئيسية أثناء بدء تشغيل المحركات، ويمكن إذا اقتضت الحاجة أن تربط كلتا المدخرتين على التفرع لتغذية أحمال الطوارئ. أما عندما يتواجد نظام توليد طاقة بديل خاص بالطوارئ، مثل المولد الهوائي الانضغاطي (Ram Air Turbine RAT)، فإن الحاجة إلى المدخرة تقتصر على عدة دقائق خلال فترة إقلاع نظام RAT أو خلال الاقتراب النهائي من مدرج الهبوط عند تخفيض السرعة.

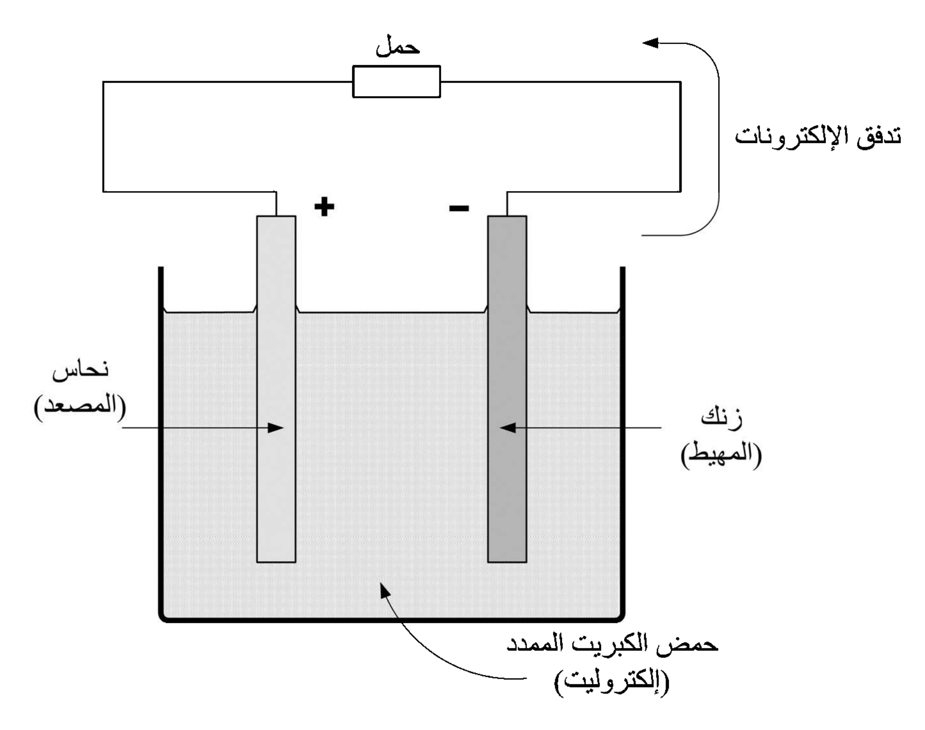
سننظر باختصار بعد التمهيد السابق إلى طبيعة الخلايا والمدخرات، ولكن لا بد أن نذكر قبل ذلك مبدأ الخلايا الأولية والثانوية. تقوم الخلايا الأولية بتوليد الطاقة الكهربائية انطلاقاً من تركيبتها الكيميائية حيث إنه وبمجرد استنفاد المواد الكيميائية (توقّف التفاعلات الكيميائية) يتوقف إمداد الكهرباء من الخلية. أما في الخلايا الثانوية فتكون التفاعلات الكيماوية عكوسة (خلايا قابلة إعادة الشحن)، أي إن الطاقة الكيميائية

تتحول إلى طاقة كهربائية أثناء عملية التفريغ (discharge)، وبالمقابل تتحول الطاقة الكهربائية إلى طاقة كيميائية أثناء عملية الشحن (charge).

نقطة مفتاحية
عملية التحول من الطاقة الكيميائية إلى الكهربائية في الخلايا الأولية عملية غير عكوسة، وبالتالي هي خلايا غير قابلة لإعادة الشحن. أما في حالة الخلايا الثانوية، فيكون هذا التحول عكوساً، ويمكن إعادة شحن مثل هذه الخلايا واستخدامها عدة مرات.

2-6-5 الخلايا الأولية Primary cells

تتكون الخلايا كلها من مسريين من معدنين مختلفين، أو من كربون ومعدن، موضوعين ضمن السائل الإلكتروليتي. وتعتبر خلية فولتا أحد الأمثلة البسيطة للخلايا الأولية.

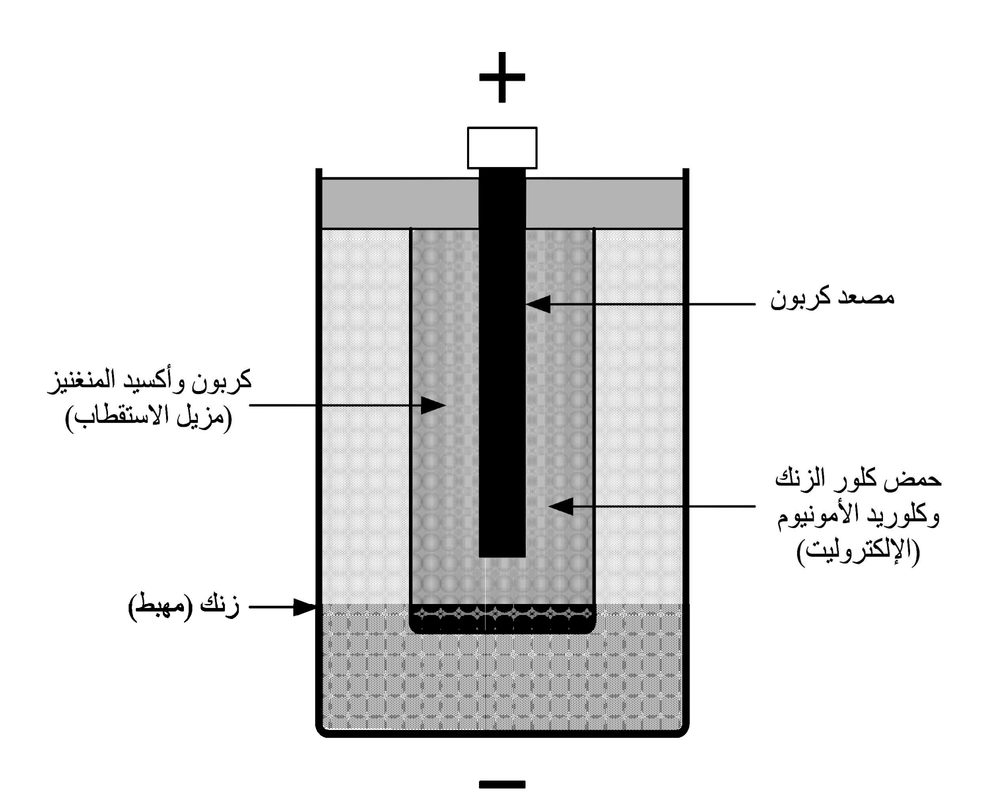


الشكل 5-14: خلية أولية بسيطة.

تتكون خلية فولتا (المبينة في الشكل (5–14)) من صفيحة من الزنك تشكل المسرى السالب، وصفيحة من النحاس تشكل المسرى الموجب وإلكتروليت هو عبارة عن حمض الكبريت الممدد. يسمى المسرى السالب بالمهبط، أمّا المسرى الموجب فتطلق عليه تسمية المصعد. عند ربط المسريين خارج الخلية لتشكيل دارة كهربائية، يجري التيار من مسرى النحاس إلى مسرى الزنك مروراً بالدارة الخارجية الواصلة بينهما، ومن مسرى الزنك مروراً بالإلكتروليت داخل الخلية إلى مسرى النحاس.

إحدى مشاكل هذه الخلية أنها تعمل لفترة قصيرة قبل أن تتشكل طبقة من فقاعات الهيدروجين على مسرى النحاس الموجب، الأمر الذي يؤدي إلى هبوط حاد في القوة المحركة الكهربائية e.m.f. المتولدة من الخلية وإلى زيادة مقاومتها الداخلية، وتسمى هذه الظاهرة بالاستقطاب. يمكن إزالة هذه الطبقة بطرق ميكانيكية عبر فرك مسرى النحاس بفرشاة، أو بإضافة مواد مزيلة للقطبية إلى الإلكتروليت من قبيل كروم البوتاسيوم، وتسمّى هذه العملية بإزالة الاستقطاب. إذا لم يكن مسرى الزنك نقياً 100%، وهو ما يحدث غالباً نظراً إلى ارتفاع تكلفة الحصول على الزنك النقي تماماً، تتفاعل الشوائب مع الزنك وحمض الكبريت، وتشكل خلايا صغيرة على سطح مسرى الزنك. يحدث هذا التفاعل في الخلية بغضّ النظر عن استجرار التيار منها أو لا. يمكن القضاء على هذا الفعل المحلي، الذي ينتج منه الهدر بتغطية مسرى الزنك بطبقة من الزئبق، أو باستخدام الزنك النقي الغالي الثمن. تبلغ قيمة e.m.f. المتولدة من خلية من هذا النوع حوالى 1.0 V.

النوع الثاني من الخلايا الأولية هو الخلية الجافة. في هذا النوع من الخلايا، يُستبدل الإلكتروليت المكون من الحمض الممدد بطبقة من معجون كلوريد الأمونيوم. في أحد أشكال هذه الخلية، القطب الموجب هو قضيب كربون متوضّع في مركز الخلية (انظر الشكل (5–15))، أما القطب السالب فيتشكل من الزنك الذي يغلّف الخلية. يعمل الكربون وأكسيد المنغنيز كمانع للاستقطاب يحيط بمسرى الكربون. يستخدم هذا النمط من الخلايا غالباً في مصباح الجيب وغيره من الأجهزة المحمولة، وتعطي كلّ خلية قوةً محركة كهربائية قدرها 1.5V تقريباً.



الشكل 5−15: خلية زنك−كربون.

5−6−3 خلية حمض−رصاص Lead – acid cells

خلية حمض−رصاص هي أحد أكثر الخلايا الثانوية شيوعاً. في هذا النوع من الخلايا، يُزوّد منبع خارجي الخلية بالطاقة الكهربائية فتقوم بتحويلها وتخزينها على شكل طاقة كيميائية. بما أن هذا التحويل عكوس، يمكن تحرير هذه الطاقة الكيميائية عند الحاجة على شكل تيار مستمر. تقود عملية التخزين هذه إلى اسم بديل لهذه الخلية هو المدّخرة الرصاصية.

إن تصنيع هذه المدخرة معقد بالتأكيد، حيث يتكون القطب الموجب من شبكة من الرصاص والأنتيموان ومملوءة بأكسيد الرصاص (انظر الشكل 5−16). يتكون القطب السالب من شبكة مشابهة إلا أن سطحها الخارجي مملوء بالرصاص الإسفنجي. تتكون الخلايا بالتالي من مجموعة من الصفائح الموجبة الموصولة مع

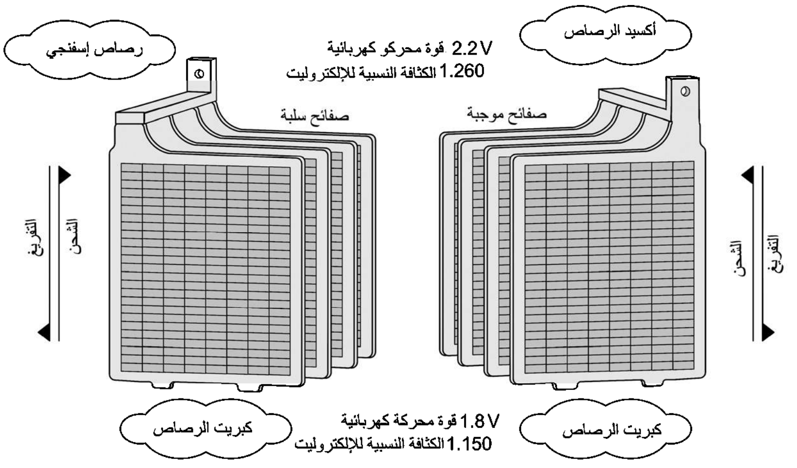
بعضها البعض التي يتخللها مجموعة من الصفائح السالبة. يقوم عازل مسامي بفصل الصفائح عن بعضها البعض، ويبقي الإلكتروليت متلامساً مع المواد الفعالة. يتكون الإلكتروليت من مزيج من حمض الكبريت والماء (حمض الكبريت الممدد) الذي يغطي الصفائح، ويقوم بعمل فعّال في عملية شحن وتفريغ الخلية.

تبلغ القوة المحركة الكهربائية لخلية رصاص–حمض مشحونة تماماً حوالى 2.2V، إلا أن هذه القيمة تهبط فوراً عند الاستخدام إلى حوالى 2.0V. عند تمام الشحن، تكون الصفيحة السالبة هي الرصاص الإسفنجي والصفيحة الموجبة هي أكسيد الرصاص. أما إذا كانت غير مشحونة، حيث تبلغ القوة المحركة الكهربائية حوالى 1.8V فولت، يقوم التفاعل الكيميائي بتحويل الصفائح الموجبة والسالبة إلى مزيج من كبريتات الرصاص. بعد استنفاد الشحن، يمكن إعادة شحن الخلية باستخدام مصدر كهرباء خارجي لتكون جاهزة للاستخدام مرة أخرى.

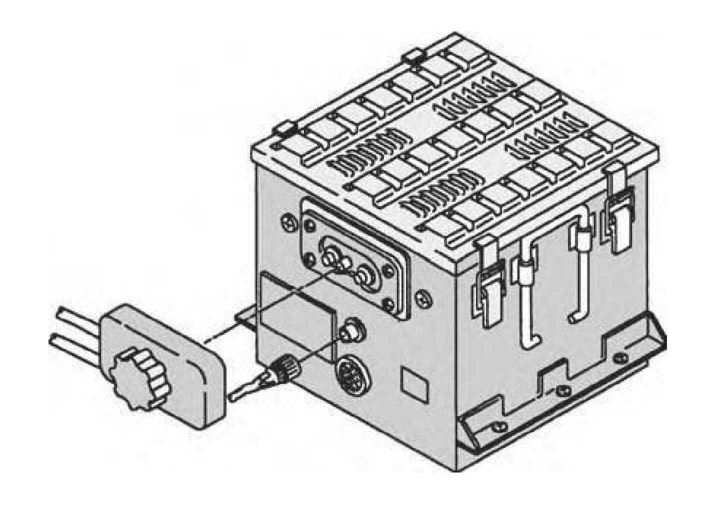
يمكن التحقق من حالة هذه الخلية عبر قياس الكثافة النوعية (relative density) للإلكتروليت، حيث تبلغ عند تمام الشحن حوالى 1.26، وتنخفض إذا كانت غير مشحونة إلى 1.15. تملك هذه الخلايا عند وصلها مع بعضها البعض الكثير من الاستخدامات التجارية، ولعل استخدامها الأكثر شيوعاً هو كمدخرة لمحركات المركبات.

5–6–4 خلايا نيكل–كادميوم Ni-Cd cells

يتزايد استخدام مدخرات نيكل–كادميوم في الطائرات باطّراد، نظراً إلى ما تتمتع به من زمن خدمة طويل وأداء ووثوقية عاليين (انظر الشكل 5–17). بشكل مشابه لنظيرتها المدخرة الرصاصية، تتكون مدخرة نيكل–كادميوم من سلسلة من الخلايا المتصلة التي تتضمن بدورها مجموعة من الصفائح الموجبة والسالبة يفصل بينها سائل إلكتروليتي، بالإضافة إلى حاوية ومخارج الخلية.



الشكل 5–16: الخلية رصاص–حمض.



الشكل 5–17: مدخرة طائرة نيكل–كادميوم.

تتكون الصفائح الموجبة لمدخرة نيكل–كادميوم من صفائح مسامية يترسب عليها هيدروكسيد النيكل، في حين تُصنع الصفائح السالبة من صفائح مشابهة يترسب عليها هيدروكسيد الكادميوم. يتم فصل هاتين المجموعتين من الصفائح عن بعضهما البعض بواسطة شريط مسامي مصنوع من البلاستيك. يتكون الإلكتروليت في خلية نيكل–كادميوم من محلول ماءات البوتاسيوم (KOH) في الماء المقطر بنسبة 30% (وزناً). تبقى قيمة الوزن النوعي (الكثافة النسبية) لهذا الإلكتروليت ثابتة بين 1.24 و1.3 في درجة حرارة الغرفة (بخلاف المدخرة الرصاصية)، ولا يحدث له أي تغير

يستحق الذكر خلال عملية الشحن والتفريغ. لهذا السبب فإن عملية قياس الوزن النوعي للإلكتروليت لا تعطي أية دلالة عن حالة عمل المدخرة ومدى جاهزيتها، إلا أنه وكما هو الحال في المدخرة الرصاصية، يجب أن يحافظ الإلكتروليت في الحافظة على مستوى معين بحيث يغمر جميع الصفائح الموجودة.

أثناء عملية شحن مدخرة نيكل–كادميوم، تفقد الصفائح السالبة الأكسجين وتبدأ بتشكيل الكادميوم المعدني، وبنفس الوقت يزداد تأكسد المادة الفعالة على الصفائح الموجبة (هيدروكسيد النيكل). تستمر هذه العملية طالما استمر تطبيق تيار الشحن على المدخرة أو حتى زوال كل كمية الأكسجين الموجودة على الصفائح السالبة، فيتبقى الكادميوم فقط. مع وصول عملية الشحن إلى نهايتها (وعندما تصل الخلايا إلى مرحلة الشحن الزائد)، يتفكك الماء في الإلكتروليت إلى هيدروجين يتوضع على الصفائح السالبة وأكسجين يتوضع على الصفائح الموجبة.

يعتمد زمن شحن هذا النوع من المدخرات على جهد الشحن من جهة، وعلى درجة الحرارة من جهة أخرى. تجدر الإشارة هنا على أن الشحن الكامل لمدخرة نيكل–كادميوم يجب أن يترافق مع إصدار غازي بسيط. يضاف إلى ذلك، يكون حجم الإلكتروليت عند حده الأعلى عند شحن المدخرة بشكل كامل، وبالتالي فإن أية إضافة للماء بهدف وصول الإلكتروليت إلى المستوى المطلوب يجب أن تكون بعد إتمام الشحن، وبعد ترك المدخرة لعدة ساعات من الزمن، ريثما تهدأ وتستقر. تقوم الصفائح أثناء عملية التفريغ اللاحق للمدخرة بامتصاص كمية من الإلكتروليت مما يؤدي بالنتيجة إلى تناقص كميته عن المستوى المضبوط. إن العمر العملي لمدخرة النيكل–كادميوم يرتبط إلى حد كبير بكفاءة صيانتها وفيما إذا تعرضت لعمليات شحن وتفريغ منتظمة.

5-6-5 الخلايا القلوية الأخرى Other alkaline cells

مثال على خلايا ألكانات أخرى هو خلية نيكل–حديد (Ni-Fe) التي تعرف أيضاً باسم "مدخرة أديسون" (Edison battery) نسبة إلى مخترعها توماس أديسون. تصنع الصفيحة الموجبة في هذه الخلية من النيكل بينما تصنع الصفيحة

السالبة من الحديد. بشكل مشابه لخلية نيكل–كادميوم، يكون الإلكتروليت عبارة عن محلول KOH ذي ثقل نوعي (كثافة نوعية) قدره 1.25 تقريباً. يتشكل أثناء شحن هذه الخلية غاز الهيدروجين، وتولّد كموناً تبلغ ذروته 1.15V. تعتبر مثل هذه المدخرات مناسبة للتطبيقات الصناعية ذات الطبيعة الشاقة وتتميز بعمر اقتصادي يصل إلى عشر سنوات.

يبين الجدول 5–2 المواصفات الأساسية لأنماط شائعة مختلفة من الخلايا الكهروكيميائية.

الجدول 5–2

نوع الخلية	رطبة أم جافة	أولية أم ثانوية	القطب السالب	القطب الموجب	الإلكتروليت	جهد الخرج (فولت)	ملاحظات
زنك–كربون (Leclanché)	جافة	أولية	كربون	زنك	كلورريد الامونيوم	1.5	تستخدم في الخلايا العادية من القياس C،B،A،AA
خلية قلوية جافة	جافة	أولية	زنك	ثاني أوكسيد المنغنيز	KOH	1.5	
خلية قلوية جافة	جافة	ثانوية	زنك	ثاني أوكسيد المنغنيز	KOH	1.5	يمكن إعادة شحنها بحدود 50 مرة للاستخدامات العامة
رصاص– حمض	رطبة	ثانوية	الرصاص	بيروكسيد الرصاص	حمض الكبريت	2.2	بطاريات 6 فولت و12 فولتاً و24 فولتاً
نيكل حديد	رطبة	ثانوية	حديد	النيكل	ماءات البوتاسيوم و ماءات الليثيوم	1.4	للاستخدامات الصناعية
نيكل– كادميوم	جافة	ثانوية	هيدروكسيد الكادميوم	النيكل	KOH	1.2	يمكن إعادة شحنها بحدود 400 مرة

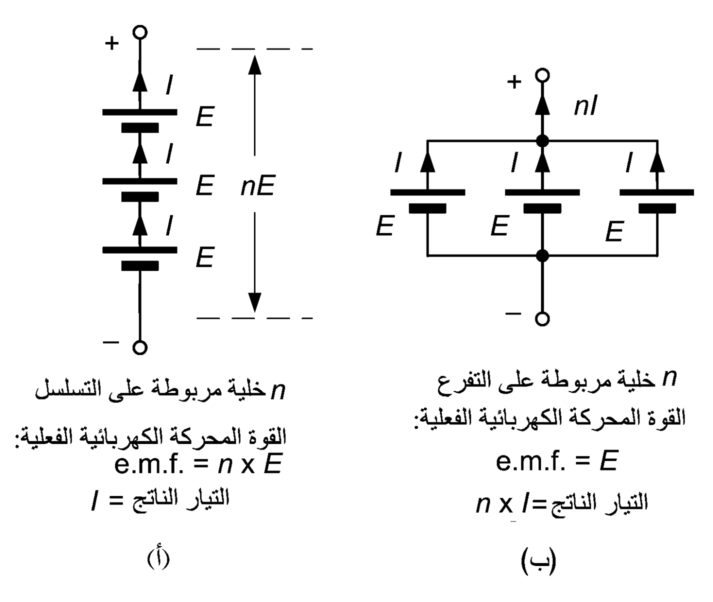
5-6-6 وصل الخلايا على التسلسل وعلى التوازي

Cells connected in series and parallel

للحصول على المدخرات، يتم عادة وصل الخلايا مع بعضها البعض بشكل تسلسلي، كما هو مبين في الشكل (5-18 أ)، كما يمكن وصل الخلايا بشكل تفرعي، كما في الشكل (5-18 ب).

في التوصيل التسلسلي، يكون الجهد الناتج من وصل n خلية مساوياً n مرة من الجهد الناتج من الخلية الواحدة (بفرض أن كل الخلايا الموصولة متشابهة)، كما أن قيمة التيار الذي تولده كل خلية في المدخرة واحدة، وتساوي قيمة التيار الذي تولده المدخرة.

أما في حالة الربط التفرعي، فيكون التيار الناتج من وصل n خلية مساوياً n مرة من التيار الناتج من الخلية الواحدة (بفرض أن كل الخلايا الموصولة متشابهة)، كما أن الجهد الذي تعطيه المدخرة سيكون مساوياً للجهد الناتج من خلية واحدة من الخلايا المربوطة.



الشكل 5-18: ربط الخلايا على التسلسل وعلى التوازي :(أ) الربط التسلسلي للخلايا. (ب) الربط على التوازي للخلايا.

مثال 5–15

احسب عدد خلايا زنك–كربون المربوطة معاً بشكل تسلسلي في مدخرة تولّد خرجاً اسمياً مقداره 9V.

الحل:

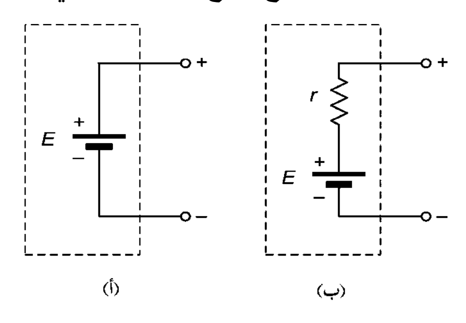
بالعودة إلى الجدول 5–2 نجد أن جهد الخرج الاسمي لخلية الزنك–كربون يساوي 1.5V، وبالتالي نحصل على عدد الخلايا الموصولة في المدخرة بقسمة 9V على 1.5V

$$n = \frac{9\,V}{1.5\,V} = 6$$

أي أن المدخرة يجب أن تحتوي على 6 خلايا مربوطة على التسلسل.

5–6–7 المقاومة الداخلية للخلية Internal resistance of acell

يحتوي كل منبع من منابع القوة المحركة الكهربائية .e.m.f (مثل الخلايا، المدخرات، وحدات التغذية) على بعض المقاومة الداخلية. على الرغم من ضآلة قيمة هذه المقاومة إلا أنها تؤثر في شدة التيار الناتج، وتحدّ من قيمة القوة المحركة الكهربائية التي يولّدها المنبع عند ربط حملٍ بين طرفيه (عندما يتم استجرار التيار الكهربائي من هذه المنابع). قد تبدو فكرة المقاومة الداخلية غير المرئية مشوشة بعض الشيء، لذلك إذا أردنا أن نأخذها بعين الاعتبار فإننا نقوم بتمثيلها على شكل مقاومة ثابتة موصولة على التسلسل مع منبع جهد كهربائي "مثالي".



الشكل 5–19: مصادر القوة المحركة الكهربائية (أ) مصدر e.m.f مثالي. (ب) مصدر e.m.f عملي.

يبين الشكل (5− 19 أ) منبع قوة محركة كهربائية مثالي في حين يظهر في الشكل (5− 19 ب) منبع قوة محركة كهربائية عملي. تجدر الإشارة هنا إلى حقيقة وجود المقاومة الداخلية (r) فعلاً داخل الخلية (أو المدخرة) إلا أنه من غير الممكن قياس هذه المقاومة مباشرة عبر مقياس أوم.

نقطة مفتاحية
يحتوي كل منبع من منابع القوة المحركة الكهربائية العملية (مثل الخلايا، المدخرات، وحدات التغذية) على بعض المقاومة الداخلية التي تحد من شدة التيار الكهربائي الناتج. و إذا أردنا أخذ هذه المقاومة بعين الاعتبار (أي عند الحساب في الدارة الكهربائية) فإننا نعتبر المنبع كمنبع جهد "مثالي" موصول على التسلسل مع مقاومته الداخلية.

5−6−8 المزدوجات الحرارية Thermocouples

تعرفنا في فقرة سابقة (الفقرة 5−5−5) على المزدوجات الحرارية، ورأينا أن خرج المزدوجة الحرارية يعتمد على عاملين اثنين هما:

الفرق بين درجتي حرارة الوصلتين الحارة والباردة (لاحظ أن أي تغيير في درجة حرارة أي من الوصلتين سوف يؤثر في القوة المحركة الكهربائية التي تولّدها المزدوجة)، طبيعة المعدنين الداخلين في تصنيع المزدوجة الحرارية.

من المهم أن نشير إلى أن المزدوجة الحرارية تُمثّل على شكل سلكين متصلين من إحدى النهايتين في حين تبقى نهايتاهما الأخريان حرتين، ومن المهم أن نتذكر أننا لا نطلق على الأداة تسمية مزدوجة حرارية ما لم يتم وصل النهاية الأخرى! تتشكل الوصلة الباردة في العديد من التطبيقات العملية من نفس الحمل المتصل مع الوصلة الحارة، أما في تطبيقات القياس فيمثل جهاز القياس (مقياس الفولت مثلاً) ذلك الحمل.

هذا، وتتحدد قطبية القوة المحركة الكهربائية المتولّدة بـــ:

نوعية المعدنين أو الخليطين المعدنين المستخدمين (مثل الحديد والكونستانتان)

العلاقة بين درجتي الحرارة على طرفي الوصلة.

إذا بقيت درجة الحرارة عند الوصلة الباردة ثابتة أو تم تعويض التغير في درجة حرارتها، تكون قيمة القوة المحركة الكهربائية المتولدة في هذه الحالة تابعة لدرجة حرارة الوصلة الحارة، إلا أن الحفاظ على مثل هذا الثبات في درجة الحرارة في معظم التجهيزات أمر غير عملي. تعتبر درجة (0°C) 32 F درجةَ الحرارة القياسية لعمل الوصلة (التي يطلق عليها اسم الوصلة المرجعية- reference junction)، وهي تمثل الأساس الذي تبنى عليه الجداول التي تعطي قيم القوة المحركة الكهربائية المقابلة لدرجة الحرارة في مختلف أنواع المزدوجات الحرارية.

لاحظ أن إضافة أي معدن إلى دارة المزدوجة الحرارية لن يكون له أي تأثير في القوة المحركة الكهربائية المتولّدة طالما بقيت درجة الحرارة المحيطة بكل العناصر ثابتة.

المعادن المكونة للوصلة	جهد الخرج (µV/°C)	مجال درجة الحرارة (°C)
الحديد–كونستانتان	41	من –40 إلى +700
كروميل–ألوميل	41	من –200 إلى +1200
كروميل–كونستانتان	68	من –270 إلى +790
بلاتين–روديوم	10	من +100 إلى +1800

مثال 5−16

يبلغ الفرق في درجة الحرارة بين الوصلة الحارة والباردة في مزدوجة حرارية من معدني الحديد – كونستانتان 250 °C. كم فولتاً يتولّد بين نهايتي المزدوجة؟

الحل:

تحسب قيمة الجهد المتولد بين طرفي المزدوجة كما يلي:

$$41\ \frac{\mu\text{V}}{°\text{C}} \times 250\ °\text{C} = 10250\ \mu\text{V} = 10.25\ \text{mV}$$

مثال 5−17

وضعت الوصلة الحارة لمزدوجة بلاتين−روديوم في حجرة العادم لتوربين غازي. فإذا كانت الوصلة الباردة (المرجعية) عند درجة حرارة 30 °C، وكان الكمون المتولّد بين طرفي المزدوجة مساوياً 9.8 mV، احسب درجة الحرارة داخل حجرة العادم.

الحل:

يعطى الفرق في درجة الحرارة بين الوصلتين الساخنة والباردة بالعلاقة $(t-30°\text{C})$ حيث تمثل t درجة الحرارة بالدرجات المئوية داخل حجرة العادم. وعليه يكون:

$$9.8\ \text{mV} = 10\ \frac{\mu\text{V}}{°\text{C}} \times (t - 30\ °\text{C})$$

ومنه نجد:

$$t = \frac{9.8\,\text{mV}}{10\,\mu\text{V}/°\text{C}} + 30\,°\text{C} = 980\,°\text{C} + 30\,°\text{C}$$

$$t = 1010\ °\text{C}$$

5-6-9 الخلايا الضوئية Photocells

يرتبط خرج الخلية الضوئية، التي استعرضناها سابقاً في الفقرة 5-5-4، بكمية الضوء التي تسقط على سطحها، فكلما ازدادت كمية الضوء تزداد الإلكترونات المتحررة، وبالتالي يزداد مقدار الجهد المتولد. من أجل الاستفادة من التيار والجهد المتولدين عن الخلايا الضوئية، يتم عادة وصل الخلايا على شكل مصفوفات على التسلسل أو التفرع. لكن كفاءة تحويل الطاقة في الخلايا الضوئية لا تزال منخفضة نوعاً ما (نموذجياً يتم تحويل ما بين 10%–15% من الطاقة الضوئية الساقطة إلى طاقة كهربائية مفيدة). من حيث المبدأ، تعتبر الخلايا المصنوعة من فوسفيت الإنديوم (indium phosphide) وزرنيخات الغاليوم (gallium arsenide) أكثر كفاءة، إلا أن الخلايا التقليدية التي تعتمد في بنيتها على السليكون هي أقل تكلفة.

استخدمت الخلايا الكهرضوئية الشمسية لوقت طويل من أجل تزويد المركبات الفضائية والتجهيزات غير المرتبطة مع منابع الطاقة. وقد أدت التطورات الأخيرة إلى خفض تكلفة الخلايا الكهرضوئية السليكونية إلى قيم مكّنتها من أن تحلّ محل مصادر الطاقة التقليدية (مثل الخلايا الجافة ومدخرات الرصاص)، كما أصبح بالإمكان تخزين الطاقة الناتجة من هذه الخلايا الضوئية في مدخرات ثانوية، التي يمكن أن تستخدم لاحقاً لاستمرار التزود بالكهرباء في ساعات الظلمة.

اختبر فهمك 5-6

1- الخلية هي أداة تقوم بتوليد __________ عند حدوث __________ __________.

2- الخلايا __________ تولد الطاقة الكهربائية اعتماداً على بنيتها الكيميائية.

3- يسمى المسرى السالب في الخلية بـــ __________.

4- ما هي المادة التي يصنع منها المسرى الموجب في الخلايا الجافة؟

5- يتكون الإلكتروليت في خلية رصاص–حمض من محلول __________.

6- قيمة القوة المحركة الكهربائية لخلية رصاص-حمض عند الشحن التام تساوي ______ V.

7- قيمة القوة المحركة الكهربائية لخلية نيكل-كادميوم عند الشحن التام تساوي ________ V.

8- تبلغ قيمة الكثافة النسبية للإلكتروليت في خلية رصاص-حمض عند الشحن التام حوالى ________ .

9- تبلغ قيمة الكثافة النسبية للإلكتروليت في خلية رصاص-حمض عند التفريغ التام حوالى ________.

10- اشرح باختصار مبدأ عمل المزدوجة الحرارية.

5-7 دارات التيار المستمر DC circuits

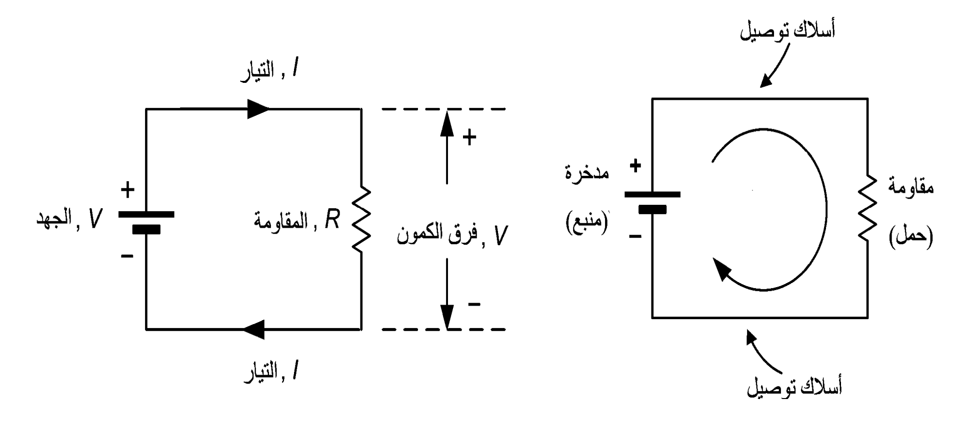
منهاج الدراسة Syllabus

قانون أوم، قوانين كيرشوف للتيار والجهد، استخدام القوانين السابقة في حسابات المقاومة والجهد والتيار، مفهوم المقاومة الداخلية لمنبع.

مفتاح مستوى المعرفة Knowledge level key

A	B1	B2
1	2	2

توجد دارات التيار المستمر في كل طائرة، ويعتبر فهم وإدراك طبيعة ومبادئ عمل هذه الدارات أمراً ضرورياً للانطلاق نحو الدارات الأخرى الأكثر تعقيداً. تستخدم دارات التيار المستمر الأساسية مكوّنين اثين فقط، هما: خلية (أو مدخرة) تمثل منبعاً للقوة المحركة الكهربائية، ومقاومة (أو حمل) يمر من خلالها التيار. يتم وصل هذين العنصرين مع بعضهما البعض بواسطة أسلاك موصلة من أجل تكوين دارة مغلقة، كما في الشكل (5-20).



الشكل 5-20: دارة تيار مستمر مبسطة مكونة من مدخرة (منبع) ومقاومة (حمل).

5-7-1 التيار والجهد والمقاومة Current voltage and resistance

قلنا سابقاً إن التيار الكهربائي هو الاسم الذي نطلقه على جريان الإلكترونات (أو حوامل الشحنات السالبة). نعبّر عن قدرة منابع الطاقة (كالمدخرات على سبيل المثال) على توليد التيار ضمن الناقل بمصطلح القوة المحركة الكهربائية "e.m.f.". كلما طبقت هذه القوة المحركة في دارة كهربائية تولّد لدينا فرق كمون، ويقاس كل منهما بوحدة الفولت (V). في أغلب الدارات العملية، هناك قوة محركة كهربائية وحدة فقط (عبارة عن المنبع أو المدخرة) بينما يتولد لدينا فرق كمون بين طرفي_كل عنصر من عناصر الدارة.

الجهة الاصطلاحية لتدفق التيار هي من النقطة ذات الكمون الأكثر إيجابية إلى النقطة الأكثر سلبية (مع ملاحظة أن جهة حركة الإلكترونات هي بعكس هذا الاتجاه)، وينشأ تيار مستمر عند تطبيق قوة محركة كهربائية مستمرة (ناتجة من مدخرة أو منبع تيار مستمر). الصفة المميزة لمثل هذه المنابع هو عدم تغير قطبية القوة المحركة الكهربائية (بالرغم من تعرض قيمتها لبعض التذبذبات).

يتناسب مقدار التيار المار في ناقل طرداً مع القوة المحركة الكهربائية المطبقة عليه، كما أنه يتعلق بالأبعاد الفيزيائية للناقل (الطول ومساحة المقطع

العرضي) وبالمادة المكوِّنة للناقل. عند تطبيق قوة محركة كهربائية بين طرفي ناقل، تتناسب كمية التيار المار عكساً مع مقاومة هذا الناقل. تشير المقاومة إذاً إلى "ممانعة مرور التيار"، وكلما كانت المقاومة أعلى، انخفضت كمية التيار المار (بفرض ثبات القوة المحركة الكهربائية المطبقة)

5-7-2 قانون أوم Ohm's law

بفرض ثبات درجة الحرارة، تكون نسبة فرق الكمون المطبق على طرفي ناقل إلى التيار المار فيه ثابتة. تُعرف هذه العلاقة بقانون أوم، ويعبّر عنها رياضياً، كما يلي:

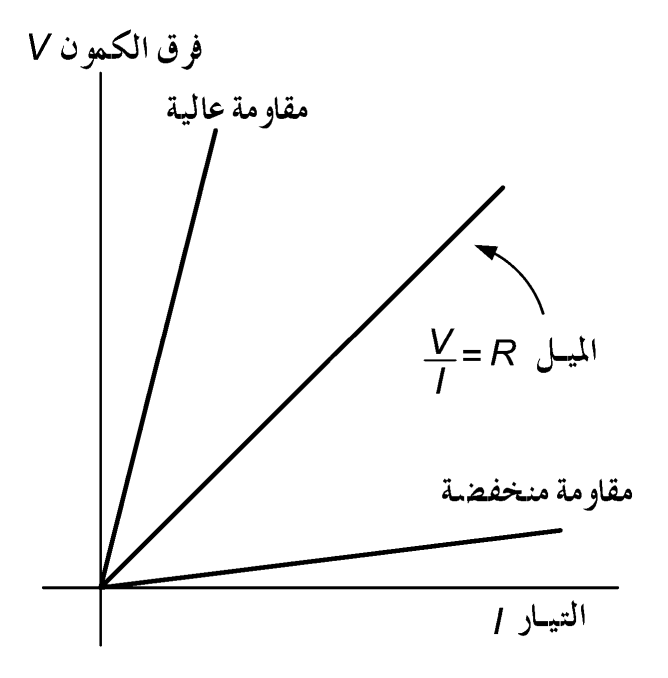
$$\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{I}} = \text{ثابت} = R$$

حيث يمثل V فرق الكمون (أو هبوط الجهد) ويقاس بالفولت (V)، وI التيار ويقاس بالأمبير (A)، في حين تمثل R مقاومة الناقل وتقاس بالأوم (Ω) (انظر إلى الشكل (5-21)).

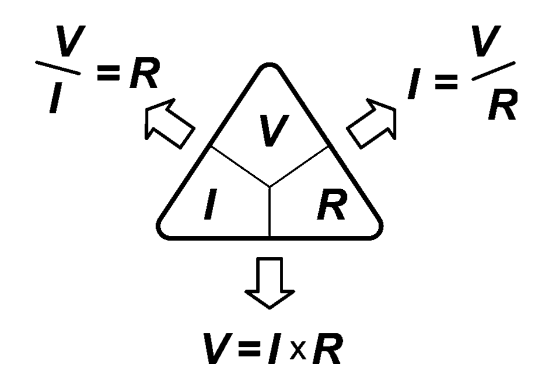
يمكن إعادة ترتيب العلاقة السابقة بأشكال مختلفة، كما يلي:

$$V = I \times R \quad \text{و} \quad I = \frac{V}{R} \quad \text{و} \quad R = \frac{V}{I}$$

ويمكن للمثلث المبيّن في الشكل (5-22) أن يساعد على تذكر العلاقات الثلاث المهمة السابقة. من الجدير بالذكر أنه ليس من الضروري أن تكون الدقة دون ±1% عند القيام بحساب الجهد والمقاومة والتيار في الدارات العملية، لأن هامش الخطأ بقيم العناصر الكهربائية أكبر من ذلك. إضافة إلى ذلك، يمكن أن يكون من الملائم أحياناً عند إجراء حسابات قانون أوم العملُ بالواحدتين kΩ و mA (أو MΩ و μA) وفي كلتا الحالتين سيكون حساب فرق الكمون بالفولت مباشرة.



الشكل 5−21: العلاقة بين الجهد *V* والتيار *I* والمقاومة *R*.



الشكل 5−22: مثلث قانون أوم.

مثال 5−18

يمر تيار شدته 100 mA في مقاومة مقدارها 56Ω. ما هو هبوط الجهد (فرق الكمون) بين طرفي هذه المقاومة؟

الحل:

يجب أن نستخدم هنا العلاقة $V = I \times R$ والتأكد من أننا نتعامل مع وحدات الفولت (V) والأمبير (A) والأوم (Ω).

$$V = I \times R = 0.1\text{A} \times 56\,\Omega = 5.6\text{ V}$$

(لاحظ أن 100 ميلي أمبير تساوي 0.1 أمبير)

وبالتالي، يكون فرق الكمون بين طرفي المقاومة مساوياً 5.6 V.

مثال 5−19

تُربط مقاومة مقدارها $18\,\Omega$ إلى مدخرة 9V. ما هي قيمة التيار المار عبر هذه المقاومة؟

الحل:

يجب أن نأخذ هنا الشكل التالي لقانون أوم $I = \dfrac{V}{R}$، حيث V= 9V و Ω R=18 وبالتعويض:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{9\text{ V}}{18\,\Omega} = \frac{1}{2}\text{A} = 0.5\text{ A} = 500\text{ mA}$$

وبالتالي تكون شدة التيار المار مساوية لــ 500 mA .

مثال 5−20

يبلغ فرق الكمون 15V بين طرفي مقاومة يمر فيها تيار شدته 1 mA. احسب قيمة هذه المقاومة.

الحل:

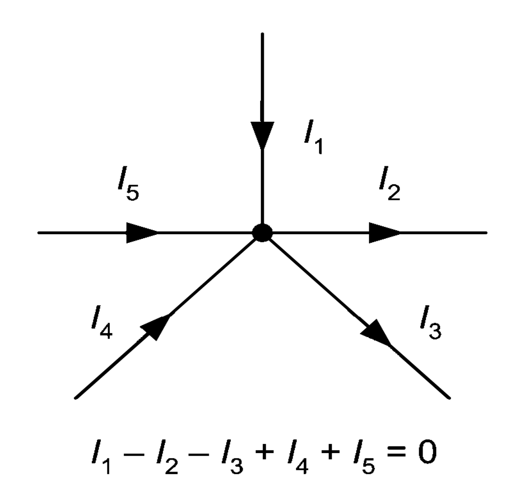
يجب أن نستخدم هنا الشكل التالي لقانون أوم $R = \dfrac{V}{I}$، حيث $V = 15\text{V}$ و $I = 1\text{ mA} = 0.001\text{ A}$ وبالتعويض:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{15\text{ V}}{0.001\text{ A}} = 15\,000\ \Omega = 15\text{ k}\Omega$$

5−7−3 قانون كيرشوف للتيار **Kirchhoff's current law**

لا يكفي استخدام قانون أوم وحده لحساب قيم التيار والجهد في الدارات المعقدة، بل نحن بحاجة إلى استخدام قانونين آخرين هما قانون كيرشوف للتيار وقانون كيرشوف للجهد في مثل هذه الدارات.

ينص قانون كيرشوف للتيار على أن المجموع الجبري لقيم التيارات الكهربائية التي تلتقي في وصلة واحدة (أو عقدة) من دارة كهربائية يساوي صفر (انظر الشكل (5−23)).



الاصطلاح:

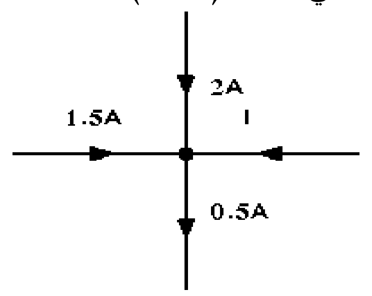
التيار المتدفق باتجاه الوصلة موجب (+)

التيار المتدفق المبتعد عن الوصلة سالب (-)

الشكل 5−23: قانون كيرشوف للتيار.

مثال 5−21

حدد قيم شدة التيار المفقودة في الشكل (5−24).



الشكل 5−24

الحل:

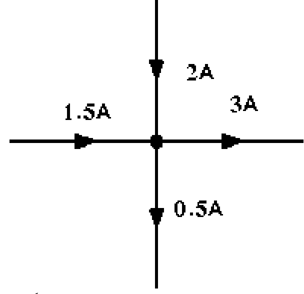
بتطبيق قانون كيرشوف للتيار على الشكل (5−24)، وافتراض أن التيار الموجب هو التيار الذي يتدفق باتجاه الوصلة، يمكن القول إن:

$$+2\text{A}+1.5\text{A}-0.5\text{A}+I=0$$

نلاحظ أننا افترضنا أن I موجب، أي أنه يجري باتجاه العقدة. بإعادة ترتيب المعادلة نجد:

$$+3A+I=0$$
$$I=-3A$$

تدل الإشارة السالبة في النتيجة على أن الجهة الفعلية للتيار هي بعكس الجهة التي افترضناها، أي إن التيار يجري مبتعداً عن العقدة (الشكل (5−25)).

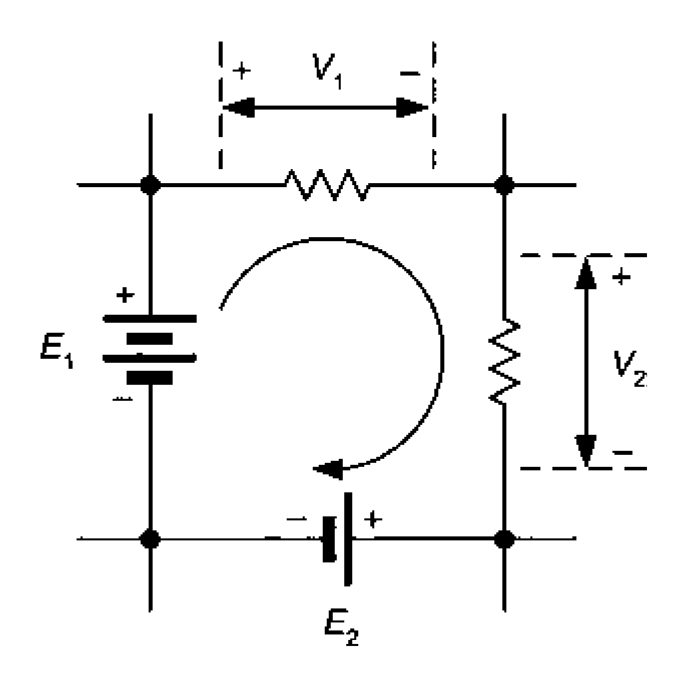


الشكل 5−25: في المثال 5−21 يتدفق التيار المجهول مبتعداً عن الوصلة

نقطة مفتاحية
إذا بدت معادلة قانون كيرشوف للتيار مبهمة بعض الشيء، تذكر فقط أن مجموع شدات التيار المتدفقة باتجاه العقدة يساوي مجموع شدات التيار الخارجة منها.

5−7−4 قانون كيرشوف للجهد (الفولتية) Kirchhoff's voltage law

ينص قانون كيرشوف الثاني للجهد على أنّ المجموع الجبري لهبوطات الجهد في شبكة مغلقة يساوي إلى الصفر، انظر الشكل (5−26)).



$$E_1 - V_1 - V_2 - E_2 = 0$$

الاصطلاح:

الدوران باتجاه عقارب الساعة بدأً من الطرف الموجب لأكبر قوة محركة كهربائية

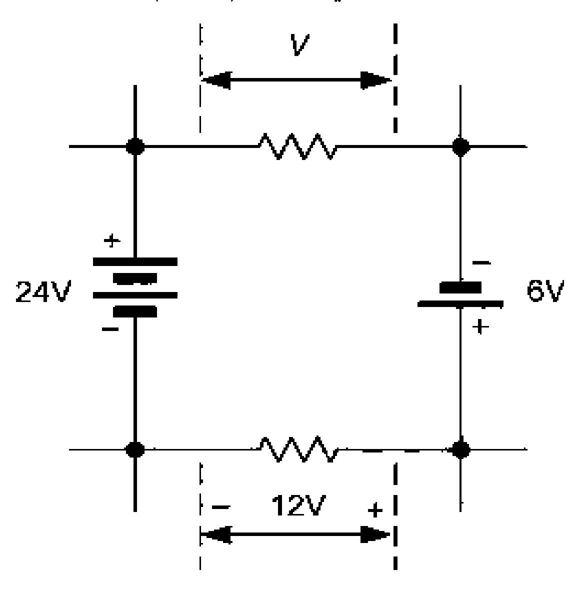
الجهود المؤثرة بنفس الاتجاه موجبة (+)

الجهود المؤثر بالاتجاه المعاكس سالبة (-)

الشكل 5−26: قانون كيرشوف للجهد.

مثال 5−22

حدِّد قيمة فرق الكمون المجهول V في الشكل (5−27).



الشكل 5−27

الحل:

بتطبيق قانون كيرشوف للجهد على الشكل (5−27)، تبدأ جهة الدوران انطلاقاً من الطرف الموجب للقوة المحركة الكهربائية، وباتجاه عقارب الساعة حول الشبكة المغلقة، نجد:

$$+24\text{V}+6\text{V}-12\text{V}-V=0$$

لاحظ أننا اعتبرنا الكمون V موجباً، بمعنى أننا افترضنا أن الطرف الأيسر من المقاومة هو الأعلى كموناً. بإعادة ترتيب العلاقة نجد:

$$+24\text{V}-V+6\text{V}-12\text{V}=0$$

ومنه نجد أن:

$$+18\text{V}-V=0$$

$$V=+18\text{V}$$

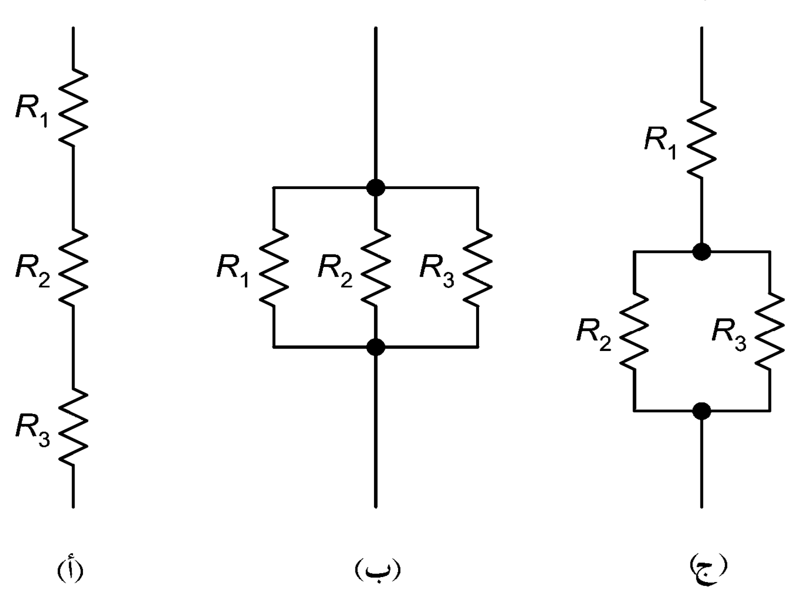
تدل الإشارة الموجبة للجواب على صحة افتراضنا لقطبية هبوط الجهد على المقاومة V، أي إن الطرف الأيسر من المقاومة هو الأعلى كموناً.

نقطة مفتاحية
إذا بدت معادلة قانون كيرشوف للجهد مبهمةً بعض الشيء، تذكر فقط أنه في دارة مغلقة يكون مجموع قيم هبوطات الجهد مساوياً إلى مجموع قيم القوى المحركة الكهربائية المطبقة. لاحظ أيضاً أنه من المهم الأخذ بعين الاعتبار قطبية الجهود والقوى المحركة الكهربائية أثناء الدوران داخل الدارة.

5-7-5 حسابات الدارات المتوازية والتسلسلية

Series and parallel circuit calculations

يمكن حل الدارات التسلسلية والمتوازية باستخدام قانوني أوم وكيرشوف معاً. ولكن قبل عرض كيفية إجراء هذه الحسابات، من المهم إدراك معنى الدارة التسلسلية والتفرعية.



الشكل 5-28: الدارات المتوازية والتسلسلية: ثلاث مقاومات مربوطة على (أ) التسلسل في الشكل و(ب) على التفرع في الشكل و(ج) على التوازي والتسلسل في الشكل.

يبيّن الشكل (5–28) ثلاث دارات تحوي كل منها ثلاث مقاومات R_2،R_3 ، R_1. تم وصل المقاومات في الشكل (5–28 أ) واحدة تلو الأخرى، وهذا ما نسميه بالدارة التسلسلية، أو بعبارة أخرى نقول إنه تم وصل المقاومات على التسلسل. من المهم أن نشير إلى أن التيار نفسه يمر في كل مقاومة في هذا التشكيل.

أما في الشكل (5–28 ب) فقد تم وصل هذه المقاومات إلى جانب بعضها البعض، وهذا ما نسميه بالدارة التفرعية، أو بعبارة أخرى نقول إنه تم وصل المقاومات على التوازي. من المهم أن نشير إلى أن الجهد نفسه يُطبّق على كل مقاومة في هذا التشكيل.

بالانتقال إلى الشكل (5–28 ج)، يمكن أن نرى مزيجاً من التوصيلين السابقين، ويمكن القول إنه تم وصل المقاومة R_1 على التسلسل مع جملة المقاومتين R_2 و R_3 الموصولتين معاً على التوازي. أي أنه تم وصل R_2 و R_3 *على* التوازي ووصلت R_1 على التسلسل مع هذه االمجموعة التفرعية.

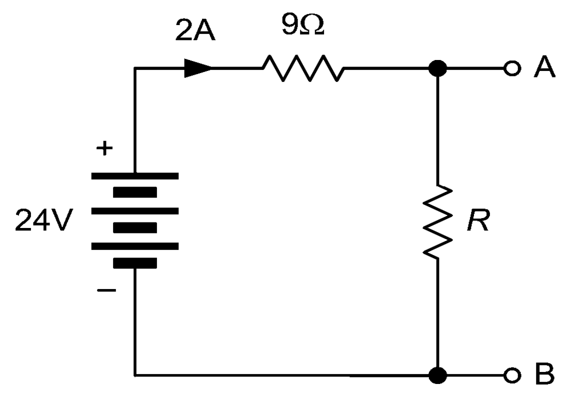
سنرى مرة أخرى ربط المقاومات على التسلسل والتوازي في الفقرة 5–8، ولكن سوف نُطبّق قبل ذلك ما تعلمناه حديثاً في حل بعض الدارات المعقدة.

مثال 5–23

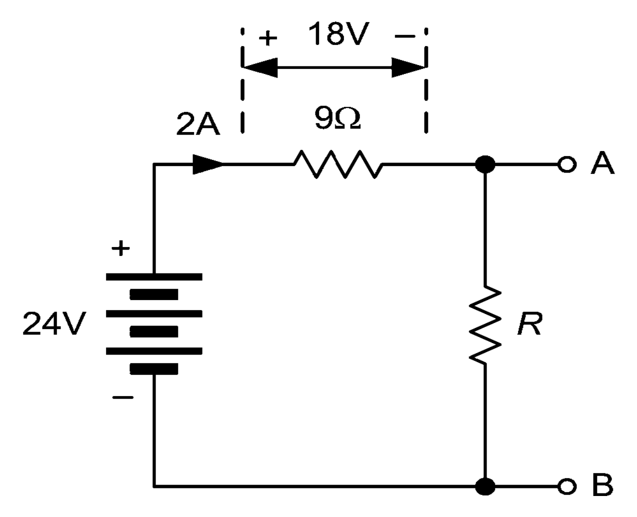
يوضح الشكل (5–29) دارة بسيطة لاختبار مدخرة، وهي مصممة لاستجرار تيار شدته 2A من منبع جهد 24 V DC . صممت النقطتان A وB لوصل مقياس. حدّد ما يلي:

(أ) فرق الكمون بين النقطتين A وB (بدون وصل المقياس).

(ب) قيمة المقاومة R.



الشكل 5–29: دارة اختبار مدخرة.



الشكل 5−30: استخدام قانون أوم لحساب هبوط الجهد بين طرفي المقاومة 9Ω.

الحل:

يجب حل هذه المسألة عبر سلسلة من المراحل البسيطة. بما أن الدارة تستجر تياراً شدته 2A من المنبع 24V، فإن هذا التيار سوف يمر عبر كل من المقاومة 9Ω والمقاومة R (مع ملاحظة أن هاتين المقاومتين موصولتان على التسلسل). يمكن تحديد هبوط الجهد بين طرفي المقاومة 9Ω باستخدام قانون أوم (الشكل (5−30)):

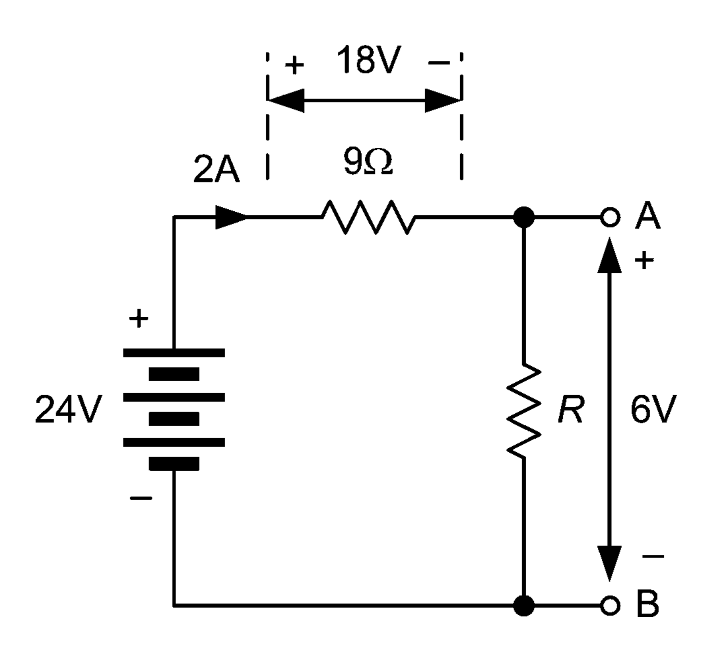
$$V = I \times R = 2\text{A} \times 9\,\Omega = 18\,\text{V}$$

(أ) يمكن الآن حساب هبوط الجهد V بين طرفي المقامة R باستخدام قانون كيرشوف للجهد (الشكل (5−31))

$$+24\text{V} - 18\text{ V} - \text{V} = 0$$

ومنه يكون:

$$V = +6\text{ V}$$

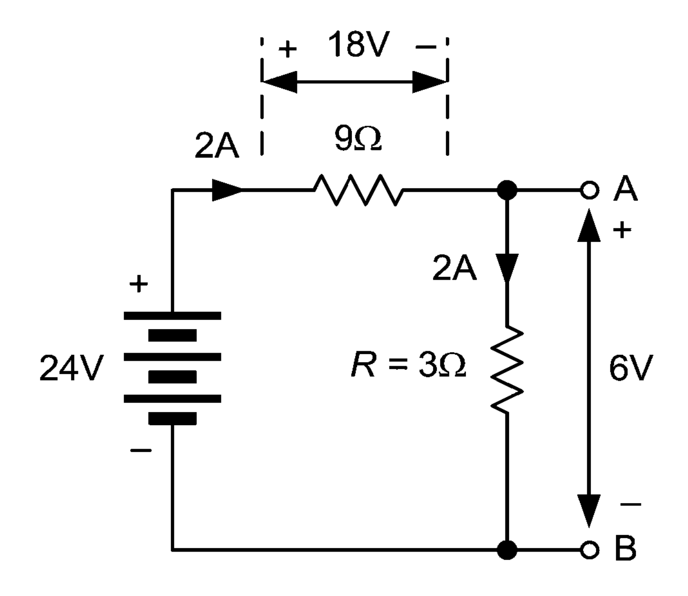


الشكل 5−31: استخدام قانون كيرشوف لإيجاد الجهد الظاهر بين الطرفين A وB.

(ب) وأخيراً، وبعد معرفة قيمة الجهد V والتيار I المار عبر المقاومة R، يمكن حساب قيمة المقاومة R اعتماداً على قانون أوم، كما يلي (الشكل (5−32)):

$$R = \frac{V}{I} = \frac{6\text{V}}{2\text{A}} = 3\Omega$$

وهكذا يكون فرق الكمون بين النقطتين A وB مساوياً 6V وقيمة المقاومة R هي 3Ω.



الشكل 5–32: استخدام قانون أوم لحساب قيمة المقاومة R.

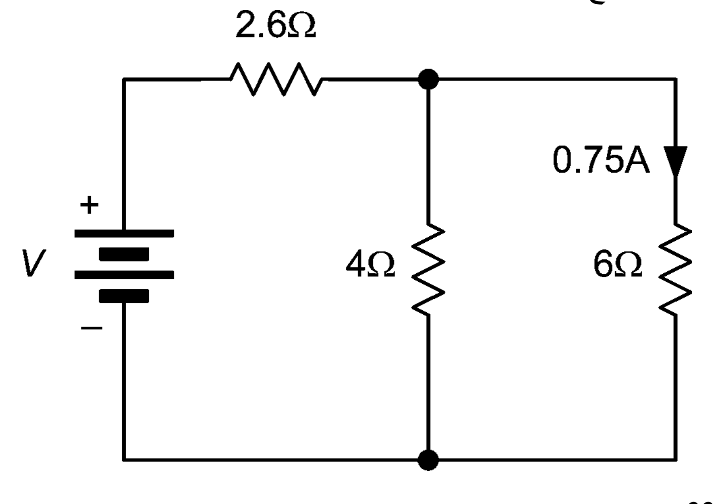
مثال 5–24

في الدارة المبينة في الشكل (5–33)، حدّد كلاً مما يلي:

(أ) هبوط الجهد بين طرفي كل مقاومة،

(ب) التيار المستجَرّ من المنبع،

(ج) جهد المنبع.



الشكل 5–33

الحل:

(أ) كما في المثال السابق، يجب حل هذه المسألة عبر سلسلة من الخطوات البسيطة. بما أننا نعلم قيمة التيار المار في المقاومة 6Ω، سنبدأ بحساب هبوط الجهد عبرها باستخدام قانون أوم (الشكل (5-34))

$$V = I \times R = 0.75\ \text{A} \times 6\ \ \Omega = 4.5\ \ \text{V}$$

الشكل 5-34: استخدام قانون أوم لحساب هبوط الجهد بين طرفي مقاومة $6\,\Omega$.

(ب) المقاومة 4Ω موصولة على التوازي مع المقاومة 6Ω، لذلك فإن هبوط الجهد على المقاومة 4Ω هو أيضاً 4.5V. بناءً على ما سبق، يمكن حساب التيار المار في هذه المقاومة باستخدام قانون أوم (الشكل (5-35)) كما يلي:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{4.5\ \text{V}}{4\ \Omega} = 1.125\ \text{A}$$

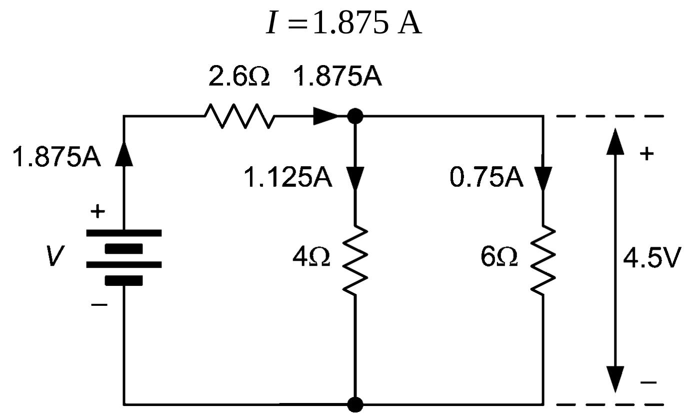
الشكل 5-35: استخدام قانون أوم لحساب التيار المار في المقاومة 4Ω.

يمكن الآن بعد أن علمنا قيمة التيار المار في كلتا المقاومتين حساب التيار I باستخدام قانون كيرشوف للتيار (الشكل 5−36)

$$+I - 0.75\text{A} - 1.125\ \text{A} = 0$$

ومنه:

$$I = 1.875\ \text{A}$$

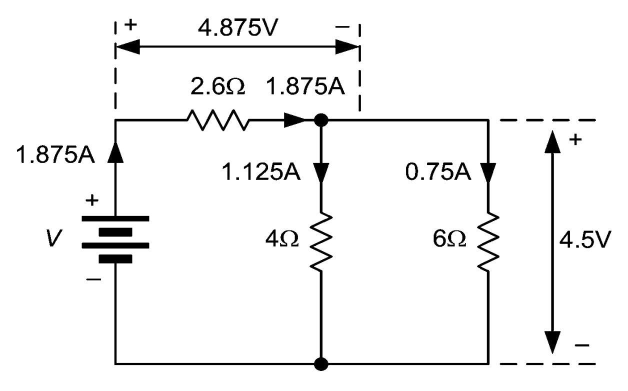


الشكل 5−36: استخدام قانون كيرشوف للتيار لحساب التيار المار في مقاومة 2.6Ω.

بما أن هذا التيار يمر عبر المقاومة 2.6 Ω فإنه سيكون مساوياً للتيار القادم من المنبع.

يمكن بعد ذلك إيجاد الجهد بين طرفي المقاومة 2.6 Ω باستخدام قانون أوم (الشكل (5−37)):

$$V = I \times R = 1.875\ \text{A} \times 2.6\ \ \Omega = 4.875\ \text{V}$$



الشكل 5−37: استخدام قانون كيرشوف للتوتر لحساب هبوط الجهد على طرفي المقاومة 2.6Ω.

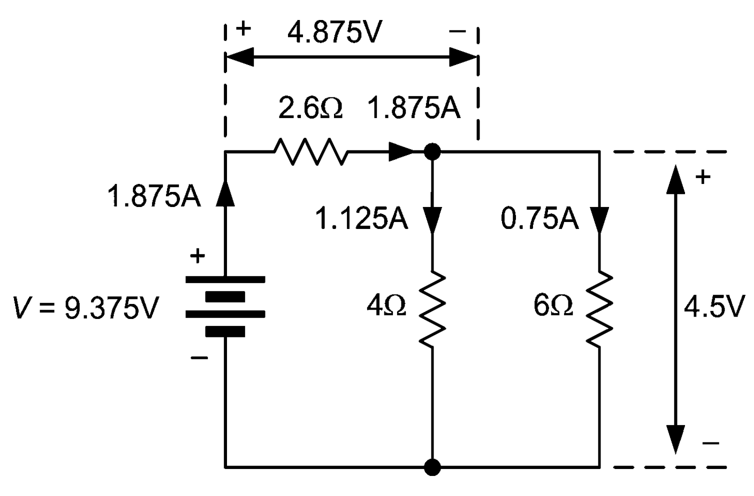
(ج) يمكننا أخيراً تطبيق قانون كيرشوف للجهد لحساب جهد المنبع V (الشكل (5−38)):

$$+V - 4.875\ \text{V} - 4.5\ \text{V} = 0$$

ومنه:

$$+V = +9.375\ \text{V}$$

أي إن جهد المنبع يساوي إلى 9.375V.

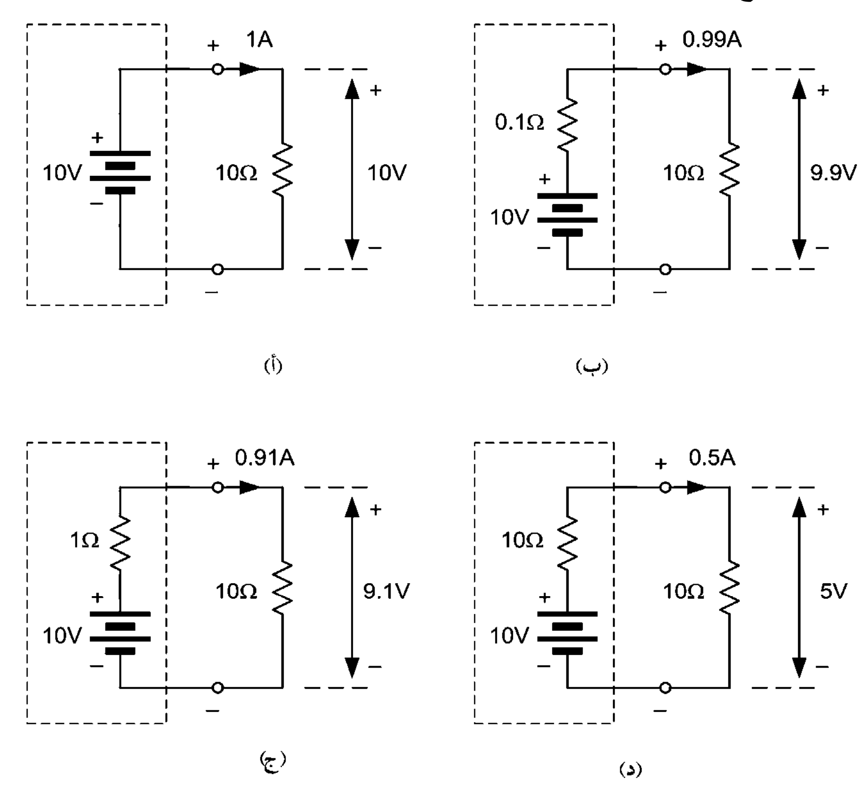


الشكل 5−38: استخدام قانون كيرشوف للجهد لإيجاد جهد المنبع.

5−7−6 المقاومة الداخلية Internal resistance

تعرفنا على مفهوم المقاومة الداخلية لأول مرة في الفقرة 5−6−7. ونظراً إلى تعلّمنا كيفية حل المسائل المتعلقة بالجهد والتيار والمقاومة، من المفيد تمثيل أثر المقاومة الداخلية باستخدام مثال بسيط. يبين الشكل (5−39) الأثر الذي تُحدثه زيادة المقاومة الداخلية لمدخرة. ففي الشكل (5−39 أ) تظهر مدخرة 10V مثالية تزوّد حملاً 10Ω بتيار مقداره 1A. في هذه الحالة يكون خرج المدخرة (عند التحميل)، وكما هو متوقّع، مساوياً ببساطة 10V. أما في الشكل (5−39 ب)

فنعتبر أن للمدخرة مقاومة داخلية صغيرة نسبياً $0.1\,\Omega$، الأمر الذي من شأنه أن يُنقص تيار الخرج إلى 0.99A، وبالتالي خفض جهد الخرج إلى 9.9V. يبين الشكل (5−39 ج) أثر ارتفاع مقاومة المدخرة إلى $1\,\Omega$، حيث ينخفض تيار الخرج إلى 0.91A وجهد الخرج إلى 9.1V. أخيراً، وبأخذ حالة أكثر حَدّية حيث ترتفع مقاومة المدخرة الداخلية إلى $10\,\Omega$، ينخفض تيار الخرج في هذه الحالة إلى 0.5A ويصبح الجهد المطبق على الحمل 5V فقط!

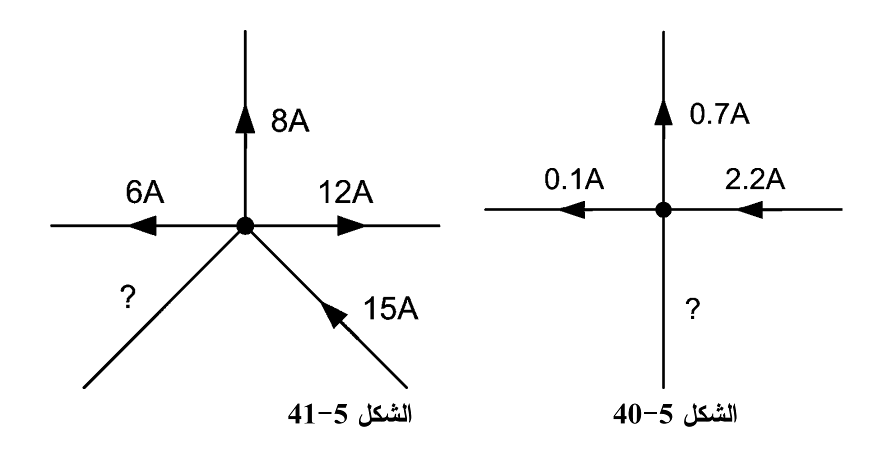


الشكل 5−39: تأثير المقاومة الداخلية.

نقطة مفتاحية
المقاومة الداخلية هامة جداً في العديد من التطبيقات. فعندما تنخفض كفاءة المدخرة، فإن ذلك يعود ببساطة إلى ارتفاع قيمة المقاومة الداخلية لدرجة تبدأ بالحد من جهد الخرج عند استجرار التيار من المدخرة.

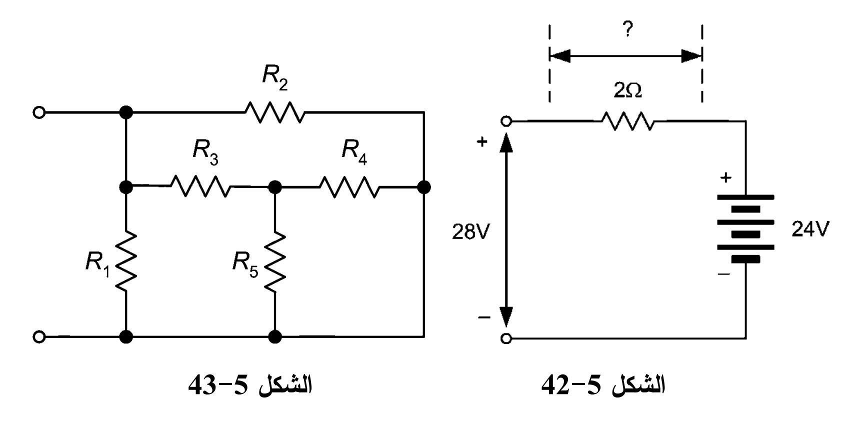
اختبر فهمك 5−7

1. ينص قانون كيرشوف للتيار على أن __________ التيارات المطبقة عند عقدة من دارة كهربائية يساوي __________ .
2. حدّد قيمة التيار المجهول في الدارة، المبينة في الشكل (5−40).
3. حدّد قيمة التيار المجهول في الدارة، المبينة في الشكل (5−41).



الشكل 5−41 الشكل 5−40

4. ينص قانون كيرشوف للجهد على أن __________ هبوطات الجهد في حلقة مغلقة يساوي __________ .
5. حدد قيمة الجهد المجهول في الدارة الموضحة في الشكل (5−42).
6. حدد المقاومتين المربوطتين على التوازي في الشكل (5−43).



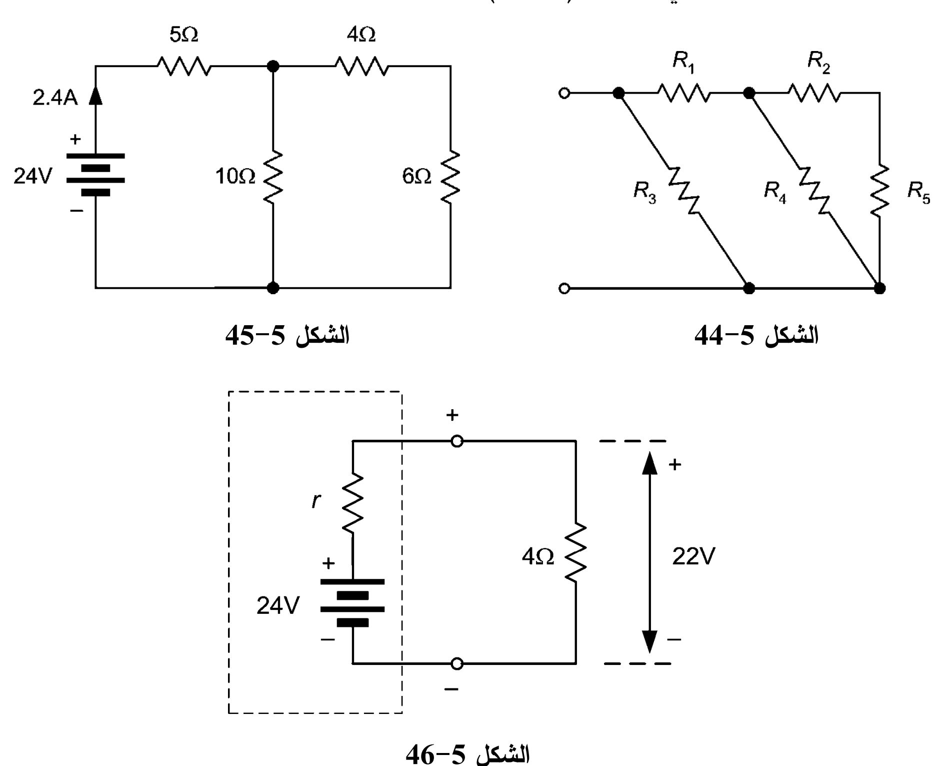
الشكل 5−43 الشكل 5−42

7. حدد المقاومتين المربوطتين على التسلسل، في الشكل (5−44).

8. ما هي قيمة هبوط الجهد بين طرفي المقاومة $10\,\Omega$، في الشكل (5−45)؟

9. __________ قيمة المقاومة __________ للمدخرة عندما يتم استنفاد هذه المدخرة؟

10. حدد قيمة r في الشكل (5−46).



الشكل 5−45

الشكل 5−44

الشكل 5−46

5−8 المقاومة والمقاومات Resistance and resistors

منهج الدراسة Syllabus

(أ) المقاومة والعوامل المؤثرة فيها، المقاومة النوعية، الرموز اللونية للمقاومات، القيم وهوامش الخطأ، القيم المفضلة، تقدير الاستطاعة، وصل المقاومات على التوازي وعلى التسلسل، حساب المقاومة المكافئة باستخدام

الربط على التسلسل أو التفرع أو الربط المختلط، تشغيل واستخدام كلٍّ من مقياس الجهد ومجزئ الجهد، تشغيل جسر واطستون .

مفتاح مستوى المعرفة **Knowledge level key**

A	B1	B2
−	2	2

منهج الدراسة **Syllabus**

(ب) معاملات درجة حرارة موجبة وسالبة للناقلية (PTC و NTC على التتالي)، المقاومات الثابتة: الاستقرار وهامش الخطأ والمحددات وطرق التصنيع، المقاومات المتغيرة: المقاومات الحرارية والمقاومات المتعلقة بالجهد، بناء مجزئ جهد أومي، بناء جسر واطستون .

مفاتيح مستوى المعرفة **Knowledge level key**

A	B1	B2
−	1	1

في الفقرة 5−7 تمّت مناقشة مفهوم المقاومة كممانَعة لمرور التيار. تُستخدم المقاومات كوسيلة للتحكم بشدة التيارات والجهود الموجودة في الدارات الإلكترونية. تُستخدم المقاومات أيضاً لتمثيل الأحمال الموجودة في الدارة خلال عمليات الاختبار، وكوسيلة لتحويل التيار إلى جهد متناسب معه وبالعكس.

5−8−1 المقاومة النوعية Specific resistance

تتناسب مقاومة الناقل المعدني طرداً مع طوله وعكساً مع مساحة مقطعه، كما أنها تتناسب طرداً مع مقاومته النوعية أيضاً. تعرّف المقاومة النوعية بأنها المقاومة المقيسة بين وجهين متقابلين من مكعب أبعاده 1 متر.

تعطى مقاومة ناقل ما R بالعلاقة التالية:

$$R = \frac{\rho \ell}{A}$$

حيث R هي المقاومة (Ω)، ρ المقاومة النوعية $(\text{m}\Omega)$، ℓ الطول (m)، و A المساحة (m^2).

نستعرض فيما يلي المقاومة النوعية لبعض المعادن الشائعة.

المعدن	المقاومة النوعية $(\text{m}\Omega)$ عند درجة الحرارة 20°C
الفضة	1.626×10^{-8}
النحاس (المحمّى)	1.724×10^{-8}
النحاس (المسحوب)	1.777×10^{-8}
الألمنيوم	2.803×10^{-8}
الفولاذ	1.38×10^{-7}
الرصاص	2.14×10^{-7}

مثال 5−25

احسب مقاومة ملفّ يتكون من سلك طوله 8 m من النحاس المحمّى ذي مقطع $1\ \text{mm}^2$.

الحل:

سنستخدم هنا العلاقة

$$R = \frac{\rho \ell}{A}$$

حيث: $\ell = 8\ \text{m}$ ، و $A = 1\ \text{mm}^2 = 1 \times 10^{-6}\ \text{m}$

أما ρ فنأخذها من الجدول السابق وتساوي إلى $1.724 \times 10^{-8}\ \Omega\,\text{m}$. بالتعويض نجد:

$$R = \frac{\rho \ell}{A} = \frac{1.724 \times 10^{-8} \times 8}{1 \times 10^{-6}}$$

$$= 13.792 \times 10^{-2} = 0.13792\ \Omega$$

وبذا تكون مقاومة الوشيعة مساوية تقريباً لـِ 0.14Ω.

مثال 5–26

احسب هبوط الجهد بين طرفي سلك مقاومته النوعية $1.6 \times 10^{-8}\ m\Omega$ وطوله 20m ومساحة مقطعه $1mm^2$، ويمر فيه تيار شدته 5A.

الحل:

يجب أن نحسب أولاً مقاومة هذا السلك، ثم يمكننا إيجاد الجهد باستخدام قانون أوم.

يتم حساب المقاومة كما يلي:

$$R = \frac{\rho \ell}{A} = \frac{1.6 \times 10^{-8} \times 20}{1 \times 10^{-6}}$$

$$= 32 \times 10^{-2} = 0.32\,\Omega$$

يمكن بعد حساب قيمة المقاومة حساب الجهد باستخدام قانون أوم:

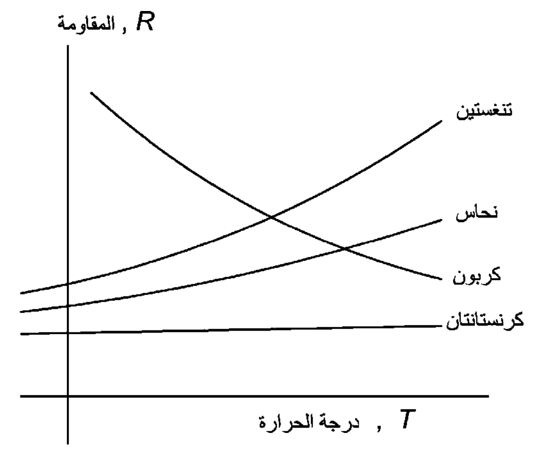
$$V = I \times R = 5\text{ A} \times 0.32\,\Omega = 1.6\text{ V}$$

أي إن هبوط الجهد بين طرفي السلك يساوي 1.6 V.

5–8–2 معامل الحرارة لمقاومة Temperature coefficient of resistance

تعتمد مقاومة أي عنصر على درجة حرارته. تزداد مقاومة معظم المعادن الناقلة بازدياد درجة الحرارة، ونقول إن هذه المعادن تمتلك معامل درجة حرارة موجب. أما بالنسبة إلى النواقل اللامعدنية مثل الكربون وأنصاف النواقل مثل السليكون والجرمانيوم، فإن مقاومتها تتناقص كلما ازدادت درجة الحرارة، ولذلك فهي تمتلك معامل درجة حرارة سالب.

ويبيّن الشكل (5–47) تغير مقاومة بعض النواقل الشائعة مع درجة الحرارة.



الشكل 5–47: تغير مقاومة بعض النواقل الشائعة مع درجة الحرارة.

في حين يبين الجدول التالي المعاملات الحرارية لمقاومة بعض المعادن الشائعة:

المعدن	المعامل الحراري للمقاومة ($°C^{-1}$)
الفضة	0.0041
النحاس (محمّى)	0.0039
النحاس (مسحوب)	0.0039
الألمنيوم	0.0040
الفولاذ	0.0045
الرصاص	0.0040

تُعطى مقاومة ناقل R عند درجة حرارة t بالعلاقة التالية:

$$R_t = R_0(1 + \alpha t + \beta t^2 + \gamma t^3 + ...)$$

حيث تمثل R_0 مقاومة الناقل عند درجة 0°C، أما α, β, γ فهي ثوابت. يمكن عملياً إهمال المعاملين β و γ وبالتالي تؤول العلاقة السابقة إلى الشكل التالي:

$$R_t = R_0(1 + \alpha t)$$

حيث يمثل α معامل درجة الحرارة للمقاومة وواحدته ($°C^{-1}$).

مثال 5−27

تبلغ مقاومة سلك نحاسي 12.5Ω عند درجة $0^\circ C$. كم تبلغ هذه المقاومة عند درجة حرارة $125^\circ C$ ؟

الحل:

لحساب المقاومة عند درجة حرارة $125^\circ C$ نكتب:

$$R_t = R_0(1+\alpha t)$$

حيث: $R_0 = 12.5\ \Omega$ ، $t = 125\ ^\circ C$ ومن الجدول نجد: $\alpha = 0.0039^\circ C^{-1}$

وبالتالي يكون:

$$R_t = R_0(1+\alpha t) = 12.5\times\left(1+\left(0.0039\times 125\right)\right)$$

$$= 12.5\times\left(1+0.4875\right) = 18.6\Omega$$

5−8−3 أنواع المقاومات، قيمها وهامش الخطأ فيها

Resistor types, value and tolerance

لا تعبر القيمة المكتوبة على جسم عنصر المقاومة الكهربائية عن القيمة الدقيقة لها، حيث يكون هناك اختلاف صغير لا يمكن تجنبه يعود إلى هامش الخطأ أثناء التصنيع. إذا كان لدينا مثلاً مقاومة كتب عليها القيمة 100Ω ويتم إنتاجها بهامش خطأ يساوي $\pm 10\%$ فإن ذلك يعني أن قيمة المقاومة تتراوح بين $90\ \Omega$ و$110\ \Omega$. فإذا كانت الدارة تحتاج إلى مقاومة مقدارها 105Ω في هذه الحالة تعتبر المقاومة 100Ω مع هامش خطأ $\pm 10\%$ مناسبة جداً. أما إذا كان المطلوب مقاومة مقدارها 101Ω فيجب البحث عن مقاومة 100Ω ذات هامش خطأ مقداره $\pm 1\%$.

تتوافر المقاومات وفق سلاسل ذات قيم من مضاعفات العشرة، ويتحدد عدد القيم ضمن كل سلسلة بحسب قيمة هامش الخطأ المسموح به لها. لتغطية كامل المجال الذي تقع ضمنه قيم المقاومات باستخدام عناصر ذات هامش خطأ $\pm 20\%$ سيكون من اللازم تأمين ست قيم أساسية (تعرف باسم سلسلة E6). أما إذا كان هامش الخطأ يساوي $\pm 10\%$ فنحتاج إلى سلسلة أكبر من القيم، وبالتالي فإن سلسة E12 تقدم 12 قيمة أساسية، كما تقدم سلسلة E24 من أجل هامش خطأ مقداره

24 قيمة أساسية. تؤمن السلاسل E6 و E12 و E24 المضاريب العشرية $\pm 5\%$
للقيم الأساسية من قبيل ($\times 1, \times 10, \times 100, \times 1\,k, \times 10k, \times 100k \;\; \& \times 1M$).

هناك مجموعة من النقاط الأخرى يجدر الانتباه إليها عند اختيار المقاومات في التطبيقات العملية تشمل المعاملات الحرارية وسلوك الضجيج والاستقرار ومجال درجة حرارة الوسَط، ويلخص الجدول 5.3 عدة خصائص لمجموعة من أنواع المقاومات الشائعة.

مثال 5−28

احسب هامش الخطأ لمقاومة كتب عليها قيمة $220\,\Omega$ إذا علمت أن نتيجة القياس تشير إلى $207\,\Omega$.

الحل:

الفرق بين قيمة المقاومة المطبوعة والمقيسة (أو ما نطلق عليه اسم الخطأ) يساوي $220\Omega - 207\Omega = 13\Omega$. أما هامش الخطأ فيساوي:

$$\text{السماحية} = \frac{\text{الخطأ}}{\text{القيمة المطبوعة}} \times 100\%$$

$$= \frac{13\Omega}{220\Omega} \times 100 = 5.9\%$$

مثال 5−29

يتم اختبار منبع يعطي 9V باستخدام مقاومة $39\,\Omega$. فإذا علمت أن هامش الخطأ للمقاومة يساوي 10% احسب:

(أ) التيار الاسمي الذي يقدمه المنبع،

(ب) القيمتان العظمى والصغرى للتيار عند القيمتين الحديتين لهامش الخطأ.

الحل:

(أ) يحسب التيار الاسمي I بافتراض أن القيمة الدقيقة للمقاومة تساوي $39\,\Omega$ باستخدام قانون أوم، كما يلي:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{9\ \text{V}}{39\ \Omega} = 0.321\ \text{A} = 231\ \text{mA}$$

(ب) القيمة الصغرى للمقاومة تساوي $39\ \Omega - 3.9\ \Omega = 35.1\ \Omega$، وبالتالي تكون شدة التيار الموافقة تساوي إلى :

$$I = \frac{V}{R} = \frac{9\ \text{V}}{35.1\ \Omega} = 0.256\ \text{A} = 256\ \text{mA}$$

وتكون القيمة العظمى للمقاومة $39\ \Omega + 3.9\ \Omega = 42.9\ \Omega$، وعليه تكون شدة التيار الموافقة:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{9\text{V}}{42.9\Omega} = 0.210\text{A} = 210\,\text{mA}$$

5−8−4 علامة الاستطاعة (أو درجتها) Power ratings

ذكرنا سابقاً أن الاستطاعة المبددة من قبل المقاومة تتحدد بحاصل ضرب التيار المار في مقاومة بالجهد بين طرفيها. من جهة أخرى، تعرَّف علامة الاستطاعة لمقاومة ما بأنها القيمة القصوى للاستطاعة التي يمكن للمقاومة أن تبددها بأمان، وهي تتعلق بدرجة حرارة العمل، حيث لا يتم تحديد علامة الاستطاعة عند درجات الحرارة العالية. لهذا السبب، وفي الحالات التي تتطلب وثوقية عالية يجب أن تعمل المقاومات في مستوى أقل من علامة الاستطاعة المحدد لها.

مثال 5−30

تحدد علامة استطاعة مقاومة عند 5W. احسب الاستطاعة المبددة من هذه المقاومة إذا مر فيها تيار شدته 30mA وكان الكمون المطبق عليها 150V، ثم حدد إذا ما كان يتجاوز العلامة العظمى أم لا.

الحل:

يمكن حساب الاستطاعة الفعلية المبددة من العلاقة التالية:

$$P = I \times V$$

وحيث إن: $I = 30\text{mA} = 0.03\ \text{A}, V = 150\text{V}$

يكون:

$$P = I \times V = 0.03\ \text{A} \times 150\ \text{V} = 4.5\ \text{W}$$

وكما هو واضح فإن هذه القيمة أصغر من علامة الاستطاعة المحددة عند 5W.

مثال 5−31

سيستجر تيار شدته $(\pm 20\%)$ 100mA من منبع جهد مستمر 28 V DC. حدد قيمة ونوع المقاومة التي يجب أن تستخدم في هذا التطبيق.

الحل:

تحسب قيمة المقاومة باستخدام قانون أوم، كما يلي:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{28\ \text{V}}{100\ \text{mA}} = \frac{28\ \text{V}}{0.1\ \text{A}} = 280\ \Omega$$

بالعودة إلى سلاسل المقاومات E12 نجد أن هذه القيمة أقرب ما تكون إلى $270\,\Omega$، التي يمكن أن يمر فيها تيار فعلي شدته 103.7mA (أي بهامش خطأ مقداره $\pm 4\%$ من القيمة المرغوبة). فــإذا اســتخدمنا مقاومة ذات هامش خطأ يساوي $\pm 10\%$، ستكون شدة التيار المار ضمن المجال 94 mA -115 mA (وهو ضمن مجال الدقة $(\pm 20\%)$ المحدد في نص هذا المثال).

يمكن حساب الاستطاعة المبددة في المقاومة، كما يلي:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(28\ \text{V} \times 28\ \text{V})}{270\ \Omega}$$

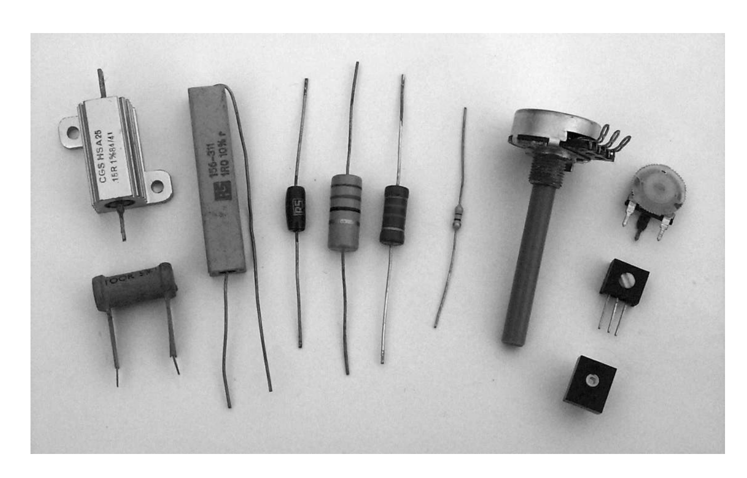
$$= \frac{784}{270} = 2.9\ W$$

وبالتالي فإن المقاومة يجب أن تكون ذات علامة استطاعة 3W أو أكثر. وبطبيعة الحال، فإن هذه المقاومة ستكون سلكية ملفوفة ومغطاة بالزجاج المطلي بالمينا.

يبين الجدول 5−3 الخصائص النموذجية لبعض أنواع المقاومات الشائعة الاستخدام (انظر الشكل 5−48).

الجدول 5−3

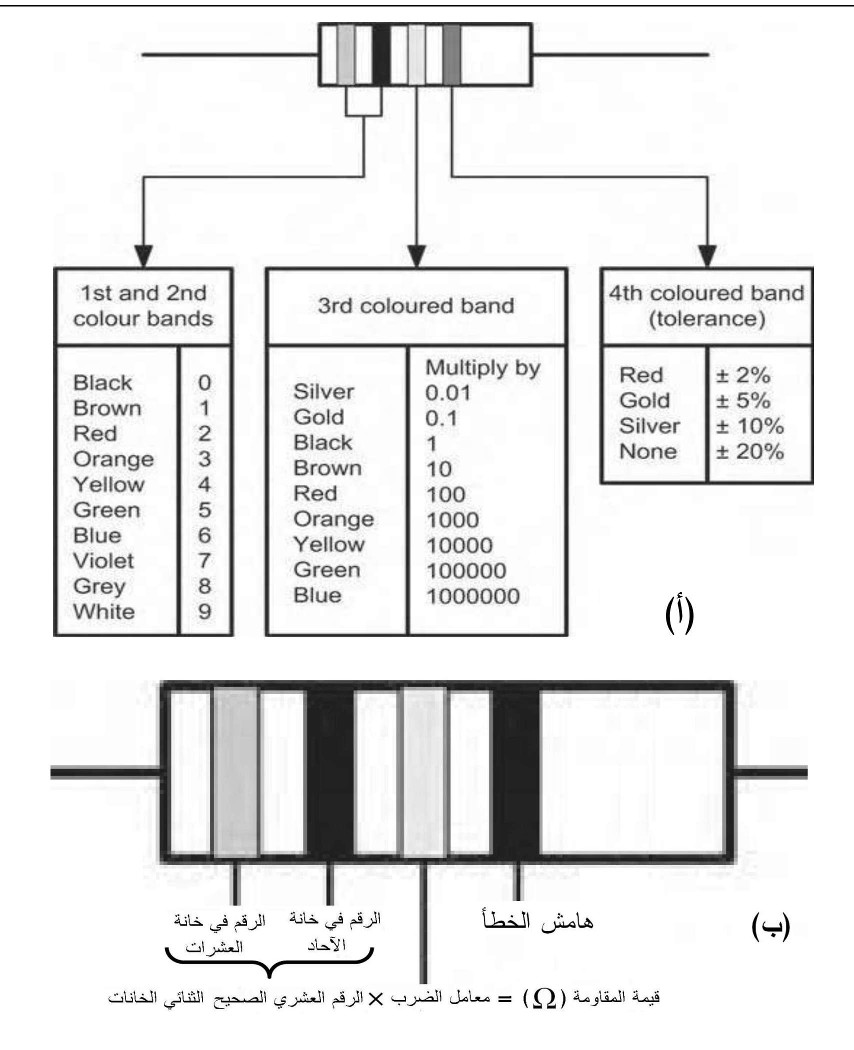
الميزة	نوع المقاومة				
	رقاقة (فيلم) كربونية	رقاقة (فيلم) معدنية	أكسيد معدني	سلكية ملفوفة على سيراميك	سلكية ملفوفة على زجاج
مجال المقاومة	$10\Omega - 10M\Omega$	$10\Omega - 10M\Omega$	$10\Omega - 1M\Omega$	$0.47\Omega - 22k\Omega$	$0.1\Omega - 22\Omega$
هامش الخطأ النموذجي	$\pm 5\,\%$	$\pm 1\,\%$	$\pm 2\,\%$	$\pm 5\,\%$	$\pm 5\,\%$
علامة الاستطاعة	0.25W- 2W	0.125W- 0.5W	0.25W- 0.5W	4W- 17W	2W- 4W
معامل درجة الحرارة ($ppm/^{o}C$)	+250	+50 to +100	+250	+250	+75
الاستقرار	معتدل	ممتاز	ممتاز	جيد	جيد
مجال درجة الحرارة	$-45\,^{\circ}C$ to $+125^{\circ}C$	$-55\,^{\circ}C$ to $+125^{\circ}C$	$-55\,^{\circ}C$ to $+155^{\circ}C$	$-55\,^{\circ}C$ to $+200^{\circ}C$	$-55\,^{\circ}C$ to $+200^{\circ}C$
الاستخدام	استخدامات عامة	دارات الاهتزاز والمضخمات منخفضة الضجيج	استخدامات عامة	مولدات الطاقة والأحمال	مولدات الطاقة والأحمال



الشكل 5−48: أشكال مختلفة للمقاومات.

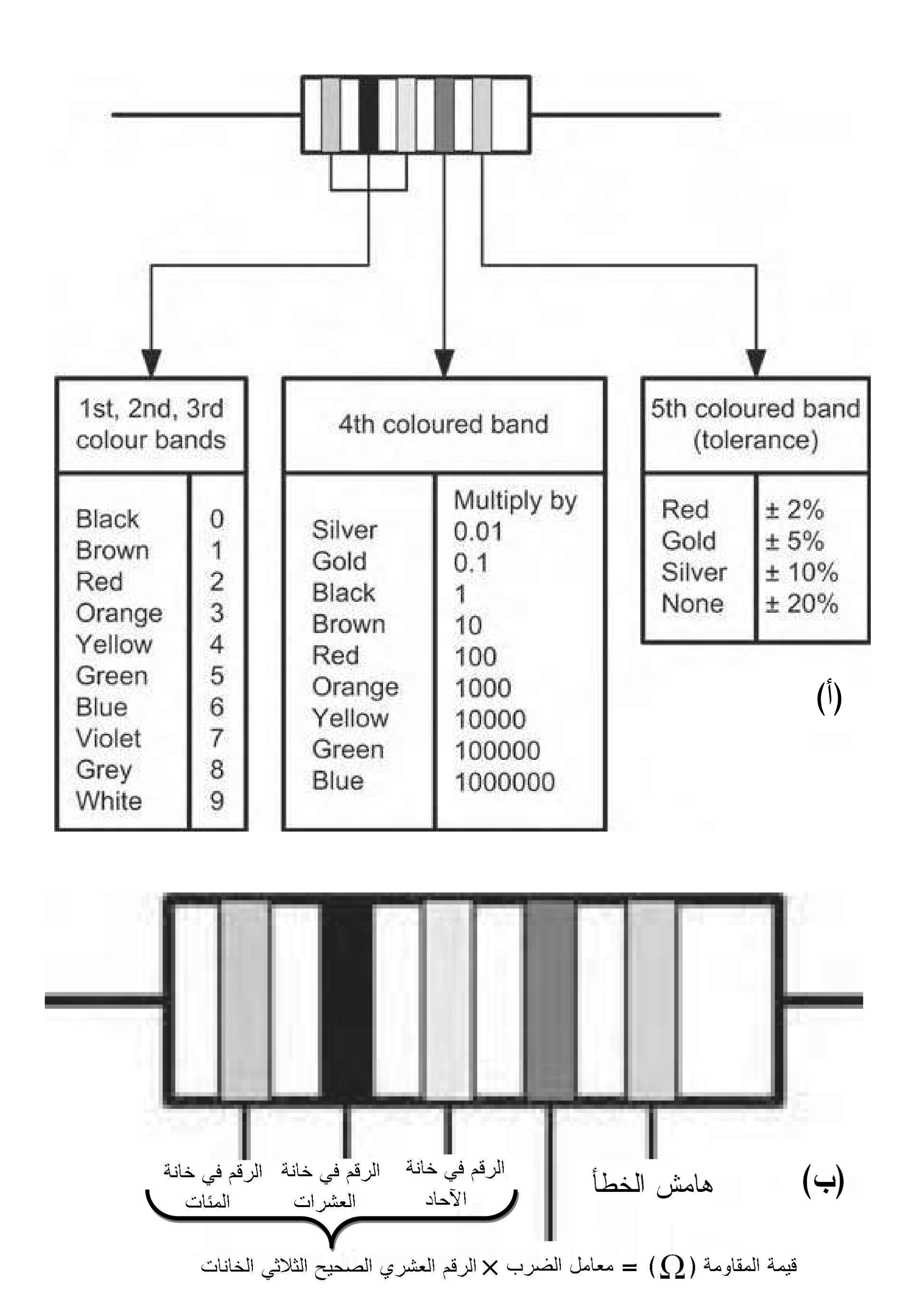
نقطة مفتاحية

عادةً، تتضمن مواصفات مقاومة ما قيمة المقاومة (معبراً عنها بالــ Ω, kΩ, MΩ) وقيمة الدقة أو هامش الخطأ عن القيمة المطبوعة على المقاومة (تمثل أكبر نسبة مئوية مسموح بها للانزياح عن القيمة المطبوعة)، وعلامة الاستطاعة (التي يجب أن تكون مساوية لـِ أو أكبر من أعلى قيمة للاستطاعة المبددة المتوقعة)، كما ويعتبر كلٌّ من معامل درجة الحرارة والاستقرار من العوامل المهمة في تطبيقات محددة.



الشكل 5-49: الترميز اللوني للمقاومات رباعية الألوان.

(أ) تحويل الألوان إلى أرقام. (ب) كيفية إيجاد قيمة المقاومة.



الشكل 5-50 الترميز اللوني للمقاومة خماسية الألوان

(أ) تحويل الألوان إلى أرقام. (ب) كيفية إيجاد قيمة المقاومة.

5-8-5 الترميز اللوني للمقاومات Resistor colour codes

يتم عادة ترميز المقاومات الكربونية و المصنوعة من أكسيد المعادن بواسطة رموز لونية تدل على قيمة المقاومة وهامش الخطأ، وتوجد طريقتان شائعتان لهذا الترميز: **الطريقة الأولى** تعتمد على أربع حزم (خطوط) ملونة ترسم على السطح الخارجي للمقاومة (انظر الشكل 5-49) أما **الثانية** فتعتمد خمس حزم ملونة (انظر الشكل 5-50).

مثال 5−32

احسب قيمة وهامش الخطأ لمقاومة لديها الخطوط الملونة التالية: بني، أسود، أحمر، ذهبي.

في المقاومة رباعية الألوان من الشكل 5−49، نجد:

الحل:

- الخط الملون الأول من اليسار بني = 1، وهذا يعني أن عشرات الرقم العشري الصحيح هي 1
- الخط الملون الثاني من اليسار أسود = 0، وهذا يعني أن آحاد الرقم العشري الصحيح هي 0. وعليه: الرقم العشري الصحيح هو 10
- الخط الملون الثالث من اليسار أحمر = 100 وعليه قيمة المقاومة

$$10 \times 100 = 1000\Omega = 1\ \text{k}\Omega$$

- الخط الملون الرابع من اليسار ذهبي = $\pm 5\%$ وعليه هامش الخطأ = $\pm 5\%$

وبالتالي، فإن قيمة المقاومة هي $1\ \text{k}\Omega$، أما هامش الخطأ فيساوي $\pm 5\%$.

مثال 5−33

احسب قيمة وهامش الخطأ لمقاومة لديها الخطوط الملونة التالية: أزرق، رمادي، برتقالي، فضي.

المقاومة رباعية الألوان من الشكل 5−49، نجد:

الحل:

- الخط الأول من اليسار أزرق = 6 (العشرات 6)
- الخط الثاني من اليسار رمادي = 8 (الآحاد 8). وعليه: الرقم الصحيح هو 68
- الخط الثالث من اليسار برتقالي = 1000 وعليه قيمة المقاومة:

$$68 \times 1000 = 68000\Omega = 68\ \text{k}\Omega$$

- الخط الرابع من اليسار فضي = $\pm 10\%$ وعليه هامش الخطأ = $\pm 10\%$

وبالتالي، فإن قيمة المقاومة هي $68\ \text{k}\Omega$، أما هامش الخطأ فيساوي $\pm 10\%$.

مثال 5−34

احسب قيمة وهامش الخطأ لمقاومة لديها الخطوط الملونة التالية: برتقالي، برتقالي، فضي، فضي.

المقاومة رباعية الألوان من الشكل 5−49 نجد:

الحل:

- الخط الأول من اليسار برتقالي = 3 (العشرات 3)
- الخط الثاني من اليسار برتقالي = 3 (الآحاد 3). وعليه: الرقم الصحيح هو 33
- الثالث من اليسار فضي = 0.01 وعليه قيمة المقاومة

$$33 \times 0.01 = 0.33\ \Omega$$

- الخط الرابع من اليسار فضي = ±10% وعليه هامش الخطأ = ±10%

وبالتالي، فإن قيمة المقاومة هي Ω 0.33، أما هامش الخطأ فيساوي ±10%.

5-8-6 ربط المقاومات على التسلسل وعلى التوازي

Series an parallel combination of resistors

للحصول عادة على قيمة مقاومة معينة، نقوم بترتيب المقاومات ذات القيم الثابتة على التسلسل أو التفرع (التوازي)، كما هو واضح في الشكلين (5-51) و(5-52)

(أ) مقاومتان مربوطتان على التسلسل

(ب) ثلاث مقاومات مربوطة على التسلسل

الشكل 5-51: ربط المقاومات على التسلسل.

قيمة المقاومة المكافئة للمقاومات المربوطة على التسلسل في كل دارة من الدارات المبينة في الشكل (5-51) تساوي مجموع القيم الفردية لهذه المقاومات.

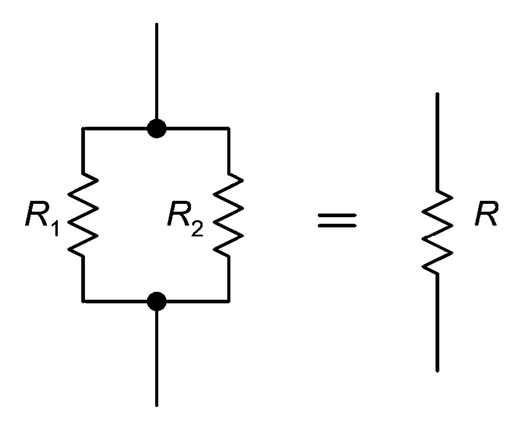
للشكل (5-51 أ) نكتب:

$$R = R_1 + R_2$$

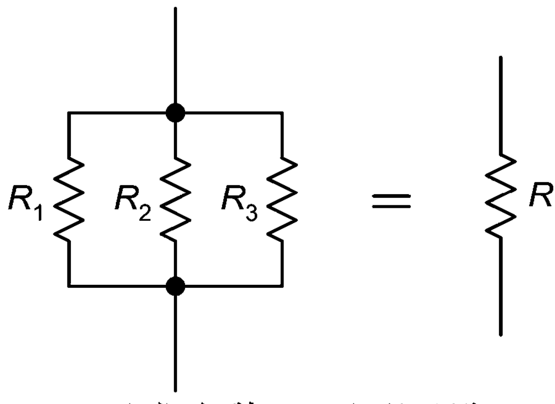
وللشكل (5-51 ب) نكتب:

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

نقطة مفتاحية
يمكن إيجاد قيمة المقاومة المكافئة لعدد من المقاومات الموصولة على التسلسل بجمع القيم الفردية لهذه المقاومات مع بعضها البعض.



(أ) مقاومتان مربوطتان على التوازي



(ب) ثلاث مقاومات مربوطة على التوازي

الشكل 5−52: ربط المقاومات على التوازي.

بالانتقال إلى ربط المقاومات على التوازي، والمبين في الشكل (5−52)، فإن مقلوب المقاومة المكافئة للمقاومات المربوطة على التوازي في كل دارة يساوي إلى مجموع مقلوبات القيم الفردية لهذه المقاومات.

للشكل (5–52 أ) نكتب:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

وللشكل (5–52 ب) نكتب:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

نقطة مفتاحية

مقلوب قيمة المقاومة المكافئة لعدد من المقاومات الموصولة على التوازي يساوي إلى مجموع مقلوبات القيم الفردية لهذه المقاومات.

يمكن أن نعيد كتابة علاقة المقاومة المكافئة بشكل أكثر ملاءمة (في حال ربط مقاومتين على التوازي) كما يلي:

$$R = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

نقطة مفتاحية

قيمة المقاومة المكافئة لمقاومتين موصولتين على التوازي يساوي إلى حاصل قسمة جداء قيمتي المقاومتين على مجموعهما (يمكن صياغتها بالشكل التالي: الجداء على المجموع).

مثال 5–35

احسب المقاومة المكافئة للمقاومات الثلاث، 22 أوم و47 أوم و33 أوم، المربوطة:

(أ) على التسلسل،

(ب) على التوازي.

الحل:

الربط التسلسلي:

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$
$$R = 22\Omega + 47\Omega + 33\Omega = 102\Omega$$

الربط التفرعي

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{22} + \frac{1}{47} + \frac{1}{33}$$
$$\frac{1}{R} = 0.045 + 0.021 + 0.03 = 0.096$$
$$R = 10.42\ \Omega$$

مثال 5−36

احسب المقاومة المكافئة للدارة المبينة في الشكل 5−53.

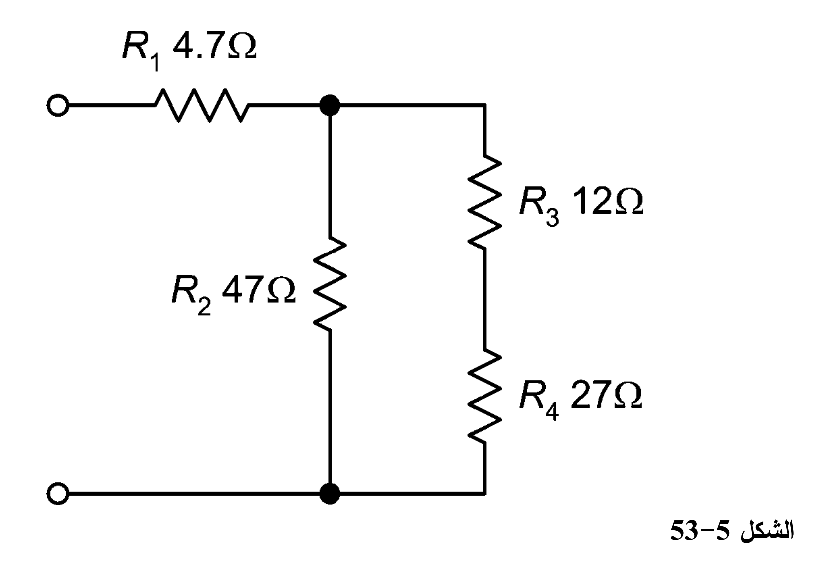
الحل:

يمكن تبسيط هذه الدارة تدريجياً، كما هو موضح في الشكل 5−54، وذلك عبر المراحل التالية:

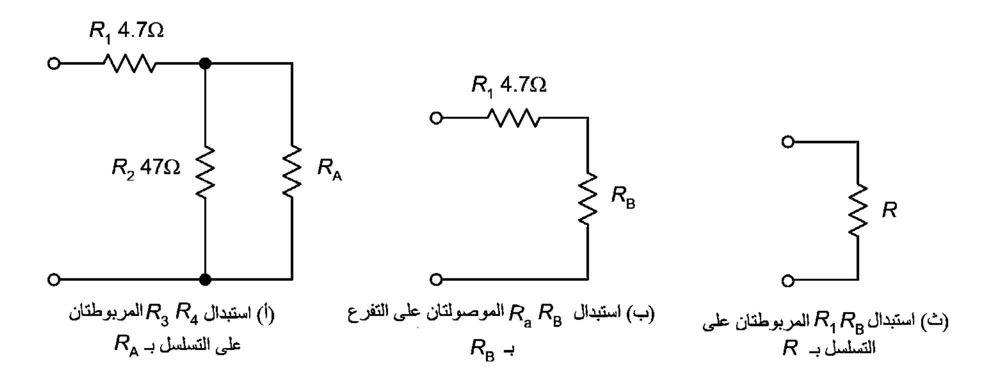
(أ) نستبدل المقاومتين R_3 و R_4 الموصولتين على التسلسل بمقاومة مكافئة (R_A) قيمتها $12 + 27 = 39\,\Omega$.

(ب) أصبح لدينا مقاومتان R_A و R_2 مربوطتان على التفرع، يمكن استبدالهما بمقاومة مكافئة (R_B) قيمتها: $\frac{39 \times 47}{39 + 47} = 21.3\ \Omega$

(ج) أصبح لدينا الآن R_B و R_1 موصولتان على التسلسل، ويمكن استبدالهما بمقاومة مكافئة R قيمتها: $21.3\Omega + 4.7\ \Omega = 26\ \Omega$.



الشكل 5−53

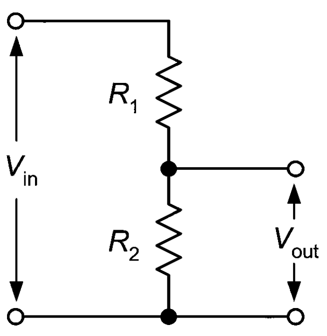


الشكل 5−54

5−8−7 مجزئ الجهد **Potential divider**

يبيّن الشكل 5−55 دارة مجزئ جهد. تعتبر هذه الدارة من الدارات شائعة الاستخدام عندما نريد تخفيض مستويات الجهد في دارة ما، حيث يعطى جهد خرج هذه الدارة بالعلاقة التالية:

$$V_{out} = V_{in} \times \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



الشكل 5−55: دارة مجزئ الجهد.

تجدر الإشارة هنا إلى أن جهد الخرج (V_{out}) سوف ينخفض عندما يستجر التيار من دارة المجزئ.

مثال 5−37

احسب جهد الخرج في الدارة المبينة في الشكل (5−56).

الحل:

يمكن استخدام علاقة جهد الخرج في مجزئ الجهد:

$$V_{out} = V_{in} \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

حيث: ، $R_1 = 40\Omega$ $R_2 =$ ، $V_{in} = 5V$ ، $10k\Omega$ ، وبالتعويض نجد:

$$V_{out} = V_{in} \times \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 5 \times \frac{10}{40 + 10}$$

$$= 5 \times \frac{1}{5} = 1 \text{ V}$$

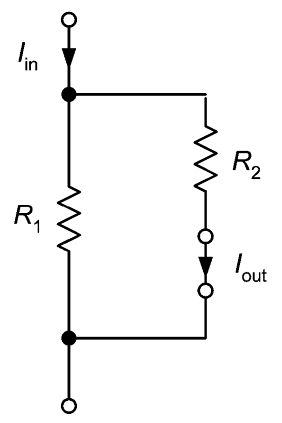
الشكل 5−56: دارة مجزئ الجهد.

5−8−8 مجزئ التيار Current divider

يبين الشكل (5−57) دارة مجزئ التيار. تستخدم هذه الدارة عندما نريد تخفيض التيار في أحد فروع الدارة إلى آخر، حيث يعطى خرج هذه الدارة بالعلاقة التالية:

$$I_{out} = I_{in} \times \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

تجدر الإشارة هنا إلى أن تيار الخرج (I_{out}) سوف ينخفض عندما تكون للحمل الموصول إلى أطراف الخرج مقاومة ملموسة.



الشكل 5−57: دارة مجزئ التيار.

مثال 5−38

مقياس ذو ملف متحرك يتطلب تياراً شدته 1mA كي يعطي انحرافاً على كامل المجال. فإذا كانت مقاومة الملف المتحرك 100Ω. احسب قيمة مقاومة الاعتيان "shunt" الواجب وصلها على التفرع إذا أردنا أن نستخدمه كمقياس ميلي أمبير ضمن مجال كامل يساوي 5mA.

الحل:

تبدو هذه المسألة معقدة للوهلة الأولى، لذلك من الأجدر النظر إلى الدارة المكافئة للمقياس والمبينة في الشكل (5−58) ومقارنتها بدارة مجزئ التيار في

الشكل (5−57). نجد من هذه المقارنة أنه يمكن تطبيق قانون مجزئ التيار بعد استبدال I_{out} بـِ I_m (تيار المقياس عند الانحراف الكامل) و R_2 بـِ R_m (مقاومة المقياس)، أما R_1 فهي مقاومة الاعتيان المطلوبة R_s

من العلاقة $$I_{out} = I_{in} \times \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$ يمكننا أن نكتب:

$$\mathrm{I_m} = I_{in} \times \frac{\mathrm{R_s}}{\mathrm{R_s} + \mathrm{R_m}}$$

حيث: $R_2 = 100\Omega$ $I_{in}= 5mA$، $I_m= 1mA$،

يمكن إعادة صياغة العلاقة السابقة، كما يلي:

$$\mathrm{I_m \times (R_s + R_m) = I_{in} \times R_S}$$

$$\mathrm{I_m R_s + I_m R_m = I_{in} \times R_S}$$

$$\mathrm{I_{in} \times R_S - I_m R_s = I_m R_m}$$

$$\mathrm{R_S (I_{in} - I_m) = I_m R_m}$$

$$\mathrm{R_S = \frac{I_m R_m}{I_{in} - I_m}}$$

$I_m = 1mA$, $I_{in} = 5mA$ و $R_m = 100\Omega$

$$\mathrm{R_S = \frac{1mA \times 100\Omega}{51mA - 1mA} = 25\Omega}$$

الشكل 5−58: دارة المتر.

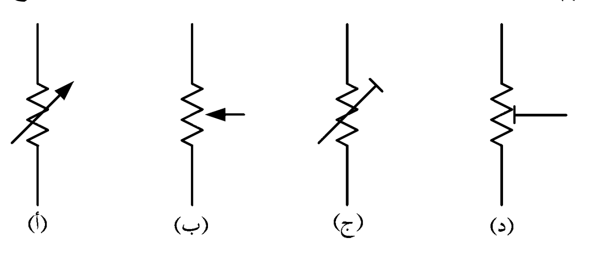
5−8−9 المقاومات المتغيرة Variable resistors

هناك شكلان رئيسيان للمقاومات المتغيرة المتوفرة: يستخدم الأول مسارات كربونية، أما النوع الآخر فيستخدم مقاومات سلكية ملفوفة. يتم الوصل الكهربائي مع عنصر المقاومة في كلا النوعين بواسطة ذراع منزلقة. تتضمن معظم

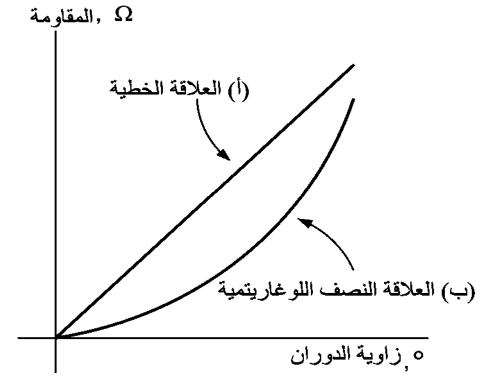
المقاومات المتغيرة ثلاث نهايات (عوضاً عن اثنتين في المقاومة العادية)، الأمر الذي يجعل من الأصح تسميتها مجزئات جهد (الشكل 5−59).

في مُجَزِّآت الجهد الكربوني المتوفرة تكون مسارات التغيّر إما خطية أو نصف لوغاريتمية (انظر الشكل 5−60) ويكون التصميم إما دواراً أو منزلقاً. كما يمكن أن تصادف مجموعات تحكم تكون فيها عدة مجزئات جهد موصولة مع بعضها البعض عبر ذراع تحكم وحدة.

تستخدم المقاومات القابلة للتعيير لإجراء التصحيحات الطارئة أو للمعايرة. عادةً، لا يمكن التعامل مع هذه المقاومات بدون فك الجهاز للوصول إلى الدارة، وذلك على عكس المقاومات المتغيرة الأخرى التي يمكن معايرتها من خارج الجهاز. يمكن مصادفة العديد من أنواع المقاومات القابلة للتعيير، التي تشمل المقاومة ذات الهيكل ذي المسار الكربوني (تستخدم في لوحات الدارات المطبوعة (PCB) ذات التوضع الأفقي والعمودي)، والمقاومة الكربونية المغلقة، بالإضافة إلى الأنواع متعددة اللفات.



الشكل 5−59: نماذج لمقاومات متغيرة : (أ) مقاومة متغيرة (rheostat). (ب) مجزئ جهد متغير. (ج) مقاومة تعيير. (د) مجزئ جهد للتعيير.



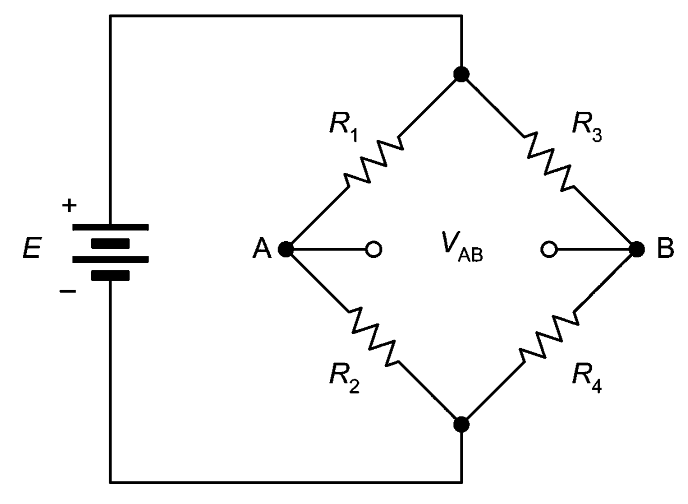
الشكل 5−60: العلاقة الخطية ونصف اللوغاريتمية: (أ) خطية. (ب) نصف لوغاريتمية.

5−8−10 جسر واطستون The Wheatstone bridge

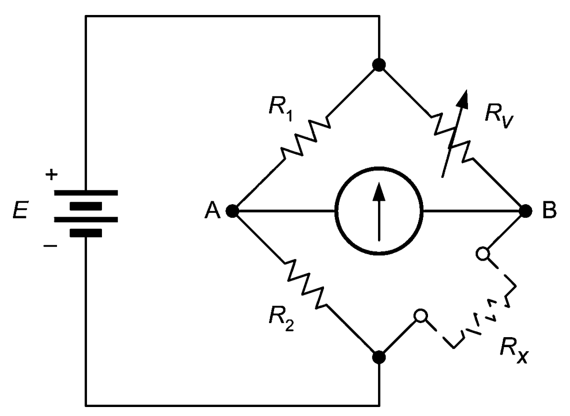
يشكل هذا الجسر القاعدة للعديد من الدارات خصوصاً تلك المستخدمة في أدوات وأجهزة القياس. يبين الشكل 5−61 الشكل الأُساسي لهذا الجسر. ينعدم فرق الكمون بين النقطتين A وB عندما يتساوى فرق الكمون بين النقطة A والوصلة المكونة من R_2 و R_4، مع فرق الكمون بين النقطة B والوصلة المكونة من R_2 وR_4. تشكل المقاومتان R_1 و R_2 في الواقع مجزئ جهد (راجع الفقرة 5−8−7) وكذلك الأمر بالنسبة إلى المقاومتين R_3 و R_4. يتوازن الجسر ($V_{AB} = 0$)، عندما تكون نسبة R_1 إلى R_2 مساوية لنسبة R_3 و R_4، أي:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

يبين الشكل (5−62) الجسر المستخدم لقياس قيمة مقاومة مجهولة. تشكل المقاومتان R_1 وR_2 ذراعي التناسب، في حين تُستبدل إحدى الأذرع الأخرى (المشغولة من قبل المقاومة R_3 كما في الشكل 5−62) بمقاومة متغيرة عيارية، وتشكل المقاومة المجهولة R_x الذراع الرابعة للجسر.



الشكل 5−61: الشكل الأساسي لجسر واطستون.



الشكل 5−62: النموذج العملي لجسر واطستون.

يتحقق التوازن في الجسر عندما:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_V}{R_X}$$

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} \times R_v$$

مثال 5−39

يبين الشكل 5−63 جسراً متوازناً. احسب قيمة المقاومة المجهولة في هذا الجسر.

الحل:

باستخدام معادلة التوازن في جسر واطستون، نجد:

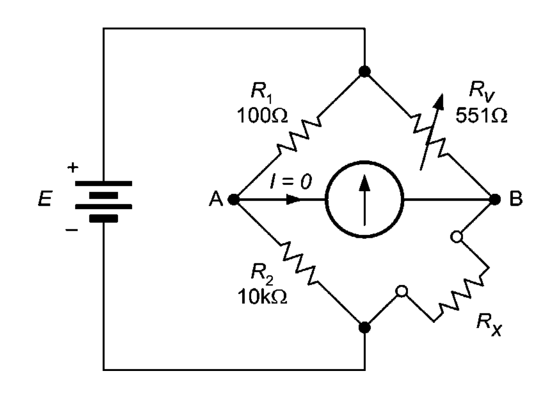
$$R_x = \frac{R_2}{R_1} \times R_v$$

حيث: $R_1 = 100\ \Omega$ و $R_2 = 10\ \text{k}\Omega = 10\ 000\ \Omega$ و $R_V = 551\ \Omega$.

بالتعويض، نجد:

$$R_X = \frac{10000}{100} \times 551$$

$$= 100 \times 551 = 55100 = 55.1\ \text{k}\Omega$$

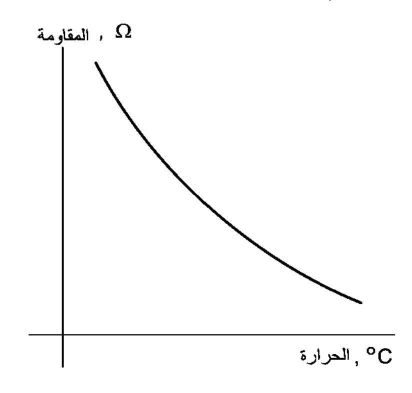


الشكل 5−63

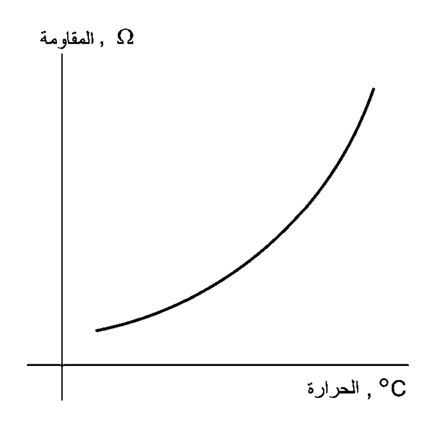
5−8−11 المقاومة الحرارية Thermistor

بشكل مغاير للمقاومات العادية، فإن قيم المقاومات الحرارية تتغير بشكل ملحوظ مع تغير درجة الحرارة. تستخدم مثل هذه المقاومات لذلك في تطبيقات تحسس درجات الحرارة أو تعويض تغيراتها. هناك نوعان رئيسيان لهذه المقاومات هما: NTC وPTC.

المقاومات من نوع NTC تتغير قيمتها من بضع مئات (أو آلاف) من الأوم عند درجة 25°C إلى بضع عشرات (أو مئات) من الأوم عند درجة حرارة 100°C (انظر الشكل 5−64). أما في النوع PTC فتبدي قيمة المقاومة نوعاً من الثبات (عند قيمة 100Ω) في ظل درجة حرارة بين 0°C و75°C، في حين أن قيمتها ترتفع بشكل مفاجئ إذا وصلت درجة الحرارة إلى القيمة الحرجة (عادة بين 80°C و 120°C) بحيث تتجاوز قيمته الــ 10 kΩ (الشكل 5−65).



الشكل 5−64



الشكل 5−65

تستخدم المقاومات الحرارية من النوع PTC في دارات الحماية من زيادة التيار. تبقى ظاهرة التسخين الذاتي الناتج من مرور التيار في هذه المقاومة مهملة، وبالتالي تبقى قيمة المقاومة ثابتة طالما بقيت شدة التيار المار في المقاومة أقل من قيمة تيار العتبة (طالما بقيت درجة حرارة المقاومة عند **25°C**). عند حدوث عطل وتجاوز قيمة التيار لتيار العتبة، تبدأ درجة حرارة المقاومة بالارتفاع ذاتياً، وترتفع قيمتها بشكل سريع مما يؤدي إلى انخفاض قيمة التيار إلى قيمة الراحة (تيار الفصل). هذا وتقدر قيمة تياري العتبة والراحة نموذجياً بــ 200mA و8mA على التتالي، وذلك في جهاز مقاومته 25Ω عند درجة **25°C**.

نقطة مفتاحية
تتوافر المقاومة الحرارية ضمن نوعين هما NTC و PTC. حيث ترتفع قيمة المقاومة في النمط PTC مع ازدياد درجة الحرارة في حين أنها تنخفض في النمط NTC.

اختبر فهمك 5−8

1− احسب قيمة مقاومة مصنوعة من سلك ملفوف من النحاس المحمّى طوله 2m ومساحة مقطعه العرضي $0.5mm^2$.

2− حزمة من المقاومات طبع عليها "$560\ \Omega \pm 10\%$"، حدّد المجال الذي تقع ضمنه قيمة مقاومة مأخوذة من هذه الحزمة.

3- حدد قيمة مقاومة ذات أربع خطوط لونية هي: بني، أخضر، أحمر، وذهبي.

4- احسب المقاومة المكافئة لثلاث مقاومات قيمها: 10 أوم و15 أوم و22 أوم عند ربطها: (أ) على التسلسل، (ب) على التوازي.

5- استخدم قانونَي أوم وكيرشوف للتأكد من أن القيمة المكافئة R لثلاث مقاومات R_1 و R_2 و R_3 موصولة على التفرع تعطى بالعلاقة التالية: $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}$.

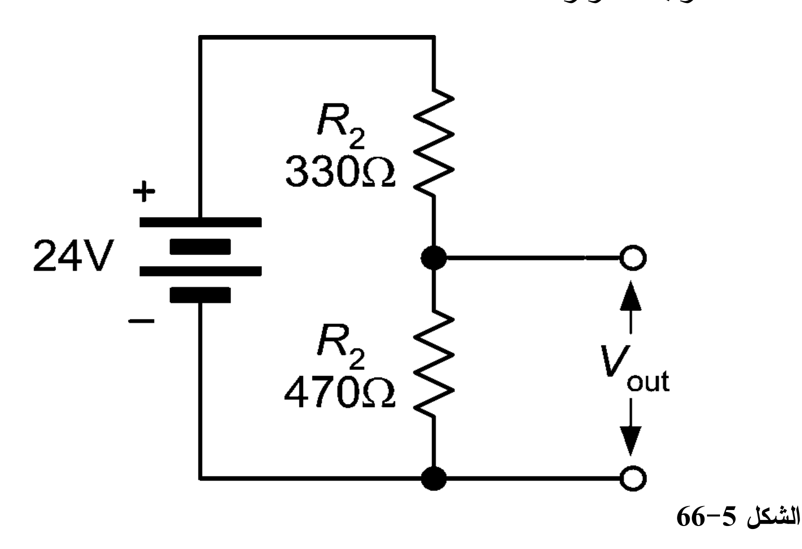
6- أوجد قيمة جهد الخرج للدارة المبينة في الشكل (5-66).

7- احسب قيمة شدة التيار المجهول في الدارة (5-67).

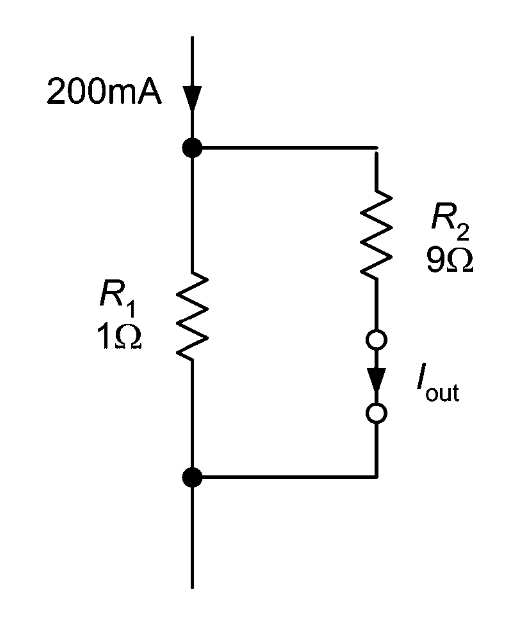
8- في الشكل (5-68)، عندما لا يمر أي تيار بين النقطتين X و Y يقال إنه في ________ ________ ________ محقق.

9- حدد قيمة المقاومة R في الشكل (5-68).

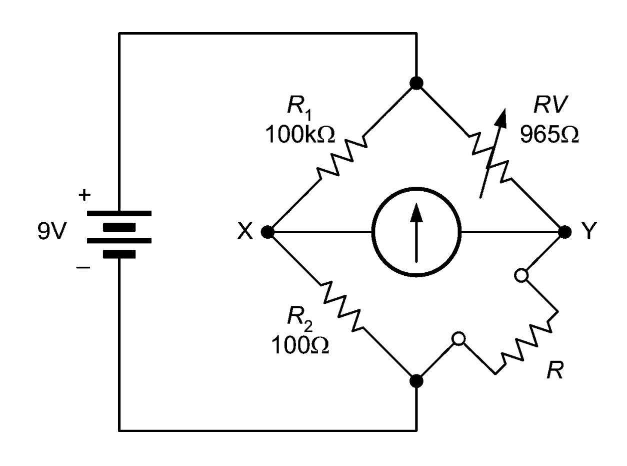
10-في المقاومة الحرارية من النمط PTC ______________ مع ارتفاع درجة الحرارة.



الشكل 5-66



الشكل 5−67



الشكل 5−68

5−9 الاستطاعة (القدرة) Power

منهج الدراسة Syllabus

نستعرض في هذا البحث مفهوم الاستطاعة، العمل والطاقة (الطاقة الكامنة والحركية)، تبديد الاستطاعة عبر المقاومة، معادلة الاستطاعة، الحسابات المتعلقة بكل من الاستطاعة والعمل والطاقة.

مفاتيح مستوى المعرفة **Knowledge level key**

B_2	B_1	A
2	2	–

سبق وذكرنا الاستطاعة والطاقة والعلاقة بينهما بشكل مختصر في الفقرة 5-4 . وسنقدم في هذا البحث نظرة أعمق إلى هذه المواضيع الهامة، وكذلك سنستنتج بعض المعادلات التي تسمح لنا بحساب الاستطاعة المنتشرة في دارة، بالإضافة إلى الطاقة المقدمة لها.

5–9–1 الاستطاعة، الشغل، والطاقة Power, work, energy

يمكن القول من خلال المعلومات التي حصلنا عليها من دراسة الفيزياء إن الطاقة تتواجد بأشكال مختلفة، نذكر منها الطاقات الحركية والكامنة والحرارية والضوئية وهلم جرا... . ترتبط الطاقة الحركية بحركة الأجسام، في حين تعبّر الطاقة الكامنة عن الطاقة التي يمتلكها الجسم في وضعية ومكان معينين. من جهة أخرى، يمكن تعريف الطاقة "على أنها القدرة على القيام بعمل"، في حين يمكن تعريف الاستطاعة على أنها "معدل إنجاز عمل ما".

تقدم المدخرات أو المولدات في الدارات الكهربائية الطاقة، ومن ثم يمكن أن يتم تخزينها في عناصر أخرى من الدارة مثل المكثفات والملفات التحريضية. يمكن للطاقة الكهربائية أن تتحول بواسطة بعض العناصر المكونة للدارة الكهربائية إلى أشكال أخرى متنوعة، فالمقاومات مثلاً تحولها إلى طاقة حرارية، في حين تقوم مكبرات الصوت بتوليد الطاقة الصوتية، وتقوم الديودات الضوئية بتوليد الضوء.

إن وحدة الطاقة هي الجول (J). والاستطاعة هي معدل الاستفادة من الطاقة، فتقاس بالواط (W). تنتج استطاعة مقدارها 1 واط من طاقة مستخدمة بمعدل 1J/s. وعليه:

$$P = \frac{E}{t}$$

حيث P هي الاستطاعة ووحدتها (W)، E هي الطاقة ووحدتها (J)، و t هي الزمن ووحدتها (s).

يمكن الحصول على قيمة الطاقة E بإعادة ترتيب العلاقة السابقة، كما يلي:

$$E = P \times t$$

تعطى استطاعة دارة كهربائية يطبق عليها كمون مقداره V ويمر فيها تيار شدته I بالعلاقة التالية:

$$P = I \times V$$

الشكل 5-69: العلاقة بين P وI، وV.

حيث P هي الاستطاعة ووحدتها (W)، I هي شدة التيار ووحدتها (A)، و V هي لجهد ووحدتها (V).

ويمكن إعادة ترتيب هذه العلاقة لتأخذ الأشكال التالية:

$$V = \frac{P}{I} \quad و \quad I = \frac{P}{V} \quad و \quad P = I \times V$$

ويمكن للمثلث المبين في الشكل (5-69) أن يساعدك على تذكر هذه العلاقات الهامة. من المهم الإشارة إلى أنه نادراً ما نحتاج، عند إجراء حسابات الاستطاعة والجهد والتيار في الدارات العملية، للعمل بدقة أفضل من $\pm 1\%$ لأن هامش الخطأ للعناصر الكهربائية هو بالتأكيد أكبر من الهامش المذكور.

نقطة مفتاحية

الاستطاعة هي معدل تغير الطاقة خلال الزمن، وتنتج استطاعة مقدارها 1W من تغير الطاقة بمعدل قدره 1J/s.

5-9-2 تبديد الاستطاعة عن طريق المقاومة الكهربائية

Dissipation of power by a resistor

عندما ترتفع درجة حرارة المقاومة فإنها تقوم بتبديد الاستطاعة. في الواقع، تعتبر المقاومة جهازاً يقوم بتحويل الطاقة الكهربائية إلى طاقة حرارية، وتعتمد كمية الطاقة الحرارية المتبددة في مقاومة ما على شدة التيار المار في هذه المقاومة، بحيث إنه كلما ازدادت شدة التيار المار في المقاومة ازدادت كمية الطاقة الحرارية المبددة، ازدادت بالتالي كمية الطاقة الكهربائية المتحولة إلى حرارة.

تجدر الإشارة هنا إلى أن العلاقة بين شدة التيار والطاقة الحرارية المنتشرة هي علاقة لا خطية، وهي في الحقيقة علاقة من الدرجة الثانية، أو بعبارة أخرى تتناسب الاستطاعة الحرارية المتبددة في مقاومة طرداً مع مربع شدة التيار. يكفي لإثبات ذلك أن نستبدل قيمة الجهد في علاقة الاستطاعة بقانون أوم الذي صادفناه في الجزء 5-7.

نقطة مفتاحية

عندما تسخُن المقاومة فإنها تقوم بتبديد الاستطاعة وبتحويل الطاقة الكهربائية إلى طاقة حرارية. تتناسب الاستطاعة الحرارية التي تبددها المقاومة طرداً مع مربع شدة التيار المار في هذه المقاومة.

5-9-3 صيغ الاستطاعة **Power formulae**

بتعويض قيمة الجهد في علاقة الاستطاعة $P = I \times V$ من قانون أوم $V = I \times R$، يمكن تطوير صيغة الاستطاعة لتصبح على الشكل التالي:

$$P = I \times (I \times R) = I^2 \times R$$

كما يمكن أن نكتبها بتعويض قيمة التيار بدلالة الجهد والمقاومة، كما يلي:

$$P = \left(\frac{V}{R}\right) \times V = \frac{V^2}{R}$$

مثال 5−40

احسب الاستطاعة التي تقدمها مدخرة 3 V تولّد تياراً شدته 1.5 A.

الحل:

يجب أن نستخدم هنا العلاقة $P = I^2 \times R$ حيث I=1.5A ، V=3V

$$P = I \times V = 1.5\,\text{A} \times 3\text{V} = 4.5\,\text{W}$$

أي إن المدخرة تزود استطاعة مقدارها 4.5W.

مثال 5−41

احسب الاستطاعة المستهلكة في مقاومة قيمتها 100Ω يطبق بين طرفيها جهد مقداره 4V.

الحل:

يجب أن نستخدم هنا العلاقة $P = \frac{V^2}{R}$ حيث $V = 4\text{V}$، $R = 100\Omega$

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(4V \times 4V)}{100\Omega} = \frac{16}{100} = 0.16\,\text{W}$$

أي إن الاستطاعة المبددة تساوي 0.16 W (160mW).

مثال 5−42

يمر في مقاومة مقدارها 1kΩ تيار شدته 200 mA. احسب قيمة الاستطاعة المبددة في المقاومة، والطاقة المستهلكة إذا مر التيار لمدة 10 دقائق.

الحل:

يجب أن نستخدم هنا العلاقة $P = I^2 \times R$ حيث I=200mA ، R= 1000Ω

$$P = I^2 \times R = (0.2\ A \times 0.2\ A) \times 1000\ \Omega$$
$$= 0.04 \times 1000 = 40\ W$$

أي إن الطاقة المبددة تساوي 40W.

أما بالنسبة إلى الطاقة المصروفة فنستخدم العلاقة $E = P \times t$ ، حيث P= 40W، t= 10min

$$E = P \times t = 40\ W \times (10 \times 60)\ s$$
$$= 24000\ J = 24\ kJ$$

اختبر فهمك 5–9

1- تعرف الاستطاعة بأنها ________ الذي ينجز عنده ____________________.

2- تنتج استطاعة قدرها 1W من __________ تستخدم بمعدل 1 ________ في ________ .

3- عدِّد ثلاثة أشكال مختلفة للطاقة المتولدة من العناصر الكهربائية (الإلكترونية)، مع ذكر اسم العنصر الذي يقوم بعملية التحويل.

4- ما هي الاستطاعة التي تبددها مقاومة خلال زمن مقداره 3s إذا كانت كمية الطاقة المتحولة إلى حرارة تساوي 15J.

5- يستهلك حمل استطاعة مقدارها 50W، احسب مقدار الطاقة المقدمة لهذا الحمل خلال 1s.

6- يستجر حمل تيار كهربائي شدته 27A من مدخرة جهدها 24V. احسب مقدار الطاقة المقدمة لهذا الحمل خلال 10min.

7- ما هي قيمة الاستطاعة المقدمة إلى مقاومة 3.5Ω عند وصلها إلى منبع جهده 25V.

8- احسب شدة التيار العظمى المسموح بمرورها عبر مقاومة، أُعْطِيَ حدُّ استطاعتها على الشكل "11Ω، 2W".

9- يراد اختبار منبع تيار مستمر جهده 28V واستطاعته الاسمية 250W. احسب قيمة الحمل الأومي الواجب وصله بين طرفي المنبع، وما هي شدة التيار المار في هذا الحمل؟

10- مقاومة 10Ω يمر فيها تيار شدته 2.5A، احسب قيمة الاستطاعة المبددة عبر هذه المقاومة، والطاقة المستهلكة إذا استمر مرور التيار لفترة 20min.

10-5 السعة والمكثفات السعوية (المتسعات)

Capacitance and capacitors

منهج الدراسة — Syllabus

يستعرض هذا الفصل عمل ووظيفة المكثف السعوي المتسعة، والعوامل المؤثرة في سعة المكثف، التي تشمل مساحة المسريين والمسافة بينهما، بالإضافة إلى ثابت العازلية وعدد المساري والمادة العازلة بينها. كما يتضمن هذا الفصل مفهومَ جهدِ العمل، وحدِّ الجهد، بالإضافة إلى التعرف على أنواع المكثفات السعوية وبنيتها ووظيفتها، الترميز اللوني للمكثفات وحساب المكثف المكافئ لمجموعة مكثفات مربوطة على التسلسل، وكذلك على التوازي، الشحن والتفريغ "الأُسّي" للمكثف والثابت الزمني، وأخيراً اختبار المكثفات السعوية.

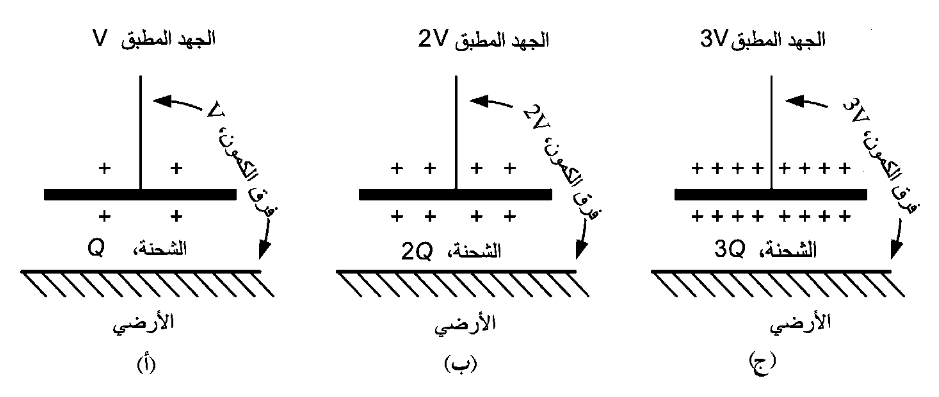
مفاتيح مستوى المعرفة — Knowledge level Key

A	B_1	B_2
–	2	2

5-10-1 عمل ووظيفة المكثف السعوي

Operation and function of capacitor

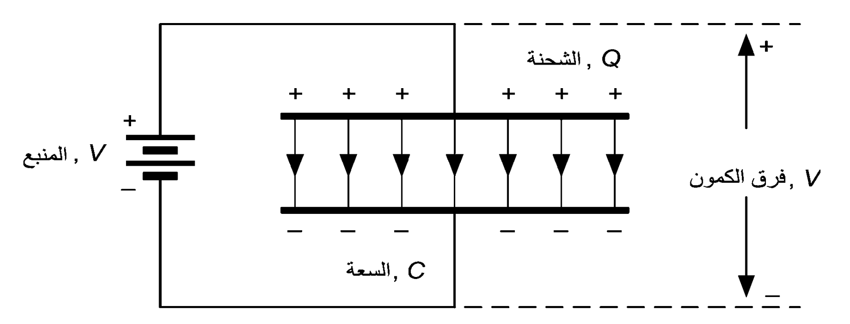
تعرف سعة المكثف بأنها قدرة المكثف على تخزين الشحنة الكهربائية عند تطبيق فرق كمون كهربائي بين طرفيه، وبالتالي كلما ازدادت سعة المكثف ازدادت كمية الشحنات المخزنة عند جهد ثابت. لنأخذ الشكل (5-70)، حيث نلاحظ وجود ثلاثة نواقل معدنية ذات أبعاد متشابهة من حيث الحجم والمساحة وموضوعة بشكلٍ موازٍ لسطح ناقل مستوي ذي فرق كمون صفري (الأرض مثلاً).



الشكل 5-70: العلاقة بين الشحنة Q والجهد V، لناقل معلّق فوق الأرض.

في الشكل (5-70 أ) يولّد فرق الكمون V المطبق بين الناقل والأرض شحنة كهربائية Q. إذا ازداد الجهد ليصبح 2V كما في الشكل (5-70 ب) تزداد الشحنة المتولدة لتصبح 2Q، وتزداد إلى 3Q إذا أصبح الجهد 3V كما في الشكل (5-70 ج). نستنتج مما سبق وجود علاقة تناسب طردي بين قيمة الشحنة Q المتولدة وقيمة الجهد V.

يمكن تغيير شكل المكثف عملياً بحيث تزداد مساحة سطح الناقل التي تتوزع عليها الشحنات، مما يمكّن من توليد كمية كبيرة نسبياً من الشحنات مقابل جهد بسيط مطبق عليها. يستخدم هذا العنصر لتخزين الشحنات، ويطلق عليه اسم المكثف السعوي (انظر الشكل 5-71).



الشكل 5−71: مكثف سعوي مستوي بسيط (مكون من صفيحتين معدنيتين متوازيتين يفصل بينهما عازل).

بتمثيل العلاقة بين شحنة مكثف Q و جهده V بيانياً نحصل على خط مستقيم (الأمر الذي سبقت الإشارة إليه عند حديثنا عن الشكل (5−70)، يشير ميل هذا المستقيم إلى سعة المكثف C.

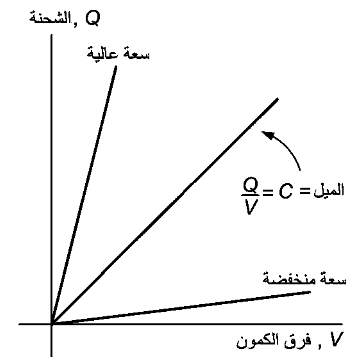
من الشكل (5−72) نستنتج:

$$\text{السعة} = \frac{\text{الشحنة المتولدة على سطح لبوسي المكثف}}{\text{فرق الكمون بين لبوسي المكثف}}$$

أي:

$$C = \frac{Q}{V}$$

حيث تقاس الشحنة Q بالوحدة كولون (C)، والجهد بالفولت (V)، أما السعة فتقاس بالوحدة فاراد (F). والفاراد هو سعة مكثف إذا طبق عليه جهد قيمته 1V يُشحن بشحنة مقدارها كولون واحد (1 C).



الشكل 5−72: العلاقة بين الشحنة Q والجهد V عند قيم سعات مختلفة.

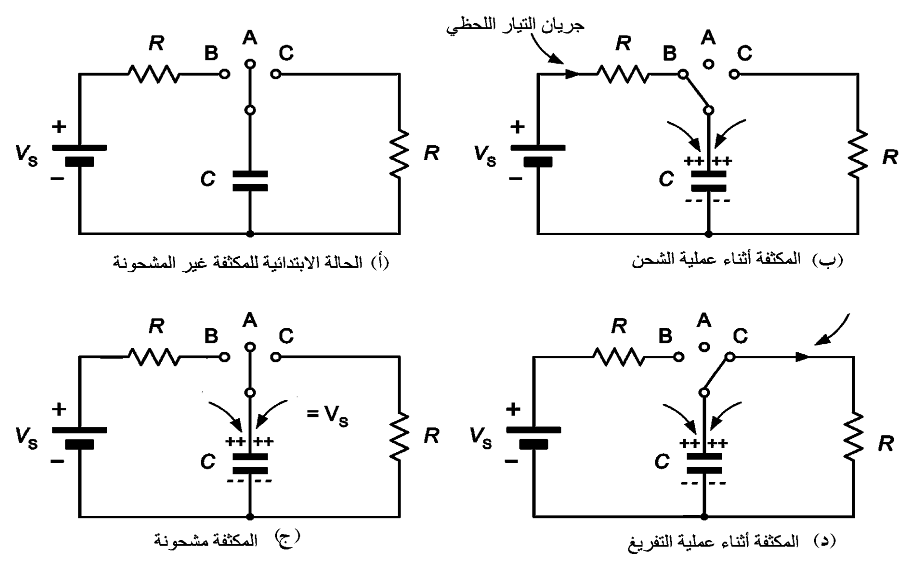
تجدر الإشارة إلى أن الفاراد هو وحدة قياس كبيرة نسبياً، لذلك تستخدم في الحياة العملية أجزاء هذه الوحدة مثل المايكرو فاراد (μF)، والنانوفاراد (nF)، والبيكو فاراد (pF)، حيث:

$$1\ \text{F} = 10^{6}\ \mu\text{F} = 10^{9}\ \text{nF} = 10^{12}\ \text{pF}$$

على سبيل المثال: إذا لزم تطبيق فرق كمون مقداره 200V لتوليد شحنة مقدارها $400\ \mu C$، تكون سعة المكثف عندها مساوية لـــ:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{400 \times 10^{-6}\ C}{200\ \text{V}} = 2 \times 10^{-6}\ \text{F} = 2\ \mu\text{F}$$

قلنا إن المكثفات تستخدم لتخزين الطاقة فهي في الواقع خزان للشحنات. تستخدم المكثفات السعوية عملياً للتخزين أو التنعيم ضمن وحدات التغذية، وفي ربط الإشارات المتناوبة بين المراحل المختلفة لدارات التضخيم، وفي عزل خطوط المولد عن طريق تسريب الإشارات المتناوبة والضجيج إلى التأريض. سيتم لاحقاً في الفصل السادس شرح هذه التطبيقات بإسهاب، حيث سنكتفي هنا في التركيز على شرح عمل المكثف السعوي، وكيفية قيامه بهذا العمل.



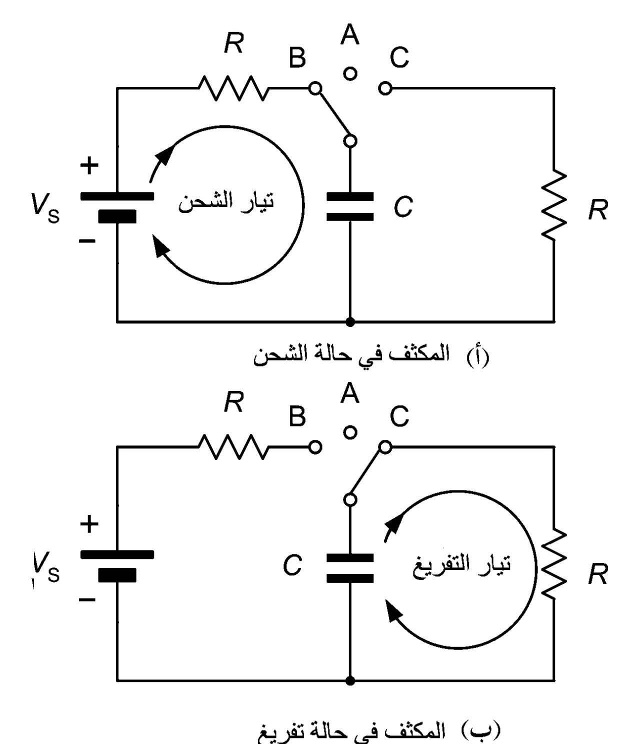
الشكل 5−73: شحن وتفرغ المكثف.

يبين الشكل (5–73) دارة بسيطة لشحن وتفريغ المكثف. يظهر في (الشكل 5–73 أ) مكثف غير مشحون حيث يكون القاطع مفتوحاً (عند الوضعية A) ولا تظهر أية شحنة على صفيحتيه، وبالتالي لا يتولد في الحيز الفاصل بين الصفيحتين أي حقل كهربائي ولا تُخزّن أية شحنة كهربائية. حالما يتم إغلاق القاطع إلى الوضعية B (الشكل 5–73 ب) تنجذب الإلكترونات من الصفيحة الموجبة نحو القطب الموجب للمدخرة، وفي نفس الوقت ينتقل نفس العدد من الإلكترونات من القطب السالب للمدخرة نحو الصفيحة السالبة، وتظهر هذه الحركة المفاجئة للإلكترونات على شكل تدفق لحظي للتيار (الجهة الاصطلاحية لحركة التيار من القطب الموجب إلى القطب السالب للمكثف). تستمر هذه الحركة للإلكترونات إلى أن تصل قيمة القوة المحركة الكهربائية بين الصفيحتين مساوية لجهد المدخرة. نقول عندها إن المكثف قد شحن وتولد لدينا حقل كهربائي في المنطقة العازلة بين صفيحتيه.

إذا قمنا لاحقاً بتحريك القاطع إلى الوضعية A (الشكل 5–73 ج) تنشأ لدينا حالة نقص في الإلكترونات على الصفيحة الموجبة، بينما يكون لدينا فائض من الإلكترونات على الصفيحة السالبة، وبما أنه لا يمكن للتيار أن يمر بين الصفيحتين فإن المكثف يبقى في حالة شحن، وتبقى قيمة فرق الكمون بين صفيحتيه ثابتة. لنفترض الآن أننا غيرنا وضعية القاطع نحو C (الشكل (5–73 د))، ستنتقل الإلكترونات الزائدة عندها من الصفيحة السالبة عبر المقاومة باتجاه الصفيحة الموجبة ويستمر هذا الانتقال حتى الوصول إلى حالة التوازن (حيث لا وجود للشحنات الزائدة على أي من الصفيحتين). نقول في هذه الحالة إن المكثف في حالة تفريغ ويتلاشى الحقل الكهربائي بين الصفيحتين بسرعة. تخلق الحركة المفاجئة للإلكترونات أثناء تفريغ المكثف تدفقاً لحظياً للتيار الكهربائي (يمر التيار من الطرف الموجب للمكثف إلى المقاومة).

يظهر الشكلان (5–74 أ) و(5–74 ب) جهة مرور التيار في الدارة المبينة في الشكل (5–73) خلال عمليتي الشحن (الوضعية B) والتفريغ (الوضعية C)

على التوالي. تجدر الإشارة هنا إلى أن التيار يمر بشكل لحظي في كلتا الدارتين، على الرغم من أن الدارة قد تبدو مفتوحة نتيجة وجود فجوة بين صفيحتي المكثف.



الشكل 5–74: اتجاه مرور التيار أثناء الشحن والتفريغ.

5–10–2 السعة والشحنة والجهد

Capacitance, charge and voltage

وجدنا في الفقرة السابقة أن الشحنة الكهربائية (كمية الكهرباء) المخزنة في الحقل الكهربائي المتولد بين صفيحتي مكثف تتناسب طرداً مع فرق الكمون بين الصفيحتين ومع سعة المكثف. يمكن إعادة كتابة العلاقة:

$$C = \frac{Q}{V}$$

بحيث تصبح: $V = \frac{Q}{C}$ و $Q = C \times V$

حيث تقاس الشحنة Q بالوحدة كولون (C)، والجهد بالفولت (V)، أما السعة C فتقاس بالفاراد (F).

مثال 5−43

ما هي الشحنة المخزنة في مكثف سعته $10\,\mu\text{F}$ إذا كان فرق الكمون المطبق عليه مساوياً 250V.

الحل:

تعطى الشحنة المخزنة بالعلاقة التالية:

$$Q = C \times V = 10 \times 10^{-6} \times 250$$
$$= 2500 \times 10^{-6}$$
$$= 2.5 \times 10^{-3}\ \text{C} = 2.5\ \text{mC}$$

مثال 5−44

حدد قيمة فرق الكمون الذي يظهر بين صفيحتي مكثف سعته $11\,\mu\text{F}$ إذا كانت مقدار الشحنة المخزنة فيه 220 nF.

الحل:

لحساب فرق الكمون نكتب:

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{11 \times 10^{-6}\ \text{C}}{220 \times 10^{-9}\ \text{F}} = 50\ \text{V}$$

5−10−3 تخزين الطاقة Energy storage

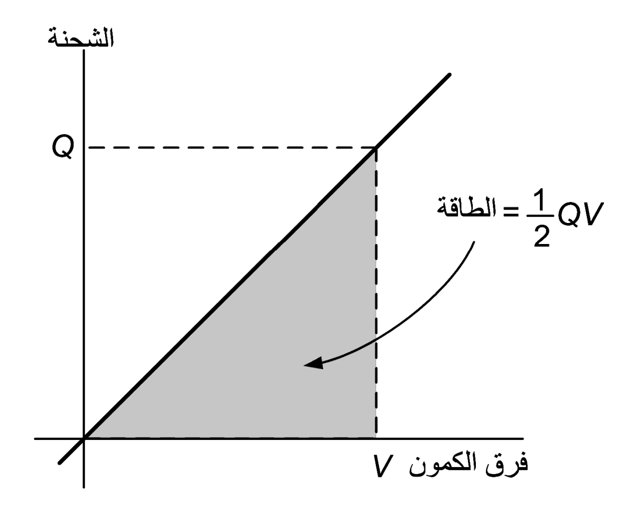
يعبر الشكل (5−72) عن العلاقة الخطية بين Q وV، وتعطي المساحة تحت هذا الخط الطاقةَ المخزنة في المكثف. المساحة المظللة في الشكل 5−75 هي $\frac{1}{2}QV$، أي إن الطاقة المختزنة W تساوي إلى $W = \frac{1}{2}QV$

وحيث إن Q=CV، بالتعويض نجد:

$$W=\frac{1}{2}(CV)V=\frac{1}{2}CV^2$$

حيث تشير W إلى الطاقة (J)، و C إلى سعة المكثف (F)، و V إلى الجهد (V).

تشير العلاقة السابقة إلى أن الطاقة المختزنة في مكثف سعوي تتناسب طرداً مع حاصل ضرب سعة هذا المكثف بمربع الجهد المطبق بين صفيحتيه.



الشكل 5−75: الطاقة المخزنة في مكثف سعوي.

مثال 5−45

احسب الطاقة المخزنة في مكثف سعته 100μF، ويشحن من منبع 20V.

الحل:

تعطى قيمة الطاقة المخزنة في مكثف بالعلاقة التالية:

$$W=\frac{1}{2}(CV\times V)=\frac{1}{2}\times 100\times 10^{-6}\times (20)^2$$

$$=50\times 400\times 10^{-6}=20\ 000\times 10^{-6}$$

$$=2\times 10^{-2}\ \text{J}$$

مثال 5−46

مكثف سعته 47µF، يراد له أن يخزن طاقة مقدارها 40J. احسب قيمة الجهد الواجب تطبيقه بين طرفيه.

الحل:

لإيجاد قيمة الجهد يحب أن نعيد ترتيب علاقة الطاقة بحيث تعطي قيمة V على الشكل التالي:

$$V=\sqrt{\frac{2E}{C}}=\sqrt{\frac{2\times 40}{47\times 10^{-6}}}=\sqrt{\frac{80}{47}\times 10^{6}}$$
$$=\sqrt{1.702\times 10^{6}}=1.3\times 10^{3}\ \mathrm{V}=1.3\ \mathrm{kV}$$

5−10−4 العوامل المؤثرة في سعة مكثف

Factors affecting capacitance

تعتمد قيمة سعة مكثف على مجموعة من العوامل المتمثلة في الأبعاد الفيزيائية لهذا المكثف (أي مساحة سطح الصفائح المكونة له والمسافة الفاصلة بينها)، ونوع المادة العازلة التي تفصل بين الصفائح.

تعطى سعة مكثف تقليدي مكون من صفيحتين متوازيتين مستويتين كما يلي:

$$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r A}{d}$$

حيث تمثل C سعة المكثف (F)، ε_0 ثابت عازلية الخلاء، ε_r ثابت العازلية النسبي للمادة العازلة المستخدمة بين الصفائح، A مساحة سطح الصفيحة الوحدة (m^2)، أما d فهي المسافة الفاصلة بين الصفائح (m). أما قيمة عازلية الخلاء فتساوي $\varepsilon_0=8.854\times 10^{-12}$ F/m.

ونورد في الجدول التالي بعض المواد العازلة المستخدمة في المكثفات وقيم ثوابت العازلية النسبية لكل منها:

المادة العازلة	العازلية النسبية (الفضاء الحر=1)
الخلاء	1
الهواء	1.0006 (أي 1)
البولي إيثلين	2.2
الورق	2−2.5
الإيبوكسي الراتنجي	4
الميكا	3−7
الزجاج	5−10
البورسلان	6−7
أكسيد الالمنيوم	7
مواد سيراميكية	15−500

مثال 5−47

احسب سعة مكثف مستوي مكون من صفيحتين متوازيتين، مساحة سطح كل منهما $0.2\ m^2$ تفصل بينهما فجوة هوائية 1mm.

الحل:

يجب أن نستخدم القانون التالي لحل هذه المسألة:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d}$$

حيث $A=0.2m^2$، و $d=1x10^{-3}m$، و $\varepsilon_r = 1$، و $\varepsilon_0 = 8.854\times10^{-12}\,F/m$

بالتعويض نجد:

$$C = \frac{8.854\times10^{-12}\times1\times0.2}{1\times10^{-3}}$$

$$= \frac{1.7708\times10^{-12}}{1\times10^{-3}}$$

$$= 1.7708\times10^{-9}\ \ F$$

$$= 1.7708\ \ nF$$

مثال 5−48

نحتاج إلى مكثف سعته 1 nF. فإذا كانت سماكة الطبقة العازلة 0.5mm و عازليتها النسبية 5.4، احسب مساحة سطح الصفيحة الواجب استخدامه.

الحل:

نعيد ترتيب العلاقة $C=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_r A}{d}$ على الشكل التالي ونعوض:

$$A=\frac{Cd}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=\frac{1\times10^{-9}\times0.5\times10^{-3}}{8.854\times10^{-12}\times5.4}$$

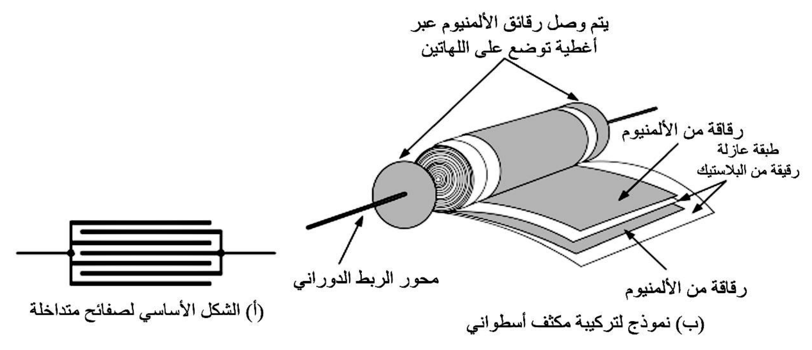
$$=\frac{0.5\times10^{-12}}{47.811\times10^{-12}}=0.0105\ \mathrm{m}^2$$

أي إن المساحة المطلوبة هي: A=0.0105m^2 =105cm^2.

يمكن زيادة سعة المكثف عن طريق استخدام صفائح متعددة ترتب بشكلٍ متوازٍ فوق بعضها البعض (انظر الشكل (5−76)). تعطى سعة المكثف في هذه الحالة بالعلاقة التالية:

$$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r(n-1)A}{d}$$

حيث C سعة المكثف (F)، ε_0 العازلية الكهربائية للخلاء، ε_r تمثل العازلية النسبية للمادة العازلة المستخدمة في المكثف، n عدد الصفائح المستخدمة، وA مساحة سطح الصفيحة الوحدة (m^2)، و d المسافة الفاصلة بين صفيحتين متتاليتين (m).



الشكل 5−76: مكثف مستوي متعدد الطبقات.

مثال 5−49

احسب سعة مكثف مكون من ست صفائح، مساحة كلٍّ منها $20cm^2$، يفصل بينها مادة عازلة عازليتها النسبية 4.5 وسماكتها 0.2mm.

الحل:

بالتعويض في العلاقة : $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r (n-1) A}{d}$، نجد:

$$C = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 4.5 \times (6-1) \times (20 \times 10^{-4})}{0.2 \times 10^{-3}}$$

$$= \frac{3984.3 \times 10^{-16}}{2 \times 10^{-4}}$$

$$= 1992.15 \times 10^{-12} \text{ F}$$

$$= 1.992 \text{ pF}$$

5−10−5 أنواع المكثفات وقيمها وهامش الخطأ

Capacitor types, values and tolerances

تراعى عند اختيار المكثف مجموعة من العوامل والمحددات، التي تتضمن عادة كلاً من قيمة سعة هذا المكثف (تقاس بـــ μF، أو nF، أو pF) وحد الجهد (وهو أعلى قيمة فولت يمكن تطبيقها بشكل متواصل على المكثف ضمن مجموعة من الشروط المعطاة)، والدقة أو هامش الخطأ (تؤخذ كأكبر نسبة اختلاف مسموح بها مقارنة بالقيمة المطبوعة على جسم المكثف).

يضاف إلى هذه العوامل مجموعة أخرى من المميزات التي تفرضها طبيعة التطبيق الذي سيستخدم فيه هذا المكثف مثل معامل درجة الحرارة، وتيار التسريب، والاستقرار ودرجة حرارة الوسط المحيط. يتطلب استخدام المكثف الكيميائي تطبيق جهد مستمر ذي قطبية محددة تتفق تماماً مع قطبية المكثف (تكون أقطاب المكثف مميزة دائماً مرمَّزة على جسم المكثف) التي تبدو ظاهرة للعيان، حيث يمكن استخدام إشارة (+) لتدل على الموجب و(−) على السالب، أو استخدام خطوط ملونة، أو أي

طريقة أخرى. إن أي خطأ في توصيل القطبية يمكن أن يؤدي إلى ارتفاع حرارة المكثف، أو حدوث تسرب، ولربما وصل الأمر إلى حد الانفجار.

يبين الجدول 5-4 بعض الخصائص المميزة لجملة من المكثفات المستخدمة في الحياة العملية (مصنفة بحسب نوع المادة العازلة):

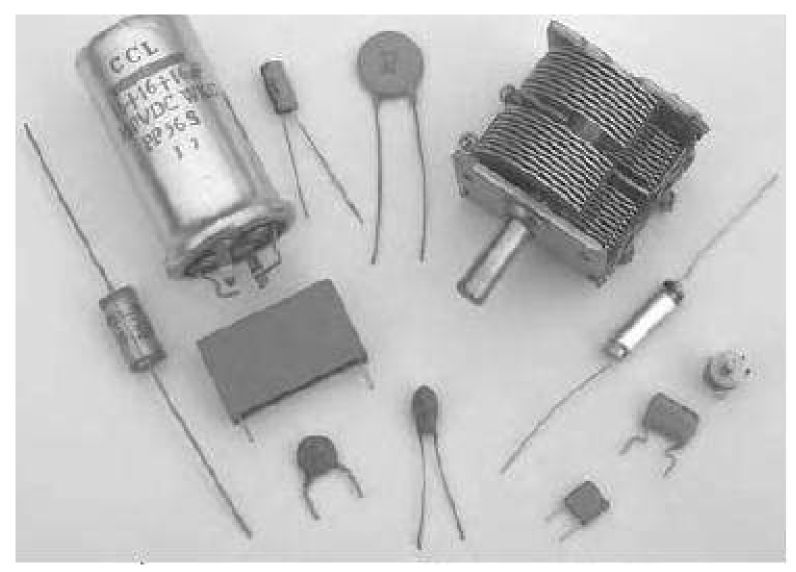
الجدول 5-4

الميزة	نوع المكثف السعوي				
	ذات عازل سيراميكي	تحليل كهربائي Electrolytic	على شكل رقائق معدنية	ذات عازل من الميكا	ذات عازل من البوليستر
مجال السعة	$2.2\ pF - 100\ nF$	100 nF – 68 nF	1 µF – 16 µF	2.2 pF – 10 nF	10 nF – 2.2 µF
هامش الخطأ النموذجي	$\pm 10\%$ و $\pm 20\%$	$-10\%\ to + 50\%$	±20%	±1%	±20%
معدل الجهد	50V- 250V	6.3V- 400V	250V-600V	350V	250V
معامل درجة الحرارة ($ppm/^{o}C$)	-4700 - +100	+1000	+100 - + 200	+50	+250
الاستقرار	معتدل	ضعيف	معتدل	ممتاز	جيد
مجال درجة الحرارة	$-85^{\circ}C\ to\ +85^{\circ}C$	$-40^{\circ}C\ to\ +85^{\circ}C$	$25^{\circ}C\ to\ +85^{\circ}C$	$-40^{\circ}C\ to + 85^{\circ}C$	$-40^{\circ}C\ to\ +100^{\circ}C$
الاستخدام النموذجي	استخدامات عامة	مصادر بالطاقة	مصادر الطاقة عالية الجهد	دارات الاهتزاز والطنين tuned	استخدامات عامة

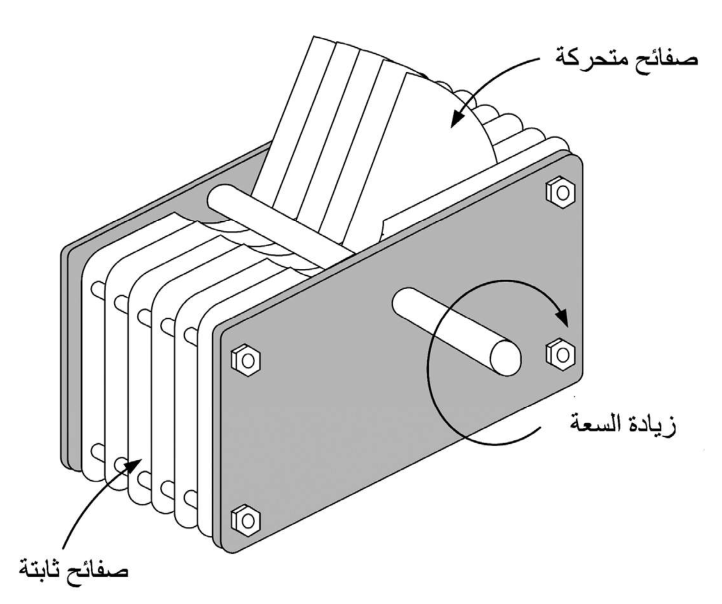
نقطة مفتاحية

تتضمن العوامل المميزة لمكثف كل من سعة المكثف (تقاس بـــ μF، أو nF، أو pF) و حد الجهد (الذي يجب أن يكون مساوياً أو أقل من الجهد المتوقع تطبيقه على المكثف)، و الدقة أو هامش الخطأ (تؤخذ كأكبر نسبة اختلاف مسموح بها مقارنة بالقيمة المطبوعة على جسم المكثف). بالإضافة إلى معامل درجة الحرارة ودرجة استقرار عمل هذا المكثف.

ويبيّن كلٌّ من الشكل (5–77) والشكل (5–78) نماذج لبعض المكثفات المستخدمة في الحياة العملية.



الشكل 5–77: مكثفات بأشكال متنوعة.



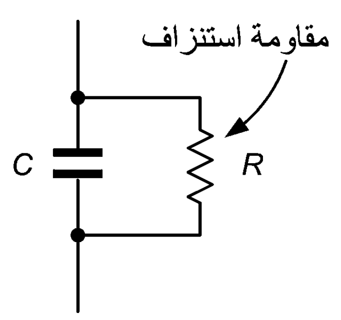
الشكل 5–78: مكثف متغير ذو عازل هوائي.

5-10-6 جهد العمل Working voltage

تتعلق قيم جهد العمل بدرجة الحرارة التي يعمل عندها المكثف، ويجب خفض حد الجهد عند درجات الحرارة العالية. يجب عند استخدام المكثف في تطبيقات تتطلب وثوقية عالية ألا يتجاوز الجهد المطبق الحد الأعلى لجهد التشغيل. يُعطى جهد التشغيل كجهد مستمر (كأن يكتب 250 VDC مثلاً)، ما لم يذكر خلاف ذلك، وترتبط هذه القيمة بدرجة حرارة التشغيل العظمى، إلا أنه ينصح عادة بتشغيل المكثف ضمن هامش معتبر يضمن سلامة التشغيل، وتحقيق أكبر وثوقية ولأطول فترة عمل ممكنة. يُنصح كقاعدة ألاّ يتجاوز جهد التشغيل المستمر 50-60% من حد جهد التشغيل الاسمي.

عند ذكر حد الجهد المتناوب (AC)، فإنه يعطى غالباً للإشارات الجيبية. لا تؤثر التواترات المنخفضة (حتى حدود 100kHz) بشكل ملحوظ في الأداء، ولكن من أجل تواترات أعلى، أو عندما تأخذ الإشارات شكلاً لا جيبياً (كأن تكون على شكل نبضة) فيجب عندها تخفيض حد جهد التشغيل للمكثف من أجل تخفيض الضياعات في العازل، التي من شأنها أن ترفع درجة حرارته وتقلل من استقرار عمله.

يجب أخذ أقصى درجات الحيطة عند التعامل مع دارات الجهد العالي، حيث يمكن للمكثفات الكيميائية أو السيراميكية ذات السعة الكبيرة أن تحتفظ بمقدار كبير من الشحنات لفترة من الزمن. تستخدم في هذه الحالة مقاومة كربونية (القيمة النموذجية لهذه المقاومة بحدود 1MΩ 0.5W) لاستنزاف الشحنات المتبقية، حيث يتم ربطها على التفرع مع المكثف لتوفير مسار لتفريغ الشحنة (لاحظ الشكل 5.79).



الشكل 5-79: مكثف جهد عالٍ مزود بمقاومة تفريغ.

7-10-5 ترميز المكثفات والشيفرة اللونية

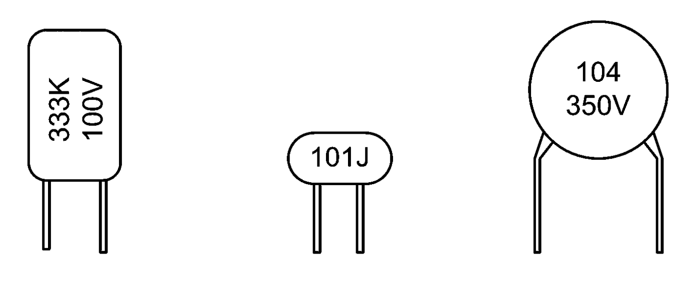
Capacitor markings and colour codes

تتميز الأغلبية الساحقة من المكثفات المستخدمة بوجود علامات مطبوعة تشير إلى قيم سعاتها، وجهد العمل بالإضافة إلى هامش الخطأ. تُظهر الطريقة الأكثر شيوعاً لترميز جسم المكثف بوضوح قيمة سعة المكثف (μF، أو nF، أو pF)، و هامش السماح (غالباً ما يكون بحدود 10% أو 20%)، بالإضافة إلى حد جهد العمل (حيث نستخدم إشارة – للدلالة على الجهد المستمر DC و ~ للدلالة على الجهد المتناوب AC). يستخدم عدد من المصنّعين سطرين منفصلين لهذه المعلومات، وتكون دلالتهما كما يلي:

السطر الأول: يتضمن قيمة السعة (μF، أوpF) و هامش الخطأ (K = 10%، M= 20%).

السطر الثاني: حد الجهد المستمر ورمز المادة العازلة المستخدمة.

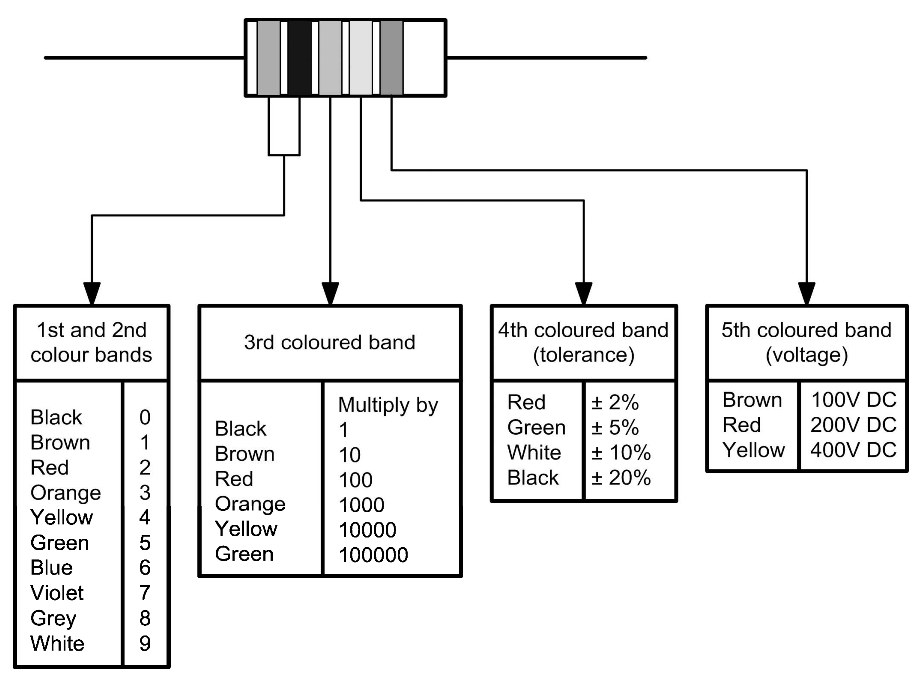
يعتبر الترميز ثلاثي الخانات الأكثر استخداماً في ترميز المكثفات السيراميكية. حيث يدل الرمزان الأولان إلى المنزلتين الأوليتين من القيمة بينما يدل الرمز الثالث إلى عامل الضرب والذي يحدد عدد الأصفار الواجب إضافتها إلى القيمة الناتجة معبراً عنها بـــ pF، كما هو مبين في الشكل 5–80.



الشكل 5–80: أنماط المعلومات على المكثفات.

يبيّن الشكل 5–81 الترميز اللوني المستخدم في بعض المكثفات الصغيرة من النوع السيراميكي ذات عازل من البوليستر. يجب الانتباه إلى أن هذا الترميز

ليس موحداً عالمياً بخلاف الترميز اللوني للمقاومات، كما أن القيم مرمّزة بـــ pF (وليس nF).



الشكل 5-81: الترميز اللوني للمكثفات.

مثال 5-50

مكثف سراميكي طبع عليه الترميز التالي "103". احسب قيمة سعة هذا المكثف.

الحل:

تُعطى قيمة المكثف (بـــوحدة pF) بقيمة الخانتين الأولى والثانية، ويليها عدد الأصفار الواجب إضافتها، والمحددة بالخانة الثالثة، أي 3، وبالتالي تكون قيمة سعة المكثف هي 10000 pF أو 10 nF.

مثال 5-51

مكثف بوليستر طبعت عليه العبارة التالية "0.22/20 250_". ما هي سعة هذا المكثف، وهامش السماح وجهد العمل.

الحل:

تشير القيمة (0.22) إلى السعة μF، أما هامش السماح فتشير إليه القيمة التي تأتي بعد/أي ($\pm 20\%$)، وقيمة جهد العمل 250V، وتشير علامة الخط التي تلي الجهد إلى أن هذا الجهد مستمر.

وبالتالي نقول إن سعة المكثف $0.22\,\mu F$، هامش السماح $\pm 20\%$، وجهد التشغيل 250V DC.

مثال 5−52

مكثف سراميكي أسطواني الشكل وضعت عليه الخطوط الملونة التالية: بني، أخضر، بني، أحمر، بني. احسب كلاً من قيمة سعة هذا المكثف وهامش الخطأ وجهد العمل.

الحل:

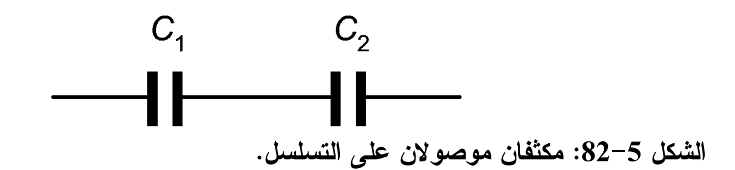
الخانة الأولى بني	1=
الخانة الثانية أخضر	5 =
معامل الضرب بني	×10 =
سعة المكثف150 pF	15×10 =
هامش السماح الأحمر	$\pm 20\%$ =
جهد العمل البني	100V =

وبالتالي فالمكثف 150 pF، $\pm 20\%$ وجهد العمل 100V

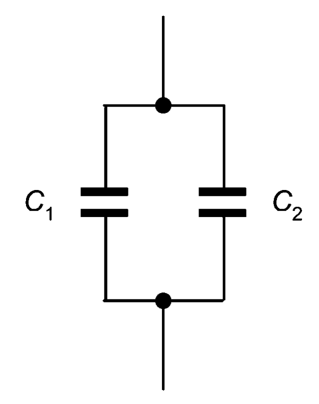
5−10−8 ربط المكثفات على التسلسل وعلى التوازي

Capacitors in series and parallel

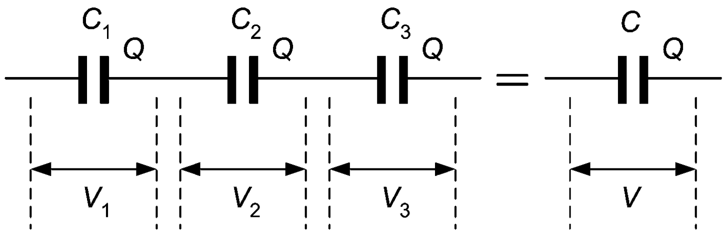
يتم عادة، للحصول على قيمة سعة معينة مطلوبة، القيام بوصل المكثفات ذات القيم الثابتة بشكل متسلسل أو متوازٍ، كما هو واضح في الشكلين (5−82) و(5−83).



الشكل 5−82: مكثفان موصولان على التسلسل.



الشكل 5−83: مكثفان موصولان على التوازي.



الشكل 5−84: ثلاثة مكثفات موصولة على التسلسل.

نفرض أن C هي المكثف المكافئ للمكثفات الثلاثة الموصولة على التسلسل في الشكل 5.84 (C_1)،C_2، C_3) ، فيكون فرق الكمون المطبق بين طرفي هذا المكثف V مساوياً لمجموع الجهود بين طرفي كل مكثف على حدة، بحيث يمكن أن نكتب :

$$V= V_1+V_2+V_3$$

تعطى قيمة الجهد V بين طرفي كل مكثف كحاصل قسمة الشحنة Q على السعة C أي:

$$V_3 = \frac{Q_3}{C_3} \text{ و } V_2 = \frac{Q_2}{C_2} \text{ و } V_1 = \frac{Q_1}{C_1} \text{ و } V = \frac{Q}{C}$$

باستخدام المعادلتين السابقتين، وبملاحظة أن الشحنة Q هي نفسها التي تظهر بين لبوسي كل مكثف من المكثفات الموصولة على التسلسل، وبالتالي يكون:

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3$$

أي :

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3}$$

ومنه يكون:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

نقطة مفتاحية
عند وصل مجموعة من المكثفات على التسلسل فإن مقلوب السعة المكافئة لهذا الربط يساوي إلى حاصل جمع مقلوب سعات المكثفات الموصولة.

نحصل من أجل مكثفتين فقط مربوطتين على التسلسل:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

بإعادة ترتيب هذه العلاقة يكون:

$$C = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2}$$

تجدر الإشارة هنا إلى أن هذه العلاقة صحيحة فقط من أجل مكثفين موصولين على التسلسل، أما في حال وجد أكثر من مكثفين فيجب أن نعود إلى العلاقة الأساسية.

نقطة مفتاحية
السعة المكافئة لمكثفين موصولين على التسلسل تساوي إلى حاصل قسمة جداء سعتي المكثفين على مجموع هاتين السعتين (أي الجداء مقسوماً على المجموع).

ننتقل إلى الشكل (5−85) حيث نفرض أن C هي المكثف المكافئ للمكثفات الثلاثة الموصولة على التفرع (C_1،C_2، C_3) ، فتكون الشحنة الكلية Q الناتجة من وصل هذه المكثفات تساوي مجموع الشحنات الجزئية لكلّ مكثف، أي:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

وإذا عوضنا قيمة كل شحنة بدلالة السعة C و الجهد V نحصل على:

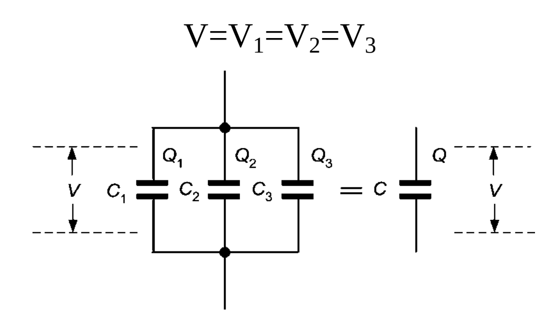
$$Q_3 = C_3V_3 \quad و \quad Q_2 = C_2V_2 \quad و \quad Q_1 = C_1V_1 \quad و \quad Q = CV$$

بالتعويض نجد:

$$CV = C_1V_1 + C_2V_2 + C_3V_3$$

في حال الربط على التوازي، يظهر بين لبوسي كل مكثف موصولة على التوازي نفس الكمون V، وبالتالي يكون:

$$V=V_1=V_2=V_3$$



الشكل 5−85: ثلاث مكثفات موصولة على التوازي.

وبتعويض قيمة V بالعلاقة $Q=CV$ نجد:

$$CV = C_1V + C_2V + C_3V$$

وبحذف V من طرفي المساواة يكون:

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

وفي حال كان لدينا مكثفتان موصولتان على التوازي تؤول العلاقة السابقة إلى الشكل التالي:

$$C = C_1 + C_2$$

نقطة مفتاحية
السعة المكافئة لعدة مكثفات موصولة على التوازي تساوي إلى حاصل جمع سعات هذه المكثفات.

مثال 5−53

احسب السعة المكافئة لمكثفين سعتيهما : $2.2\,\mu$F، $6.8\,\mu$F: في حال وصلهما على التسلسل، ثم على التوازي.

الحل:

(أ) في حال الوصل التسلسلي يمكن تطبيق قانون وصل مكثفين على التوازي كما يلي:

$$C = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2.2 \times 6.8}{2.2 + 6.8} = \frac{14.96}{9}$$
$$= 1.66\mu\text{F}$$

(ب) في حال الوصل على التوازي يكون:

$$C = C_1 + C_2 = 2.2 + 6.8 = 9\mu\text{F}$$

مثال 5−54

يُوصَل مكثفان سعتاهما $2\,\mu$F، $5\,\mu$F على التسلسل، ويُطبَّق بين طرفي التشكيل جهد مستمر مقداره 100V احسب:

(أ) شحنة كلٍّ من المكثفين.

(ب) هبوط الجهد بين طرفي كلٍّ منهما.

الحل:

(أ) الخطوة الأولى هي إيجاد سعة المكثف المكافئ، استناداً إلى قانون وصل مكثفين على التسلسل، كما يلي:

$$C = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2 \times 5}{2+5} = \frac{10}{7} = 1.428\mu\text{F}$$

يمكن الآن تحديد قيمة الشحنة، التي هي نفسها لكل مكثف من المكثفات الموصولة، نظراً إلى كون الوصل تسلسياً:

$$Q = C \times V = 1.428 \times 100 = 142.8\mu\text{C}$$

(ب) يمكن من أجل حساب هبوط الجهد على طرفي كل مكثف أن نستخدم القانون التالي: $V = \frac{Q}{V}$.

من أجل المكثف $2\,\mu$F يكون:

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{142.8 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-6}} = 71.4\text{V}$$

ويتم الحساب بشكل مشابه بالنسبة إلى المكثف $5\,\mu$F كما يلي:

$$V_2 = \frac{Q}{C2} = \frac{142.8 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-6}} = 28.6\text{V}$$

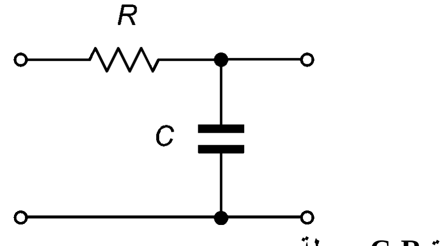
يجب أن نجد أنّ الجهد الكلي المطبق على تشكيلة المكثفين الموصولين على التسلسل (100V) هو مجموع جهدي المكثفين.

$$V = V_1 + V_2 = 71.4 + 28.6 = 100\text{V}$$

5−10−9 شحن وتفريغ مكثف في مقاومة (دارة C-R)

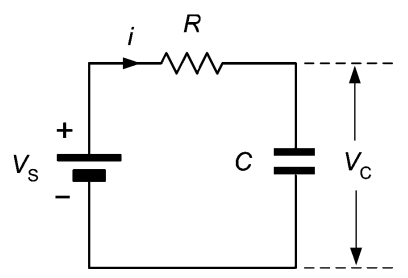
Capacitors charging and discharging through a resistor

تشكل الشبكات المكونة من مكثفات ومقاومات (أو ما يعرف بشبكة C-R) القاعدة لدارات التوقيت والتأخير الزمني. حيث يتطلب العديد من الدارات الإلكترونية والكهربائية تغير التيار والجهد مع الزمن، ويمكن الاستفادة من ميزات دارة C-R لتحقيق ذلك، ويبين الشكل 5−86 دارة C-R بسيطة.

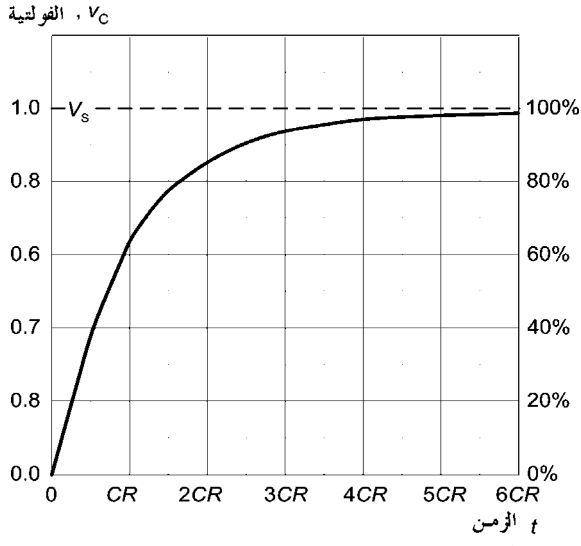


الشكل 5–86: دارة C-R بسيطة

عند وصل دارة C-R مع منبع جهد ثابت (Vs)، كما هو مبين في الشكل (5–87)، يظهر على طرفي المكثف (غير المشحون ابتداءً) جهد (v_c) تتزايد قيمته بشكل أسّي وفقاً للشكل (5–88)، وبنفس الوقت سيهبط التيار (i_c)، كما هو واضح في الشكل (5–89).



الشكل 5–87: شحن مكثف C عبر مقاومة R في دارة C-R.

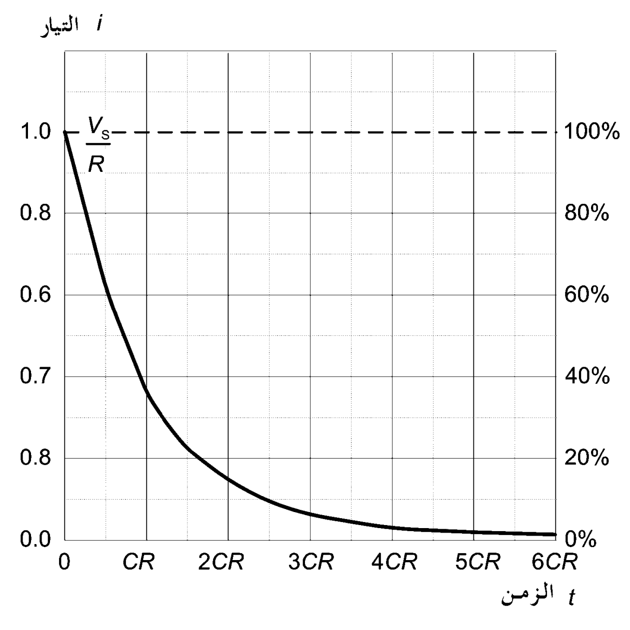


الشكل 5–88: التزايد الأسي لكمون المكثف (v_c) في الشكل (5–87).

يتعلق معدل ازدياد الجهد مع الزمن وتناقص التيار مع الزمن بحاصل جداء السعة بقيمة المقاومة، وتُعرف هذه القيمة بثابت زمن الدارة، إذاً:

$$t = C \times R \qquad \text{ثابت الزمن:}$$

حيث C سعة المكثف (F)، و R قيمة المقاومة (Ω)، و t هو ثابت الزمن (s).



الشكل 5–89: التناقص الأسي لتيار المكثف (i_c) في الشكل 5–87.

يمكن كتابة العلاقة المعبرة عن تغير جهد الشحن (v_c) بين طرفي المكثف مع الزمن (t) بالشكل التالي:

$$v_c = V_s(1 - e^{\frac{-t}{CR}})$$

حيث v_c هو جهد المكثف (V)، و V_s جهد المنبع (V)، و t الزمن (s)، بينما تمثل CR ثابت زمن للدارة (حاصل جداء السعة والمقاومة (s)).

يرتفع جهد المكثف خلال فترة زمنية تساوي ثابت زمن للدارة ليبلغ تقريباً 63% من جهد المنبع. وبعد مرور فترة ثانية مساوية لثابت الزمن (أي بعد فاصل زمني مقداره 2CR) يرتفع الجهد بمقدار 63% من الجهد المتبقي، وهكذا دواليك.

يظهر نظرياً مما سبق أنّ شحن المكثف بشكل كامل لن يتم أبداً، إلا أنه وبعد فاصل زمني يساوي 5CR تتساوى (في جميع الأغراض والتطبيقات) قيمة جهد المكثف مع جهد المنبع. تبلغ قيمة جهد المكثف عند هذه اللحظة 99.3% من القيمة النهائية، ونعتبر بذلك أنه قد تم شحن المكثف بشكل كامل.

يتغير تيار شحن المكثف (i) مع الزمن (t)، وفق العلاقة:

$$i = Vs\, \mathrm{e}^{\frac{-t}{CR}}$$

حيث i شدة التيار (A)، و v_sجهد المنبع المستمر (V)، وt الزمن (s)، بينما تمثل CR ثابت الزمن للدارة (حاصل جداء السعة في المقاومة (s)).

تنخفض شدة التيار بعد انقضاء فاصل زمني يساوي ثابت الزمن بمقدار 37 % تقريباً من قيمة التيار الابتدائي، كما أنها تنخفض بعد انقضاء فاصل زمني آخر يساوي ثابت الزمن (أي بعد زمن يساوي إلى 2CR) بمقدار 37% من التيار المتبقي، وهكذا.

مثال 5−55

يشحن مكثف غير مشحون ابتداءً سعته 1μF عبر مقاومة 3.3MΩ من منبع 9V DC. احسب جهد المكثف بعد زمن قدره 1s .

الحل: يعطى جهد شحن المكثف بالعلاقة:

$$vc = Vs(1 - e^{\frac{-t}{CR}})$$

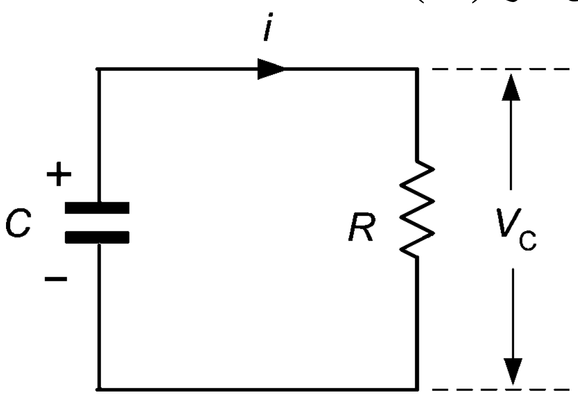
حيث: Vs=9V و t=1s و $CR = 1\mu\text{F} \times 3.3\text{M}\Omega = 3.3\text{S}$

بالتعويض نجد :

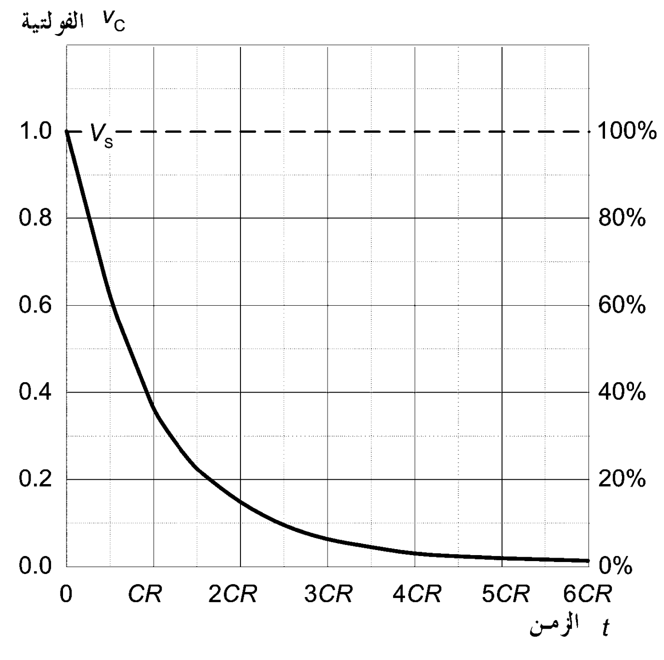
$$v_c = 9(1 - e^{\frac{-1}{3.3}}) = 9(1 - 0.783) = 2.358\text{V}$$

يمثل المكثف المشحون خزاناً للطاقة على شكل حقل كهربائي. بمجرد تغيير وصل المكثف المشحون في الشكل المبين في الشكل 5−87 إلى الوضع

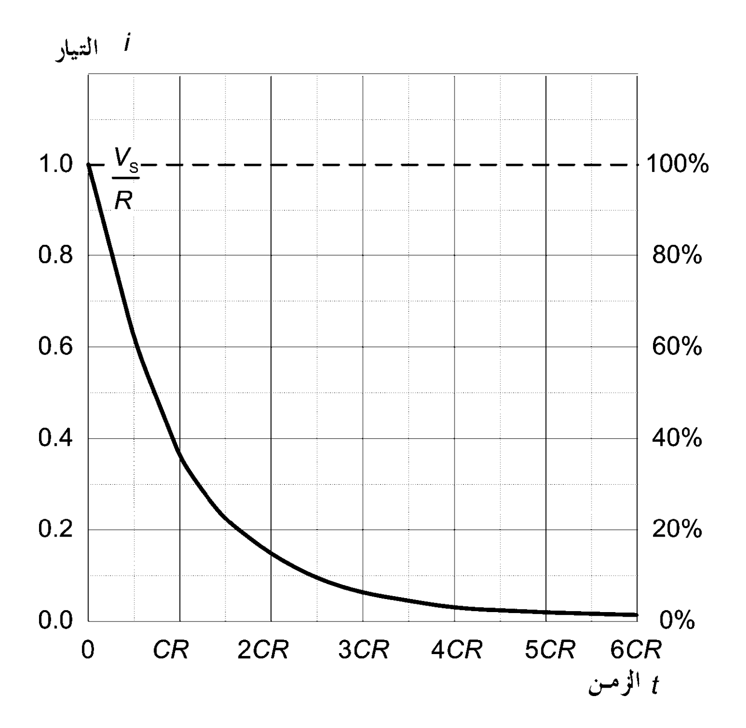
المبين في الشكل 5−90 تبدأ عملية التفريغ عبر المقاومة R، حيث تنخفض قيمة جهد المكثف (v_c) بشكل أسي بالنسبة إلى الزمن، كما هو واضح في الشكل 5−91. وفي نفس الوقت تنخفض قيمة التيار (i) كما في الشكل 5−92. وكما هي الحال بالنسبة إلى الشحن فإن معدل التفريغ (معدل هبوط الجهد مع الزمن) يتحدد بقيمة ثابت زمن الدارة (CR).



الشكل 5−90: دارة C-R في وضعية تفريغ المكثف C عبر المقاومة R.



الشكل 5−91: الهبوط الأسي لجهد المكثف (v_c) للدارة المبينة في الشكل (5−90).



الشكل 5–92: الهبوط الأسي لتيار المكثف (i) للدارة المبينة في الشكل (5–90).

يتغير جهد المكثف (v_c) مع الزمن (t) وفق العلاقة التالية:

$$v_C = Vs\, e^{\frac{-t}{CR}}$$

حيث يمثل (v_c) جهد المكثف (V)، وVs جهد المنبع (V)، و t الزمن (s)، بينما تمثل CR ثابت زمن الدارة (حاصل جداء السعة في المقاومة(s)).

تنخفض قيمة جهد المكثف بعد انقضاء فاصل زمني يساوي ثابت زمن الدارة إلى ما يقارب 37% من الجهد الابتدائي، كما أنها تنخفض عند انتهاء فاصل ثان يساوي الثابت الزمني (أي بعد زمن يساوي 2CR) بمقدار 37% من الجهد المتبقي وهكذا. يظهر نظرياً مما سبق أنّ تفريغ المكثف بشكل كامل لن يتم أبداً، إلا أنه وبعد فاصل زمني يساوي 5CR تبلغ (في جميع الأغراض والتطبيقات) قيمة جهد المكثف الصفر. تبلغ قيمة جهد المكثف عند هذه اللحظة 1% من القيمة النهائية، ونعتبر بذلك أنه قد تم تفريغ المكثف بشكل كامل.

أما بالنسبة إلى التيار (i)، وكما هي الحال في حالة الشحن، فيعطى بالعلاقة التالية:

$$i = Vs\, e^{\frac{-t}{CR}}$$

حيث i شدة التيار (A)، و v_sجهد المنبع المستمر (V)، و t الزمن (s)، بينما تمثل CR ثابت الزمن للدارة (حاصل جداء السعة في المقاومة (s)).

تنخفض شدة التيار بعد انقضاء فاصل زمني يساوي ثابت الزمن بمقدار 37 % تقريباً من قيمة التيار الابتدائي، كما أنها تنخفض بعد انقضاء فاصل زمني آخر يساوي ثابت الزمن (أي بعد زمن يساوي إلى 2CR) بمقدار 37% من التيار المتبقي، وهكذا.

مثال 5−56

يُشحن مكثف سعته $10\mu F$ إلى جهد 20V، ثم يفرّغ عبر مقاومة $47K\Omega$. احسب الزمن الذي يستغرقه الجهد ليهبط إلى مستوى دون 10V.

الحل:

لحل هذه المسألة نستخدم معادلة تغير الجهد الأسية من الشكل:

$$v_C = Vs\, e^{\frac{-t}{CR}}$$

وبالتعويض بالقيم المعطاة في نص المسالة حيث $Vs = 20$ و $CR = 10\mu F \times 47k\Omega = 0.47s$ ، نحسب قيمة الزمن t عندما $v_c = 10V$:

$$t = -CR \times \ln\left(\frac{vc}{V_S}\right)$$

$$t = -0.47 \times \ln\left(\frac{10}{20}\right) = -0.47 \times (-0.693)$$

$$= 0.325s$$

لتبسيط عمليات حساب الحد الأسي عند الشحن والتفريغ في المعادلات السابقة، تم ترتيب الجدول التالي الذي يمكن أن يستخدم لحساب التيار والجهد في دارة C-R.

نسبة القيمة الآنية إلى القيمة الابتدائية k

$\frac{t}{CR}$	الازدياد الأسي	الهبوط الأسي
0.0	0.0000	1.0000
0.1	0.0951	0.9048
0.2	0.1812	0.8178 (انظر المثال 57.5)
0.3	0.2591	0.7408
0.4	0.3296	0.6703
0.5	0.3935	0.6065
0.6	0.4511	0.5488
0.7	0.5034	0.4965
0.8	0.5506	0.4493
0.9	0.5934	0.4065
1.0	0.6321	0.3679
1.5	0.7769	0.2231
2.0	0.8647	0.1353
2.5	0.9179	0.0821
3.0	0.9502	0.0498
3.5	0.9698	0.0302
4.0	0.9817	0.0183
4.5	0.9889	0.0111
5.0	0.9933	0.0067

مثال 5−57

يشحن مكثف سعته $150\mu F$ بكمون قدره 150V، ثم يفصل عن منبع التغذية، ويوصل مع مقاومة $2M\Omega$. احسب جهد المكثف بعد زمن قدره دقيقة وحدة.

الحل:

سنقوم بحل هذا المثال بالاستعانة بالجدول السابق. نحسب أولاً قيمة الثابت CR كما يلي:

$$CR = 150\mu F \times 2M\Omega = 300s$$

ثم نقوم بإيجاد نسبة الزمن t إلى الثابت CR حيث $t=60s$، وبالتالي يكون:

$$\frac{t}{CR} = \frac{60}{300} = 0.2$$

بالعودة إلى الجدول السابق نلاحظ أن قيمة $\frac{vc}{V_S}$ المقابلة لـــ $\frac{t}{CR} = 0.2$ هي k=0.8187 أي:

$$\frac{vc}{V_S} = 0.8187$$

$$vc = 0.8187 \times 150 = 122.8\ V$$

نقطة مفتاحية
قيمة ثابت الزمن لدارة C-R هي ناتج جداء سعة المكثف C بقيمة المقاومة R.

نقطة مفتاحية
تتزايد قيمة الجهد بين طرفي مكثف موصول إلى منبع في حالة الشحن بشكل أسي، ويتحدد معدل التزايد عن طريق ثابت زمن دارة الشحن. وبالمثل، يتناقص الجهد بين طرفي مكثف في حالة التفريغ بشكل أسي بمعدل يحدده ثابت زمن دارة التفريغ.

اختبر فهمك 5−10

1− سعة المكثف هي النسبة بين ــــــــــــــــ و ــــــــــــــــ.

2− احسب قيمة الشحنة في مكثف سعته $220\mu F$ موصول إلى منبع جهد 220V.

3- مكثف سعته $500\mu F$ تبلغ شحنة لبوسيه $25\mu C$، احسب قيمة الجهد بين لبوسي هذا المكثف.

4- نقول إن المكثف قد أُفرغ تماماً إذا لم يتواجد ـــــــــــــــ بين لبوسيه.

5- عند شحن مكثف، ينشأ ـــــــــــــــ في الحيز المتواجد بين لبوسيه.

6- يشحن مكثف سعته $10\mu F$ إلى جهد 20V. احسب الطاقة المختزنة في هذا المكثف.

7- أي من هذه المواد يملك ثابت العزل الأصغر: الهواء، الزجاج، الورق، البوليسترين، الخلاء.

8- احسب قيمة السعة المكافئة لمكثفين $4\mu F$ و2 عند وصلهما على التسلسل، ثم على التوازي.

9- احسب سعة مكثف مستوٍ مكون من صفيحتين متوازيتين مسحة سطح كل منهما $0.002\ m^2$، تفصل بينهما فجوة هوائية طولها 0.2mm مملوءة بمادة سيراميكية ثابت عزلها 450.

10- يراد شحن مكثف غير مشحونة أصلاً سعتها $100\mu F$ عبر مقاومة $1M\Omega$ من منبع V DC50. احسب جهد المكثف بعد زمن قدره 50 S و 200 S .

11- لدينا مكثفان سعتهما $2\mu F$ و4، احسب السعة المكافئة لهما في حال وصلهما على التسلسل ثم على التوازي.

12- مكثف مستوٍ مكون من صفيحتين متوازيتين مساحة سطح كل منهما $0.002\ m^2$ تفصل بينهما مادة عازلة سيراميكية ثابت عزلها 450، وثخنها 0.21mm، احسب سعة هذا المكثف.

13- يُشحن مكثف سعته $100\mu F$ عبر مقاومة $1M\Omega$ من منبع 50V . احسب جهد المكثف بعد زمن قدره (أ) 50s و(ب) 200s .

11-5 المغنطيسية Magnetism

المنهاج Syllabus

نطالع في هذه الفقرة كلاً من:

(أ) نظرية المغنطيسية، وخصائص المغانط، سلوك مغنطيس معلق تحت تأثير حقل الجاذبية الأرضية، الخاصية المغنطيسية واللامغنطيسية، التدريع المغنطيسي، أنواع مختلفة للمواد المغنطيسية، البنية الكهرومغنطيسية: المبادئ والعمل، تحديد اتجاه خطوط الحقل المغنطيسي المؤثر في ناقل يمر فيه تيار باستخدام قاعدة قبضة اليد.

مفاتيح مستوى المعرفة Knowledge level key

B2	B1	A
2	2	–

المنهاج Syllabus

(ب) ننتقل بعدها لنتعرف على مواضيع أخرى تتضمن: القوة المحركة المغنطيسية، شدة الحقل، التدفق المغنطيسي، النفاذية المغنطيسية، التخلف المغنطيسي، الاستبقائية (الاحتفاظية)، ممانعة قوة التصحيح، نقطة الإشباع، تيارات الدوامة، بعض التنبيهات فيما يخص تخزين المغانط والعناية بها.

مفاتيح مستوى المعرفة Knowledge level key

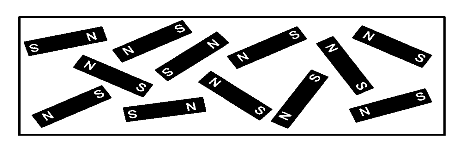
B2	B1	A
2	2	–

5-11-1 المغنطيسية والمواد المغنطيسية

Magnetism and magnetic materials

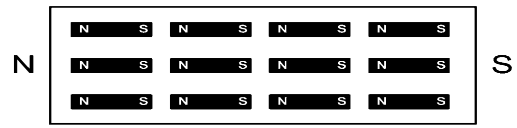
المغنطيسية هي أثرٌ يُحدثه تحريك الجسيمات الذرية في مواد معينة كالحديد والنيكل والكوبالت. للحديد خواص مغنطيسية مميزة، وتُعرف المواد التي تسلك سلوكاً مغنطيسياً شبيهاً بسلوك الحديد بالمواد الحديدية-المغنطيسية. تتعرض هذه المواد لقوى تؤثر فيها عندما توضع بالقرب من مغنطيس.

تتجمع ذرات هذه المواد بحيث تشكل مغنطيسات منفردة دقيقة يمتلك كل منها قطبان موجب وسالب. عند التعرض لتأثير مغنطيس، أو لمرور تيار كهربائي عبر وشيعة محيطة بالمادة الحديدية-المغنطيسية، تنتظم المغنطيسات المنفردة الدقيقة بصفوف وتَظهر في المادة ككل خصائص مغنطيسية.



المغناطيسات المنمنمة موجهة عشوائياً
وما من أثر مغناطيسي ملحوظ

(أ)



المغناطيسات المنمنمة منتظمة في صفوف
(المادة ممغنطة)
خطوط القوة المغناطيسية متوفرة

(ب)

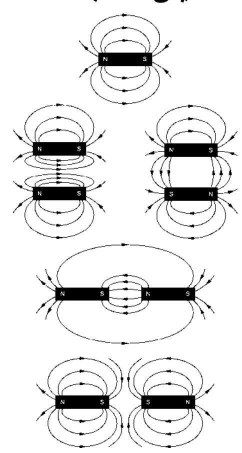
الشكل 5-93: سلوك المواد الحديدية المغنطيسية.

يُظهر الشكل (5-93 أ) مادة حديدية-مغنطيسية غير متأثرة بالقوى المتولدة من مغنطيس آخر. في هذه الحالة، تكون اتجاهات المغنطيسات المُنَمنمة عشوائية النمط. وما إن تتعرض هذه المادة لتأثير مغنطيس آخر، حتى تنتظم هذه المغنطيسات المُنَمنمة في صفوف الشكل (5-93 ب) وتصبح المادة نفسها مغنطيسيةً وذات قطبين شمالي وجنوبي خاصين بها.

5-11-2 الحقول المغنطيسية حول المغنطيسات الدائمة

Magnetic fields around permanent magnets

الحقل المغنطيسي هو المنطقة التي تؤثر فيها القوى الناشئة عن المغنطيس. يحيط هذا الحقل بالمغنطيس من جميع الجهات، ويكون في أقصى قوته عند النهايات القصوى للمغنطيس، والمعروفة بالأقطاب. تُمَثَّل الحقول المغنطيسية بتراتيب من الخطوط التي تشير إلى شدة واتجاه التدفق (انظر الشكل التوضيحي (5-94)). عندما يُعَلَّق المغنطيس تعليقاً أفقياً حراً يُوَجِّه المغنطيس نفسه بحيث يتوازى خط شماله وجنوبه مع الحقل المغنطيسي للأرض. وبسبب تجاذب الأقطاب غير المتماثلة، يُوَجِّه القطب الشمالي للمغنطيس نفسه باتجاه القطب المغنطيسي الجنوبي للأرض كما يُوَجِّه القطب الجنوبي للمغنطيس نفسه باتجاه القطب المغنطيسي الشمالي للأرض. وهذا هو سبب تسمية النهايات القصوى للمغنطيس أقطاباً.



الشكل 5-94: اتجاهات خطوط الحقل المغنطيسي والتدفق من أجل أوضاع مختلفة لمغانط.

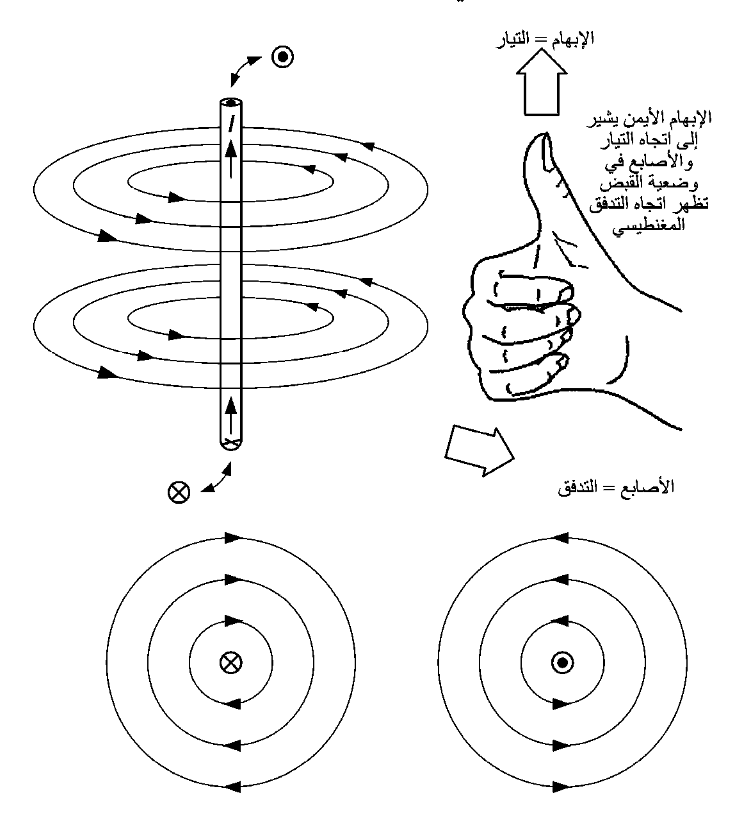
يجب أن تُحفظ المغنطيسات الدائمة وبعناية بعيداً عن العناصر المغنطيسية الأخرى، وعن أي من التجهيزات التي يمكن أن تتأثر بالحقول الدائمة الشاردة. بالإضافة إلى ذلك، ولضمان محافظة المغنطيس الدائم على مغنطيسيته، ينصح عادة بتخزين المغنطيسات أزواجاً باستخدام حافظات من الحديد اللين لوصل القطبين المتجاورين الشمالي والجنوبي، ويضمن هذا الأمر وجود ممر مغلق تماماً للتدفق المغنطيسي الذي ينتجه المغنطيسان.

نقطة مفتاحية

الحقل المغنطيسي هو المنطقة التي تؤثر فيها القوى الناشئة عن المغنطيس. هذا الحقل يحيط بالمغنطيس من جميع الجهات، ويتركز عند القطبين الشمالي والجنوبي للمغنطيس.

5-11-3 المغنطيسية الكهربائية Electromagnetism

عندما يمر تيار كهربائي في ناقل يتشكل حوله حقل مغنطيسي على شكل دوائر متحدة المركز. يتواجد الحقل على كامل طول الناقل، ويشتد مع الاقتراب من الناقل. هنا وكما في المغنطيسات الدائمة، يكون للحقل اتجاه أيضاً. يتعلق اتجاه الحقل المغنطيسي باتجاه التيار المار عبر الناقل، ويمكن تحديده باستخدام قاعدة قبضة اليد اليمنى، كما هو مبين في الشكل 5-95.



الشكل 5-95: قاعدة قبضة اليد اليمنى.

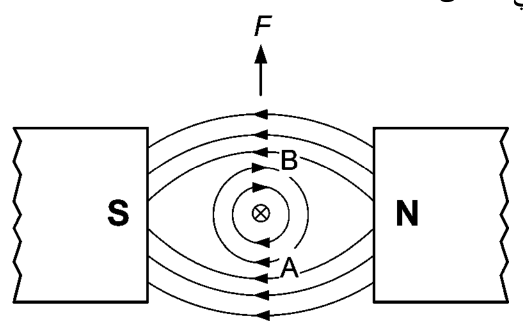
إذا أشار إبهام اليد اليمنى إلى اتجاه جريان التيار، فإن حركة التفاف الأصابع الأخرى حول السلك ستشير إلى اتجاه الحقل المغنطيسي. عند رسم المقطع العرضي للناقل تشير النقطة (0) أو النجمة (*) إلى أن التيار مُتَّجه نحوك أيها القارئ (التيار خارجٌ من الصفحة) في حين أن التصالب (+ أو ×) يشير إلى أن التيار يجري مبتعداً عنك (إلى داخل الصفحة). يحاكي هذا الاصطلاح طيران السهم، حيث تشير النقطة إلى رأس السهم والتصالب إلى الريش في ذيل السهم.

نقطة مفتاحية
يتَشَكّل حقلٌ مغنطيسي في الفراغ المحيط بالناقل كلما جرى تيار كهربائي فيه. ينتشر الحقل حول الناقل على شكل دوائر متحدة المركز بحيث تكون كثافة الجريان المغنطيسي الأكبر في المنطقة الأقرب للناقل.

5-11-4 القوة المؤثرة في ناقل حامل للتيار

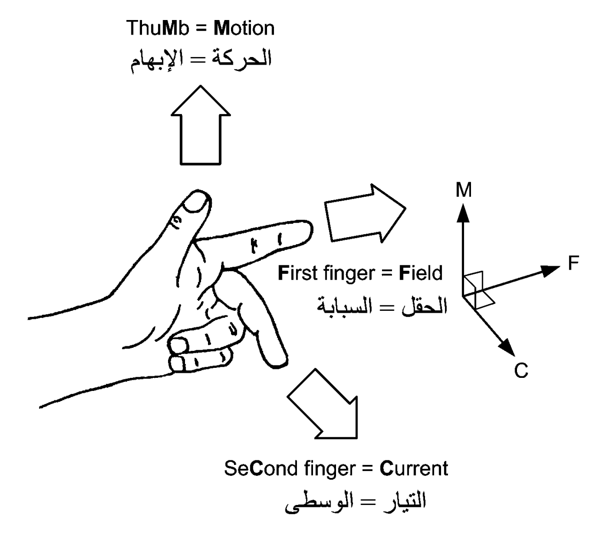
Force on acurrent – carrying conductor

إذا وضعنا ناقلاً حاملاً للتيار ضمن حقل مغنطيسي، فسيتأثر الناقل بقوة مطبقة عليه. لِيَكن لدينا التشكيلة المبينة في الشكل 5-96، حيث يتوضع الناقل الحامل للتيار بين القطبين الشمالي والجنوبي لمغنطيسين دائمين، واتجاه التيار المار عبر الناقل هو إلى داخل الورقة مبتعداً عنا. سيكون اتجاه الحقل المغنطيسي الناشئ عن التيار المار في الناقل، وحسب قاعدة التفاف اليد اليمنى، مع عقارب الساعة، كما هو واضح في الشكل.



الشكل 5-96: ناقل حامل للتيار في حقل مغنطيسي.

نعلم أيضاً أن خطوط التدفق من مغنطيس دائم تخرج من القطب الشمالي وتدخل إلى القطب الجنوبي، أي بتعبير آخر، هي ترتحل من الشمال إلى الجنوب، كما هو مبين باتجاه الأسهم. الأثر الصافي لحقلي القوتين المغنطيسيتين المجتمعين معاً هو أنهما يرتحلان بنفس الاتجاه في النقطة A، ويدعم أحدهما الآخر، في حين يرتحل الحقلان باتجاهين متعاكسين عند النقطة B ويسعيان إلى أن يلغي أحدهما الآخر.



الشكل 5–97: قاعدة اليد اليسرى لفليمنغ.

وهكذا، ولأن حقل القوة أشد في النقطة A وأضعف في النقطة B، يُجبر الناقل على الصعود مبتعداً عن الحقل المغنطيسي.

إذا عُكِسَ اتجاه التيار الكهربائي، أي إذا أصبحت جهة حركته باتجاهنا خارجاً من الصفحة، فإن اتجاه الحقل المغنطيسي في الناقل الحامل للتيار سينعكس، وسينعكس لذلك اتجاه حركة الناقل.

هناك طريقة مريحة لتحديد اتجاه حركة الناقل الحامل للتيار، وهي استخدام قاعدة اليد اليسرى لــفِليمينغ (Fleming's left hand rule). هذه الطريقة مبينة في الشكل 5–97، حيث تمتد اليد اليسرى وأصابعها الثلاثة (الإبهام والسبابة والوسطى) في وضعية تعامد متبادل K، وكما هو واضح من الشكل، تمثل السبابة

الحقل المغنطيسي وتمثل الوسطى اتجاه التيار الكهربائي في الناقل، أما الإبهام فيمثل حركة الناقل تحت تأثير القوى المؤثرة فيه.

نقطة مفتاحية

عند وضع ناقل حامل للتيار ضمن حقل مغنطيسي فإن الناقل سيتعرض لقوة تؤثر فيه. ستولد هذه القوة حركة في حال كان الناقل قابلاً للتحرك.

تعتمد قيمة القوة المؤثرة في الناقل على كل من التيار الجاري في الناقل وطول الناقل ضمن الحقل وشدة الحقل المغنطيسي (معبراً عنها بكثافة التدفق). ستعطى قيمة القوة بالعبارة:

$$F=BIl$$

حيث F القوة بالنيوتن N، B كثافة التدفق المغنطيسي بالــتِسلا T، I هي التيار بالأمبير A و l هي الطول بالمتر m.

يستحق مصطلح كثافة التدفق بعض الشرح الإضافي. التدفق المغنطيسي الناتج من حقلٍ مغنطيسي هو مقياس للشدة المغنطيسية الكاملة الموجودة في الحقل ويقاس بالــويبير (Wb) ويرمز إليه بالحرف اليوناني ϕ، أما كثافة التدفق B فهي ببساطة حاصل قسمة التدفق المغنطيسي الكامل ϕ على المساحةA التي يؤثر التدفق من خلالها. وعليه:

$$B=\frac{\phi}{A}$$

حيث B هي كثافة التدفق مقيسة بالتِسلا T، ϕ هي التدفق الإجمالي الحاضر Wb و A هي المساحة m^2.

نقطة مفتاحية

تحسب كثافة التدفق كحاصل قسمة التدفق الكامل على المساحة التي يؤثر التدفق من خلالها.

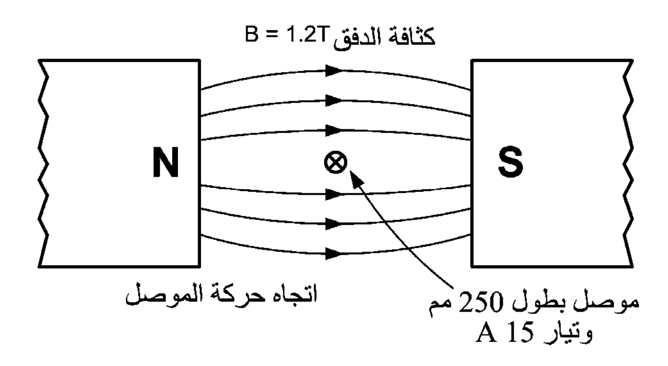
مثال 5–58

في الشكل (5–98)، يتوضع ناقل مستقيم حامل للتيار متعامداً مع حقل مغنطيسي ذي كثافة تدفق 1.2 T وبحيث يقع 250 مم من طوله ضمن هذا الحقل. أوجد القوة المطبقة على الناقل واتجاه حركته إذا كان التيار المار عبره 15 A.

الحل:

لإيجاد قيمة القوة نستخدم العلاقة $F = BIl$ ، ومنه:

$$F = BIl = 1.2 \times 15 \times 250 \times 10^{-3} = 4.5N$$



الشكل 5–98

يمكننا الآن إيجاد اتجاه حركة الناقل بسهولة، وذلك عن طريق استخدام قاعدة اليد اليسرى لِفْليمينغ، حيث نعلم أن السبابة تشير إلى اتجاه الحقل المغنطيسي من الشمال إلى الجنوب، والوسطى تشير إلى أن التيار الكهربائي متجه إلى داخل الصفحة، وهذا ما يوجه إبهامك إلى أسفل الورقة باتجاه الحركة.

5–11–5 شدة الحقل المغنطيسي وكثافة التدفق

Magnetic field strength and flux density

شدة الحقل المغنطيسي هي قيمة كثافة التدفق عند أية نقطة من الحقل. في الشكل (5–99)، ستتناسب شدة الحقل B طرداً مع التيار المطبق، وعكساً مع البُعد عن الناقل.

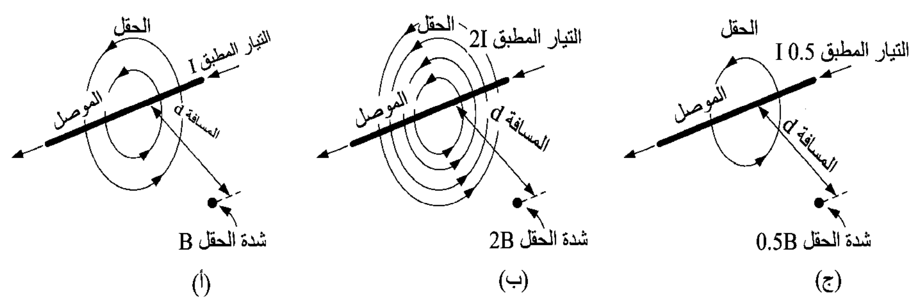
وبالتالي:

$$B = \frac{kI}{d}$$

حيث B هي كثافة التدفق المغنطيسي T، I هي شدة التيار A، d البعد عن الناقل m و k هو ثابت. إذا كان الوسط خلاءً أو فضاءً حراً، تعطى علاقة كثافة التدفق المغنطيسي بالمعادلة:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

حيث B كثافة التدفق المغنطيسي T،μ_0 نفاذية الفراغ الحر، وتساوي H/m $4\pi\times10^{-7}$ أو 12.57×10^{-7} H/m، I التيار A، d البعد عن الناقل m.



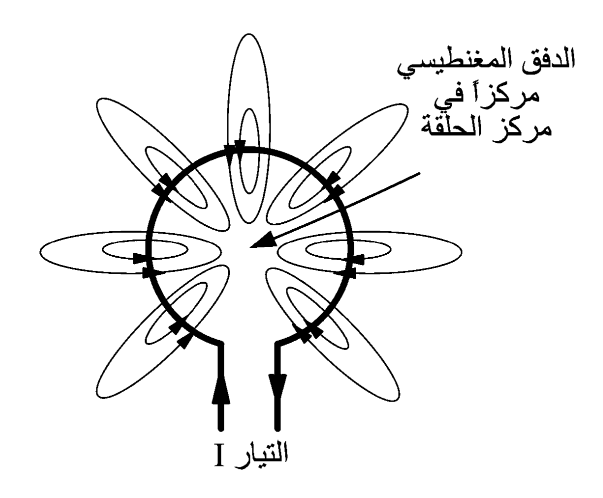
الشكل 5−99: شدة الحقل المغنطيسي في نقطة.

تساوي كثافة التدفق أيضاً حاصل قسمة التدفق الإجمالي Φ على المساحة A التي يؤثر التدفق من خلالها. وعليه:

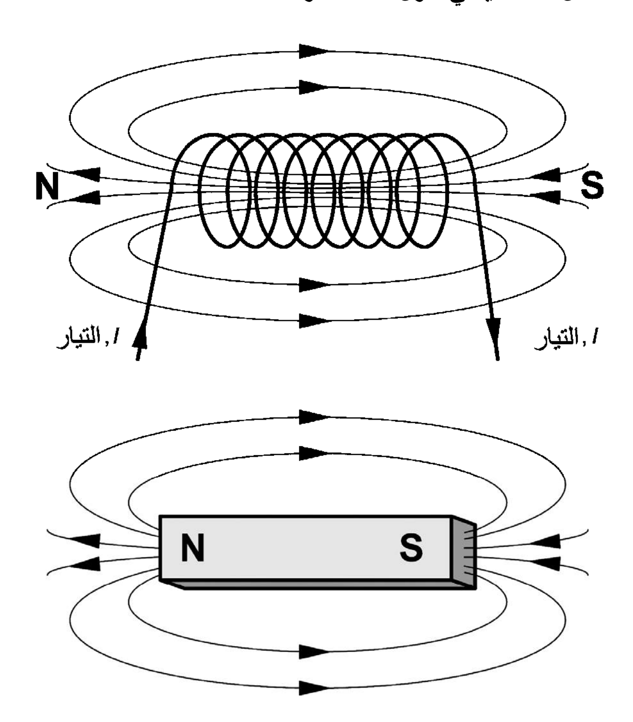
$$B = \frac{\phi}{A}$$

حيث ϕ هي التدفق Wb و A مساحة الحقل m^2.

لزيادة شدة الحقل، يمكن ثني الناقل ليشكل حلقة (شكل 5−100)، أو لفّه للحصول على وشيعة (شكل 5−101).



الشكل 5−100: الحقل المغنطيسي حول حلقة مفردة.



الشكل 5−101: خطوط الحقل المغنطيسي حول وشيعة أو ملف.

مثال 5−59

أوجد كثافة التدفق على مسافة 50mm من سلك مستقيم ٍ حاملٍ لتيار قدره 20 A.

الحل:

العلاقة:
$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi d}$$

نعطي لمثالنا:

$$B = \frac{12.57\times10^{-7}\times20}{6.28\times5\times10^{-3}} = \frac{251.4}{31.4}\times10^{-4}$$
$$= 8\times10^{-4}\ \mathrm{T} = 0.8\,\mathrm{mT}$$

مثال 5−60

يطبق دفق كثافته 2.5 ميلي تسلا في فراغ حُر على مساحة قدرها 20 سم^2. أوجد التدفق الإجمالي.

الحـــــل:

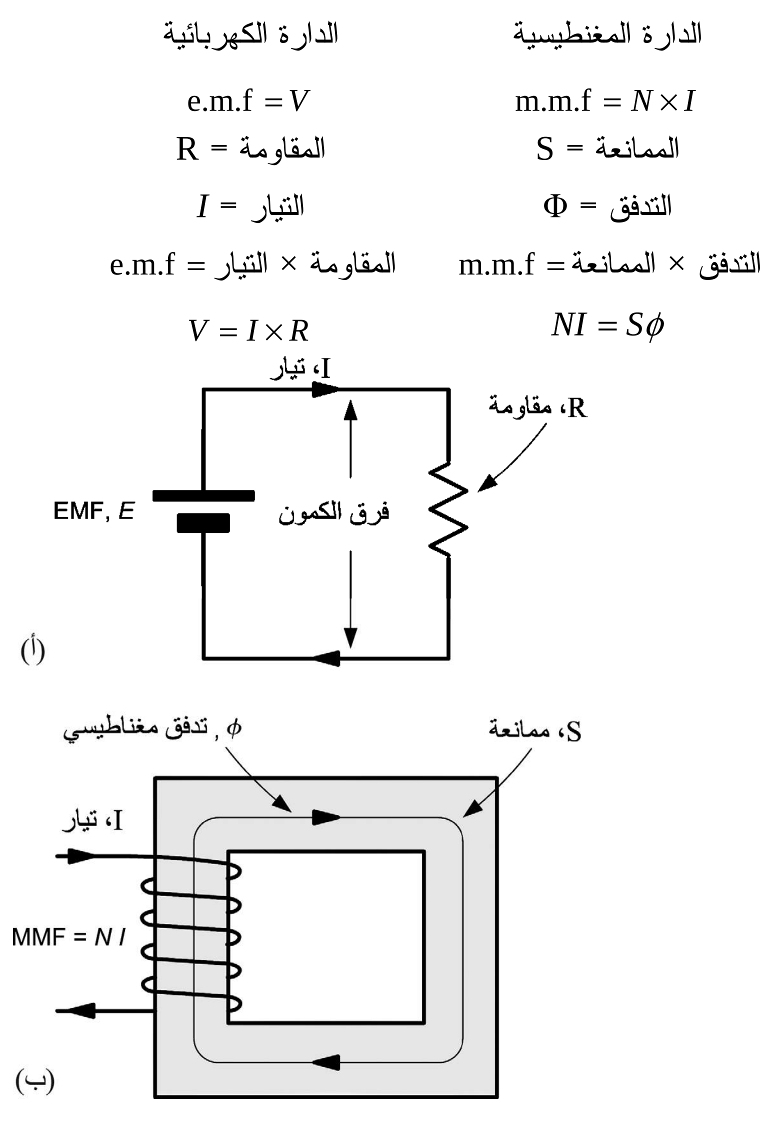
نعيد ترتيب العلاقة $B = \frac{\phi}{A}$ إلى الشكل $\phi = BA$

ونطبق معطيات المثال فنحصل على:

$$\phi = 2.5\times10^{-3}\times20\times10^{-4} = 50\times10^{-7}\,Wb = 5\mu Wb$$

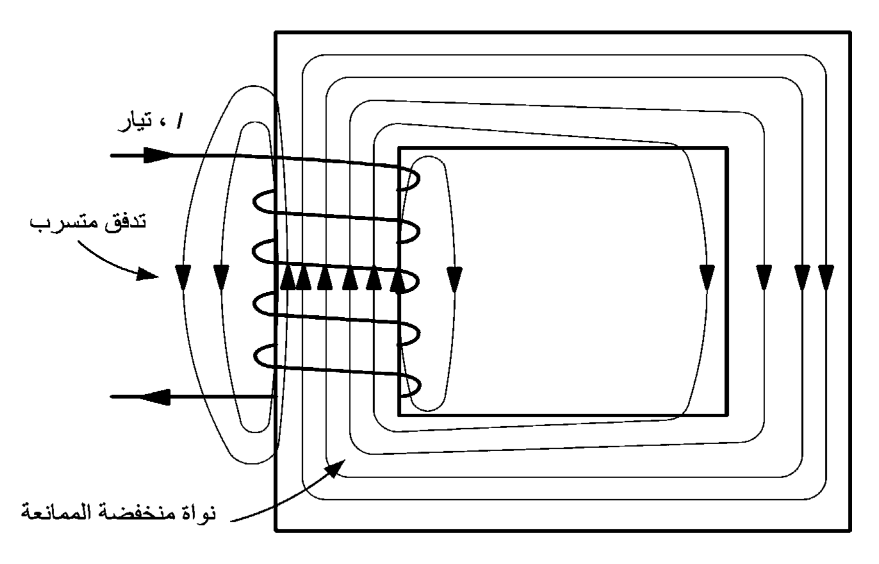
5−11−6 الدارات المغنطيسية Magnetic circuit

تمتلك بعض المواد مثل الحديد والفولاذ خصائص مغنطيسية مرتفعة نسبياً، ويتم استخدامها لذلك في التطبيقات التي نحتاج فيها إلى زيادة كثافة التدفق الذي ينتجه تيار كهربائي. وكنتيجة تسمح هذه المواد بتحويل التدفق الكهربائي إلى دارة مغنطيسية، كتلك المبينة في الشكل (5−102 ب). وفيما يلي نورد مقارنةً بين هذين النوعين من الدارات:

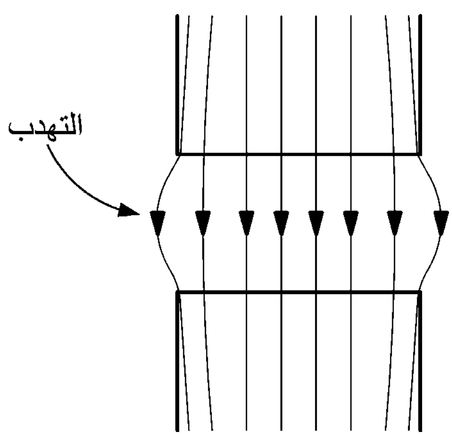


الشكل 5−102: مقارنة بين الدارة الكهربائية (أ) والدارة المغنطيسية (ب).

لا يتركز كل التدفق المغنطيسي المتولد في الدارة المغنطيسية ضمن النواة عملياً، فيؤدي إلى تسربٍ في التدفق المغنطيسي إلى الفراغ المحيط (كما يظهر في الشكل 5−103). يمكن بشكل مشابه مشاهدة نفس الظاهرة إذا وجدت ثغرة في دارة مغنطيسية، حيث تميل بعض خطوط الحقل المغنطيسي إلى الانحناء، وبالتالي ينتشر التدفق خارج الدارة، كما في الشكل 5−104 وتدعى هذه الظاهرة بالتهدب.



الشكل 5-103: التدفق الهارب (المتسرب) في دارة مغنطيسية.



الشكل 5-104: ظاهرة التهدب.

5-11-7 الممانعة والنفاذية Reluctance and permeability

تتناسب ممانعة مسار مغنطيسي طرداً مع طول هذا المسار، وعكساً مع مساحة مقطعه، وكذلك تتناسب عكساً مع النفاذية المطلقة للمادة المغنطيسية التي يصنع منها هذا المسار. وهكذا:

$$S = \frac{l}{\mu A}$$

حيث S ممانعة المسار المغنطيسي، l طول هذا المسار (m)، A مساحة مقطعه (m^2)، و μ النفاذية المطلقة للمادة التي صنع منها المسار المغنطيسي.

النفاذية المطلقة μ هي ناتج جداء نفاذية الخلاء μ_0 مع النفاذية النسبية للوسط المغنطيسي μ_r. أي: $\mu = \mu_0 \times \mu_r$، وبالتالي تؤول علاقة الممانعة إلى الشكل التالي:

$$S = \frac{l}{\mu_0 \mu_r A}$$

يمكن أن نتصور النفاذية على أنها تعبير عن قدرة الوسط المغنطيسي على دعم التدفق عند تعرضه لقوة مغنطيسية. يمكن بناءً على هذا التصور الأولي أن نعبّر عن النفاذية المطلقة بالعلاقة التالية:

$$\mu = \frac{B}{H}$$

حيث تشير B إلى كثافة التدفق المغنطيسي (T)، أما H فهي القوة المغنطيسية (A/m).

يحتاج مفهوم القوة المغنطيسية إلى إيضاح بشكل أفضل. لنتذكر أننا قلنا إن تدفقاً مغنطيسياً يتطلب وجود ناقل يمر فيه تيار كهربائي، ويمكن زيادة الحقل المتولد بلف هذا السلك الناقل على شكل وشيعة لها عدد مميز من اللفات. إن حاصل جداء عدد اللفات N في شدة التيار الكهربائي المار في السلك الناقل I يسمى بالقوة المحركة المغنطيسية (m.m.f) (ارجع إلى جدول المقارنة بين الدارة الكهربائية والدارة المغنطيسية في حال بقي لديك أي التباس). القوة المغنطيسية H هي حاصل قسمة القوة المحركة المغنطيسية ($m.m.f= N x I$) على طول المسار المغنطيسي l أي:

$$H = \frac{m.m.f}{l} = \frac{NI}{l}$$

حيث H هي القوة المغنطيسية (A/m)، N عدد اللفات، I شدة التيار المار (A)، أما l فهي طول المسار المغنطيسي (m).

نقطة مفتاحية

يتم حساب قيمة القوة المحركة المغنطيسية في وشيعة كحاصل جداء شدة التيار المار في هذه الوشيعة I بعدد لفاتها N. ووحدة قياسها هي الأمبير–لفة، ولما كانت اللفات عدداً بلا وحدة أمكن التعبير عن هذه الوحدة بالأمبير فقط. بالمقابل، تعطى القوة المغنطيسية H بحاصل قسمة القوة المحركة المغنطيسية على طول مسار الدارة المغنطيسية l وتقاس بوحدة هي أمبير–لفة /متر أو بشكل أبسط A/m.

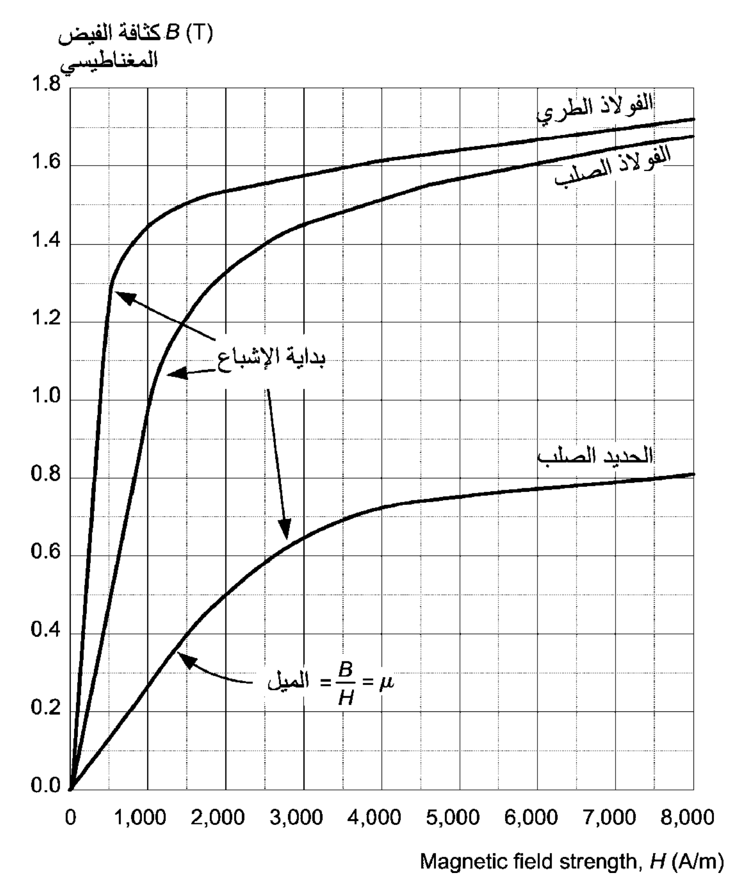
5–11–8 منحنيات *B-H*   B-H curves

يقدم الشكل 5–105 ثلاثة منحنيات نموذجية ترسم العلاقة بين كثافة التدفق B وشدة الحقل المغنطيسي (القوة المغنطيسية) H لبعض المواد المغنطيسية الأكثر شيوعاً. يلاحظ أن كلاً من هذه المنحنيات يتسطح أفقياً بسبب الإشباع المغنطيسي، وأن ميل المنحني (الذي يعبر عن قيمة μ عند قيمة معينة لـــ H) يتناقص مع تزايد القوة المغنطيسية. تأتي أهمية هذا المنحني من كونه يحدد لنا مجال العمل المسموح به لمختلف المواد المغنطيسية عند استخدامها في الدارات المغنطيسية.

هناك نقطة أخرى يجب الانتباه إليها، مفادها أن بعض المواد (مثل الحديد اللين) تبدي عند تعرضها لقوة مغنطيسية قدرة على الاحتفاظ ببعض مغنطتها حتى بعد زوال القوة المغنطيسية المؤثرة. يطلق على هذه الخاصية اسم المغنطة المتبقية Remanance (الاحتفاظية). ويراعى في المواد المستخدمة لصناعة النوى المستخدمة في ملفات التحريض والمحولات بشكل خاص أن تكون ذات قيم مغنطة متبقية منخفضة جداً.

نقطة مفتاحية

تقدم لنا منحنيات B-H معلومات هامة حول الخصائص المغنطيسية للمواد المستخدمة في صناعة نوى ملفات التحريض و المحولات. حيث يدل ميل هذه المنحنيات على مدى جودة هذه المواد فيما يخصّ دعم مرور التدفق المغنطيسي، في حين تعتبر نقطة الاستواء في هذا المنحني (تغيير الاتجاه) دليلاً على الوصول إلى حالة الإشباع (حيث يتم احتجاز أي زيادة في التدفق ضمن النواة المغنطيسية).



الشكل 5−105: منحنيات *B-H* لبعض المواد المغنطيسية الأكثر شيوعاً.

مثال 5−61

ماهي قيمة النفوذية النسبية للفولاذ الصلب إذا كان :

(أ) كثافة التدفق تساوي 0.6 T

(ب) كثافة التدفق 1.6 T.

الحل:

نلاحظ أن ميل المنحني في الشكل (5−105) عند أي نقطة يمثل قيمة μ عند هذه النقطة. ونحن نعلم أن الميل هو عبارة عن الظل، وبالتالي يبدأ حل

المسالة بإيجاد قيمة ظل الزاوية التي يصنعها المنحني مع محور H عند القيم المعطاة:

(أ) ميل المنحني μ عند النقطة 0.6T :

$$\frac{0.5}{500} = 1\times10^{-3}$$

وبما أن $\mu = \mu_0 \times \mu_r$ يكون:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{1\times10^{-3}}{12.57\times10^{-7}} = 795$$

(ب) ميل المنحني μ عند النقطة 1.6T :

$$\frac{0.06}{1500} = 0.04\times10^{-3}$$

وبما أن $\mu = \mu_0 \times \mu_r$ يكون:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0.04\times10^{-3}}{12.57\times10^{-7}} = 31.8$$

ملاحظة: يظهر من هذا المثال بشكل جلي تأثير حالة الإشباع في نفوذية المادة المغنطيسية.

مثال 5−62

يبلغ عدد لفات وشيعة 800 لفة ملفوفة على نواة مصمتة من الفولاذ الطري طولها 600 mm. ماهي شدة التيار المطلوبة من أجل الحصول على تدفق مقداره 0.8 mWb في النواة.

الحل:

نحسب أولاً كثافة التدفق المغنطيسي B:

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{0.8\times10^{-3}}{500\times10^{-6}} = 1.6\,\text{T}$$

نجد من المنحني المميز للفولاذ الطري في الشكل 105.5 أن قيمة H المقابلة لكثافة تدفق مقدارها 1.6 T هي H=3500 A/m . ولكن: $H=\frac{NI}{l}$ وبالتالي يكون:

$$I=\frac{Hl}{N}=\frac{3500\times 0.6}{800}=2.625\text{A}$$

9-11-5 التحجيب المغنطيسي Magnetic shielding

رأينا في هذا الفصل أن الحقل المغنطيسي يملأ كل الفراغ المحيط بناقل يمر فيه تيار كهربائي. إن وجود سيالة مغنطيسية متسربة (هاربة) من دارة مغنطيسية إلى أخرى من شأنه أن يُوجِد في بعض الأحيان مجموعة من المشاكل، خصوصاً في حال وجود مجموعة من الأجهزة الإلكترونية الدقيقة وذات الحساسية العالية (كما هو الحال في لوحات التوجيه والمساعدة الملاحية، وأجهزة الراديو). يمكن احتواء الحقل المغنطيسي المتولد حول عنصر أو مكون ما (ناقل يمر فيه تيار أو في المحولات مثلاً) عبر إحاطته بغلاف أو درع مصنوع من خلائط ذات نفاذية مغنطيسية عالية (مثل معدن الميو μ أو معدن ذي نفاذية عالية). لا يقتصر دور هذا الدرع على المساعدة في منع السيالة الهاربة من العنصر المعني بل يتعداه إلى منع الحقول الخارجية من التأثير فيه أيضاً. من حيث التأثير، يعمل الدرع وكأنه تحويلة مغنطيسية توفر ممراً ذا ممانعة أخفض بكثير من ممانعة الهواء أو الخلاء المحيط به.

اختبر فهمك 5-11

1- حالما يتدفق ____________ كهربائي في ناقل يتولد في الفراغ المحيط به ____________.

2- وحدة قياس التدفق المغنطيسي هي ____________ ويرمز إليها بـ____________.

3- وحدة قياس كثافة التدفق المغنطيسي هي ____________ ويرمز إليها بـ____________.

4- يوضع ناقل يحمل تياراً شدته 12 A متعامداً مع حقل مغنطيسي كثافة سيالته 0.6T. احسب مقدار القوة المؤثرة في هذا الناقل إذا كان طوله 40cm.

5- اذكر العلاقة التي تربط بين كثافة التدفق B، التدفق الكلي ϕ، والمساحة A.

6- احسب التدفق المغنطيسي الناتج من وجود حقل مغنطيسي تبلغ كثافة تدفقه 80mT ضمن مساحة من الفراغ مقدارها $100\ cm^2$.

7- تتناسب ممانعة دارة مغنطيسية S __________ مع طول هذه الدارة، و __________ مع مساحة مقطعها العرضي.

8- ارسم الشكل الذي يعبّر عن تغير كثافة التدفق B مع القوة المغنطيسية H لمادة حديدية مغنطيسية نموذجية.

9- في الجزء الخطي من منحني B-H لمدة مغنطيسية تتزايد كثافة التدفق من 0.1 إلى 0.3 T عندما تتزايد القوة المغنطيسية من 35A/m إلى 105A/m. احسب النفاذية المغنطيسية لهذه المادة.

10- اشرح باختصار فوائد التحجيب المغنطيسي، وأعطِ مثالاً للمادة شائعة الاستخدام في تصنيع هذه الدروع .

12-5 التحريضية والملفات (المُحثات) Inductance and inductors

المنهج Syllabus

يحتوي هذا الفصل على المواضيع التالية: قانون فاراداي، توليد جهد في ناقل يتحرك ضمن حقل مغنطيسي، مبادئ التحريض، تأثير كلٍّ من العوامل التالية في الجهد المحرض (المخث): شدة الحقل المغنطيسي، معدل تغير التدفق، عدد لفات السلك الناقل. كما وسنتعرف أيضاً على التحريض المتبادل، تأثير معدل تغير التيار الأولي و التحريضية المتبادلة في الجهد المحرض، العوامل المؤثرة في

التحريضية المتبادلة: عدد لفات الوشيعة، الأبعاد الهندسية للوشيعة، نفاذية الوشيعة، ومكان توضع كل وشيعة بالنسبة إلى الأخرى. ثم ننتقل إلى شرح قانون لينز وقوانين تحديد اتجاهات القطبية، القوة المحركة الكهربائية العكسية، نقطة التشبع، مبادئ استخدام الملفات.

مفاتيح تحديد مستويات المعرفة **Knowledge level key**

B2	B1	A
2	2	1

5-12-1 مبادئ التحريض Induction principles

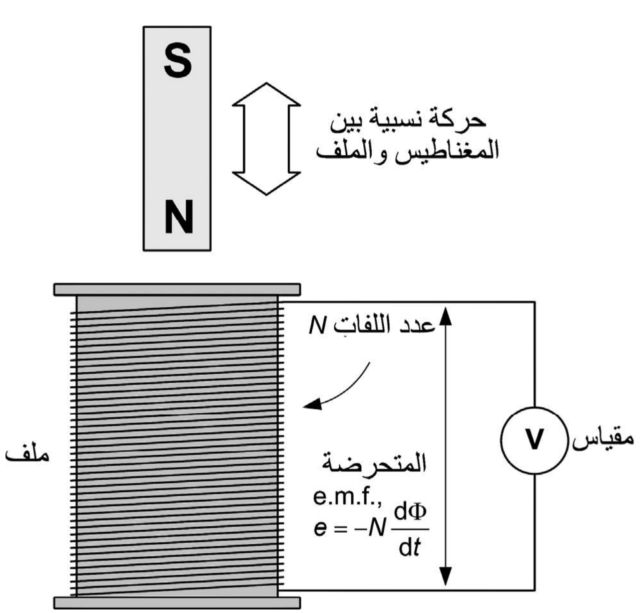
يمكن النظر إلى الطريقة التي يتولد فيها التيار الكهربائي في ناقل بأنه الشكل المعاكس تماماً لطريقة توليد قوة التحريك. لتوليد الطاقة الكهربائية نحتاج إلى أن يكون الدخل هو الحركة فيكون الخرج هو الكهرباء. نحتاج عملياً نفس التجهيزات لتوليد الكهرباء أو في المحرك الكهربائي والتي هي ناقل مغلق وحقل مغنطيسي وحركة.

حالما تحدث الحركة النسبية بين الحقل الكهربائي وناقل يتوضع بشكل متعامد مع خطوط الحقل، تتحرض قوة محركة كهربائية في هذا الناقل، وتعتمد الطريقة التي تتولد فيها هذه الـــقوة المحركة الكهربائية على مبدأ التحريض الكهرومغنطيسي.

لننظر إلى الشكل (5−106) الذي يُظهر حركةً نسبية بين وشيعة مغلقة ومغنطيس. حالما يتحرك المغنطيس مقترباً أو مبتعداً عن الوشيعة، تتولد قوة محركة كهربائية (ويحدث نفس الأمر إذا ثبتنا المغنطيس وحركنا الوشيعة)، وتعتمد شدة هذه القوة المحركة الكهربائية المُحرضة على عدد اللفات N ومعدل تغير تدفق السيالة المغنطيسية في الوشيعة $\frac{d\phi}{dt}$. لاحظ أن المصطلح الأخير يعبّر وببساطة عن معدل تغير التدفق بالنسبة إلى الزمن، وعليه يكون:

$$e = -N\frac{d\varphi}{dt}$$

حيث تشير N إلى عدد اللفات، و $\frac{d\phi}{dt}$ إلى معدل تغير تدفق السيالة المغنطيسية في الوشيعة، أما الإشارة السالبة فتدل على أن قطبية الــقوة المحركة الكهربائية المتولدة تعاكس جهة التغير الحاصل.



الشكل 5−106: توضيح لكيفية حصول التحريض الكهرومغنطيسي.

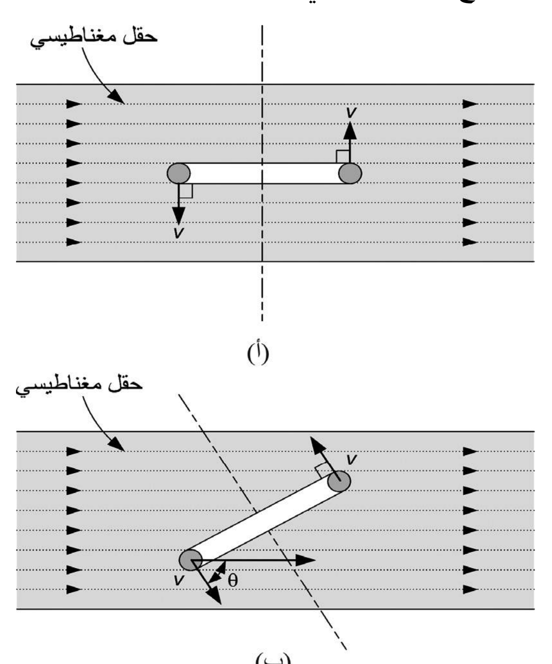
5−12−2 القوة المحركة الكهربائية المتحرضة Induced e.m.f.

يرتبط عدد اللفات N مباشرة بطول الناقل l المتحرك في الحقل المغنطيسي ذي الكثافة B . كما تحدد سرعة تحرك الناقل ضمن هذا الحقل معدلَ تغير التدفق المغنطيسي في الوشيعة التي تقطع خطوط الحقل. وهكذا يمكن القول إن شدة القوة المحركة الكهربائية المحرضة، التي يمكن التعبير عنها بــ e تتناسب طرداً مع كثافة التدفق، ومع طول الناقل، ومع السرعة النسبية بين الحقل والناقل. وهو ما يمكن التعبير عنه بالشكل التالي:

$$e \propto Blv$$

حيث تمثل B شدة الحقل المغنطيسي (T)، l طول الناقل الموجود ضمن الحقل (m)، و v هي سرعة حركة الناقل (m/s).

لعلك تتساءل الآن عن سبب وجود إشارة التناسب في العلاقة السابقة. لتوليد قوة محركة كهربائية يجب أن يتواجد لدينا ناقل يقطع خطوط التدفق المغنطيسي. فإذا قطع هذا الناقل خطوط التدفق صانعاً معها زاوية قائمة (كما في الشكل (5−107 أ)) تكون قيمة القوة المحركة الكهربائية أعظمية. أما في حال قطعها وفقاً لزاوية θ فإن قيمة القوة المحركة الكهربائية ستنقص (الشكل (5−107 ب)) إلى أن تصبح $\theta = 0^o$ التي تشير إلى أن:



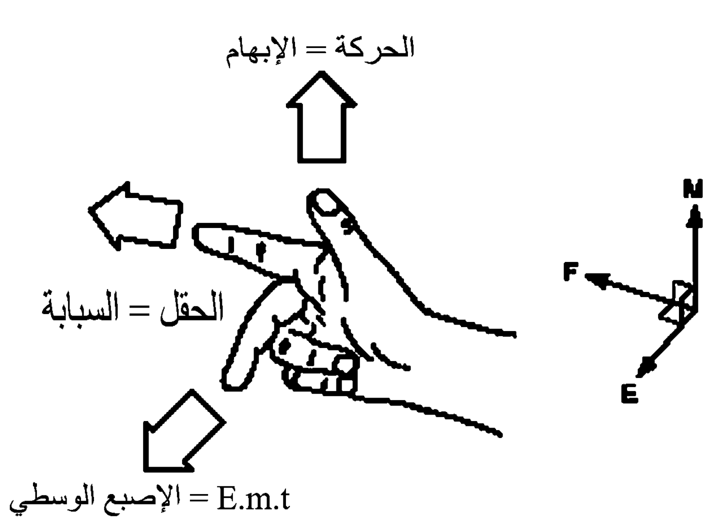
الشكل 5−107: قطع خطوط التدفق و توليد e.m.f. : (أ) $\theta = 90^o$، *e=Blv* . (ب) عند الزاوية θ يكون $e = Blv\sin\theta$.

حركة الناقل تحدث باتجاه موازٍ لخطوط التدفق، وبالتالي لا يتم قطعها أبداً، فلا يتم توليد أي قوة محركة كهربائية في الناقل. وبالتالي نقول إن طويلة القوة المحركة الكهربائية المتحرضة تتعلق بجيب الزاوية $\sin\theta$.

ويمكن أن نكتب:

$$e = Blv\sin\theta$$

ونكتفي بهذا القدر من الحديث عن طويلة القوة المحركة الكهربائية، ولكن ماذا عن جهتها في الناقل؟ بما أن الناقل يتميز بمقاومة معينة فإن وجود قوة محركة كهربائية سوف يؤدي إلى مرور تيار ناتج من فرق الكمون. تتحدد جهة هذا التيار وفقاً لقاعدة فليمينغ أو اليد اليمنى. يجدر بك أن تلاحظ أننا نستخدم يدنا اليمنى في حال وجود المولد (الشكل 5−108)، أما للمحركات فنستخدم يدنا اليسرى.



الشكل 5−108: قاعدة فليمننغ باستخدام اليد اليمنى.

تشير الإصبع الأولى (السبابة) إلى جهة الحقل، والإبهام إلى جهة الحركة، وبالتالي تكون جهة القوة المحركة الكهربائية المتحرضة بجهة الإصبع الوسطى. لاحظ أننا قد قمنا بالأمر عينه عند الحديث عن مبدأ المحرك في الفقرة 5−11−4.

5−12−3 قانون فاراداي Faraday's law

عندما يتغير التدفق المغنطيسي خلال وشيعة، تتحرض قوة محركة كهربائية، وتتعلق القوة المحركة الكهربائية بمعدل التغير في التدفق المغنطيسي.

في الحقيقة، إن هذا القانون يشير فعلياً إلى ضرورة وجود حركة نسبية بين الناقل والتدفق المغنطيسي من أجل توليد قوة محركة كهربائية. حيث تدل حركة مؤشر مقياس الفولت في الشكل 5−106 إلى توليد مثل هذه الـــقوة المحركة الكهربائية. إذا

تغيرت جهة الحركة تتغير قطبية القوة المحركة الكهربائية المتحرضة في الناقل. أكثر من ذلك، يدل قانون فاراداي على أن طويلة القوة المحركة الكهربائية المتحرضة تعتمدعلى السرعة النسبية التي يقطع بها الناقل خطوط التدفق المغنطيسي.

4-12-5 قانون لينز Lenz's law

ينص قانون لينز على أن جهة التيار المتحرض في ناقل تكون بحيث تعاكس تغير الحقل الذي أدى إلى توليده. لذلك فمن المهم أن نتذكر دائماً أن التيار المتحرض يؤثر دائماً باتجاه معاكس لتغيرات التدفق. وهذا هو بالضبط السبب وراء وضع الإشارة السالبة في العلاقة التي تمّت الإشارة إليها سابقاً:

$$e = -N\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$$

نقطة مفتاحية
تنزِع القوة المحركة الكهربائية المتحرضة إلى معاكسة أي تغير في التيار، ولذلك فإننا نطلق عليها اسم القوة المحركة الكهربائية العكسية".

مثال 5-63

يقطع ناقل مغلق طوله 15 cm خطوط التدفق لحقل مغنطيسي شدته 1.25 T بسرعة 2.5 m/s. احسب القوة المحركة الكهربائية المتحرضة في الحالات التالية:

(أ) الزاوية بين الناقل وخطوط الحقل تساوي 60^0.

(ب) الزاوية بين الناقل وخطوط الحقل قائمة.

الحل:

(أ) تعطى القوة المحركة الكهربائية بالعلاقة التالية:

$$\begin{aligned} e &= Blv\sin\theta \\ &= 1.25\times 0.15\times 25\times \sin 60^o \\ &= 4.688\times 0.866 = 4.06\ \mathrm{V} \end{aligned}$$

(ب) تكون القوة المحركة الكهربائية ذات قيمة أعظمية إذا كانت الزاوية بين الناقل وخطوط التدفق تساوي 90°. وفي هذه الحال يكون:

$$e = Blv\sin\theta = Blv$$

$$\sin\theta = 1$$

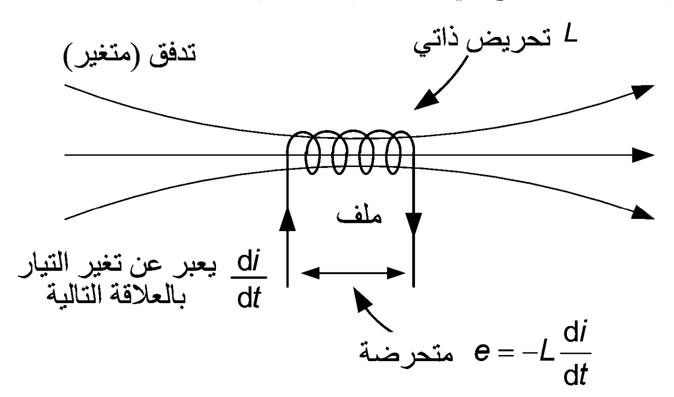
$$e = Blv\sin\theta = Blv$$

$$= 1.25 \times 0.15 \times 25 = 4.688\text{V}$$

5-12-5 التحريض الذاتي والتحريض المتبادل

Self and mutual inductance

رأينا للتو كيف تتولد القوة المحركة الكهربائية التحريضية أو العكسية عندما يتغير التدفق بوجود ناقل. تتناسب هذه القوة طرداً مع معدل تغير التيار (وفقاً لقانون لينز) كما هو واضح في الشكل (5–109) .



ملاحظة: جهة القوة المحركة e.m.f المتحرضة تعاكس تغير التيار

الشكل 5–109: التحريض الذاتي.

يطلق على هذا الأثر اسم التحريضية الذاتية (أو التحريضية فقط) الذي يرمز إليه بالرمز L. وتقاس التحريضية بوحدة تسمى الهنري (H) وتحسب من العلاقة التالية:

$$e = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

حيث تدل L على التحريضية الذاتية (الحثية)، $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ معدل تغير التيار، أما الإشارة السالبة فتدل على أن قطبية القوة المحركة الكهربائية المتولدة تعاكس جهة التغير الذي أدى إلى توليدها (يمكنك أن تقارن بين هذه العلاقة والعلاقة التي تمّت الإشارة إليها سابقاً عند الحديث عن التحريض الإلكترو–مغنطيسي).

إن وحدة التحريضية هي الهنري (H)، ونقول إن حثية (تحريضية) وشيعة تساوي واحد هنري إذا تحرض بين طرفيها جهد مقداره 1V عندما يكون معدل تغير التيار يساوي 1A/s.

مثال 5–64

احسب مقدار القوة المحركة الكهربائية المتحرضة عبر وشيعة تحريضيتها الذاتية 15 mH اذا كان معدل تغير التيار يساوي 450A/s.

الحل:

$$e = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

بالتعويض نجد أن:

$$e = -15\times10^{-3}\times 450 = -6.75\mathrm{V}$$

لاحظ الإشارة السالبة! ونقول إنه تتحرض قوة محركة كهربائية عكسية تساوي إلى 6.75V.

مثال 5–65

يتزايد تيار كهربائي بشكل منتظم من 2A إلى 6A خلال زمن قدره 250ms. فإذا طبق هذا التيار على حثية، احسب مقدار التحريضية إذا كانت القوة المحركة الكهربائية المتولدة 15V.

الحل:

$$e = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

وبالتالي يكون: $L = -e\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

بالتعويض نجد:

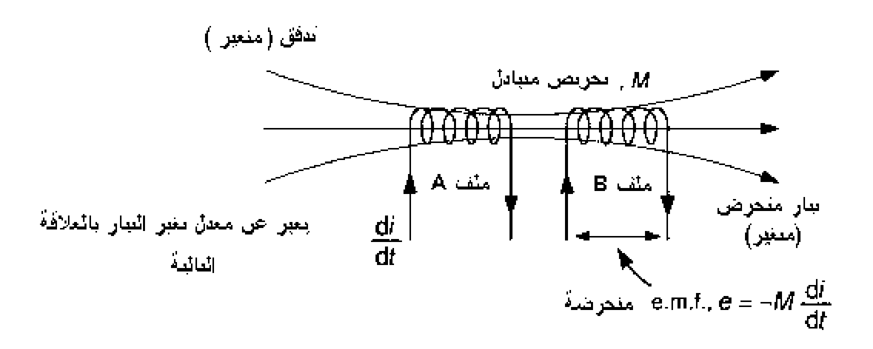
$$L = -(-15)\times\frac{250\times10^{-3}}{6-2}$$
$$= 15\times62.5\times10^{-3} = 937.5\times10^{-3}$$
$$= 0.94\ \mathrm{H}$$

أخيراً، إذا تواجد ملفان تحريضيان (محثان) بالقرب من بعضهما البعض، فإن التدفق المغنطيسي المتولد نتيجة مرور تيار متغير في الملف الأول سيقطع الملف الآخر (كما هو واضح في الشكل (5−110)). وبالنتيجة سيحرض هذا التدفق المتغير في الملف الثاني تياراً كهربائياً. يعرف هذا الأثر بالتحريض_المتبادل "Mutual Inductance" ويحدث دائماً كلما وُجد ملفّان مزاوَجان تحريضياً. يمثل هذا الأثر المبدأ الأساسي للمحولات، التي سنتعرف عليها لاحقاً في الفقرة 5−16.

تعطى قيمة التحريض المتبادل بالعلاقة التالية:

$$M = k\sqrt{L_1 + L_2}$$

حيث يمثل k معامل الاقتران (أو التزاوج) و L_1 و L_2 قيمة التحريضية لكلٍّ من الملفين.

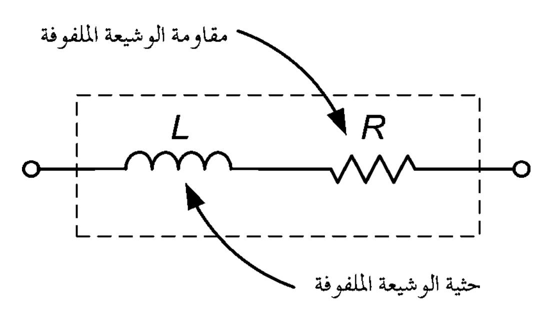


الشكل 5−110: التحريض المتبادل.

6-12-5 ملفات التحريض (المحثّات) Inductors

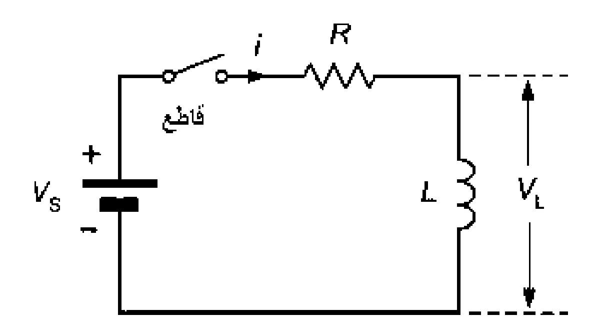
توفر لنا المحثات وسيلة لتخزين الطاقة الكهربائية على شكل حقل مغنطيسي. وتتجلى التطبيقات النموذجية لهذه العناصر في الملفات الخانقة والمرشحات ودارات التردد الانتقائية.

تتحدد الخصائص الكهربائية للملفات بعدة عوامل تتضمن المادة التي صنعت منها النواة، عدد اللفات والأبعاد الهندسية للوشيعة. تتكون الملفات عملياً من مقاومة وتحريضية ويمكن تمثيلها بدارة مبينة في الشكل (5-111). في الواقع تتوزع كل من المقاومة R والحثية L على طول الملف، إلا أنه من الملائم معاملتهما كعنصرين منفصلين عند تمثيلهما في دارة توضيحية.



الشكل 5-111: يحتوي الملف التحريضي الحقيقي على تحريضية ومقاومة في آن واحد.

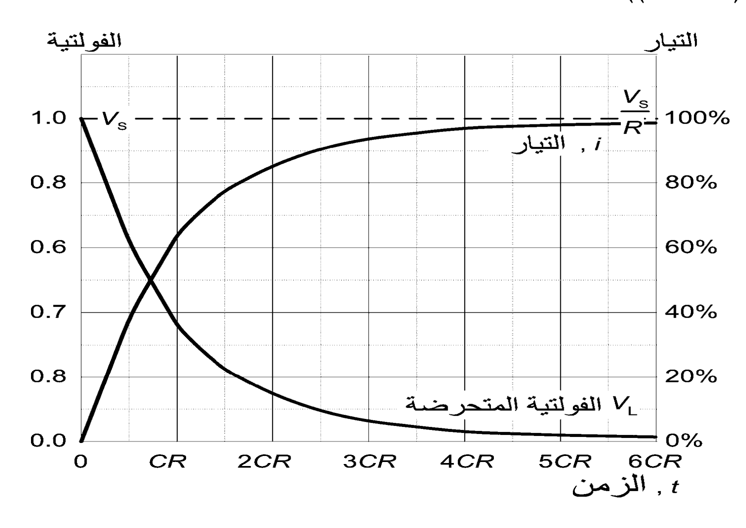
دعونا نرَ الآن ماذا يحدث لحظة بدء مرور تيار في ملف تحريضي. في الشكل (5-111)، إذا تركنا القاطع مفتوحاً فلن يمر أي تيار، وبالتالي لن يتولد أي تدفق مغنطيسي عبر الملف. أما إذا أغلقنا القاطع فإن تياراً كهربائياً سوف يمر نتيجة لاستجرار الطاقة الكهربائية من المنبع من أجل توليد الحقل المغنطيسي. يولّد تغير التدفق المغنطيسي الناتج من ظهور التيار الكهربائي جهداً (يحرض قوة محركة كهربائية) عبر الملف يعاكس القوة المحركة الكهربائية المقدمة من المدخرة. فعلياً، تقوم هذه القوة المحركة المتحرضة بمنع التزايد اللحظي للتيار في الدارة، ويتزايد التيار عوضاً عن ذلك بشكل بطيء وصولاً إلى قيمته العظمى بمعدل يعتمد على النسبة بين التحريضية L والمقاومة R في الدارة.



الشكل 5-112: دارة يتم فيها تطبيق تيار كهربائي على ملف.

نصل بعد فترة إلى الحالة المستقرة حيث تتناقص قيمة جهد الملف إلى الصفر بينما تزداد قيمة التيار لتصل إلى حدها الأعظمي (الذي يتحدد بحاصل قسمة V و R وفقاً لقانون أوم).

إذا قمنا، بعد الوصول إلى الحالة المستقرة هذه، بفتح القاطع مرة أخرى، فإن الحقل المغنطيسي سيتقلص فجأة، وتعود الطاقة إلى الدارة على شكل قوة محركة كهربائية عكسية ستظهر عبر الملف حالما يتقلص الحقل المغنطيسي (الشكل (5-113)).



الشكل 5-113: تغير التيار والجهد في الدارة المبينة في الشكل (5-112).

5-12-7 الطاقة المختزنة Energy storage

تتناسب الطاقة المختزنة في ملف تحريضي طرداً مع ناتج ضرب التحريضية L بمربع التيار المار وفقاً للعلاقة التالية:

$$W=0.5LI^2$$

حيث تشير W إلى الطاقة (j)، و L هي التحريضية (H)، أما I فتمثل التيار (A).

مثال 5-66

ما هي كمية الطاقة المختزنة في ملف تحريضيته 5 H ويمر فيه تيار شدته 1.5A.

الحل:

نعلم إن: $W=0.5LI^2$ بالتعويض نجد:

$$W=0.5x5x1.5^2=5.625J$$

مثال 5-67

يطلب من ملف تحريضيته 20mH أن يختزن طاقة مقدارها 2.5J. ما هي شدة التيار اللازم تطبيقه على الناقل؟

الحل:

نعلم أن: $W=0.5LI^2$ بالتعويض نجد:

$$I=\sqrt{\frac{W}{0.5\times L}}=\sqrt{\frac{2.5}{0.5\times 20\times 10^{-3}}}$$
$$=\sqrt{2.5\times 10^2}=15.8\,A$$

5-12-8 الحث والخصائص الفيزيائية

Inductance and physical characterstics

تعتمد تحريضية ملف على الأبعاد الفيزيائية لهذا الملف التحريضي (مثل طول الشريط الملفوف وقطره)، بالإضافة إلى عدد اللفات والنفاذية المغنطيسية للمادة التي صنعت منها النواة. وبالتالي يمكن التعبير عن حثية أي ملف تحريضي بالعلاقة التالية:

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r n^2 A}{l}$$

حيث تشير L إلى الحثية (H)، A مساحة المقطع العرضي للنواة (m^2)، و μ_0 نفاذية الخلاء (12.57×10^{-7}H/m)، μ_r النفاذية النسبية للنواة المغنطيسية، n عدد اللفات، أما l فيمثل طول النواة (m).

مثال 5-68

يراد تصنيع ملف تحريضي ذي حثية مساوية لـــ 100 mH. فإذا كان لدينا نواة مغنطيسية طولها 20 cm، و مساحة مقطعها العرضي $15\ cm^2$، و نفاذيتها النسبية 500. حدد عدد اللفات اللازمة للحصول على الحثية المطلوبة.

الحل:

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r n^2 A}{l}$$

بإعادة الكتابة نجد:

$$n = \sqrt{\frac{Ll}{\mu_0 \mu_r A}}$$

$$= \sqrt{\frac{100\times10^{-3}\times20\times10^{-2}}{12.57\times10^{-7}\times500\times15\times10^{-4}}}$$

$$= \sqrt{\frac{2\times10^{-2}}{94275\times10^{-11}}} = \sqrt{21215} = 146$$

أي إننا نحتاج إلى 146 لفة.

5-12-9 أشكال الملفات التحريضية وقيمها وهامش الخطأ

Inductor types, values and tolerances

تتضمن العوامل المميزة للملفات كلاً من التحريضية (وتقاس بـــ H، mH، μH ، أو nH)، حد التيار (التيار الأعظمي الذي يمكن للملف تمريره بشكل مستمر وفي شروط معينة)، بالإضافة إلى هامش الخطأ (يعبّر عنه بقيمة النسبة المئوية للانحراف الأعظمي المسموح به عن القيمة الاسمية)، ويمكن أن تضاف بعض الاعتبارات الأخرى مثل معامل درجة الحرارة للملف (ويعبّر عنه عادة كجزء من المليون "ppm" لكل وحدة تغير درجة الحرارة)، واستقرارية الملف وثبات عمله، مقاومة أسلاك الملف في حال عمله في دارة تيار مستمر DC (القيمة المثالية لها هي الصفر)، معامل الجودة (المعامل Q)، بالإضافة إلى مجال الترددات المسموح بالعمل ضمنه.

ويقدم الجدول 5-5 ملخصاً لخصائص أنماط الملفات الأكثر شيوعاً.

يعرض المصنّعون مجموعة متنوعة من الملفات التحريضية ذات القيمة الثابتة أو المتغيرة من أجل العمل ضمن مجالات الترددات الراديوية العالية. وتتوافر بشكل عام العناصر الثابتة ضمن الفئة E6 التي تتراوح قيم حثيتها ضمن المجال $1\mu H - 10mH$. تُزوَّد الملفات المتغيرة بنواة من برادة لمادة فريتية، الأمر الذي يسمح بمعايرتها للحصول على قيم الحثية المرغوبة بدقة لاستخدامها في دارات التوليف مثلاً.

تتمتع الملفات ذات التحريضية العالية بشكل عام بقيم مقاومة كبيرة عند العمل في دارة DC بسبب احتوائها على عدد كبير من اللفات، وبالتالي يستخدم في هذه الحال أسلاك بأقطار صغيرة نسبياً.

أما بالنسبة إلى الملفات المستخدمة في تطبيقات الترددات المنخفضة والمتوسطة، فتصنع عادة من قلب مصنوع من المواد الفريتية، وتتكون المواد التي تصنع منها النواة من شرائح متعددة لها نفس شكل نصف النواة، ويتم تجميعها في أزواج متماثلة، وبكرة وحيدة المقطع، بالإضافة إلى زوج من المشابك لحجز لفات

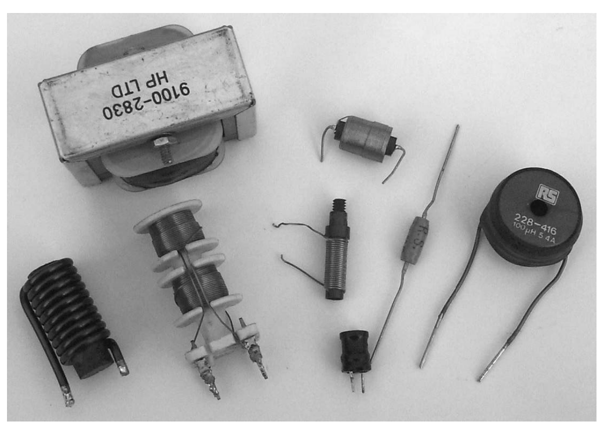
الوشيعة في حيز ضيق مع معدل للنواة. يتم لف سلك الوشيعة بشكل محكم تماماً ضمن حاوية من الفريت ذي النفاذية المغنطيسية العالية. تتراوح تحريضية هذه الملفات بشكل نموذجي بين $100\mu H - 100mH$ وكثافة تدفق إشباعي تساوي 250 mT.

فتعتمد قيم التحريضية في الملفات ذات النواة الحديدية بشكل كبير على قيم التيار المستمر المطبق، وتميل إلى الانخفاض بشكل سريع عند ارتفاع قيمة التيار hglsjlv والاقتراب من حد الإشباع المغنطيسي. في التطبيقات التي تتطلب وثوقية عالية، يجب أن يتم تشغيل الملفات التحريضية عند قيم تيار أقل تماماً من الحد الأعلى المسموح به.

الجدول 5-5

الميزة	نوع الملف					
	مفتوح ذو طبقة واحدة		متعدد الطبقات ذو نواة حديدية		متعدد الطبقات ذو قلب	مفتوح متعدد الطبقات
نوعية النواة	الهواء	الفريت	الهواء	الفريت	الفريت	الفولاذ
قيمة الحثية	50nH- 10 μH	1 μH - 100 μH	5 μH - 500 μH	10 μH - 1mH	1mH – 100mH	20mH- 20H
هامش الخطأ النموذجي	±10%	±10%	±10%	±10%	±10%	±10%
حد التيار النموذجي	0.1A	0.1A	0.2A	0.5A	0.5A	0.2A
المقاومة دارة DC	0.05 – 1Ω	0.1Ω-10Ω	1Ω-20Ω	2Ω - 20Ω	2Ω- 100Ω	10Ω- 400Ω
معامل Q النموذجي	60	80	100	80	40	20
مجال التردد المسموح	5-500MHz	1-500MHz	200kHz- 20MHz	100kHz- 10MHz	1kHz- 1MHz	50Hz – 1kH
الاستخدام	دارات التوليف	دارات التوليف	مرشحات ومحولات الجهد العالي	مرشحات ومحولات الجهد العالي	ترددات منخفضة ومتوسطة، ملفات خانقة، محولات	ترددات منخفضة ، ملفات خانقة، محولات

أخيراً، يستخدم الفريت (مادة غير ناقلة تتمتع بنفاذية مغنطيسية عالية) عادة في نوى الملفات المستخدمة في مرشحات الترددات المرتفعة ومحولات الحزمة العريضة عند تواترات أعلى من 30MHz، حيث يمكن تمييز الملفات المستخدمة عند هذه الترددات بكونها لا تحتوي إلا على عدد محدود من اللفات (الشكل (5-114)).



الشكل 5-114: نماذج متعددة للملفات التحريضية.

نقطة مفتاحية
تتضمن العوامل المميزة للملفات التحريضية كلاً من الحثية (H، mH، μH، أو nH)، حد التيار (التيار الأعظمي الذي يمكن للملف تمريره بشكل مستمر وفي شروط معينة). كما يعتبر كلٌّ من مقاومة أسلاك الملف في حال عمله في دارة تيار مستمر (Ω)، معامل الجودة (المعامل Q)، و مجال الترددات المسموح بالعمل ضمنه من العوامل المهمة لعمل الملفات التحريضية.

اختبر فهمك 5-12

1- حيثما وجدت حركة نسبية بين الحقل ـــــــــــ و ـــــــــــ تتولد قوة محركة كهربائية ـــــــــــ في ـــــــــــ.

2- ارسم مخططاً توضيحياً يبين طريقة حدوث التحريض الكهرومغنطيسي.

3- اذكر نص قانون فاراداي.

4- اذكر نص قانون لينز.

5- بيّن معنى القوة المحركة الكهربائية العكسية.

6- احسب قيمة القوة المحركة الكهربائية المتحرضة في ناقل مغلق طوله 50 cm يقطع خطوط حقل مغنطيسي كثافته 0.75T بزاوية قدرها 45^0 بسرعة 5m/s.

7- احسب القوة المحركة الكهربائية المتحرضة في ملف تحريضيته 2H إذا طبق عليه تيار كهربائي تتزايد شدته بشكل منتظم من 1.5A إلى 4.5A خلال زمن قدره 50ms.

8- اشرح مع الرسم كلاً من المفاهيم التالية:

(أ) التحريض الذاتي.

(ب) التحريض المتبادل.

9- ملف تحريضي ذو نواة مغلقة طوله 40cm، و مساحة مقطعه العرضي 10 cm^2 و نفاذيته النسبية تساوي 450. احسب تحريضية هذا الملف بفرض أن عدد لفاته يساوي 250 لفة.

10- احسب شدة التيار الواجب تطبيقه على ملف تحريضيته 600 mH حتى تكون قيمة الطاقة المخزنة تساوي 400 mJ.

13-5 الدراسة النظرية للمحرك ومولد التيار المستمر

DC-motor/generator theory

المنهج Syllabus

تتضمن هذه الفقرة شرحاً لــمبدأ المحرك والمولد، بنية ووظيفة المكونات الأساسية في مولد التيار المستمر، عمل مولد التيار المستمر والعوامل المؤثرة في خرجه وجهة التيار المار فيه، عمل محركات التيار المستمر والعوامل المؤثرة في عزم الاستطاعة، سرعة وجهة دوران محركات التيار المستمر، اللف التسلسلي، اللف التفرعي، اللف المختلط، بنية مولدات التيار المستمر ذات ملف الإقلاع.

Knowledge level key **مفاتيح مستوى المعرفة**

B2	B1	A
2	2	–

5-13-1 النظرية الأساسية للمولد Basic generator theory

عندما يتحرك ناقل عبر حقل مغنطيسي تتحرض بين نهايتيه قوة محركة كهربائية، ويمكن الحصول على نفس النتيجة إذا بقي الناقل ثابتاً وتم تحريك الحقل المغنطيسي. في كلتا الحالتين ينتج من قطع خطوط التدفق المغنطيسي بزاوية قائمة (الشكل 5-115) توليد قوة محركة كهربائية تعطى قيمتها بالعلاقة التالية:

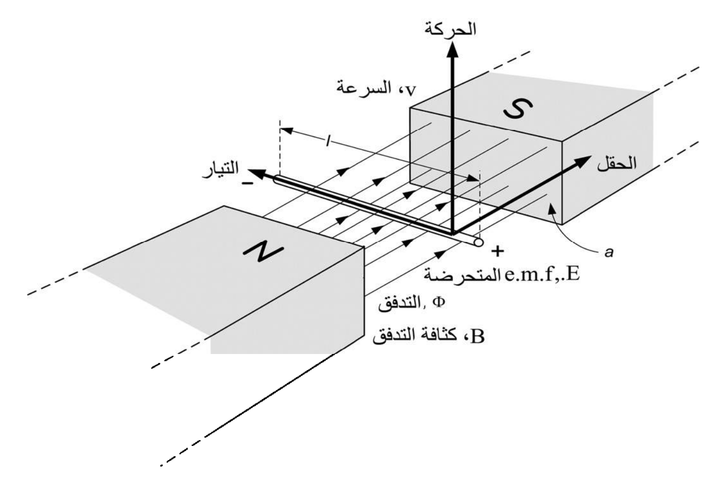
$$E=Blv$$

حيث تمثل B شدة الحقل المغنطيسي (T)، l طول الناقل الموجود ضمن الحقل (m)، و v هي سرعة حركة الناقل (m/s).

أما في حال قطعها وفقاً لزاوية θ لا تساوي قائمة، فتُعطى عندها قيمة القوة المحركة الكهربائية بالعلاقة التالية:

$$E = Blv\sin\theta$$

حيث تمثل θ الزاوية بين جهة حركة الناقل وخطوط الحقل.



الشكل 5-115: توليد قوة محركة كهربائية عن طريق تحريك ناقل ضمن حقل مغنطيسي.

مثال 5–69

يتحرك ناقل طوله 20 cm متعامداً مع خطوط التدفق لحقل مغنطيسي شدته 0.6 T بسرعة 0.5 m/s. احسب القوة المحركة الكهربائية المتحرضة .

الحل:

تكون قوة محركة كهربائية ذات قيمة أعظمية عندما تكون الزاوية بين الناقل وخطوط التدفق تساوي 90°. وفي هذه الحال يكون:

$$E = Blv$$

وبتعويض B=0.6T، l=20cm=0.02m، و v=0.5 m/s يكون:

$$E = Blv = 0.6 \times 0.02 \times 0.5$$
$$= 0.006\text{V} = 6\text{mV}$$

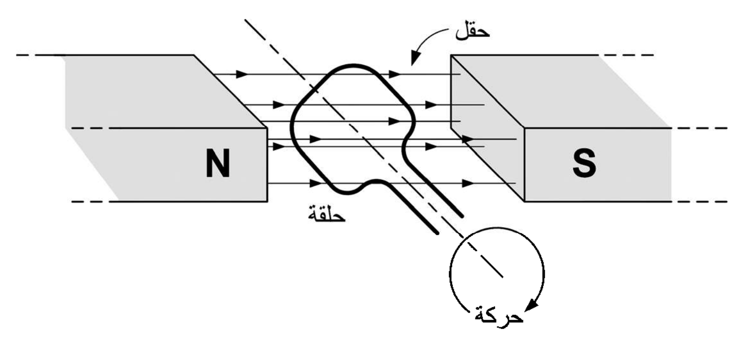
نقطة مفتاحية
تتحرض قوة محركة كهربائية بين نهايتي ناقل إذا حدثت حركة نسبية بينه وبين الحقل المغنطيسي. تكون قيمة الجهد الناتج أعظمية عندما تكون الزاوية بين جهة الحركة وخطوط الحقل قائمة، وتكون هذه القيمة أصغر ما يمكن (مساوية إلى الصفر) إذا تحرك الناقل باتجاه موازٍ لخطوط الحقل.

5–13–2 مولد تيار متناوب بسيط — Simple AC generator

تكتسب إمكانية توليد جهد عن طريق تحريك ناقل خلال حقل مغنطيسي أهميةً فائقةً كونها تقدم لنا وسيلة بسيطة لتوليد الطاقة الكهربائية. إلا أنه ولسوء الحظ، فإن تحريك سلك بسرعة خطية ثابتة خلال حقل مغنطيسي منتظم يضعنا أمام مشكلة عملية، نظراً إلى كون الطاقة الميكانيكية المتوفرة في محركات الطائرات هي وبكل بساطة طاقة دورانية وليست خطية.

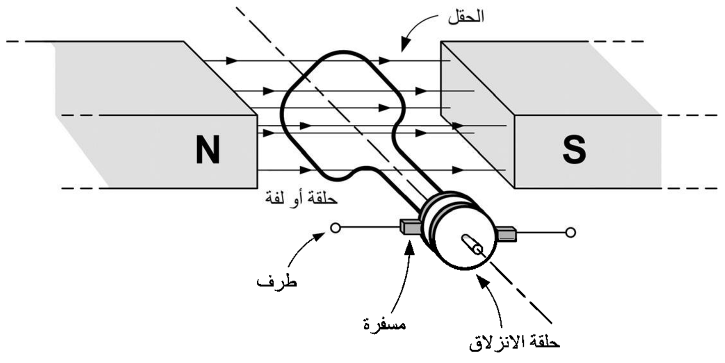
يمكن حل هذه المشكلة باستخدام الطاقة الدورانية المتوفرة من المحركات لتدوير ناقل له شكل حلقي (باستخدام علبة تروس وتحويل مناسبة)، كما هو مبين

في الشكل (5−116). تدور هذه الحلقة ضمن حقل مغنطيسي دائم ذي قطبين متعاكسين على كلا جانبيها.



الشكل 5−116: دوران حلقة ضمن حقل مغنطيسي.

يتبقى لدينا مشكلة الحصول على أقطاب تتلامس مع هذه الحلقة عندما تدور ضمن الحقل المغنطيسي. يمكن التغلب على هذه المشكلة باستخدام زوج من المسفرات المصنوعة من الكربون وحلقات نحاسية منزلقة. تُثبّت المسفرات على نوابض بحيث تقابل حلقات الانزلاق، ويتكوّن لدينا، وبشكل دائم، ممر للتيار الكهربائي القادم من الحلقة إلى الحمل الموصول معها (الشكل (5−117)).



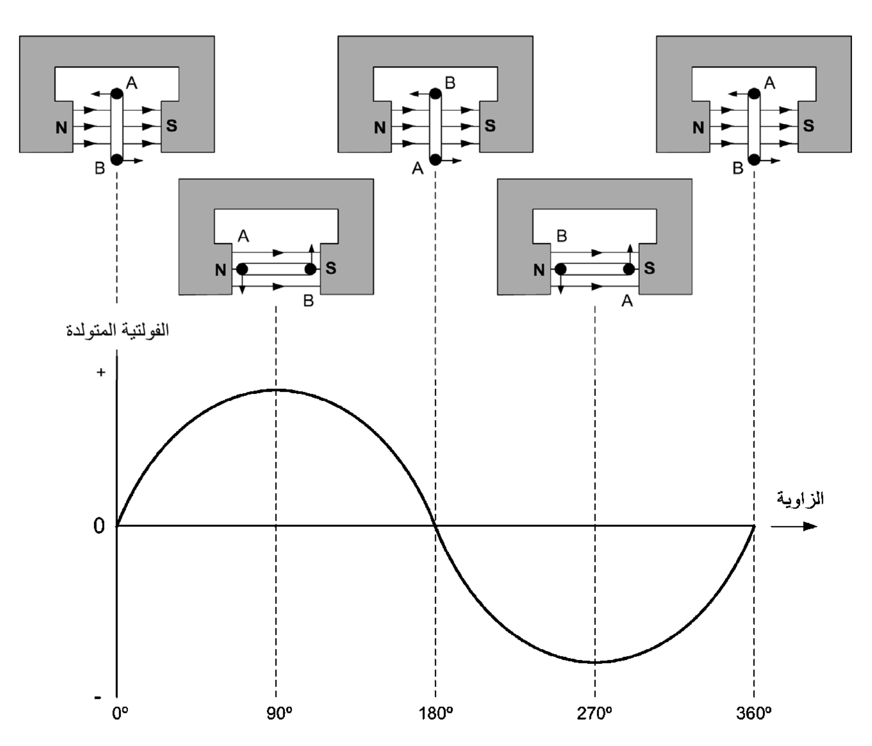
الشكل 5−117: طريقة توضع المسفرات.

أصبح لدينا الآن حلقة ذات وجهين متقابلين مصنوعين من مادة ناقلة، وتتحرك ضمن حقل مغنطيسي. عند $0°$ (أي أن الحلقة تتوضع بشكل أفقي، كما هو واضح في الشكل (5−118)) عندها سيتحرك كلا الوجهين المتقابلين في الحلقة بالتوازي مع خطوط الحقل المغنطيسي، أي إن الزاوية بين جهة الحركة وخطوط

الحقل $\theta = 0°$ وبالنتيجة تكون قيمة الجهد المتولد مساوية للصفر وفقاً للعلاقة $E = Blv\sin\theta$.

إذا دارت الحلقة إلى الموضع 90^0، كما هو موضح في الشكل (5−118)، فإن كلا الناقلين سيتحركان متعامدين مع خطوط الحقل المغنطيسي، وبالتالي يأخذ الجهد المتولد قيمته العظمى (حيث إن جيب الزاوية 90° يساوي على 1).

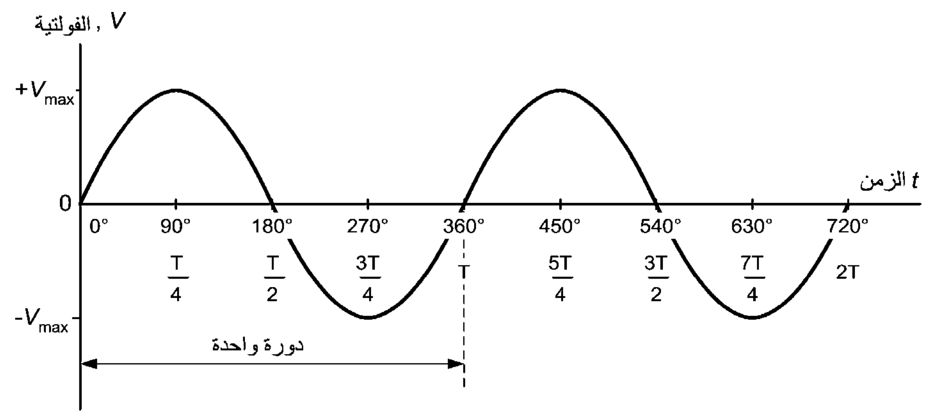
عند الوصول على الموضع 180° بالنسبة إلى نقطة الانطلاق تهبط قيمة القوة المحركة الكهربائية المتحرضة إلى الصفر مرة أخرى حيث تعود الحلقة إلى التحرك موازية لخطوط تدفق الحقل المغنطيسي (ولكن باتجاه معاكس لوضعية 0°). وبانتقال الناقل إلى الوضع 270° فإنه يعود مرة أخرى إلى التحرك متعامداً مع خطوط الحقل المغنطيسي (وبجهة معاكسة للوضعية 90°). وتأخذ قيمة القوة المحركة الكهربائية المتحرضة قيمة عظمى مرة أخرى.



الشكل 5−118: قيم قوة محركة كهربائية المتولدة عند قيم مختلفة للزاوية θ.

من المهم الإشارة هنا إلى أن قطبية القوة المحركة الكهربائية المتحرضة في هذه اللحظة تتعاكس مع تلك المتحرضة في الوضعية °90، نظراً إلى انعكاس جهة الحركة النسبية بين الناقل وخطوط التدفق تماماً.

وبحسب العلاقة $E = Blv\sin\theta$ تأخذ القوة المحركة الكهربائية المتولدة من التشكيلة المبينة في الشكل (5−118) شكلاً متناوباً جيبياً يبيّنه الشكل (5−119). لاحظ دائماً أن القوة المحركة الكهربائية المتحرضة تأخذ قيمتها العظمى في الوضعية °90 و°270، بينما تنعدم في الوضعيتين °180 و°0.



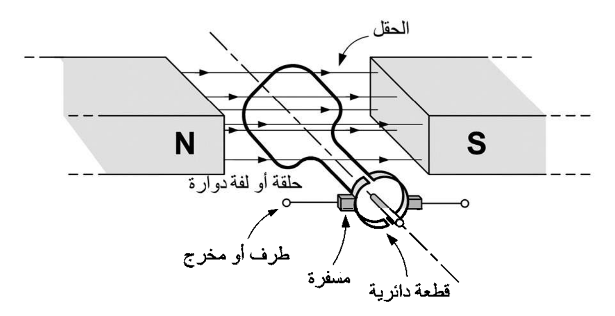
الشكل 5−119: الشكل الجيبي للجهد المتولد من الحلقة الدوارة.

تتكون هذه الحلقة المبينة في الشكل (5−118) عملياً من وشيعة سلكية ملفوفة على إطار غير مغنطيسي مناسب. تُمكّن هذه الوشيعة من زيادة طول الناقل الذي يتحرك ضمن الحقل المغنطيسي، وبالتالي زيادة قيمة القوة المحركة الكهربائية المحرضة، التي تتناسب طرداً مع عدد اللفات.

نقطة مفتاحية
يتكون النموذج البسيط لمولد التيار المتناوب من سلك على شكل حلقة تدور ضمن حقل مغنطيسي متولّد عن قطبي مغنطيس متقابلين. يتم الحصول على تلامس مع الحلقة أثناء دورانها باستخدام حلقات انزلاق ومسفرات.

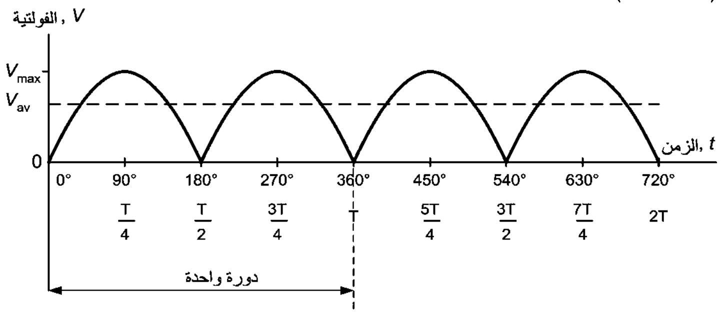
5-13-3 مولّدات التيار المستمر DC generator

يقوم المولّد المبين في الشكل (5-118) عند وصله مع حمل خارجي بتوليد جهد خرج متناوب ذي شكل جيبي. يحتاج الكثير من التطبيقات أن يتم تزويدها بخرج مستمر ثابت، الأمر الذي يتطلب القيام ببعض التعديلات على التصميم المبين في الشكل (5-118)، الذي يتجلى بالقيام باستبدال المسفرات (Brushes) وحلقات الانزلاق (Slip rings) بمكون جديد، يطلق عليه اسم المبدلة (Commutator) وفقاً لما يبينه الشكل (5-120).



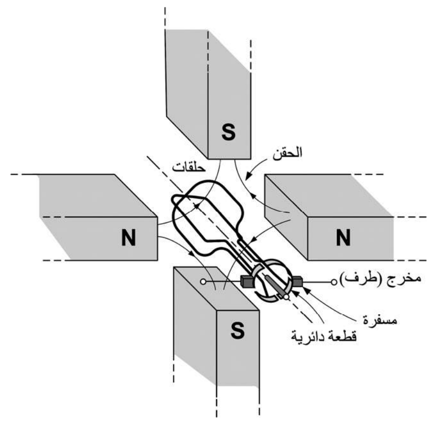
الشكل 5-120: توليفة الحلقة الدوارة مع المبدلة.

تقوم هذه المبدلة بوظيفة قاطع دوار عاكس (Rotating reversing switch) يضمن القيام بعكس جهة القوة المحركة الكهربائية المتولدة بعد دوران الحلقة بزاوية مقدارها 180°. وبالتالي تأخذ القوة المحركة الكهربائية المتولدة الشكل المبين في الشكل (5-121)، ويمكن لك أن تجري مقارنة بين هذا الشكل والشكل (5-118).

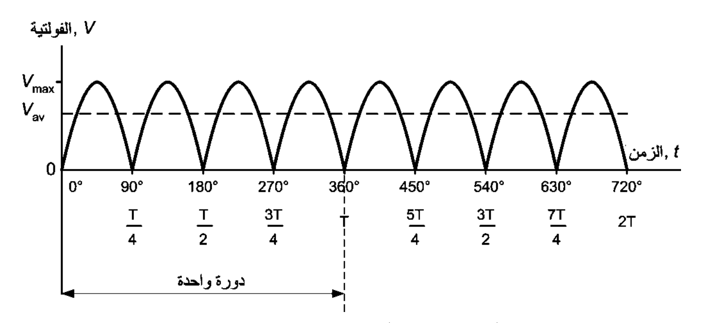


الشكل 5-121: شكل قوة محركة كهربائية المتولدة (قارن بالشكل (5-119)).

لاحظ أن القوة المحركة الكهربائية المتولدة والمبينة في الشكل (5−121) مع أنها وحيدة القطبية (إما أن تكون كلها موجبة أو كلها سالبة) إلا أنها بعيدة تماماً عن الشكل المثالي لمنابع الاستطاعة المستمرة، إذ إن هذه المنابع تعطي جهدَ خرجٍ ثابتِ الشدة، وليس سلسلة من النبضات. واحدة من الطرق المستخدمة للتغلب على هذه المشكلة (تحويل سلسلة النبضات إلى خرج ثابت) هو أن نستخدم حلقة ثانية (أو ملف) بوضعية التعامد مع الملف الأول، كما هو مبين في الشكل (5−122). ومن ثم يتم تقسيم المبدلة ذات الشكل الدائري إلى أربعة أرباع (عوضاً عن اثنين)، وبالتالي تأخذ القوة المحركة الكهربائية المتولدة من هذا النظام الشكل المبين في الشكل (5−123).



الشكل 5−122: مولد DC المعدل.



الشكل 5−123: القوة المحركة الكهربائية المتولدة من النظام المبين في الشكل (5−122) (قارن بالشكل (5−121)).

في المولدات الحقيقية، تُستبدل الحلقة الدوارة وحيدة اللفة بملف يضم عدداً كبيراً من لفات سلك ناقل للكهرباء، الأمر الذي يسمح بزيادة طول الناقل الذي يدور

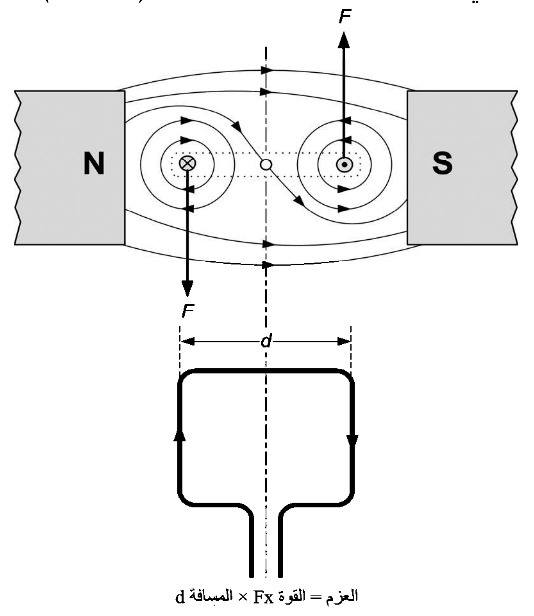
ضمن الحقل المغنطيسي، وبالتالي تزداد قيمة الخرج (الجهد المتولد). هذا وتتعلق قيمة جهد الخرج أيضاً بكثافة التدفق المغنطيسي الذي يمر فيه الناقل الحامل للتيار، وكلما ازدادت هذه القيمة ازدادت قيمة جهد الخرج الذي يتم توليده.

نقطة مفتاحية

إن الطريقة المتبعة للحصول على مولد تيار مستمر بسيط تشبه نظيرتها في مولد التيار المتناوب، مع استبدال المسفرات و حلقات الانزلاق بمبدلة تقوم بعكس جهة التيار المتولد كل 180°.

5-13-4 محركات التيار المستمر DC motors

يتشابه محرك التيار المستمر البسيط في بنيته وتكوينه مع مولد التيار المستمر الذي تعرفنا عليه سابقاً. توضع حلقة من سلك ناقل ضمن حقل مغنطيسي دائم بحيث يمكنها أن تدور بحرية (انظر على الشكل (5-124)). عندما يتم تمرير تيار كهربائي في هذه الحلقة تنشأ في وجهيها المتقابلين قوتان متساويتان ومتعاكستان تؤثران في الناقل، وفقاً لما يبيّنه الشكل (5-124).



الشكل 5-124: جهة العزم المؤثر في حلقة حاملة للتيار مثبتة ضمن حقل مغنطيسي.

يمكن تحديد جهة القوة المؤثرة في كلّ ذراع من ذراعي الحلقة باستخدام قاعدة اليد اليمنى أو يد فليمنغ اليسرى. تشكل هاتان القوتان مزدوجة "Couple" نظراً إلى تساويهما في الشدة وتعاكسهما في الاتجاه، بالإضافة إلى كون الحلقة الناقلة متناظرة بالنسبة إلى محور الدوران. عزم (Moment) هذه المزدوجة يساوي إلى جداء طويلة قوة وحدة بالمسافة بينهما، ويطلق على هذا العزم اسم عزم التدوير (Torque) ويرمز إليه بالرمز T بحيث يكون:

$$T = Fd$$

حيث تمثل T عزم التدوير (نيوتن متر) (Nm)، F هي القوة (نيوتن) (N)، d المسافة بين القوتين (م) (m).

بتعويض قيمة القوة الكهربائية $F = BIl$ تؤول علاقة عزم الدوران الناتج في الحلقة إلى الشكل التالي:

$$T = BIld$$

حيث تمثل T عزم التدوير (Nm)، F هي القوة (N)، d المسافة بين القوتين (m)، B كثافة التدفق المغنطيسي (T)، I التيار (A) و l هي طول الناقل (m).

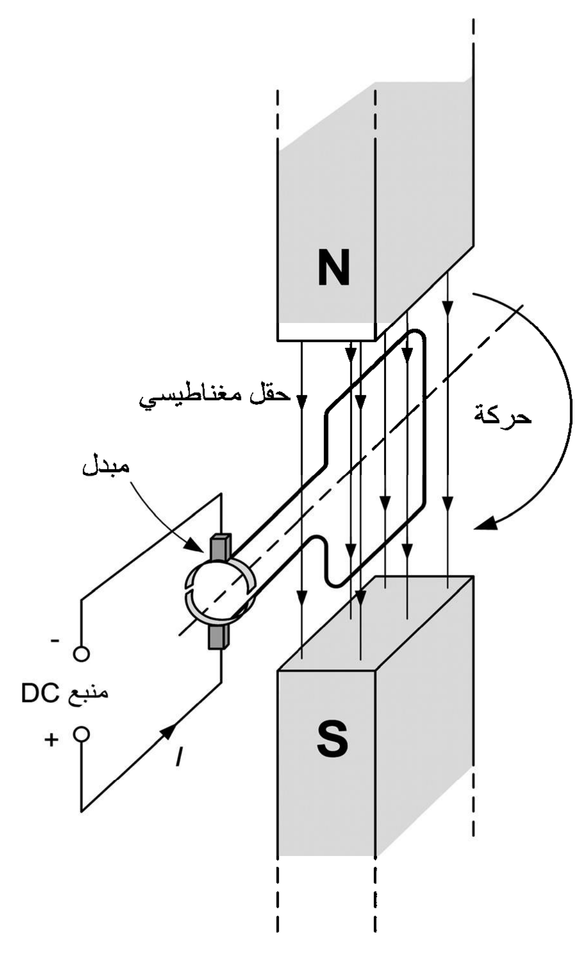
تُستبدل الحلقة عملياً بسلك ناقل ملفوف بعدد من اللفات. بفرض أن عدد اللفات يساوي N، وطول كل حلقة من الملف يساوي إلى l، فيمكن كتابة علاقة العزم السابقة بالشكل التالي:

$$T = BINld$$

(ويمكن استذكار هذه العلاقة بسهولة إذا تمّت قراءتها وكأنها كلمة "BLIND"!).

يسبّب عزم التدوير دوران الحلقة أو الملف ضمن حقل مغنطيسين ويستمر هذا الدوران طوال فترة مرور التيار. يتكون الشكل الأكثر استخداماً لمحركات التيار المستمر عملياً من ملف مستطيل الشكل مصنوع من سلك ناقل (عوضاً عن

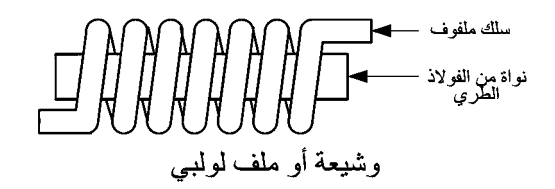
لفة وحيدة) يتوضع على إطار ليدور بحرية حول محور ضمن حقل مغنطيسي دائم، كما هو مبين في الشكل (5−125).

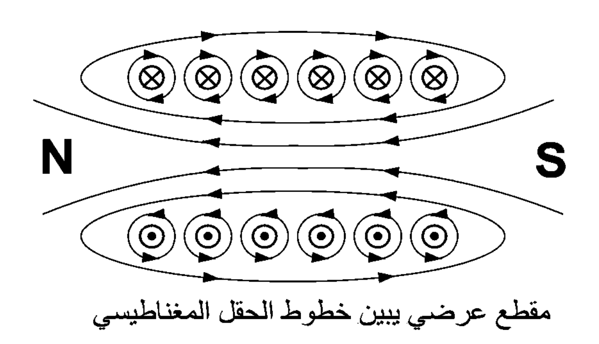


الشكل 5−125: محرك كهربائي بسيط مع مبدلة.

يطلق على الملف المتحرك في المحركات العملية اسم الهيكل Armature ويتكون من عدة مئات من لفات سلك ناقل، نحتاج إلى زيادة عدد اللفات لجعل شدة القوة المؤثرة في الناقل أكبر ما يمكن عبر زيادة طول الناقل الذي يدور ضمن الحقل المغنطيسي إلى أقصى طول ممكن. نلاحظ من العلاقة $F = BIl$ أن شدة القوة الكهربائية التي تقوم بتوليد عزم التدوير في المحرك تتناسب طرداً مع مقدار كثافة التدفق المغنطيسي $\boldsymbol{B}$، لذلك يتم في المحركات الحقيقية استبدال المغنطيس

الدائم الذي يولد التدفق المغنطيسي بمغنطيس كهربائي. يعتمد هذا المغنطيس الكهربائي في بنيته على مبدأ الملف اللولبي **Solenoid** (الشكل (5−126))، حيث يتم لف سلك طويل من ناقل كهربائي على شكل وشيعة مؤلفة من عدد كبير من اللفات يمر فيها تيار كهربائي. يتشكل لدينا في هذه التشكيلة ما يعرف بملف الحقل (Field winding) حيث تقوم كل لفة حقل بمساعدة اللفات الأخرى من أجل توليد حقل مغنطيسي قوي، كما هو موضح في الشكل (5−126).





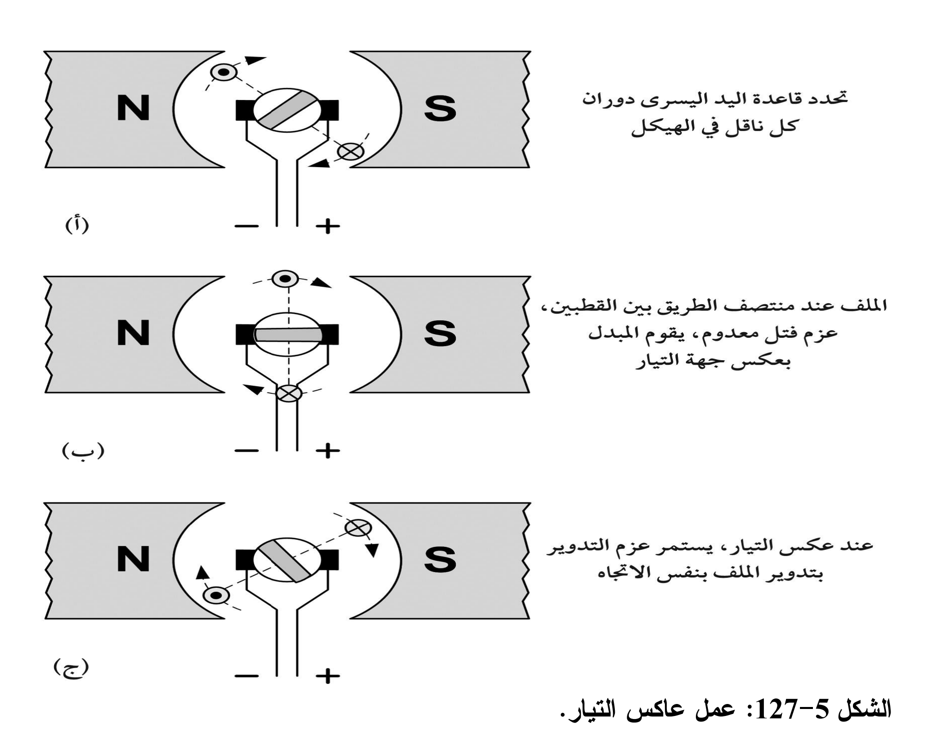
الشكل 5−126: الحقل المغنطيسي المتولد من ملف لولبي.

كما هي الحال في مولد التيار المستمر، يمكن زيادة شدة الحقل المغنطيسي عبر إدخال نواة مصنوعة من مادة فيرومغنطيسية في مركز الملف اللولبي. بمجرد تطبيق التيار الكهربائي بين طرفي الملف التحريضي، تتمغنط النواة مشكلة مغنطيساً دائماً ذا قطبين شمالي وجنوبي يستمر في مغنطته طوال فترة مرور التيار .

بالعودة إلى المحرك البسيط المبين في الشكل (5−125)، نعلم أن تزويد الجزء الدوار من هذا المحرك بتيار كهربائي سيولّد لدينا عزمَ فتلٍ، ويجب أن يؤثر هذا العزم في نفس الاتجاه دائماً من أجل الحصول على دوران مستمر.

يتوجب من أجل ذلك أن يقوم التيار الكهربائي المار في الأسلاك الناقلة في الجزء الدوار بعكس جهته عند المرور بين القطبين المغنطيسيين الشمالي والجنوبي. يعمل المبدل بشكل مشابه لقاطع دوار، حيث يعكس جهة التيار المار في كل ناقل موجود في الجزء المتحرك في اللحظة المناسبة من أجل الحصول على هذه الحركة الدورانية المتواصلة. لا يمكن الحصول إلا على نصف دورة فقط في حال عدم وجود المبدل في محرك التيار المستمر.

يمكن تحديد اتجاه الدوران لناقل الجزء الدوار في الشكل (5−127 أ) باستخدام قاعدة اليد اليسرى لفليمنغ. ينعدم عزم التدوير المتولد في ملف عندما يصل هذا الملف إلى المنطقة التي تتوسط المسافة بين القطبين (كما هو واضح في الشكل (5−127 ب) وفي هذه اللحظة يقوم المبدل بعكس جهة التيار في الملف، ومع مرور التيار بالجهة المعاكسة يواصل عزم المحرك الدوار بمهمة تدوير الوشيعة بالاتجاه الأساسي (الشكل (5−127 ب).



الشكل 5−127: عمل عاكس التيار.

نقطة مفتاحية

يتناسب عزم التدوير المتولد في محرك التيار المستمر طرداً مع شدة التيار المار في ملفات الجزء الدوار

مثال 5−70

يبين الشكل 5-128 هيكلاً دائراً مستطيل الشكل يحتوي على سلك ملفوف 500 لفة. إذا وضع هذا الملف في حقل منتظم كثافة تدفقه 300mT مرّ فيه تيار شدته 20mA. احسب شدة القوة المؤثرة في ذراع هذا الملف، ثم احسب قيمة العزم الأعظمي المؤثر في الدائر.

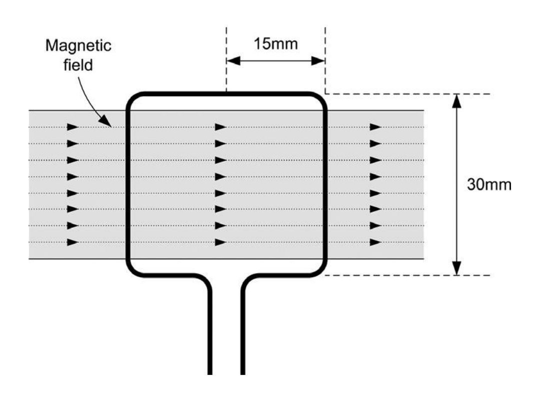
الحل:

نلاحظ من الوضعية التي يأخذها الملف في الشكل عدم تأثر نهايات الناقل بالحقل المغنطيسي، وبالتالي لا تؤثر فيها أية قوة مغنطيسية. يمكن حساب القوة العاملة على طول الناقل من العلاقة التالية: $F=BIl$ بالتعويض نجد:

$$\begin{aligned} F &= Bil \\ &= (300\times10^{-3})(20\times10^{-3}) \\ &= 1.8\times10^{-4}\,\text{N} \end{aligned}$$

وبالتالي تكون قيمة القوة المؤثرة في ملف عدد لفاته 500 لفة مساوية:

$$F = 500\times1.8\times10^{-4} = 9\times10^{-2}\,\text{N}$$

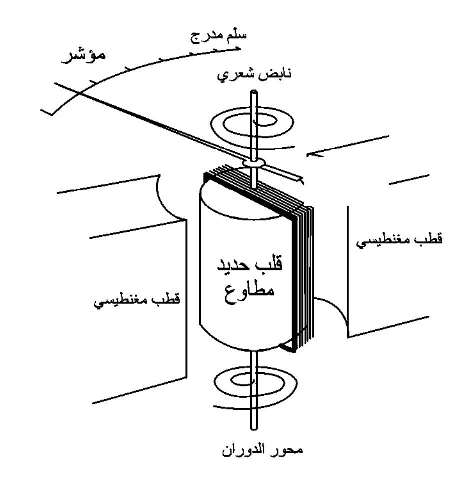


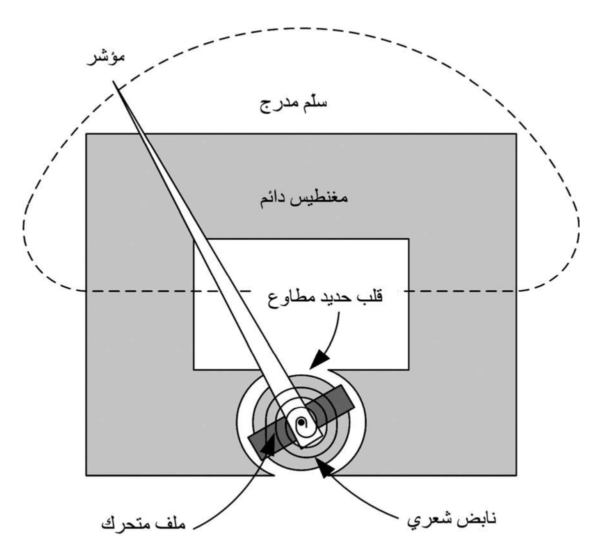
الشكل 5−128

أما بالنسبة إلى العزم التدوير، فقد علمنا أن $T = Fd$ وبالتالي تكون قيمة العزم المؤثر في الهيكل الملفوف:

$$T = (9\times10^{-2})(30\times10^{-3}) = 2.7\times10^{-3}\ \text{N.m}$$

تعتبر قيمة هذا العزم صغيرة نسبياً. يمكن أن يصمم المحرك عملياً ليولد عزماً دورانياً ذا قيم تبدأ بسويات منخفضة جداً كتلك التي شاهدناها في المثال السابق، وصولاً إلى قيم كبيرة تساوي عدة مئات من النيوتن متر!





الشكل 5–129: المقياس ذو الملف المتحرك.

يستعمل مبدأ المحرك في تطبيق آخر هو أجهزة القياس التناظرية، حيث تستخدم بعض المقاييس متعددة الأغراض مبدأ دوران ملف في حقل مغنطيسي لقياس شدة التيار الكهربائي والجهد والمقاومة. يمثل الشكل (5–129) البنية الأساسية لهذه المقاييس، حيث يمر التيار I خلال ملف دوار، وتتناسب قوة المحرك الناتجة (عزم التدوير المسبب للانحراف) بشكل طردي مع التيار المار في لفات الوشيعة، والذي هو نفسه التيار المراد قياسه.

يتم تركيز التدفق المغنطيسي ضمن الوشيعة باستخدام نواة أسطوانية مصنعة من مادة حديدية–مغنطيسية بشكل مشابه تماماً لأسلوب تركيز خطوط التدفق ضمن ملف لولبي.

5–13–5 المحركات ذات اللف التسلسلي واللف المتوازي واللف المختلط

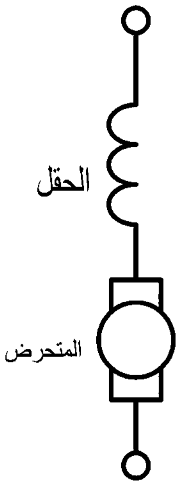
Series wound, shunt wund and compound motors

يمكن أن يتم توصيل الملفات في محرك التيار المستمر بطرق مختلفة تبعاً للتطبيق الذي من المفترض أن يستخدم فيه المحرك. هذه الطرق هي:

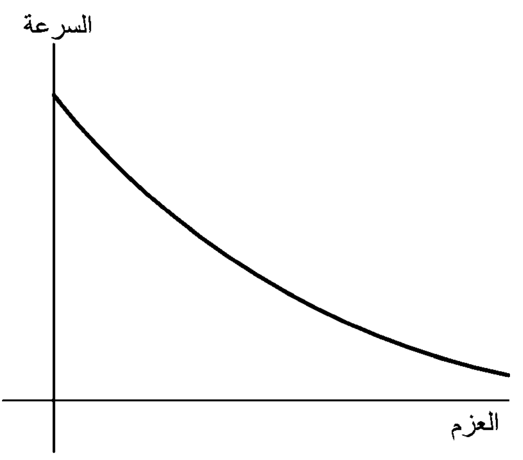
- اللف التسلسلي،
- اللف المتوازي،
- اللف المختلط (مزيج بين اللف التسلسلي والتوازي معاً).

في حالة اللف التسلسلي لمحرك التيار المستمر، يتم توصيل ملفات الحقل بشكل تسلسلي مع الهيكل الدائر بحيث يمر في هذه الملفات كل التيار المار في الهيكل (الشكل 5–130)، ويمكن لهذا المحرك أن يولّد عزمَ إقلاعٍ كبيراً عند السرعات المنخفضة، ويستخدم هذا النمط بشكل مثالي في التطبيقات التي تتطلب إقلاع المحرك تحت حمل ثقيل. من مساوئ هذا النوع من المحركات أن سرعة المحرك يمكن أن ترتفع بشكل خطير في حال وجود حمل صغير، ويحظر لهذا السبب استخدام هذا المحرك في التطبيقات التي يمكن أن يتم فيها إزالة الحمل بشكل

مفاجئ. يبيّن الشكل (5−131) مجموعة من الخصائص النموذجية للعزم والسرعة في حال محرك التيار المستمر ذي الوصل التسلسلي.

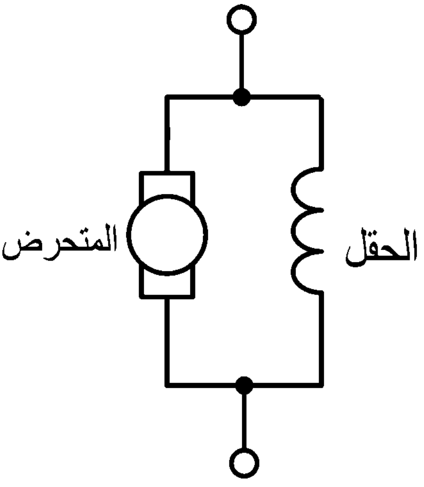


الشكل 5−130: المحرك ذو الوصل التسلسلي.



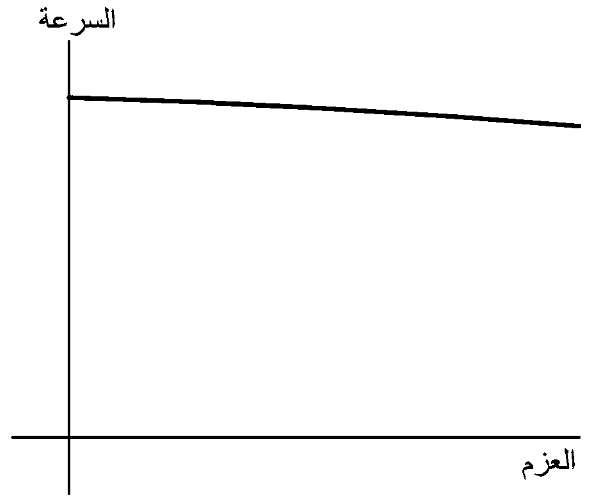
الشكل 5−131: خصائص العزم والسرعة للمحرك التسلسلي.

أما في محرك التيار المستمر التفرعي فيتم وصل ملفات التحريض على التوازي مع الهيكل الدائر، ويتوزع التيار القادم من المنبع بين ملفات التحريض والهيكل الدائر (انظر إلى الشكل (5−132)). لذلك يدور هذا النوع من المحركات بسرعة ثابتة عند قيم أحمال مختلفة، في حين يتراجع أداؤه في حال وجود الأحمال الكبيرة.



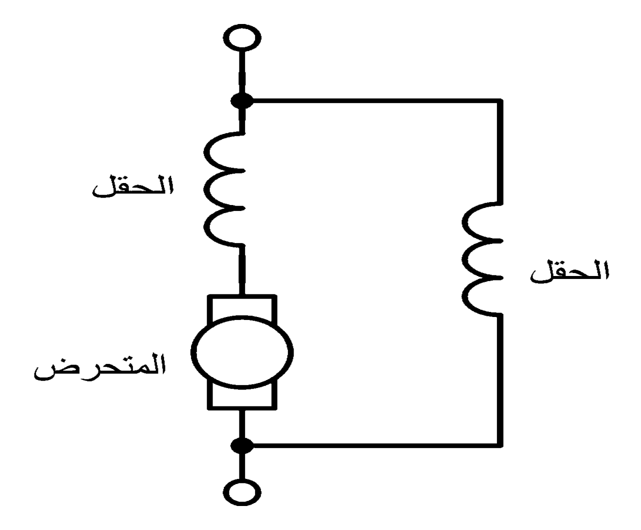
الشكل 5−132: الدارة المكافئة للمحرك ذي ملف التهييج المتوازي.

يبيّن الشكل (5−133) منحني خصائص عزم − سرعة النموذجية في حال محرك التيار المستمر ذي الوصل المتوازي.

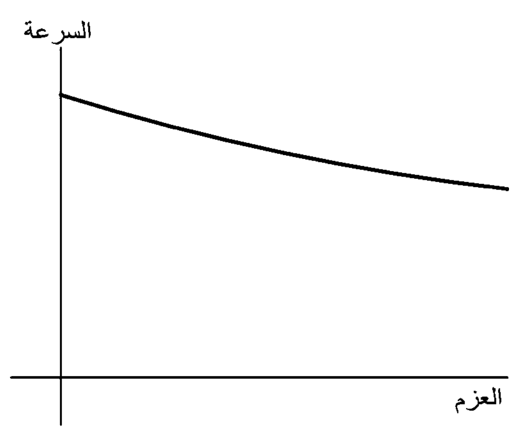


الشكل 5−133: منحني العزم−سرعة النمطي للمحرك المتوازي.

تحتوي المحركات ذات التوصيل المختلط على كلا النوعين السابقين من التوصيل: التسلسلي المتوازي (انظر إلى الشكل (5−134) مما يجعل من الممكن جمع محاسن نوعي المحركات السابقين. ويبيّن الشكل (5−135) منحني خصائص عزم − سرعة بالنسبة إلى هذا النوع من المحركات.



الشكل 5–134: الدارة المكافئة لمحرك ذي توصيل مختلط.



الشكل 5–135: الدارة المكافئة لمحرك ذي وصل مختلط.

نقطة مفتاحية
يمكن تجنب استخدام مغانط دائمة كبيرة في آلات التيار المستمر (سواء أكانت محركاً أو مولداً) باستخدام نوعين منفصلين من ملفات التحريض، التي يتم تغذيتها بالتيار المستمر. يمكن في حالة محرك التيار المستمر أن يتم استجرار هذا التيار من تيار خرج المحرك (ويسمى عندها المحرك بمحرك ذي تهييج ذاتي) أو يمكن استجراره من منبع تيار مستمر مستقل.

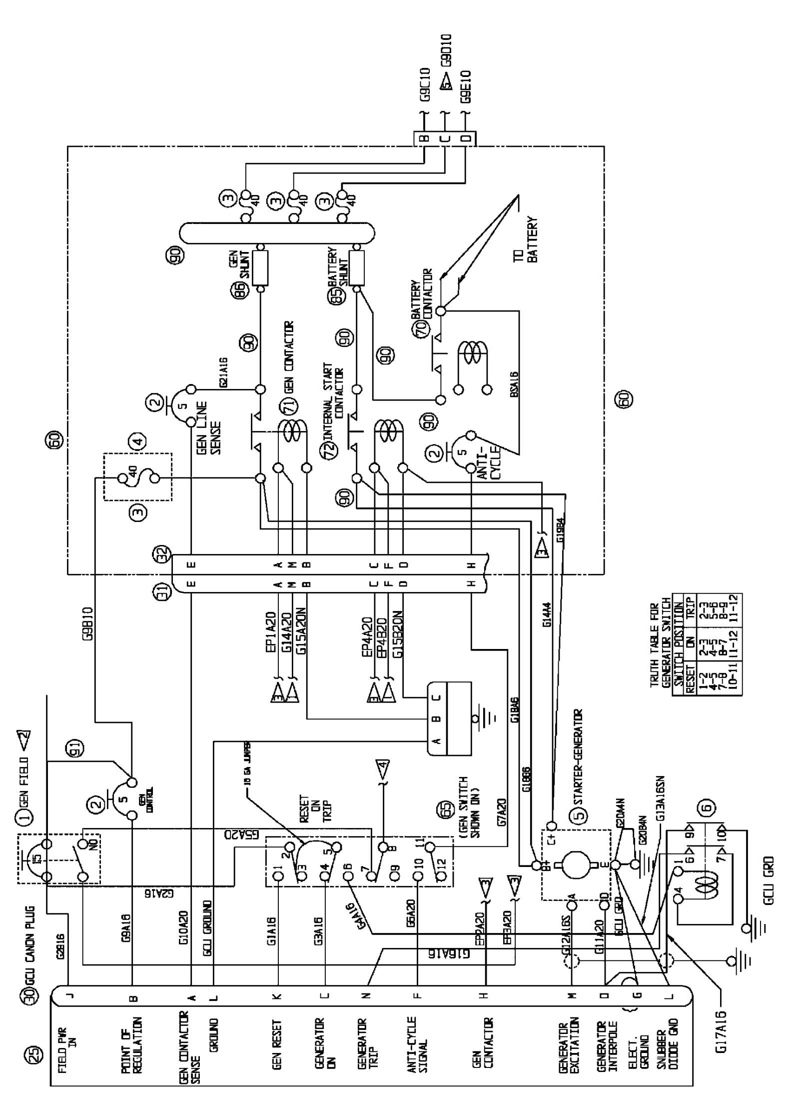
5-13-6 المولد- المُقلع Starter – generator

يمكن باستخدام مولد-مُقلع الاستغناء عن استخدام محركات إقلاع ومولدات تيار مستمر منفصلة. تحتوي هذه الأدوات على ملفات تحريض منفصلة (واحد لمحرك الإقلاع والآخر للمولد) مع ملفات مشتركة للهيكل الدائر. في حال استخدامها للإقلاع، يتم توصيل المولد-المقلع على شكل محرك تيار مستمر تسلسلي قادر على توليد عزم فتل كبير جداً للإقلاع. أما عند استخدامه كمولد فيتم تغيير الربط بحيث تعمل الآلة كمولد تفرعي تقوم بتوليد تيار ثابت بشكل معقول في مجال تغير سرعة واسع.

عند الإقلاع، يتم توصيل ملف التحريض ذي المقاومة المنخفضة على التسلسل مع ملفات الهيكل الدائر المشتركة في المولد-مقلع بمنبع التيار المستمر عبر مجموعة من الوصلات، حيث يمكن عن طريق هذه التركيبة ضمان توليد عزم لف كافٍ لإقلاع المحرك النفاث في الطائرة.

بمجرد وصول المحرك إلى مستوى سرعة يمكنه المحافظة عليها، يتم فصل التيار عبر المجموعة الأولى من القواطع الآلية، وبالتالي تعمل المجموعة الثانية من القواطع فيتم تحييد منبع التيار المستمر الخارجي عن المولد-المقلع، وإعادة توصيل التركيبة كاملة بحيث يتم تزويد الجهد المتولد من الهيكل إلى الوصلة التفرعية لملف التحريض ذات المقاومة الأكبر وإلى منظم الجهد الرئيسي للطائرة.

لا تقتصر ميزة هذه النظام على استبدال آلتين منفصلتين (أي المقلع والمولّد) بآلة وحدة هي المولد-المقلع فقط وما يترتب على ذلك من توفير في الحجم والوزن، بل يتعداه إلى الاقتصار على آلية قيادة ميكانيكية وحدة فقط بين المحرك ووحدة المولد-المقلع. من مساوئ هذا النظام صعوبة الحفاظ على خرج المولد عند الدوران البطيء لمحرك الطائرة، ولذلك فإن الاستخدام الرئيسي لنظام المولد-المقلع يكون في الطائرات النفاثة حيث يحافظ محرك الطائرة على الدوران بسرعات عالية نسبياً.



الشكل 5-136: دارة المولد-المقلع ويظهر فيها مجموعة القواطع الآلية.

اختبر فهمك 5-13

1- عندما يتحرك ______ عبر حقل مغنطيسي فإنه ________ ______ بين نهايتيه.

2- احسب قيمة القوة المحركة الكهربائية المتولدة بين نهايتي ناقل طوله 80cm يتحرك متعامداً مع خطوط حقل مغنطيسي كثافته 0.5T بسرعة 15m/s.

3- يتم حل مشكلة التلامس مع الحلقة الدوارة في مولد متناوب بسيط باستخدام ـــــــــــــ و ــــــــــــــ.

4- في محرك تيار مستمر بسيط، يعكس التيار اتجاهه كل ــــــــــــــ باستخدام ــــــــــــــ.

5- نحصل على القيمة العظمى للقوة المحركة الكهربائية المتولدة عندما يتحرك الناقل ــــــــــــــ مع خطوط الحقل المغنطيسي.

6- يتحرك ناقل ضمن حقل مغنطيسي بسرعة 1.5m/s، فتتولد بين نهايتيه قوة محركة كهربائية شدتها 50mV. احسب قيمة القوة المحركة الكهربائية المتولدة إذا تحرك الناقل بسرعة 6m/s.

7- تُعلق حلقة مستطيلة الشكل طولها الكلي 0.2m ضمن حقل مغنطيسي كثافة تدفقه 0.4T. احسب شدة عزم التدوير المتولد إذا كانت شدة التيار المار 3A.

8- ارسم شكلاً توضيحياً لدارة محرك تيار مستمر (ملف الهيكل وملف التحريض) في الحالات التالية:

(أ) محرك تسلسلي،

(ب) محرك تفرعي،

(ج) محرك ذو توصيل مختلط.

9- اشرح ميزات ومساوئ محركات التيار المستمر التسلسلية.

10- ارسم مخطط تغير عزم-سرعة لمحرك تيار مستمر تسلسلي.

14-5 الدراسة النظرية للتيار المتناوب AC theory

المنهج Syllabus

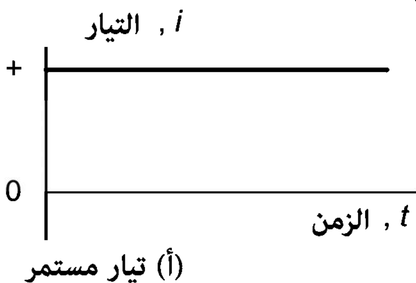
الموجة الجيبية: الطور والدور والتردد والدورة، القيمة اللحظية، القيمة المتوسطة، الجذر التربيعي لمتوسط المربعات r. m. s، الذروة، قيم التيار من الذروة إلى الذروة و حساب هذه القيم، العلاقة مع الجهد، التيار والاستطاعة، الأمواج المثلثية و المربعة، مبادئ الطور الأحادي والثلاثي.

Knowledge level key **مفاتيح تحديد مستوى المعرفة**

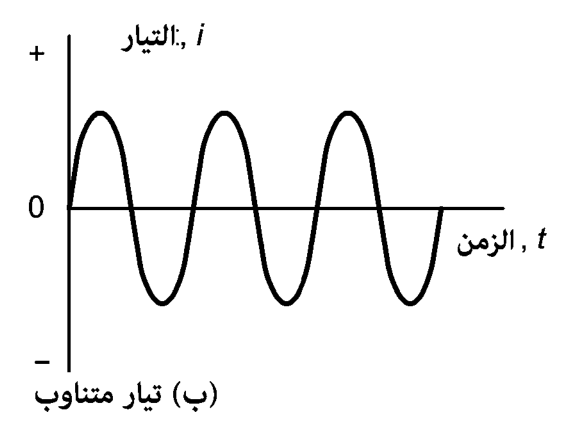
B2	B1	A
2	2	1

5-14-1 التيار المتناوب Alternating current

التيار المستمر هو التيار الذي، على الرغم من أن قيمته يمكن أن تتغير، يجري باتجاه ثابت. يمكن بتعبير آخر القول إن التيار المستمر وحيد الاتجاه. من جهة أخرى يتميز التيار المتناوب بكونه ثنائي الاتجاه، وينعكس اتجاه جريانه بشكل مستمر. بالنتيجة يجب أن تكون القوة المحركة الكهربائية المولدة لهذا التيار المتناوب ذات قطبية متغيرة باستمرار من الموجب إلى السالب ، وبالعكس، كما هو واضح في الشكل (5-137).



(أ) تيار مستمر

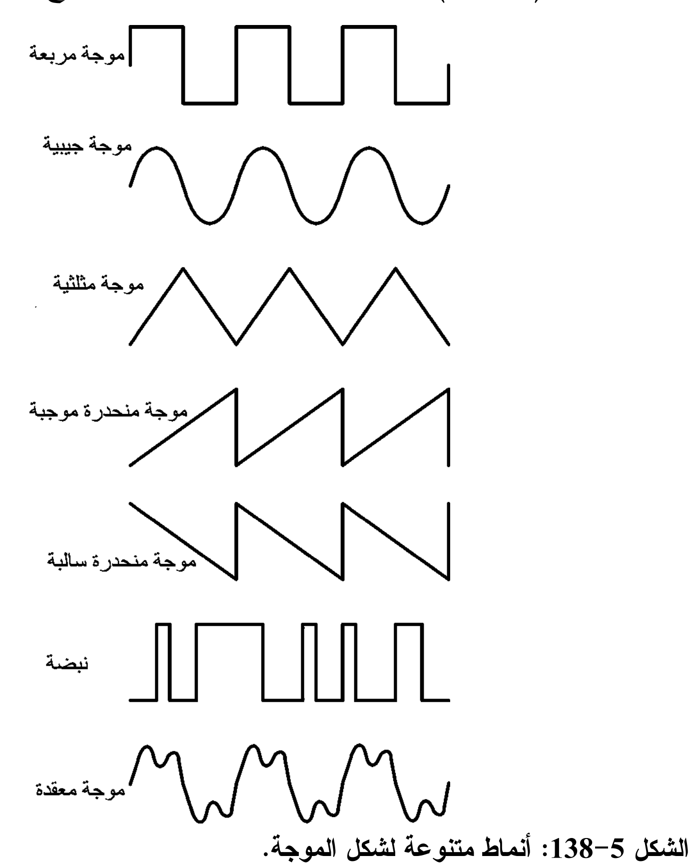


(ب) تيار متناوب

الشكل 5-137 التيار المستمر والمتناوب.

5-14-2 شكل الموجة Wave forms

يسمّى الرسم الذي يبيّن تغير الجهد أو التيار في الدارة الكهربائية بشكل الموجة. هناك العديد من الأنماط الشائعة لشكل الموجة التي يمكن أن نواجهها في الدارات الكهربائية مثال الجيبية، والمربعة، والمستطيلة، والمثلثية، وسن المنشار (التي يمكن أن تمر بالاتجاه الموجب أو السالب)، بالإضافة إلى الموجة النبضية. أما الأمواج ذات الأشكال المعقدة مثل الصوت والموسيقى فيمكن أن تتكون من العديد من المكونات عند ترددات مختلفة. تصنف الأمواج النبضية ضمن مجموعتين هما الأمواج المتكررة وغير المتكررة (حيث تكون الأولى قطاراً من النبضات التي تتكرر بانتظام، في حين أن الثانية تمثل حدثاً مميزاً غير متكرر). ويبيّن الشكل (5-138) رسماً لمجموعة من أشكال الأمواج الشائعة.

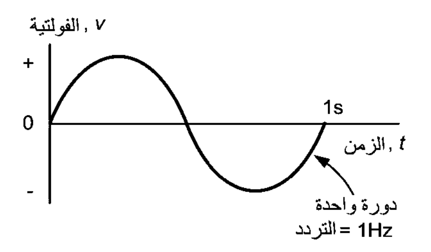


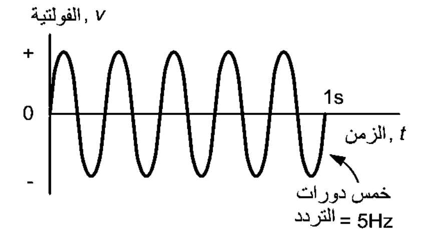
الشكل 5-138: أنماط متنوعة لشكل الموجة.

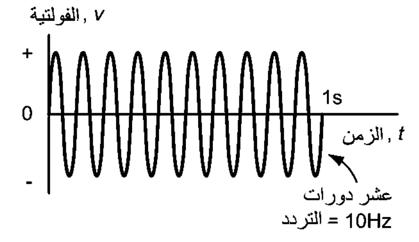
5-14-3 التردد والدور Frequency and periodic time

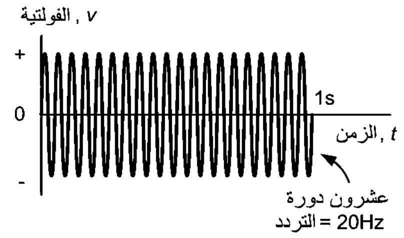
يعرف **تردد** (Frequency) موجة متكررة بأنه عدد دورات شكل الموجة خلال وحدة الزمن، ويعبّر عن التردد بوحدة هي الهيرتز (Hz). فإذا كان تردد موجة ما يساوي 400Hz فهذا يعني حدوث 400 دورة لشكل الموجة خلال الثانية الواحدة (الشكل 5-139).

دور الموجة هو الزمن الذي يتطلبه إتمام الموجة لدورة واحدة. (انظر إلى الشكل (5-140))، يمكن التعبير عن الدور كما يلي:





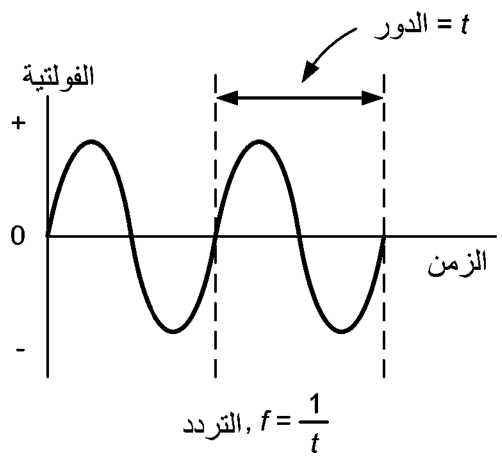




الشكل 5-139: أشكال موجية بترددات مختلفة.

$$t = \frac{1}{f}, f = \frac{1}{t}$$

حيث تشير t إلى الدور (بالثانية) و f إلى التردد (Hz).



الشكل 5−140: شكل الموجة خلال دور واحد.

مثال 5−71

احسب دور موجة ترددها 400 Hz .

الحل:

$$t = \frac{1}{f} = \frac{1}{400Hz} = 0.0025s = 2.5\text{ms}$$

وبالتالي يكون دور هذه الموجة مساوياً 2.5 ميلي ثانية.

مثال 5−72

احسب تردد موجة إذا كان دورها مساوياً 20 ms.

الحل:

$$f = \frac{1}{t} = \frac{1}{20\text{ms}} = 20\text{Hz}$$

أي إن تردد هذه الموجة يساوي إلى 50 هيرتز.

5-14-4 القيمة المتوسطة، الذروة، والذروة إلى الذروة، وقيم r.m.s

Average, peak, peak-to-peak and r.m.s values

لنأخذ حالة موجة متناوبة تتأرجح بشكل متناظر فوق وتحت الصفر، فإن من الواضح أن القيمة المتوسطة لها تساوي الصفر إذا قيست خلال فترة طويلة من الزمن. لذلك يتم دوماً قياس القيمة المتوسطة للتيار أو الجهد خلال فترة مقدارها نصف دورة كاملة (سواء كان هذا النصف سالباً أو موجباً) بدلاً من دورة كاملة (الأمر الذي سينتج منه كون القيمة المتوسطة تساوي الصفر).

قيمة الذروة (القيمة العظمى أو ما يسمى بالطويلة أو المطال) لموجة هو قياس المدى الأقصى الذي يأخذه التيار أو الجهد بالنسبة إلى نقطة السكون (نقطة الصفر عادة). تبلغ قيمة "ذروة إلى ذروة" لموجة متناظرة بالنسبة إلى نقطة السكون ضعفي قيمة الذروة.

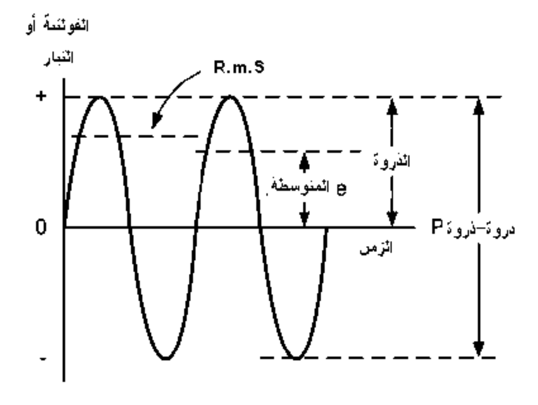
القيمة الفعالة أو r.m.s لتيار أو جهد متناوب تساوي إلى قيمة التيار المستمر الذي إذا مر في مقاومة فإنه يولّد نفس كمية الطاقة الحرارية التي يولّدها التيار المتناوب. وبما أن قيمة r.m.s لموجة ما تعتمد بشكل كبير على شكل هذه الموجة، فإن هذه القيمة تكون ذات مدلول ومعنى فقط عندما يكون شكل هذه الموجة معروفاً. أما عندما لا يتم تحديد شكل الموجة فيتم عادة التعبير عن قيمة r.m.s ضمن الشروط الجيبية.

بالنسبة إلى شكل موجة محدد، توجد مجموعة من العلاقات الثابتة بين القيمة المتوسطة، وقيمة الذروة، والقيمة بين ذروتين وr.m.s. ويبين الجدول التالي عوامل الضرب المميزة للانتقال بين القيم السابقة بالنسبة إلى الموجة الجيبية (انظر إلى الشكل (5-141)).

القمة المعطاة	القمة المراد حسابها			
	القيمة المتوسطة	الذروة	بين ذروتين	r.m.s
القيمة المتوسطة	1	1.57	3.14	1.11
الذروة	0.636	1	2	0.707
بين ذروتين	0.318	0.5	1	0.353
r.m.s	0.9	1.414	2.828	1

من هذا الجدول يمكن أن نكتب:

$$V_{av} = 0.636 \times V_{pk}$$
$$V_{pk-pk} = 2 \times V_{pk}$$
$$V_{r.m.s} = 0.707 \times V_{pk}$$



الشكل 5-141: القيمة المتوسطة، الذروة، القيمة بين ذروتين، و r.m.s المميزة لموجة جيبية.

وبشكل مشابه نكتب:

$$I_{av} = 0.636 \times I_{pk}$$
$$I_{pk-pk} = 2 \times I_{pk}$$
$$I_{r.m.s} = 0.707 \times I_{pk}$$

مثال 5-73

تبلغ القيمة الفعالة r.m.s لجهد موجة جيبية V220 . احسب قيمة جهد الذروة لهذه الموجة.

الحل:

$$V_{pk} = 1.414 \times V_{r.m.s}$$
$$= 1.414 \times 220\text{ V} = 311\text{V}$$

وبالتالي فإن قيمة جهد الذروة لهذه الموجة تساوي 311V.

مثال 5-74

تبلغ القيمة بين ذروتي تيار موجة جيبية 40mA . احسب r.m.s لهذه الموجة.

الحل:

$$I_{r.m.s} = 1.414 \times I_{pk-pk}$$
$$= 0.353 \times 40\text{mA} = 14.12\text{mA}$$

وبالتالي فإن قيمة r.m.s لهذه الموجة تساوي 14.12mA.

5-14-5 التعبير من جهد الموجة الجيبية

Expression for a sign wave voltage

يمكن التعبير عن القيمة اللحظية v لجهد موجة جيبية باستخدام قيمة الذروة و جيب الزاوية θ على الشكل التالي:

$$v = V_{pk} \sin\theta$$

حيث تعتمد الزاوية θ على الفترة الزمنية t و على سرعة تغير الموجة الجيبية (أي ما يسمى بالسرعة الزاوية ω)، وبالتالي يمكن أن نكتب:

$$v = V_{pk} \sin(\omega t) \quad (1)$$

وبما أن كل دورة كاملة لموجة التيار أو الجهد الجيبية تعادل 2π راديان، فإن قيمة التردد (أي 1Hz) لدورة وحدة خلال ثانية واحدة يجب أن تساوي إلى 2π راديان في الثانية. وبالتالي تكون قيمة التردد f:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}\text{Hz}$$

وبالتعبير عن ω بدلالة التردد نكتب:

$$\omega = 2\pi f \quad (2)$$

بدمج العلاقتين 1 و2 يمكن الحصول على صيغة مفيدة لتحديد قيمة الجهد (أو التيار) في أي لحظة من الزمن بمجرد معرفة قيمة الذروة في الموجة الجيبية وتردد هذه الموجة، وهي:

$$v = V_{pk} \sin(2\pi ft)$$

مثال 5–75

تبلغ قيمة الذروة لجهد موجة جيبية الشكل 100V وترددها 50Hz. احسب قيمة الجهد في اللحظات التالية:

(أ) بعد 2.5ms من بدء الدور

(ب) بعد 15ms.

الحل:

يمكن تحديد قيمة الجهد في أية لحظة باستخدام العلاقة التالية:

$$v = V_{\max} \sin(2\pi ft)$$

بتعويض V_{max}=100V و f=50Hz نجد:

(أ) في اللحظة 2.5ms يكون:

$$v = 100\sin(2\pi \times 50 \times 0.0025)$$
$$= 100\sin(0.785) = 100 \times 0.707 = 70.7\text{V}$$

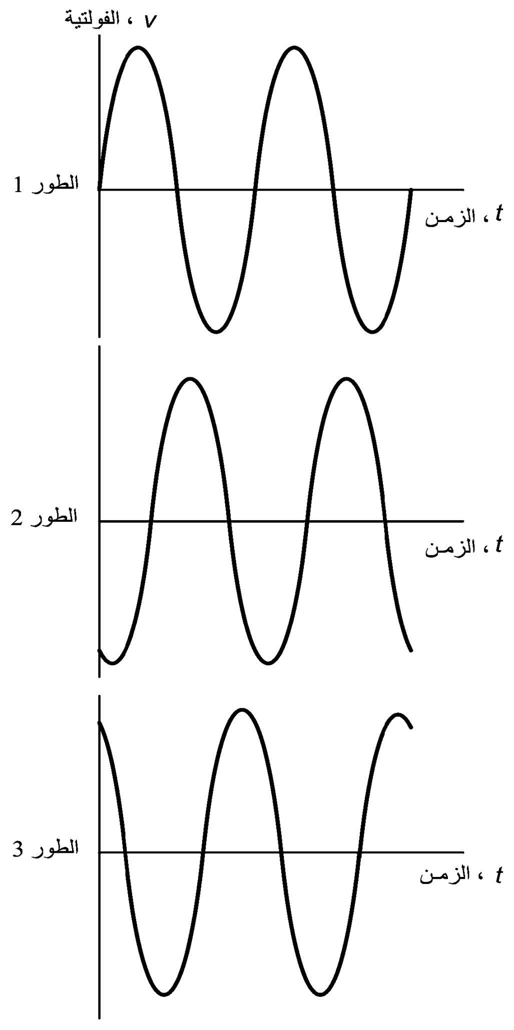
(ب) في اللحظة 15ms يكون:

$$v = 100\sin(2\pi \times 50 \times 0.015)$$
$$= \ 100\sin(0.4.71) = 100 \times (-0.1) = \text{-}100V$$

5–14–6 المنابع ثلاثية الطور Three phase supplies

إن أبسط طريقة لتوزيع التغذية المتناوبة AC هي النظام الذي يستخدم سلكين، وهي الطريقة التي تصل فيها التغذية الكهربائية إلى منازلنا (حيث يمكن لنا أن ندرك ببساطة أن السلك الثالث يمثل وصلة التأريض التي يجب أن يتم توصيل أي جهاز إليها بغرض الحماية والاستخدام الآمن). في كثير من التطبيقات بما فيها الطائرات يفضل استخدام التغذية متعددة الأطوار (Multi-phase) بدلاً من التغذية

أحادية الطور (Single-phase) (يشير لفظ الطور هنا إلى منبع جهد متناوب). ويعتبر النظام الذي يستخدم منبع جهد ثلاثي الطور هو الأكثر استخداماً، حيث يكون لدينا ثلاثة منابع جهد منفصلة وثلاثة أسلاك. يتولّد لدينا في هذه الحالة ثلاثة جهود أحادية مزاحة عن بعضها البعض بزاوية مقدارها 120^0 (360/3) تسمى زاوية الطور. يبيّن الشكل (5–142) الأمواج الجيبية التي تعبّر عن هذه الأطوار الثلاثة لمنبع التغذية (لاحظ أن كل واحدة من هذه الأمواج الجيبية لها نفس الدور والتردد). سنعود إلى هذه الفكرة مرة أخرى في الفقرة 5–18.



الشكل 5–142: أشكال الموجة لمنبع متناوب ثلاثي الطور.

اختبر فهمك 5–14

1– القيمة المتوسطة لموجة جيبية خلال دورة كاملة تساوي ــــــــــــــــــــ.

2– تساوي القيمة المتوسطة لموجة جيبية خلال نصف دورة ــــــــــــــ من قيمة الذروة.

3– لتحويل القيمة الفعالة r.m.s لموجة جيبية إلى قيمة الذروة يجب أن نضرب بالمعامل ـــــــــــــــــــــــــ.

4– لتحويل قيمة الذروة لموجة جيبية إلى قيمة r.m.s يجب أن نضرب بالمعامل ـــــــــــــــــــــ.

5– إذا كان دور موجة جيبية الشكل هو 40ms فإن ترددها يساوي إلى ـــــــــــــــــHz .

6– إذا كان تردد موجة جيبية الشكل هو 500Mz فإن دورها يساوي إلى ـــــــــــــــ ms .

7– الاسم الثاني لقيمة r.m.s لموجة جيبية هو القيمة ـــــــــــــــــــــــــ.

8– الطويلة هو الاسم الآخر الذي نطلقه على ـــــــــــــــــــ لموجة.

9– r.m.s لموجة جيبية متناوبة تساوي إلى قيمة التيار المستمر الذي إذا مر في عنصر مقاومة فإنه يولد نفس كمية ــــــــــــــــ التي يولدها التيار المتناوب الذي يمر في هذه المقاومة.

10– ارسم شكلاً بيانياً في جملة جهد–زمن يمثل الأمواج ذات الأشكال التالية: موجة جيبية، موجة مربعة، ومثلثية الشكل.

5–15 الدارات السعوية والتحريضية والممانِعة

Resistive, capacitive and inductive circuits

المنهاج Syllabus

علاقة طور الجهد والتيار في دارات R و C و L الموصولةعلى التوازي والتسلسل و بشكل مختلط. الطاقة المبددة في R و C و L. الممانعة وزاوية الطور ومعامل الاستطاعة وحسابات التيار. حساب الاستطاعة الحقيقية والظاهرية والردية.

Knowledge level key **مفاتيح تحديد مستوى المعرفة**

B2	B1	A
2	2	–

5–15–1 دارة تيار متناوب تحوي مقاومة صرفة

AC Flowing through pure resistance

تخضع دارات التيار المتناوب إلى قانون أوم تماماً، كما هو الحال في دارات التيار المستمر. وبالتالي فإذا طبقنا على مقاومة R جهداً متناوباً جيبياً V، كما هو مبين في الشكل 5–143، أمكن حساب التيار المار في الدارة اعتماداً على قانون أوم، كما يلي:

$$I = \frac{V}{R}$$

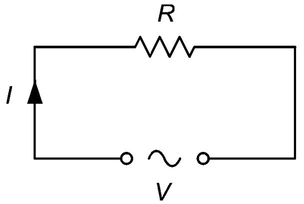
ويمكن تطبيق نفس العلاقة السابقة من أجل القيم اللحظية للتيار i والجهد v كما يلي:

$$i = \frac{v}{R}$$

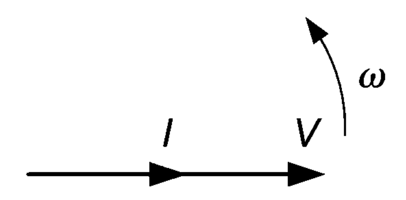
وبما أن $v = V_{pk}\sin(\omega t)$ يكون:

$$i = \frac{v = V_{pk}\sin(\omega t)}{R}$$

التيار والجهد في الشكل 5–143 لهما نفس الشكل الجيبي، وبما أنهما يزدادان معاً، ويتناقصان معاً، لذلك نقول إنهما متفقان في الطور، ويمكن تمثيل ذلك بشكل تمثيلي باستخدام مخطط الطور الموضح في الشكل (5–144). يظهر هذا الرسم البياني شعاعين دوارين (لهما الطويلة I وV) يدوران بسرعة زاوية ω، ويشير الجهد المطبق إلى الطور المرجعي الذي ينطبق مع المحور الأفقي (أي إن زاوية طوره $\theta = 0^0$).



الشكل 5–143: مرور التيار المتناوب في مقاومة.



الشكل 5–144: مخطط الطور يُظهر الجهد والتيار في دارة مقاومة صرفة.

نقطة مفتاحية
يوفر مخطط الطور طريقة سريعة لتمثيل العلاقة الموجودة بين التيار والجهد الجيبيين في دارة التيار المتناوب بدون اللجوء إلى رسم تغير شكل الأمواج الجيبية مع الزمن. يساعد الشكل (5–145) في فهم العلاقة التي تربط بين موجتي التيار والجهد الجيبيتين المتغيرتين مع الزمن.

مثال 5–76

يُطبق جهد جيبي $20V_{pk-pk}$ على مقاومة قيمتها $1k\Omega$. احسب قيمة r.m.s للتيار المار عبر هذه المقاومة.

الحل:

يجب أن تحل هذه المسألة عبر عدة مراحل. في البداية يجب أن نحدد قيمة التيار بين ذروتين المار في المقاومة، وبعدها نقوم باستنتاج قيمة r.m.s .

باستخدام قانون أوم $I=\frac{V}{R}$ نجد:

$$I_{pk-pk}=\frac{V_{pk-pk}}{R}$$

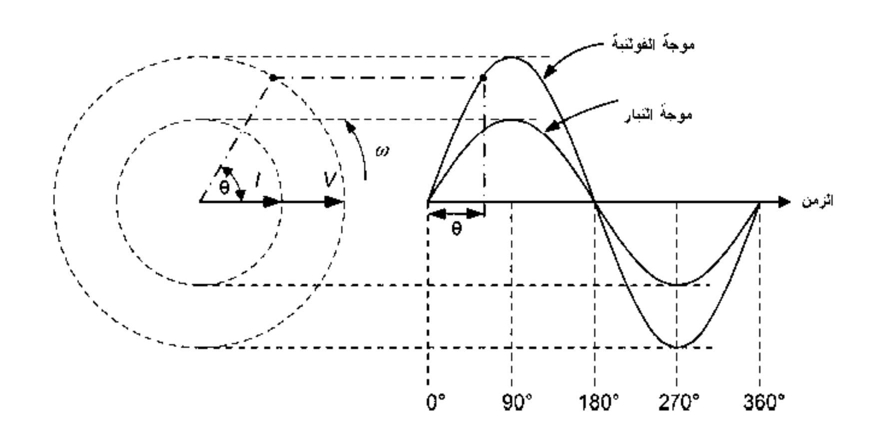
$$=\frac{20V_{pk-pk}}{1k\Omega}=20mA_{pk-pk}$$

ثم نقوم بحساب قيمة تيار الذروة، التي تساوي نصف القيمة بين ذروتين، أي:

$$I_{pk} = \frac{I_{pk-pk}}{2} = \frac{20}{2} = 10\text{mA}_{\text{pk}}$$

وأخيراً يكون:

$$I_{r.m.s} = 0.707 \times I_{pk-pk} = 0.353 \times 10\text{mA}$$
$$= 3.23\text{mA}$$



الشكل 5-145: مخطط الطور الدوار.

5-15-2 المُفاعَلة Reactance

المفاعلة كما المقاومةهي نسبة الجهد المطبق إلى التيار المار كما يلي:

$$X = \frac{V}{I}$$

حيث تقاس المفاعلة X بوحدة الأوم Ω، و V تمثل فرق الكمون المتناوب المطبق (V)، أما I فتشير إلى التيار المتناوب المار (A).

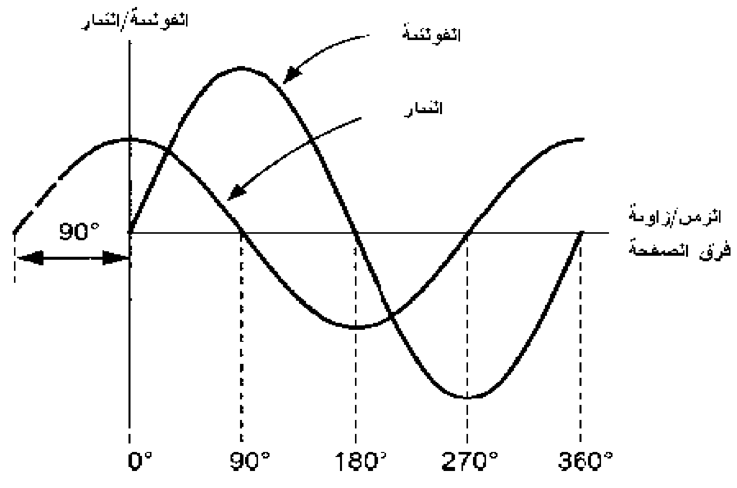
في حال كانت المفاعلة سعوية (مفاعلة مكثف سعوي) نضيف اللاحقة C إلى عناصر العلاقة السابقة فتؤول إلى الشكل التالي:

$$X_C = \frac{V_C}{I_C}$$

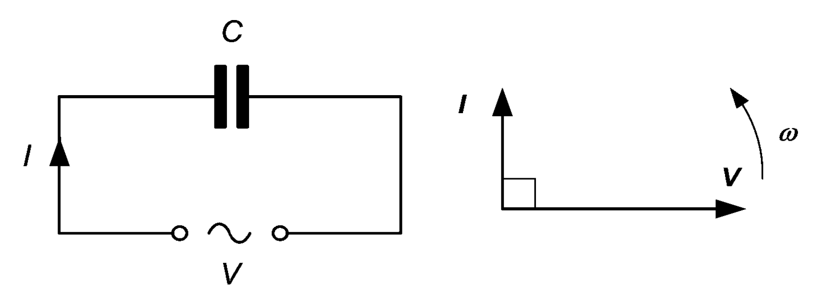
أما في حال كانت المفاعلة حثية (أي مفاعلة ملف حثي) فنضيف اللاحقة L كما يلي:

$$X_L = \frac{V_L}{I_L}$$

يكون فرق في الطور بين التيار والجهد في الدارات التي تحوي على مفاعلة صرفة (سواء أكانت حثية أو سعوية) مساوياً $\theta = 90^0$. يتقدم التيار على الجهد بزاوية مقدارها 90° درجة في حال كانت هذه المفاعلة مكثفاً سعوياً صرفاً (كما يمكن القول إن الجهد يتأخر عن التيار)، ويبيّن الشكل (5−146) التغير الزمني لموجتي التيار والجهد، في حين يظهر في الشكل (5−147) مخطط الطور.

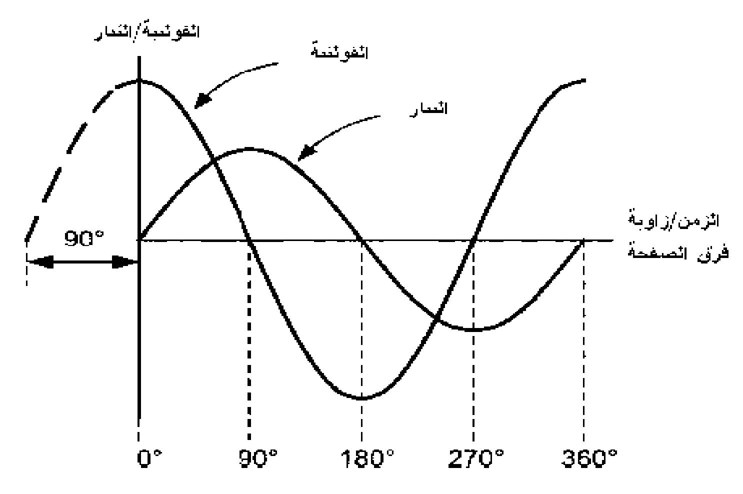


الشكل 5−146: الشكل الموجي للجهد والتيار في دارة مكثف صرف (لاحظ تقدم التيار على الجهد بزاوية 90°)

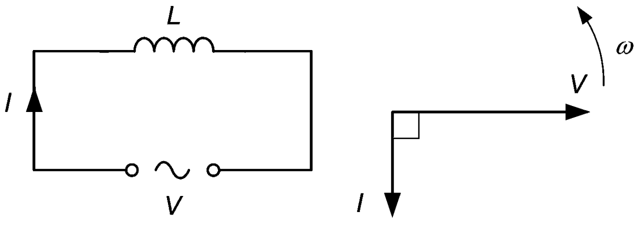


الشكل 5−147: دارة و مخطط لمطاور للجهد والتيار لمكثف صرف.

أما في حال كانت الدارة تحتوي على مفاعلة حثية صرفة فيتقدم فرق الكمون على التيار بزاوية $\theta = 90^0$ (التيار يتأخر عن الكمون بزاوية $\theta = 90°$)، ويبيّن الشكل (5–148) التغير الزمني لموجتي التيار والجهد، في حين يظهر في الشكل (5–149) مخطط الطور.

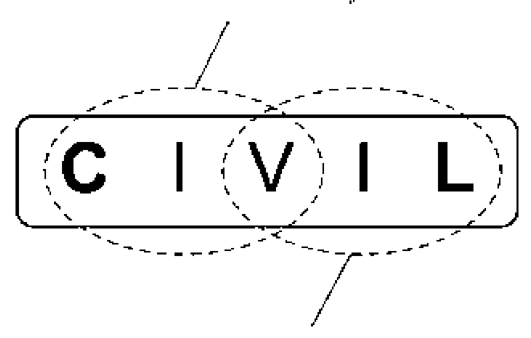


الشكل 5–148: الشكل الموجي للجهد والتيار في دارة ملف حثي صرف (لاحظ تقدم الجهد على التيار بزاوية 90°)



الشكل 5–149: دارة ومخطط لمطاور للجهد والتيار لملف حثي صرف.

نقطة مفتاحية
هناك طريقة جيدة لتذكّر علاقة تَقَدّم وتأخّر زاوية الطور بين فرق الكمون والتيار تتجلى في ترديد الكلمة الإنجليزية *CIVIL* بالصيغة الموضحة في الشكل150.5. لاحظ أنه في حال كانت الدارة تحتوي على مكثف صرف (C) تَقَدّمَ التيار I على الكمون V بزاوية مقدارها 90°، بينما يتقدم الكمون V على التيار I بفرق صفحة مقداره 90° في حال كانت الدارة تحتوي على ملف حثي صرف.



الشكل 5−150: العلاقة بين الجهد والتيار في دارة ذات مفاعلة (CIVIL).

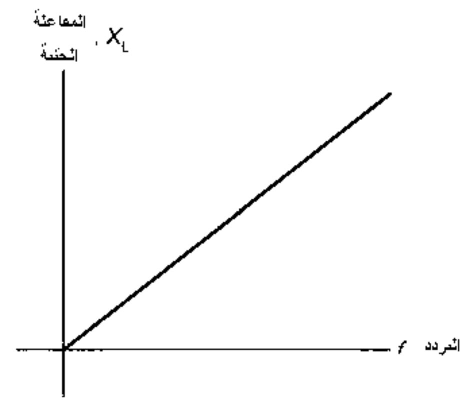
5−15−3 المفاعلة الحثية Inductive reactance

تتناسب قيمة المفاعلة الحثية بشكل طردي مع تردد المنبع المتناوب، ويمكن التعبير عنها بالعلاقة التالية:

$$X_{\mathrm{L}} = 2\pi f L$$

حيث تعبر X_L عن المفاعلة بالأوم Ω ، f التردد Hz، و L حثية الملف H.

بما أن المفاعلة الحثية تتناسب طرداً مع التردد، فيمكن بالتالي رسم هذه العلاقة على شكل مستقيم، كما هو واضح في الشكل (5−151).



الشكل 5−151: تغير المفاعلة الحثية X_L بدلالة التردد f.

مثال 5−77

احسب المفاعلة الردية لملف حثيته 10mH في الحالتين التاليتين :

(أ) عند التردد 100Hz

(ب) عند التردد 10Hz.

الحل:

(أ) عند التردد 100Hz يكون $X_L = 2\pi \times 100 \times 10 \times 10^{-3} = 6.28\Omega$

(ب) عند التردد 10Hz يكون $X_L = 2\pi \times 10000 \times 10 \times 10^{-3} = 628\Omega$

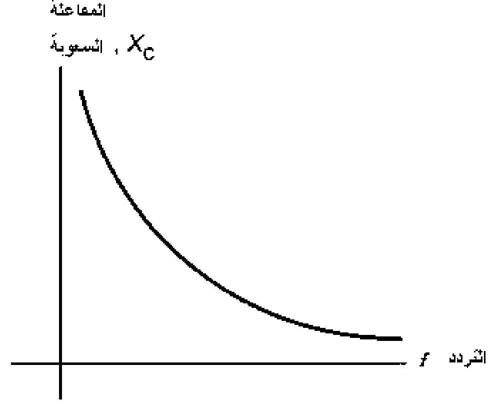
5−15−4 المفاعلة السعوية Capacitive reactance

تتناسب قيمة المفاعلة السعوية بشكل عكسي مع تردد المنبع المتناوب، ويمكن التعبير عنها بالعلاقة التالية:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

حيث تعبر X_C عن المفاعلة بالأوم Ω ، f التردد Hz، و C سعة المكثف F.

وبما أن المفاعلة السعوية تتناسب عكساً مع التردد $X_C \alpha \frac{1}{f}$ ، فيمكن رسم هذه العلاقة على شكل فرع من قطع زائد، كما هو واضح في الشكل (5−152).



الشكل 5−152: تغير المفاعلة السعوية X_C بدلالة التردد f.

مثال 5−78

احسب المفاعلة السعوية لمكثف سعته 1µF في الحالتين التاليتين:

(أ) عند التردد 100Hz

(ب) عند التردد 10Hz.

الحل:

(أ) عند التردد 100Hz يكون:

$$X_C = \frac{1}{-2\pi\times100\times1\times10^{-6}} = $$
$$= \frac{0.159}{10^{-4}} = 1.59\text{k}\Omega$$

(ب) عند التردد 10Hz يكون:

$$X_C = \frac{1}{-2\pi\times10\times10^{3}\times1\times10^{-6}} = $$
$$= 0.159\times10^{2} = 15.9\Omega$$

نقطة مفتاحية

تعتمد طويلة التيار المار عند تطبيق فرق كمون متناوب على مكثف سعوي أو ملف تحريضي على قيمة سعة هذا المكثف أو حثية الملف التحريضي وعلى قيمة تردد منبع الجهد. في الحقيقة، يمانع كل من الملف التحريضي والمكثف مرور التيار بنفس الطريقة التي تبديها المقاومة مع وجود فارق وحيد مهم هو أن المقاومة الفعالة في هذه الحالة (أو المفاعلة) تتغير بتغير التردد (على خلاف المقاومة التقليدية حيث لا تتغير قيمة التيار المار بتغير التردد).

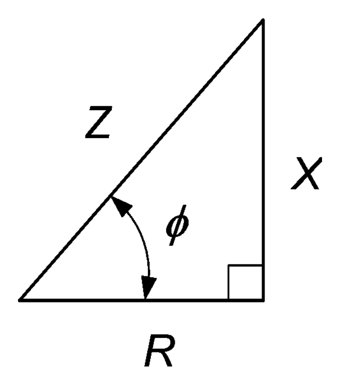
5−15−5 الممانعة Impedance

تبدي الدارات التي تحتوي على مقاومة و مفاعلة (سواء كانت حثية أو سعوية) مقاومة لمرور التيار الكهربائي نطلق عليها اسم الممانعة. وكما هي الحال بالنسبة إلى المقاومة والمفاعلة، يمكن التعبير عن الممانعة على أنها النسبة بين الجهد المطبق والتيار المار، كما يلي:

$$Z = \frac{V}{I}$$

حيث تقاس الممانعة Z بوحدة الأوم Ω، و V فرق الكمون المتناوب المطبق p.d (V)، وI التيار المتناوب المار (A).

ونظراً إلى وجود فرق في الصفحة بين التيار و الجهد في حال المفاعلة الصرفة مقداره 90 درجة (أي أنهما متعامدان)، فمن غير الممكن أن نقوم بإيجاد قيمة ممانعة دارة تحوي مقاومة ومفاعلة عن طريق الجمع الجبري البسيط لقيمة المقاومة مع قيمة المفاعلة، نستخدم بدلاً من ذلك ما يسمّى بمثلث الممانعة المبين في الشكل (5−153).



الشكل 5−153: مثلث الممانعة.

يأخذ مثلث الممانعة بعين الاعتبار زاوية فرق الصفحة، التي مقدارها °90، وبالتالي نستنتج أن قيمة الممانعة لدارة تسلسلية (تحوي مقاومة R و مفاعلة X) تعطى بالعلاقة التالية:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

حيث Z هي الممانعة (Ω)، وX المفاعلة، سواء أكانت سعوية أم حثية، وتقاس أيضاً بـــ(Ω)، وR هي المقاومة (Ω).

سيتم لاحقاً التعرف على مفهوم وأهمية زاوية الطور ϕ. ويكفي في الوقت الراهن أن نعلم أنها الزاوية المتشكلة بين الممانعة Z والمقاومة R. بالرجوع إلى مثلث الممانعة يمكن التوصل إلى بعض المعلومات المفيدة التالية:

$$\sin\phi = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{X}{Z}$$

$$\phi = \arcsin(\frac{X}{Z})$$

$$\cos\phi = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{R}{Z}$$

$$\phi = \arccos(\frac{R}{Z})$$

$$\tan\phi = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{X}{R}$$

$$\phi = \arctan(\frac{X}{R})$$

نقطة مفتاحية
تتكون الممانعة من اجتماع كلٍّ من المقاومة و المفاعلة. بتعبير آخر يمكن القول إن الممانعة هي مجموع المقاومة والمفاعلة في مثلث الممانعة. ونظراً إلى وجود علاقة تعامد بين التيار والجهد في المكثف السعوي والملف التحريضي فإن قياس الزاوية بين المقاومة والمفاعلة يساوي $90°$.

مثال 5−79

احسب ممانعة دارة مكونة من مقاومة $R=30\ \Omega$ ومفاعلة سعوية $X=40\ \Omega$ موصولتين على التسلسل، ثم احسب شدة التيار المار إذا وصلت الدارة مع منبع 115V.

الحل:

يمكن حساب الممانعة لدارة C-R تسلسلية كما يلي:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{2500} = 50\Omega$$

شدة التيار المستجر من المنبع تساوي:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{115}{50} = 2.3\text{A}$$

مثال 5−80

يوصل ملف تحريضي إلى منبع متناوب 50V بتردد 400Hz فيمر فيه تيار شدته 200mA.

احسب تحريضية الملف L إذا علمت أن مقاومته تساوي $60\ \Omega$.

الحل:

تمثل الوشيعة في هذا المثال نموذجاً للوشائع التي نصادفها في الواقع العملي حيث تتميز بوجود مقاومة و تحريضية معاً (انظر على الشكل (5−154)).

يمكن حساب ممانعة الملف كما يلي:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{50}{0.2} 250\Omega$$

ولكن: $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$

يعطي أن: $Z^2 = R^2 + X^2 , X^2 = Z^2 - R^2$

$$X^2 = Z^2 - R^2 = 250^2 - 60^2$$

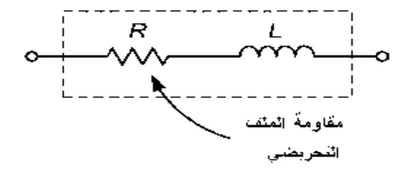
$$= 62500 - 3600 = 58900$$

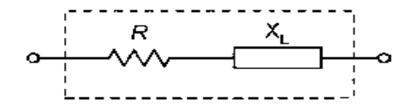
$$X = \sqrt{58900} = 243\Omega$$

وبما أن $X_L = 2\pi fAL$ فإن:

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{243}{6.28 \times 400} = \frac{243}{2512} = 0.097\text{H}$$

أي إن $L = 97\text{mH}$



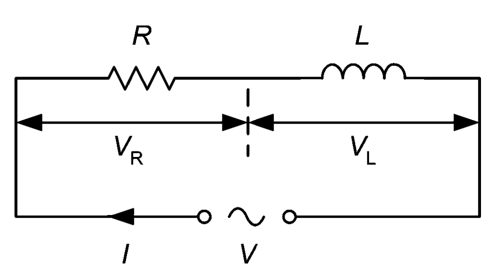


الشكل 5−154: وشيعة ذات مقاومة ومفاعلة (ارجع إلى الشكل (5−80)).

5-15-6 دارة مقاومة محاثة على التسلسل

Resistance and inductance in series

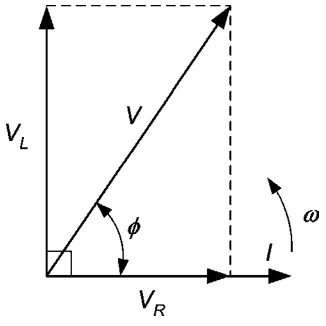
عند تطبيق جهد جيبي V على دارة تسلسلية تحوي على مقاومة R وتحريضية L (كما يبين الشكل (5-155)) فإن مرور التيار في الدارة يسبّب هبوطاً في الكمون عبر المقاومة والتحريضية (نسميهما V_R و V_L على التوالي). يتقدم الجهد V_L على V_R بزاوية مقدارها 90°.



الشكل 5-155: دارة *R-L* تسلسلية.

يمكن شرح العلاقة بين الجهدين السابقين باستخدام مخطط الطور المبين في الشكل 5- 156. لاحظ أنه في الدارات التسلسلية نعتمد طور التيار كطور مرجعي لسبب بسيط كونه يمر عبر كل مكون من مكونات الدارة (في حين اعتمدنا في وقت سابق على الجهد كطور مرجعي).

من الشكل 5-156 نلاحظ أن جهد المنبع V يساوي إلى مجموع هبوطي الجهد على العنصرين V_R وV_L. أكثر من ذلك، نسمي الزاوية بين جهد المنبع V و تيار المنبع I بزاوية الطور ϕ.

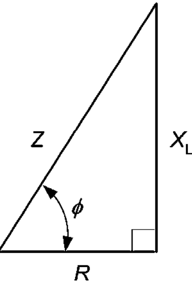


الشكل 5-156: مخطط الطور لدارة *R-L* تسلسلية.

$$\sin\phi = V_L/V, \cos\phi = V_R/V \text{ و} \tan\phi = V_L/V_R$$

وبما أن $X_L = V_L/I, R = V_R/I, Z = V/I$ (حيث Z هي ممانعة الدارة)

فيمكن شرح العلاقة بين X_L و R و Z باستخدام مثلث الممانعة المبين في الشكل (5−157).



الشكل 5−157: مثلث الممانعة في دارة *R-L* تسلسلية.

لاحظ أن $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ و $\phi = \arctan(\frac{X_L}{R})$

مثال 5−81

توصل تحريضية 80mH على التسلسل مع مقاومة Ω 100، فإذا مر في الدارة تيار جيبي شدته 20mA بتردد 50Hz احسب:

(أ) هبوط الجهد على التحريضية،

(ب) هبوط الجهد على المقاومة

(ج) ممانعة الدارة،

(د) جهد المنبع،

(ه) زاوية الطور.

الحل:

(أ) $$V_L = IX_L = I \times 2\pi fL$$

$$= 0.02 \times 25.12 = 0.5\text{V}$$

(ب) $V_R = IR = 0.02 \times 100 = 2\text{V}$

(ج)
$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{100^2 + 25.12^2}$$
$$= \sqrt{10631} = 103.1\Omega$$

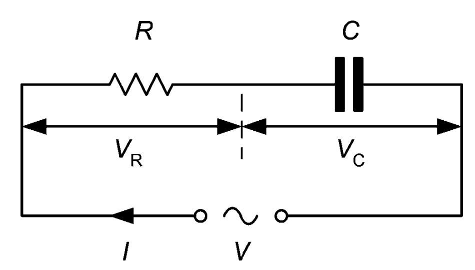
(د) $V = I \times Z = 0.02 \times 103.1 = 2.06\text{V}$

(ه)
$$\phi = \arctan(\frac{X_L}{R}) = \arctan(25.12/100)$$
$$= \arctan(0.2512) = 14.1^o$$

5-15-7 دارة مقاومة وسعة على التسلسل

Resistance and capacitance in series

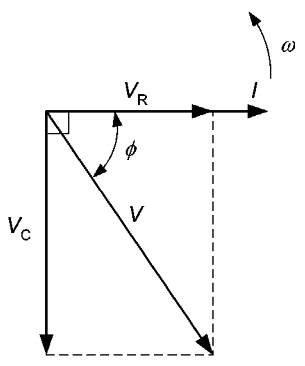
عند تطبيق جهد جيبي V على دارة تسلسلية تحوي على مقاومة R وسعة C (كما يبيّن الشكل 5-158) فإن مرور التيار في الدارة يسبّب هبوطاً في الكمون عبر المقاومة وآخر على السعة (نسميهما V_R وV_c على التوالي). يتأخر الجهد V_c عن V_R بزاوية مقدارها 90^0.



الشكل 5-158: دارة *R-C* تسلسلية.

يمكن شرح العلاقة بين الجهدين السابقين باستخدام مخطط الطور المبين في الشكل (5-159). لاحظ مرة أخرى أننا نعتمد طور التيار في الدارات التسلسلية كطور مرجعي لسبب بسيط كونه يمر عبر كل مكون من مكونات الدارة.

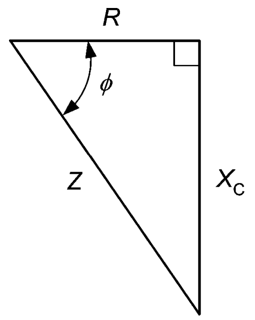
نلاحظ في الشكل (5-159) أن جهد المنبع V يساوي إلى حاصل مجموع جهدي العنصرين V_R وV_C. نسمي الزاوية بين جهد المنبع V و تيار المنبع I بزاوية الطور ϕ.



الشكل 5−159: مخطط المطاور لدارة *R-C* تسلسلية.

$$\sin\phi = {V_C}/{V} , \cos\phi = {V_R}/{V} \text{ و} \tan\phi = {V_C}/{V_R}$$

وبما أن $X_C = {V_C}/{I} , R = {V_R}/{I} , Z = {V}/{I}$ (حيث Z هي ممانعة الدارة) فيمكن شرح العلاقة بين X_C و R وZ باستخدام مثلث الممانعة المبين في الشكل 5−160.



الشكل 5−160: مثلث الممانعة في دارة *R-C* تسلسلية.

لاحظ أن $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ و$\phi = \arctan(\frac{X_C}{R})$

مثال 5−82

يوصل مكثف سعوي سعته $80\mu F$ على التسلسل مع مقاومة Ω 470. فإذا مر في الدارة تيارا جيبي شدته 10mA بتردد 50Hz احسب:

(أ) هبوط الجهد على المكثف،

(ب) هبوط الجهد على المقاومة،

(ج) ممانعة الدارة،

(د) جهد المنبع،

(ه) زاوية الطور.

الحل:

(أ)
$$V_C = IX_C = I \times 1/(2\pi fL)$$
$$= 0.01 \times 144.5 = 1.4\text{V}$$

(ب)
$$V_R = IR = 0.01 \times 470 = 4.7\text{V}$$

(ج)
$$Z = \sqrt{R^2 + X_C{}^2} = \sqrt{470^2 + 144.5^2}$$
$$= \sqrt{241780} = 491.7\Omega$$

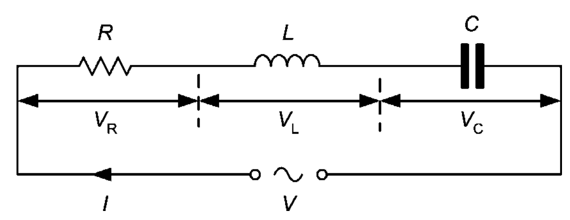
(د)
$$V = I \times Z = 0.01 \times 491.7 = 4.91\text{V}$$

(ه)
$$\phi = \arctan(\frac{X_C}{R}) = \arctan(144.5/470)$$
$$= \arctan(0.3074) = 17.1^o$$

8-15-5 دارة مقاومة وسعة وتحريضية على التسلسل

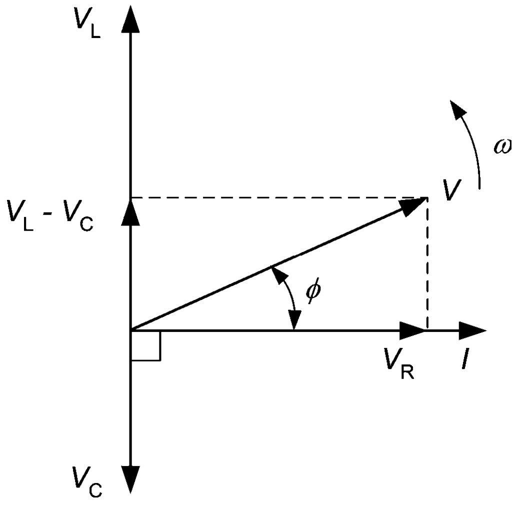
Resistance, inductance and capacitance in series

عند تطبيق جهد جيبي V على دارة تسلسلية تحوي على مقاومة R وتحريضية L وسعة C (كما يبين الشكل (5-161)) يمر في الدارة تيار كهربائي يسبّب هبوطاً في الكمون عبر كل من المقاومة والتحريضية والسعة (نسميها V_R وV_L وV_C على التوالي). يتقدم الجهد عبر التحريضية على تيار المنبع (وعلى جهد المقاومة V_R) بزاوية مقدارها $90°$ ، بينما يتأخر الجهد عبر السعة عن تيار المنبع (وعن جهد المقاومة V_R) بزاوية $90°$.



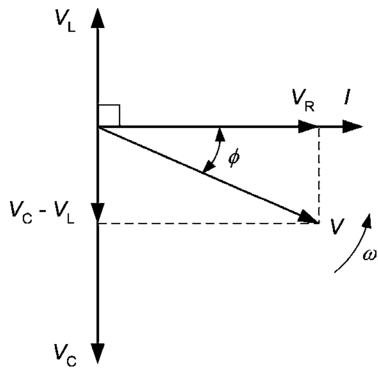
الشكل 5−161: دارة *R-L-C* تسلسلية.

إذا كانت قيمة المفاعلة التحريضية X_L أكبر من المفاعلة السعوية X_C، كانت قيمة V_L أكبر من قيمة V_C وفقاً لما يبينه مخطط الطور الموضح في الشكل (5−162). وبشكل معاكس، إذا كانت قيمة المفاعلة السعوية X_C أكبر من المفاعلة التحريضية X_L، كانت قيمة V_C أكبر من قيمة V_L وينتج لدينا مخطط الطور الموضح في الشكل (5−163). لاحظ مرة أخرى أنه في الدارات التسلسلية نعتمد طور التيار كطور مرجعي.



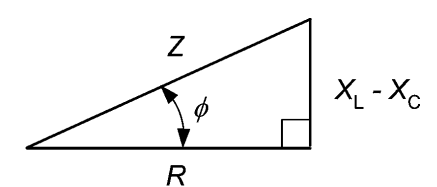
الشكل 5−162: مخطط الطور لدارة R-L-C تسلسلية عندما X_C<X_L.

يبدو جلياً من الشكلين (5−162) و(5−163) أن جهد التغذية V هو وبكل بساطة محصلة الجمع الشعاعي للأشعة V_L و V_C و V_R، وللحصول على هذه النتيجة نبدأ في المرحلة الأولى بتبسيط المخطط عبر إيجاد محصلة V_L و V_C وفقاً للعلاقة ($V_L - V_C$ أو $V_C - V_L$ وذلك تبعاً لمن هو الأكبر). ونعود لنكرر مرة أخرى أن زاوية الطور ϕ هي الزاوية بين جهد التغذية و التيار.

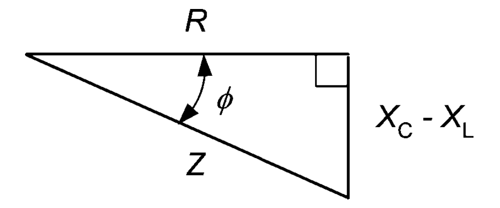


الشكل 5−163: مخطط الطور لدارة R-L-C تسلسلية عندما $X_C > X_L$.

يبيّن الشكلان 5−164 و5−165 مثلث الممانعة للدارة عندما $X_L > X_C$ و $X_C > X_L$ على التوالي. نلاحظ أنه عندما تكون $X_L > X_C$ فإن $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ و $\phi = \arctan(X_L - X_C)/R$. وبشكل مشابه عندما تكون $X_C > X_L$ فإن $Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$ و $\phi = \arctan(X_C - X_C)/R$.



الشكل 5−164: مثلث الممانعة لدارة R-L-C تسلسلية عندما $X_C < X_L$.



الشكل 5−165: مثلث الممانعة لدارة R-L-C تسلسلية عندما $X_C > X_L$.

كما تجدر الإشارة هنا إلى أنه، وفي الحالة الخاصة التي يكون فيها ($X_L = X_C$)، وهي الحالة التي تتساوى فيها المفاعلة الردية مع المفاعلة السعوية، وتتعاكسان بحيث تفني إحداهما الأخرى، فإن الدارة تسلك سلوك المقاومة R (أي

إن ممانعة الدارة ($Z=R$). نقول في هذه الحالة إن الدارة في حالة طنين، ومن المهم في هذه الحالة تحديد التردد الذي تحدث عنده حالة الطنين، كما يلي:

$$X_C = X_L$$

$$\frac{1}{2\pi fC} = 2\pi fL$$

$$f^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$$

$$f = \frac{1}{2\pi^2\sqrt{LC}}$$

حيث نطلق على f هنا اسم تردد الطنين (Hz)، L التحريضية (H)، و C السعة (F).

مثال 5−83

تتألف دارة تسلسلية من تحريضية (حثية) L=80mH، ومقاومة Ω R=200، و سعة C=22 μF. فإذا مر في هذه الدارة تيار جيبي شدته 40mA عند تردد 50Hz، احسب ما يلي:

(أ) هبوط الجهد على التحريضية،

(ب) هبوط الجهد على السعة،

(ج) هبوط الجهد على المقاومة،

(د) ممانعة الدارة،

(ه) جهد التغذية،

(و) زاوية الطور.

الحل:

(أ)

$$V_L = IX_L = I \times 2\pi fL = 0.04 \times 25.12$$
$$=1\text{V}$$

(ب)
$$V_C = IX_C = I \times 1/(2\pi fC) = 0.04 \times 144.5$$
$$= 5.8\text{V}$$

(ج)
$$V_R = IR = 0.04 \times 200 = 8\text{V}$$

(د)
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$$
$$= \sqrt{200^2 + (144.5 - 25.12)^2}$$
$$= \sqrt{54252} = 232.9\Omega$$

(ه)
$$V = I \times Z = 0.04 \times 232.9 = 9.32\text{V}$$

(و)
$$\phi = \arctan(X_C - X_L)/R = \arctan(119.38/200) = \arctan(0.597) = 30.8°$$

مثال 5−84

تتألف دارة تسلسلية من تحريضية (حثية) L=10mH، ومقاومة R=50Ω، و سعةC=40nF. ما هو التردد الذي تحدث عنده حالة الطنين والتيار المار في هذه اللحظة إذا علمت أن الدارة موصولة إلى منبع تغذية V=20V AC.

الحل:

يعطى تردد الطنين بالعلاقة:
$$f = \frac{1}{2\pi^2\sqrt{LC}}$$

بتعويض القيم الواردة في المسألة نجد أن:
$$f = \frac{1}{6.28\sqrt{10\times10^{-3}\times40\times10^{-9}}}$$
$$= \frac{0.159}{\sqrt{4\times10^{-10}}} = \frac{0.159}{2\times10^{-5}}$$
$$= 7950 = 7.95\text{kHz}$$

في حالة الطنين تسلك الدارة سلوك مقاومة بحتة (حيث تفني المفاعلتان الردية والسعودية، المتساويتان بالقيمة، والمتعاكستان، بعضهما البعض). وبذلك يمكن حساب تيار المنبع كما يلي:
$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{R} = \frac{20}{50} = 0.4\text{A}$$

5-15-9 دارة AC ذات العناصر الموصولة على التوازي وذات التوصيل المختلط

Parallel and series – parallel AC circuits

رأينا أنه في دارات التيار المتناوب التسلسلية يمر نفس التيار في كل العناصر المكونة للدارة، أما جهد التغذية فيساوي المجموع الشعاعي لجهود كل العناصر. في دارة التيار المتناوب ذات الوصل التفرعي يطبق على كل فرع نفس الجهد والذي يساوي جهد المنبع، في حين أن تيار التغذية يساوي إلى المجموع الشعاعي للتيارات المارة في فروع الدارة. لهذا السبب فإنه عند رسم مخطط الطور لدارة تفرعية نعتبر الجهد كقيمة مرجعية بدلاً من التيار. وفيما يلي نورد بعض الأمثلة البسيطة، نشرح فيها كيفية التعامل مع الدارات التفرعية والمختلطة.

مثال 5-85

تتألف دارة تفرعية من مقاومة $R=30\ \Omega$، موصولة على التوازي مع سعة $C=80\ \mu F$. فإذا وصلت هذه الدارة إلى منبع تغذية 240V تردده 50Hz احسب:

(أ) التيار المار في المقاومة،

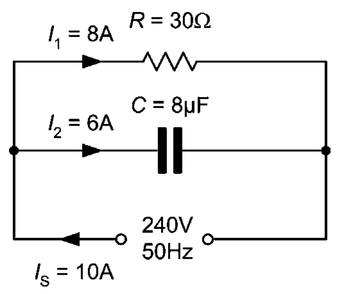
(ب) التيار المار في السعة،

(ج) تيار التغذية،

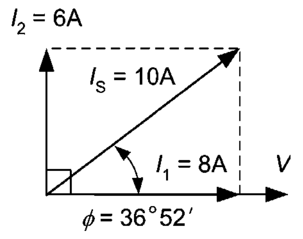
(د) زاوية الطور.

الحل:

يبيّن الشكل (5−166) رسماً توضيحياً للدارة المعنية، حيث يظهر فيها ثلاثة تيارات I_1 (التيار المار في المقاومة)، I_2 (التيار المار في السعة)، I_S (تيار التغذية). أما الشكل (5−167) فيبين مخطط الطور لهذه الدارة.



الشكل 5−166: دارة AC تفرعية: المثال 5−85.



الشكل 5−167: مخطط الطور للدارة المبينة في الشكل 5−166.

من المخطط الثاني يمكن أن نلاحظ النقاط المهمة التالية:

- في هذه الحالة نستخدم جهد التغذية V كمرجع،
- يتقدم التيار المار في المكثف I_2 على جهد المنبع V بزاوية 90°.

يمكن حساب التيار المار في المقاومة، كما يلي:

$I_1 = \frac{V}{R} = \frac{240}{30} = 8\text{A}$ وهو على توافق في الصفحة مع جهد التغذية

(أ) التيار المار في المكثف:

$$I_2 = \frac{V}{X_C} = \frac{V}{(\frac{1}{2\pi fC})} = V \times 2\pi fC$$

$$I_2 = 240 \times 6.28 \times 50 \times 80 \times 10^{-6} = 6\text{A}$$

(ب) بما أن I_1 و I_2 متعامدان مع بعضهما البعض (انظر إلى الشكل 5−167) فيمكن أن نكتب:

$$I_S = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10\text{A}$$

(ج) زاويـــة الطور: $\cos\phi = \frac{I_1}{I_S} = \frac{8}{10} = 0.8$، وبالتالـــي تكـــون الزاويـــة $\phi = 36^0 52'$ (متقدمة على الجهد)

مثال 5−86

لدينا دارة ذات توصيل مختلط كما يبين الشكل 5−168. توصل مع منبع تغذية 110V AC وبتردد 400Hz احسب مايلي:

(أ) التيار المار في فرع المقاومة،

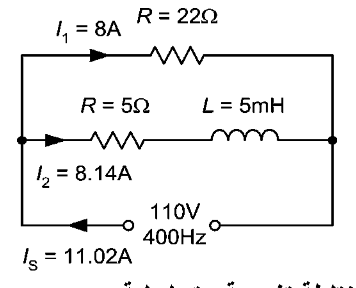
(ب) التيار المار في الملف التحريضي،

(ج) تيار التغذية،

(د) زاوية الطور.

الحل:

يبين الشكل (5−169) مخطط الطور للدارة التفرعية. يمكن اعتماداً على هذا المخطط أن نشير إلى النقاط التالية:



الشكل 5−168: دارة AC مختلطة تفرعية −تسلسلية.

I_1 = 5A
V
$\phi_2 = 68.3° 52'$
I_2 = 8.14A

الشكل 5−169: مخطط الطور للدارة المبينة في الشكل 5−168.

- مرة أخرى، في هذه الحالة نستخدم جهد التغذية V كمرجع،
- زاوية الطور ϕ هي الزاوية بين جهد التغذية V و تيار التغذية I_s،
- التيار I_2 المار في الفرع الذي يحتوي على التحريضية يتأخر عن جهد التغذية (وعن التيار المار في الفرع الحاوي على مقاومة فقط) بزاوية طور نرمز إليها ϕ_2 .

(أ) يمكن حساب شدة التيار المار في المقاومة Ω 22 كما يلي:

$I_1 = \frac{V}{R} = \frac{110}{22} = 5\text{A}$ وهو متفق في الصفحة (الطور) مع جهد التغذية.

(ب) حساب التيار المار في الملف التحريضي:

$$I_2 = \frac{V}{Z} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2}}$$
$$= \frac{110}{\sqrt{5^2 + (6.28 \times 400 \times 5 \times 10^{-3})^2}}$$
$$= \frac{110}{\sqrt{5^2 + (12.56)^2}} \frac{110}{\sqrt{182.75}} = \frac{110}{13.52}$$
$$= 8.14\text{ A}$$

وهذا التيار يتأخر بالصفحة عن جهد التغذية بزاوية مقدارها ϕ_2، التي يمكن تحديدها كما يلي:

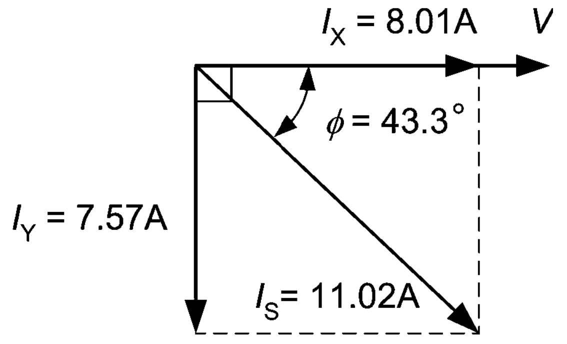
$$\sin\phi_2 = \frac{X_L}{Z} = \frac{12.56}{13.52} = 0.93 \quad \text{أو} \quad \cos\phi_2 = \frac{R_2}{Z} = \frac{5}{13.52} = 0.37$$

ومنه فإن $\phi_2 = 68.3^0$

وبالتالي تكون شدة التيار المار فرع الملف التحريضي تساوي إلى 8.14A وهو يتأخر بزاوية مقدارها 68.3^0 عن فولت التغذية.

(ج) من أجل حساب شدة تيار التغذية يجب أن نحدد مركبتيه (المركبة الأفقية المنطبقة على المرجع والمركبة العمودية المتعامدة معه) والمبينتين في الشكل 5−170. يحسب التيار I_X كما يلي:

$$I_X = I_1 + I_2 \cos\phi_2 = 5 + (8.14 \times 0.37)$$
$$= 5 + 3.01 = 8.01\,\text{A}$$



الشكل 5−170: مخطط الطور يظهر المرجع والمركبتين المتعامدتين للمثال 5−68.

مركبة التيار الأخرى I_Y : $I_Y = I_2 \sin\phi_2 = 8.14 \times 0.93 = 7.57\text{A}$

والآن يمكن تحديد تيار التغذية I_S كما يلي:

$$I_S = \sqrt{8.01^2 + 7.57^2} = \sqrt{64.16 + 57.3}$$
$$= \sqrt{121.46} = 11.02\text{A}$$

(د) زاوية الطور ϕ

$\cos\phi = \frac{I_X}{I_S} = \frac{8.01}{11.02} = 0.73$ ، وبالتالي تكون قيمة الزاوية $\phi = 43.4°$ (متأخرة).

نقطة مفتاحية

عند رسم مخطط الطور لدارة فإننا: نستخدم التيار كمرجع إذا كانت الدارة تسلسلية بسبب مرور هذا التيار في جميع عناصر الدارة، في حين أننا نستخدم الجهد كمرجع في الدارات الموصولة على التوازي لأنه هو نفسه على أطراف كل فروع هذه الدارة.

10−15−5 عامل الاستطاعة Power factor

يعرف عامل الاستطاعة في دارة تيار متناوب مكونة من مقاومة ومفاعلة بكل بساطة على أنه نسبة الاستطاعة الحقيقة إلى الاستطاعة الظاهرية:

$$\text{معامل الاستطاعة} = \frac{\text{الاستطاعة الحقيقية}}{\text{الاستطاعة الظاهرية}}$$

يعبّر مفهوم الاستطاعة الحقيقية في دارة التيار المتناوب عن الاستطاعة المصروفة على شكل حراري في المقاومة الأومية، وتعطى بالعلاقة التالية:

$$\text{الاستطاعة الحقيقية} = I^2R$$

حيث I هو القيمة الفعالة r.m.s للتيار، و R المقاومة. وتقاس الاستطاعة الحقيقية بالواط (W).

أما الاستطاعة الظاهرية في الدارة المتناوبة فهي الاستطاعة التي يتم استهلاكها ظاهرياً في الدارة، وهي ناتج جداء تيار التغذية وجهد التغذية (اللذين قد لا يكونان على توافق في الصفحة مع بعضهما البعض). لاحظ أنه في حال لم يكن التيار والجهد على توافق في الصفحة (أي $\phi \neq 0$) فإن الاستطاعة الظاهرية لن تكون مساوية للاستطاعة الحقيقة التي صرفت على شكل حرارة.

$$\text{الاستطاعة الظاهرية} = IV$$

حيث I هو القيمة الفعالة r.m.s للتيار، و V جهد التغذية. للتمييز بين الاستطاعة الحقيقية والظاهرية فإننا نقيس الاستطاعة الظاهرية بوحدة الفولت−أمبير (VA).

بما أن $V=IZ$ فيمكن لنا إعادة صياغة علاقة الاستطاعة الظاهرية على الشكل التالي :

$$\text{الاستطاعة الظاهرية} = IV = I \times IZ = I^2Z$$

وبالعودة إلى علاقة عامل الاستطاعة:

$$\text{عامل الاستطاعة} = \frac{\text{الاستطاعة الحقيقية}}{\text{الاستطاعة الظاهرية}} = \frac{I^2R}{IV}$$

$$= \frac{I^2R}{I \times IZ} = \frac{I^2R}{I^2Z} = \frac{R}{Z}$$

من مثلث الممانعة الذي تم عرضه سابقاً في الشكل153.5 يمكن لنا أن نستنتج:

$$\text{عامل الاستطاعة} = \frac{R}{Z} = \cos\phi$$

مثال 5−87

احسب الاستطاعة الحقيقية المبددة في حمل AC إذا كان يستجر تيار 2A عند جهد 110V وإذا كان عامل الاستطاعة لهذا الحمل 0.8.

الحل:

$$\text{عامل الاستطاعة} = \cos\phi = \frac{\text{الاستطاعة الحقيقية}}{\text{الاستطاعة الظاهرية}}$$

الاستطاعة الحقيقة=عامل الاستطاعة ×الاستطاعة الظاهرية = عامل الاستطاعة × VI

الاستطاعة الحقيقية= 0.8 × 2 × 110= 176 W.

مثال 5−88

تبلغ حثية ملف تحريضي 150mH و مقاومته Ω 250، يوصل هذا الملف إلى منبع متناوب 115 v وتردده 400Hz. احسب ما يلي:

(أ) عامل الاستطاعة للملف التحريضي،

(ب) التيار المستجر من المنبع،

(ج) الاستطاعة الحرارية المصروفة في الملف.

الحل:

(أ) بداية يجب إيجاد المفاعلة الردية للوشيعة X_L و الممانعة Z عند تردد 400Hz:

$$X_L = 2\pi \times 400 \times 150 \times 10^{-3} = 376\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{250^2 + 376^2}\, 452\Omega$$

الآن يمكن حساب عامل الاستطاعة كما يلي:

$$0.553 = \frac{250}{452} = \frac{R}{Z} = \text{عامل الاستطاعة}$$

(ب) تيار التغذية: $I = \frac{V}{Z} = \frac{115}{452} = 0.254A$

(ج) الطاقة الحرارية المصروفة:

$$\text{الاستطاعة الحقيقية} = \text{عامل الاستطاعة} \times IV$$

.W 16.15= 0.254 × 115 × 0.553=

نقطة مفتاحية

يعرّف عامل الاستطاعة في دارات التيار المتناوب بأنه النسبة بين الاستطاعة الحقيقية والاستطاعة الظاهرية. كما، يساوي إلى جيب زاوية الطور بين تيار وجهد التغذية.

اختبر فهمك 5-15

1- في دارة تحتوي على مكثف سعوي صرف يتقدم ________ على ________ بزاوية قياسها ________.

2- احسب مفاعلة مكثف سعته 220nF عند الترددات التالية:

(أ) 400Hz (ب) 20kHz.

3- احسب مفاعلة ملف حثيته 60mH عند الترددات التالية:

(أ) Hz20 (ب) 4kHz.

4- يوصل مكثف سعوي سعته μF 0.5 إلى منبع متناوب 110V تردده 400Hz. احسب التيار المار في المكثف.

5- توصل مقاومة Ω 120 على التسلسل مع مكثف مفاعلته Ω 160. احسب الممانعة الكلية للدارة والتيار المار عندما يتم وصل هذه الدارة مع منبع متناوب 200V.

6- يوصل مكثف سعته μF 2 على التسلسل مع مقاومة Ω 100 مع منبع تغذية متناوب 24V تردده 400Hz. احسب تيار التغذية المار في الدارة والجهود التي تظهر على كل عنصر من عناصر هذه الدارة.

7- تبلغ حثية ملف تحريضي 80mH ومقاومته Ω 10. احسب التيار المار عند وصل هذا الملف مع منبع جهده 250V وتردده 50Hz.

8- احسب زاوية الطور وعامل الاستطاعة للملف الوارد في السؤال رقم 7.

9- احسب الاستطاعة الحقيقية المبددة في حمل AC إذا كان يستجر تيار 5A عند جهد 110V وإذا كان عامل الاستطاعة لهذا الحمل 0.6.

10- حمل متناوب مكون من مقاومة 110 Ωموصول على التوازي مع مكثف سعته μF 20. احسب الاستطاعة الظاهرية وعامل الاستطاعة لهذا الحمل عندما يوصل إلى منبع جهده 220V و تردده 50Hz.

5-16 المحولات Transformers

المنهاج Syllabus

سنتعرف في هذه الفقرة على: مبادئ عمل وتصنيع المحولة ، الضياعات في المحولة وطرق التغلب عليها، عمل المحولة بوجود الحمل وبدون حمل. محولة الاستطاعة، المردود، علامات القطبية، تيار الأولي والثانوي، الجهد، نسبة التحويل، الاستطاعة، المردود. المحولات الآلية.

مفاتيح تحديد مستوى المعرفة **Knolwledge level key**

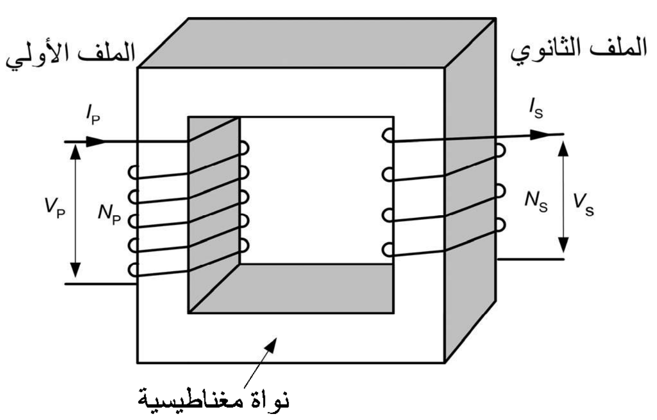
A	B_1	B_2
–	2	2

5-16-1 مبادئ عمل المحولات Transformer principles

يمكن شرح مبدأ عمل المحولة بالاستعانة بالشكل (5-171)، حيث نرى بوضوح ملفين نطلق على الأول اسم الأولي، وعلى الآخر الثانوي ملفوفين حول نواة مشتركة ذات مقاومة مغنطيسية منخفضة تتكون من عدد من الصفائح الفولاذية. يضمن هذا الترتيب تحويل كامل التدفق المغنطيسي المتناوب الذي يولده الملف الأولي (الابتدائي) إلى الملف الثانوي (باستثناء نسبة صغيرة من التدفق المتسرب نتيجة لظاهرة التسرب). إن مرور تيار جيبي في الملف الأولي يولد تدفقاً مغنطيسياً جيبياً ضمن النواة المغنطيسية، ويمكن أن نعبّر عن القيمة اللحظية لهذا التدفق ϕ بالعلاقة التالية:

$$\phi = \phi_{\max} \sin(\omega t)$$

حيث Φ هو القيمة العظمى للتدفق (Wb)، و t هو الزمن بالثانية. يمكن لنا أن نقارن هذه المعادلة بمعادلة موجة الجهد التي وردت سابقاً في الفقرة 5-14-5.



الشكل 5-171: مبدأ عمل المحولة.

تعطى القيمة الفعالة لجهد الأولي (V_p) r.m.s بالعلاقة التالية:

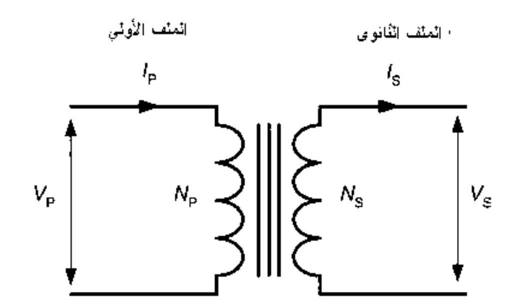
$$V_p = 4.44\, f N_p \phi_{max}$$

وبشكل مشابه يمكن التعبير عن القيمة الفعالة لجهد الثانوي r.m.s (V_s) كما يلي:

$$V_S = 4.44\, f N_S \phi_{max}$$

ونظراً إلى مرور نفس التدفق في الملفين الأولي والثانوي، يمكن لنا أن نستنتج (الشكل (5−172)) من العلاقتين السابقتين أن:

$$\frac{V_P}{V_S} = \frac{N_P}{N_S}$$



الشكل 5−172: لفات المحولة والجهود التي تظهر على الطرفين الابتدائي والثانوي.

إذا كانت الضياعات في المحول مهملة فإن الاستطاعة في الملف الأولي تساوي نظيرتها في الملف الثانوي، أي:

$$P_P = P_S$$

وبما أن $P_P = I_P \times V_P\, , P_S = I_S \times V_S$ يكون:

$$I_P \times V_P = I_S \times V_S$$

ومنه نستنتج أن:

$\frac{I_P}{I_S} = \frac{V_S}{V_P}$ و $\frac{I_P}{I_S} = \frac{N_S}{N_P}$ وذلك بفرض عدم وجود ضياعات في المحولة.

نطلق على النسبة بين عدد ملفات الأولي و الثانوي (N_P/N_S) اسم نسبة التحويل.

ونظراً إلى تساوي نسبة الجهد إلى عدد اللفات في الأولي مع نظيرتها في الثانوي، فيمكن لنا أن نستنتج العلاقة التالية، التي تستخدم كثيراً في المحولات العملية، وتسمى علاقة اللفات لكل فولت (t.p.v.):

$$t.p.v. = \frac{V_P}{N_P} = \frac{V_S}{N_S}$$

حيث تفيد هذه العلاقة كثيراً عند تصميم نوع خاص من المحولات متعددة الملفات الثانوية.

مثال 5−89

بفرض لدينا محول فيه: عدد لفات الأولي 2000 لفة والثانوي 120 لفة، احسب جهد الثانوي عند وصل الأولي مع منبع متناوب 220 V.

الحل:

بما أن $\frac{V_P}{V_S} = \frac{N_P}{N_S}$ يكون:

$$V_S = \frac{V_P N_S}{N_P} = \frac{220 \times 120}{2000} = 13.2\text{V}$$

مثال 5−90

يصمم محول عدد لفات طرفه الأولي 1200 لفة ليعمل عند جهد AC مقداره 110V. احسب عدد لفات الطرف الثانوي بفرض أنه طلب من المحول أن يولد جهداً وقدره 10 V.

الحل:

بما أن $\frac{V_P}{V_S} = \frac{N_P}{N_S}$ يكون:

$$N_S = \frac{N_P V_S}{V_P} = \frac{1200\times 10}{110} = 109.1\text{V}$$

مثال 5−91

تبلغ نسبة .t.p.v لمحولة 1.2. احسب عدد اللفات المطلوبة ليتولد على الطرف الثانوي:

(أ) 0 V (ب) 350V.

الحل:

سنستخدم هنا العلاقة التالية: $N_S = t.p.v.\times V_S$

(أ) في حال كان جهد الثانوي يساوي 50V يكون:

$$N_S = 1.5.\times 50 = 75 \text{ لفة}$$

(ب) في حال كان جهد الثانوي يساوي 350V يكون:

$$N_S = 1.5.\times 350 = 525 \text{ لفة}$$

مثال 5−92

تبلغ عدد لفات الطرف الأولي في محول 1200 لفة والثانوي 60 لفة. ما هي شدة التيار المار في الطرف الأولي بفرض أن الحمل الموصول مع الثانوي يستجر تياراً قيمته 20A (وبفرض أن الضياعات معدومة).

الحل:

بما أن $\frac{I_P}{I_S} = \frac{N_S}{N_P}$ يمكن أن نكتب:

$$I_P = \frac{I_S N_S}{N_P} = \frac{20\times 60}{1200} = 1\,\text{A}$$

5-16-2 التطبيقات العملية للمحولات Transformer applications

توفر لنا المحولات الأداة اللازمة لنقل الاستطاعة المتناوبة من دارة إلى أخرى بدون وجود اتصال مباشر بين هاتين الدارتين، كما وتسمح لنا المحولات برفع الجهد (جهد الثانوي أكبر من جهد الأولي) أو تخفيضه (جهد الثانوي أصغر من جهد الأولي).

ونظراً إلى عدم إمكانية زيادة الاستطاعة (مصونية الاستطاعة نظراً إلى كون كل من المقاومات، المكثفات، الملفات الحثية، والمحولات عناصر سلبية) فإن تحقيق أي زيادة في الجهد عند الطرف الثانوي يجب أن يتم على حساب التيار في هذا الطرف، والعكس بالعكس (في الحقيقة، تكون الاستطاعة في الطرف الثانوي أقل بشكل طفيف من نظيرتها في الطرف الأولي نظراً إلى وجود بعض الضياعات ضمن المحولة).

الجدول 5-6

	المادة التي تصنع منها النواة			
	الهواء	الفريت	صفائح الفولاذ (حجم صغير)	صفائح الفولاذ (حجم كبير)
الاستطاعة	اقل من 100mW	اقل من 10W	100mW-50W	3VA-500VA
مجال التردد	10MHz-1GHz	1kHz- 10MHz	50kHz-20kHz	45Hz-500Hz
المردود	انظر إلى الملاحظة	95%- 98%	95% نموذجي	90%-98%
التطبيقات	المستقبلات الإذاعية وأجهزة البث	الدارات النبضية، منابع الطاقة المستقلة	دارات الصوت، والمكبرات منخفضة التردد	مصادر الطاقة

تتنوع التطبيقات العملية للمحولات، حيث تستخدم في عمليات رفع و خفض الجهد في مصادر التغذية بالطاقة، بالإضافة إلى ربط الإشارات في مضخمات الترددات الصوتية بهدف الحصول على توافق في الممانعة وعزل التيارات

المستمرة الكامنة، التي يمكن أن تتواجد في أنواع معينة من الدارات. هذا وتتحدد الخصائص الكهربائية للمحولات بجملة من العوامل تتضمن المادة التي صنعت منها النواة والأبعاد الهندسية لمكوناتها.

تتضمن مميزات المحولة عادة نسبة التحويل بين جهد الأولي والثانوي، ومعدلات التيار التي تحدد بدورها مستويات الاستطاعة المطلوبة (أي استطاعة التشغيل، التي يعبّر عنها عادة بوحدة VA)، والتي يمكن للمحولة أن تعمل عندها (تقدمها عند الطرف الثانوي) بشكل متواصل ضمن مجموعة من الشروط المحددة، مجال الترددات التي تتناسب والعناصر المكونة للمحولة (يتم التعبير عنها عادة بالحدين الأعلى والأدنى للترددات التي تعمل ضمنها المحولة)، ومعدل انتظام الخرج بالنسبة إلى الوحدة، حيث تعبّر الميزة الأخيرة عن مدى قدرة المحولة على الحفاظ على مستوى جهد الخرج عند العمل تحت الحمل.

يبيّن الجدول 5-6 بعض المميزات الأساسية لبعض المحولات شائعة الاستخدام في الحياة العملية (لاحظ أن خصائص المحولة تعتمد إلى حد كبير على اختيار نوعية مادة النواة) (انظر الشكل (5-173)).



الشكل 5-173: نماذج متنوعة للمحولات الشائعة الاستخدام.

3-16-5 انتظام المحولات Transformer regulation

ينخفض الجهد الذي يتولد عند الطرف الثانوي عملياً بشدة بازدياد الحمل الموصول مع هذه المحولة (حيث يزداد التيار في الطرف الثانوي عن قيمته في حالة اللاحمل). انتظام الجهد في المحولة هو قدرتها على الحفاظ على ثبات جهد الخرج في الطرف الثانوي عند تغير تيار الحمل ضمن كامل مجاله (أي من حالة اللاحمل إلى حالة الحمل الكامل) مع الحفاظ على نفس عامل الاستطاعة. عند تقسيم هذا التغير على جهد خرج المحول في حال اللاحمل نحصل على ما يمكن تسميته بانتظام الجهد للوحدة (per-unit regulation) للمحولة. ونورد فيما يلي مثالاً يوضح هذا المفهوم

مثال 5-93

يبلغ جهد خرج محول في حالة اللاحمل 110V، و 101 V عند الحمل الكامل. احسب انتظام الجهد لهذا المحول.

الحل:

يعطى انتظام الجهد بالعلاقة التالية:

$$per-unitregulation = \frac{V_{S(no-load)} - V_{S(full-load)}}{V_{S(no-load)}}$$

$$= \frac{110 - 101}{110} = 0.081(8.1\%)$$

4-16-5 ضياعات ومردود المحولات

Transformer efficiency and losses

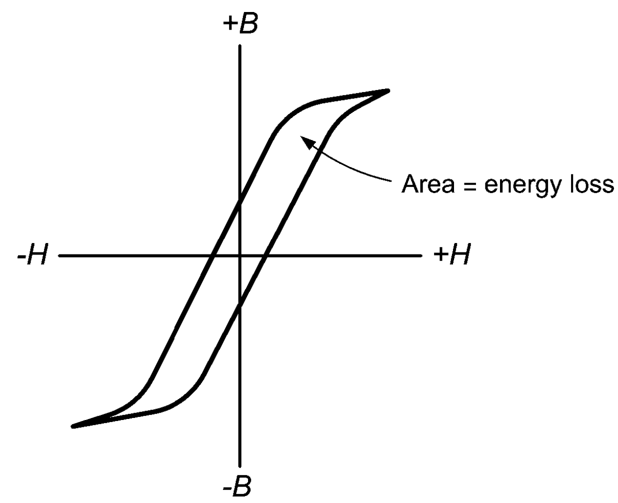
كما رأينا في الجدول السابق، على الرغم من عمل معظم المحولات بمردود مرتفع جداً في الحياة العملية، إلا أنه لا يمكن إهمال الضياعات التي تحدث

في المحولات في بعض التطبيقات، وخاصة في تطبيقات الاستطاعة العالية. يمكن تصنيف الضياعات التي تحدث في المحولات ضمن فئتين:

- الضياعات في النواة المغنطيسية (ويشار إليها عادة بالضياعات الحديدية)،
- الضياعات الناتجة من مقاومة الملفات (أو ما يسمى بالضياعات النحاسية).

كما وتنقسم الضياعات الحديدية بدورها إلى الضياعات الناتجة من دورة الإعاقة المغنطيسية، أو ما يسمى (Hysteresis Losses) (وهي ضياعات الطاقة الناتجة من الدورة المتكررة للتدفق المغنطيسي في النواة ذهاباً وإياباً)، و ضياعات تيار الدوّامات (ضياعات الطاقة الناتجة من دوران التيار في النواة الفولاذية).

يمكن التخفيف من ضياعات دورة الإعاقة باختيار المادة التي تصنع منها النواة بحيث تكون سهلة المغنطة وذات نفاذية مغنطيسية عالية (انظر إلى الشكل (5−174) ولاحظ أن الطاقة الضائعة تتناسب مع المساحة داخل منحني B-H). أما بالنسبة إلى ضياعات تيارات الدوامة فيمكن الحد منها بتصنيع النواة من صفائح رقيقة معزولة عن بعضها البعض (أي باستخدام صفائح ذات الشكل -E و I) والتأكد من وجود فراغ صغير في النواة حيث يضمن وجود كل من الصفائح والثغرة منعَ تشكل مسار مغلق يمر فيه التيار.



الشكل 5−174: منحني الإعاقة المغنطيسية *(B-H)* وضياعات الطاقة.

أما بالنسبة إلى الضياعات النحاسية الناتجة من المقاومة الأومية للأسلاك في الملفات الأولية والثانوية، فيمكن التخفيف منها باستخدام أسلاك ذات أقطار أكبر ومقاومة أخفض.

بما أن التدفق ضمن المحولة لا يتغير إلا بشكل طفيف عند الانتقال من حالة اللاحمل إلى حالة الحمل الكامل فيمكن اعتبار الضياعات الحديدية ثابتة، بغضّ النظر عن الحمل الحقيقي الموصول إلى المحول. من جهة أخرى تعتبر الضياعات النحاسية معدومة في حالة اللاحمل، وترتفع إلى قيمتها العظمى عند الحمل الكامل.

يعطى مردود المحولة بالعلاقة التالية:

$$\text{المردود} = \frac{\text{استطاعة الخرج}}{\text{استطاعة الدخل}} \; X\,100\ \%$$

$$\text{المردود} = \frac{\text{استطاعة الدخل} - \text{الضياعات}}{\text{استطاعة الدخل}} \; X\,100\ \%$$

$$\text{المردود} = 1 - \frac{\text{الضياعات}}{\text{استطاعة الدخل}} \; X\,100\ \%$$

كما سبق وأشرنا فإن الضياعات تتوزع بين الضياعات الحديدية والضياعات النحاسية التي تظهر في كلا الطرفين الأولي والثانوي، وبالتالي يمكن أن نكتب:

$$\text{المردود} = 1 - \frac{[\text{الضياعات الحديدية} + \text{الضياعات النحاسية في الابتدائي} + \text{الضياعات النحاسية في الثانوي}]}{\text{استطاعة الدخل}} \times 100\%$$

وسيتم شرح هذه العلاقات بمساعدة بعض الأمثلة.

مثال 5-94

تبلغ الاستطاعة الاسمية لمحول 500VA ، وقيمة الضياعات الحديدية له 3W، في حين تبلغ الضياعات النحاسية عن الحمل الكامل (في كلا الطرفين الأولي والثانوي) 7W. احسب مردود المحولة عند عامل استطاعة 0.8.

الحل:

يمكن حساب استطاعة الدخل للمحول من حاصل ضرب الاستطاعة الظاهرية (الاستطاعة الاسمية مقدرة بــ VA) في عامل الاستطاعة:

استطاعة الدخل = 0.8 X 500 = 400 W.

المردود:

$$\text{المردود} = 1 - \frac{(3+7)}{400} \times \%100 = \%97.5$$

اختبر فهمك 5-16

1- ارسم المخطط الذي يوضح مبدأ عمل المحولة، مع ذكر الرموز.
2- تصنع نواة المحولة على شكل ــــــــــــــ من أجل تقليل ضياعات ــــــــــــــ.
3- ارسم منحني *B-H* لمادة النواة في محولة، واشرح العلاقة بين الشكل وضياعات الطاقة في نواة المحولة.
4- تبلغ عدد لفات الطرف الأولي في محول 480 لفة والثانوي 120 لفة، احسب جهد الثانوي إذا تم وصل المحولة مع منبع متناوب 110V.
5- محول خافض للجهد، يبلغ جهد طرفيه الأولي والثانوي 220 و 24 V على التوالي. احسب عدد لفات طرفه الأولي إذا علمت أن عدد لفات الثانوي 60 لفة.
6- يبلغ عدد اللفات في الطرف الأولي والثانوي لمحول 440 و1800 لفة على التوالي، احسب تيار الابتدائي إذا علمت أن تيار الثانوي 250mA (بإهمال الضياعات).

7- برهن العلاقة التالية: في محول مهمل الضياعات $\frac{I_P}{I_S} = \frac{N_S}{N_P}$.

8- اشرح آلية حدوث الضياعات النحاسية في المحولة، وكيفية الحد من هذه الضياعات.

9- يبلغ جهد الخرج لمحول في حالة اللاحمل 220V، و208V في حال الحمل الكامل. احسب انتظام الجهد للوحدة لهذا المحول.

10- محول استطاعته الظاهرية 1kVA، الضياعات الحديدية في هذا المحول 15W، والضياعات النحاسية عند الحمل الكامل (في طرفيه الابتدائي والثانوي) 20W. احسب مردود هذا المحول عند عامل استطاعة 0.9.

5-17 المرشحات Filters

المنهاج Syllabus

نستعرض في هذه الفقرة مبدأ عمل وتطبيقات كل من المرشحات التالية: مرشح التمرير المنخفض، ومرشح التمرير العالي، مرشح تمرير الحزمة ومرشح مانع التمرير.

مفاتيح تحديد مستوى المعرفة Knowledge level key

B_2	B_1	A
1	1	-

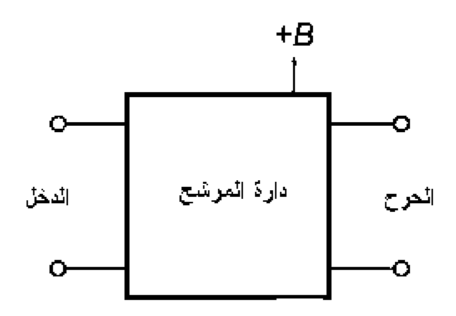
5-17-1 أنواع المرشحات Types of filters

المرشحات هي عبارة عن أدوات تمكّننا من تمرير إشارات متناوبة أو منعها ضمن مجال معين من الترددات. تستخدم المرشحات في تطبيقات واسعة تتضمن المضخمات، ومستقبلات ومرسلات الإشارة. كما ويمكن باستخدام

المرشحات التقليل من إشارات الضجيج والإشارات غير المرغوب بها والتي يمكن أن تكون قد تسربت إلى الخطوط الطويلة لنقل الطاقة.

يتم تصنيف المرشحات عادة بحسب الترددات التي صممت لتمررها أو تعزلها، ويمكن أن تصنع الأنماط البسيطة منها من دارات (شبكات – networks- مكونة من عناصر سلبية (مثل عناصر المقاومات، والمكثفات، والملفات الحثية)، في حين تعتمد الأنواع المستخدمة في تطبيقات الإشارة (وليس الاستطاعة) على استخدام العناصر الإلكترونية الفعالة (مثل الترانزستورات، والدارات المتكاملة).

تُصنع معظم المرشحات على شكل شبكات رباعية الأطراف، يُستخدم اثنان منها للدخل واثنان للخرج، مع وجود ملاحظة بالنسبة إلى الدارات غير المتوازنة ، حيث يمكن أن يتم وصل أحد أطراف الدخل مباشرة إلى أحد أطراف الخرج (ويشار إليه بالخط المشترك). هذه التشكيلة موضحة في الشكل (5−175).



الشكل 5−175: شبكة رباعية الأطراف.

كما ذكرنا، تتوفر المرشحات وفقاً للأنماط التالية:

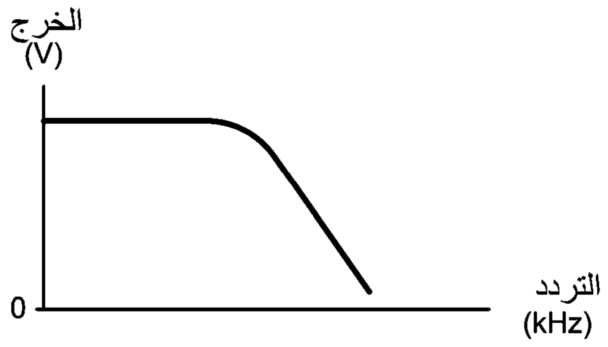
- مرشح تمرير الحزمة المنخفضة، Low-pass filters
- مرشح التمرير العالي، High-pass filters
- مرشح تمرير الحزمة، Band-pass filters
- مرشح إيقاف الحزمة. Band-stop filters

نقطة مفتاحية

المرشحات هي عبارة عن أدوات تمكننا من تمرير إشارات متناوبة أو منعها ضمن مجال معين من الترددات. تعتمد المرشحات البسيطة على دارات المقاومات، والمكثفات، والملفات.

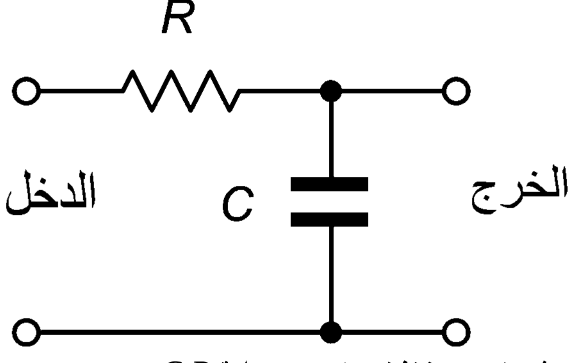
5−17−2 مرشح التمرير المنخفض Low-pass filters

يبدي هذا النوع من المرشحات توهيناً منخفضاً للإشارات ذات التردد الأخفض من تردد القطع، فيما تبدي توهيناً أعلى إذا تجاوزنا تردد القطع، كما هو موضح في الشكل (5−176).



الشكل 5−176: الاستجابة الترددية لمرشح التمرير المنخفض.

يبيّن الشكل (5−177) مرشح C-R لتمرير حزمة منخفضة. يحدث تردد قطع المرشح عندما ينخفض جهد الخرج إلى قيمة تعادل 0.707 من جهد الدخل.



الشكل 5−177: مرشح تمرير منخفض مكون من دارة *C-R*.

ويحدث هذا الأمر عندما تكون مفاعلة المكثف X_C مساوية لقيمة المقاومة R. بالاعتماد على هذه المعلومة يمكن حساب قيمة تردد القطع لمرشح C-R كما يلي:

$$R = X_C$$

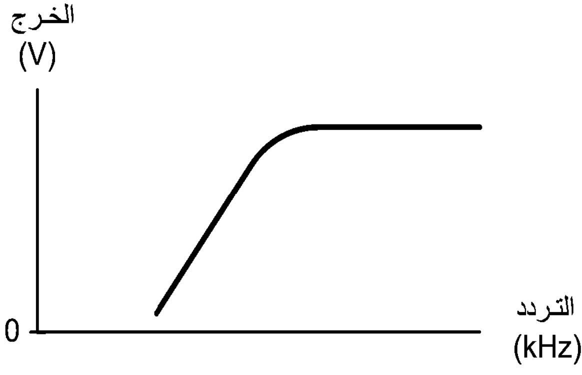
$$R = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$f = \frac{1}{2\pi CR}$$

حيث f تردد القطع (Hz)، C سعة المكثف (F)، R المقاومة (Ω).

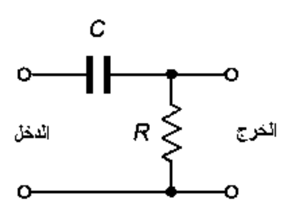
5–17–3 مرشح التمرير المرتفع High-pass filters

يبدي هذا النوع من المرشحات توهيناً منخفضاً للإشارات ذات التردد الأعلى من تردد القطع، في حين يبدي توهيناً أعلى من أجل قيم التردد الأخفض من تردد القطع، كما هو موضح في الشكل (5–178).



الشكل 5 –178: الاستجابة الترددية لمرشح التمرير المرتفع.

يبيّن الشكل (5–179) مرشح C-R بسيط لتمرير الحزمة المرتفعة. يحدث تردد القطع لهذا المرشح عندما ينخفض جهد الخرج إلى 0.707 من قيمة جهد الدخل.



الشكل 5−179: مرشح تمرير منخفض مكون من دارة *C-R*.

ويحدث هذا الأمر عندما تكون مفاعلة المكثف X_C مساوية لقيمة المقاومة *R*. بالاعتماد على هذه المعلومة يمكن حساب قيمة تردد القطع لمرشح *C-R* كما يلي:

$$R = X_C$$

$$R = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$f = \frac{1}{2\pi CR}$$

حيث *f* هو تردد القطع (Hz)، *C* سعة المكثف (F)، *R* قيمة المقاومة (Ω).

نقطة مفتاحية
يحدث تردد الفصل للمرشح عندما تنخفض جهد الخرج إلى قيمة تعادل 0.707 من قيمة جهد الدخل.

مثال 5−95

حدد قيمة تردد القطع لمرشح تمرير منخفض بسيط *C-R* فيه *C*=100nF و *R*=10kΩ.

الحل:

$$f = \frac{1}{2\pi CR}$$

$$= \frac{1}{6.28 \times 100 \times 10^{-9} \times 10 \times 10^{4}}$$

$$= \frac{100}{6.28}$$

$$= 15.9\text{Hz}$$

مثال 5−96

احسب قيمة المقاومة R لمرشح تمرير منخفض C-R إذا علمت أن تردد القطع له 1kHz، و سعة المكثف C=47nF.

الحل:

$$f = \frac{1}{2\pi CR}$$

$$R = \frac{1}{2\pi Cf}$$

$$= \frac{1}{6.28 \times 1 \times 10^{3} \times 47 \times 10 - 9}$$

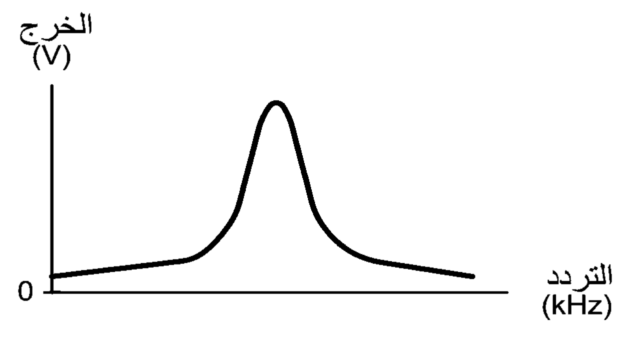
$$= \frac{10^{6}}{295.16}$$

$$= 3.39 \mathrm{k}\Omega$$

5−17−4 مرشح تمرير الحزمة Band-pass filter

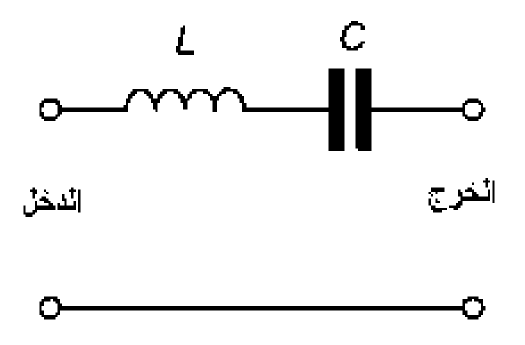
يبدي هذا المرشح توهيناً منخفضاً للإشارات ضمن حزمة محددة (مجال محدد) من الترددات (تعرف بحزمة التمرير) ويزداد التوهين خارج هذا المجال. يتميز هذا النوع من المرشحات بوجود قيمتين مختلفتين لتردد القطع هما: تردد القطع المنخفض (f_1) ، وتردد القطع المرتفع (f_2) ، أما الفرق بين الترددين (f_2-f_1) فيطلق عليه اسم عرض حزمة المرشح.

كما ويبيّن الشكل (5−180) منحني الاستجابة لهذا المرشح.



الشكل 5−180: الاستجابة الترددية لمرشح تمرير الحزمة

يبين الشكل 5−181 مرشح *L-C* تمرير حزمة بسيط، ويستخدم دارة رنين *L-C* (ارجع إلى الفقرة 5−15−8) يشار إليها باسم الدارة المستقبِلة. (acceptor circuit)



الشكل 5−181: مرشح *L-C* تمرير حزمة بسيط.

يبدي هذا المرشح التوهين الأخفض عند تردد الرنين، أي عندما تتساوى مفاعلة المكثف X_C مع مفاعلة الملف X_L . بالاعتماد على هذه المعلومة يمكن حساب قيمة تردد f_0 الذي يقع في منتصف مجال التمرير كما يلي:

$$X_L = X_C$$

$$2\pi f_0 L = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$f_0^2 = \frac{1}{4\pi^2 CL}$$

وبالتالي يكون:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

حيث f_0 هو تردد الرنين (Hz)، C هي سعة (Capacitance) (capacitance) المكثف (F)، L حثية (inductance) الملف التحريضي (H).

أما بالنسبة إلى عرض الحزمة، فيتم تحديده باستخدام معامل الجودة Q، الذي يتعلق بدوره إلى حد كبير بضياعات المقاومة R في الملف (يتميز الملف

عملياً بوجود قيمة معينة للمقاومة الأومية بالإضافة إلى التحريضية (L)، وبالتالي يمكن التعبير عن عرض الحزمة بالعلاقة التالية:

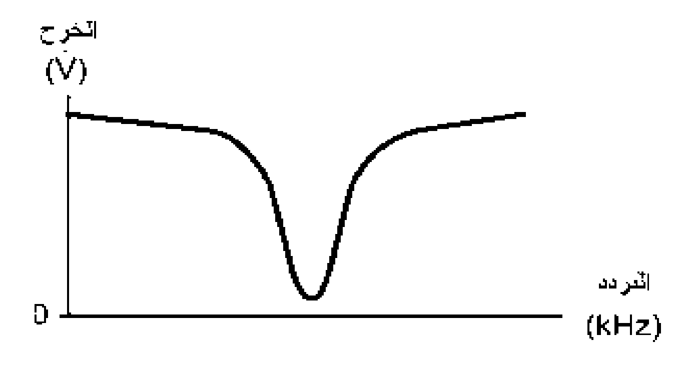
$$\text{عرض الحزمة} = f_1 - f_2 = \frac{f_0}{Q} = \frac{2\pi f_0 L}{R}$$

حيث f_0 تردد الرنين (Hz)، L حثية الوشيعة (H)، R المقاومة (Ω).

5-17-5 مرشح إيقاف الحزمة Band-stop filter

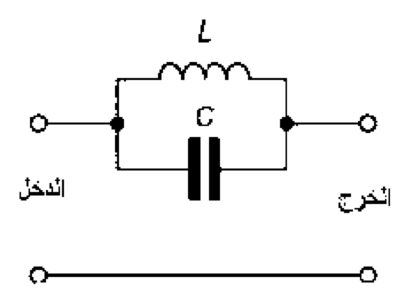
يبدي هذا المرشح درجة عالية من التوهين للإشارات التي يقع ترددها ضمن حزمة محددة (مجال محدد) من الترددات (تعرف بحزمة الإيقاف cut off-frequency-) ويمكن إهمال هذا التوهين خارج هذا المجال. يتميز هذا المرشح بما له من قيمتين مختلفتين لتردد القطع هما: تردد القطع المنخفض (f_1) ، وتردد القطع المرتفع (f_2) . أما الفرق بين الترددين (f_2-f_1) فيسمى عرض الحزمة للمرشح.

كما ويبيّن الشكل (5-182) منحني الاستجابة لهذا المرشح.



الشكل 5-182: منحني الاستجابة لمرشح إيقاف الحزمة.

يبيّن الشكل (5-183) مرشح L-C إيقاف حزمة بسيط، ويستخدم دارة رنين L-C (ارجع إلى الفقرة 5-15-8) ويشار إليها باسم دارة الرفض (rejector circuit).



الشكل 5−183: دارة مرشح *L-C* إيقاف حزمة بسيط.

يبدي هذا المرشح التوهين الأعلى عند تردد الرنين في الدارة، أي عندما تتساوى مفاعلة للمكثف X_C مع المفاعلة الردية للملف X_L. يمكن بالاعتماد على هذه المعلومة حساب قيمة تردد f_0 الذي يقع في منتصف مجال التمرير (pass-band)، (f_0 كما يلي:

$$X_L = X_C$$

$$2\pi f_0 L = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$f_0^2 = \frac{1}{4\pi^2 CL}$$

وبالتالي يكون:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

حيث f_0 هو تردد الرنين (Hz)، C سعة المكثف (F)، L حثية الملف التحريضي (H).

أما بالنسبة إلى عرض الحزمة، فكما هي الحال بالنسبة إلى عرض حزمة التمرير، فيتم تحديده باستخدام معامل الجودة Q، والذي يتعلق بدوره إلى حد كبير بضياعات المقاومة R في الملف (الوشيعة) (تذكر أن الملف التحريضي العملي يتميز بوجود قيمة معينة للمقاومة الأومية بالإضافة إلى الحثية L)، وبالتالي يمكن التعبير مرة أخرى عن عرض الحزمة بالعلاقة التالية:

$$\frac{2\pi f_0 L}{R} = \frac{f_0}{Q} = f_1 - f_2 = \text{عرض الحزمة}$$

حيث f_0 هو تردد الرنين (Hz)، L هي حثية الوشيعة (H)، R المقاومة (Ω).

مثال 5−97

دارة قبول بسيطة فيها L=2mH و C=1 nF. حدد قيمة التردد الذي تحدث عنده أخفض قيمة توهين.

الحل:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2\times10^{-3}\times1\times10^{-9}}}$$
$$= \frac{10^6}{8.88} = 112.6\text{kHz}$$

مثال 5−98

احسب عرض الحزمة لدارة رفض ترددها 15kHz وقيمة Q = 40.

الحل:

$$\text{عرض الحزمة} = \frac{f_0}{Q}$$

$$= \frac{15\times10^3}{40} = 375\text{Hz}$$

5−17−6 مرشحات أكثر تعقيداً More complex filters

تعتبر المرشحات التي رأيناها في الفقرات السابقة من النمط C-R وL-C ذات خصائص بعيدة عن المثالية. أما في التطبيقات العملية، فنستخدم أنماطاً أكثر تعقيداً من الدارات (التي تعتمد على شبكات من الدارات ذات الشكل T وπ) ويعرض الشكل (5−84) مجموعة مختارة منها. تعتمد هذه المرشحات في تصميمها على المعادلات التالية:

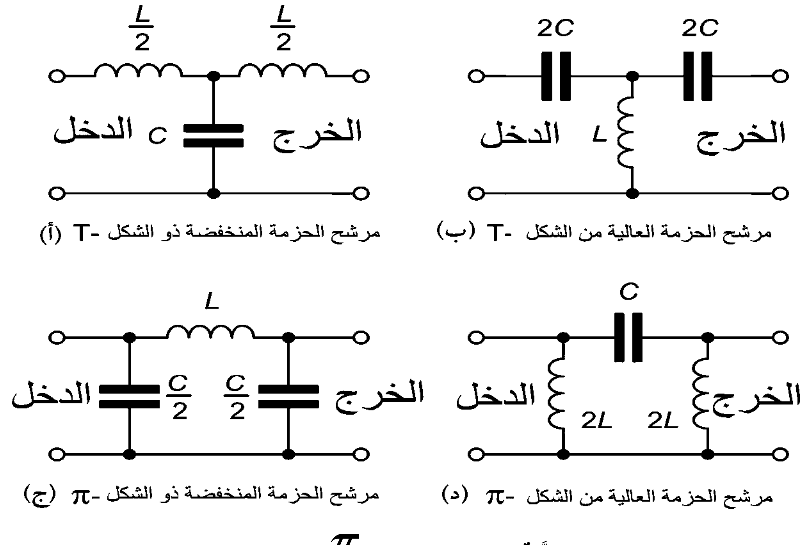
$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{الممانعة المميِّزة}$$

$$f_C = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{تردد القطع:}$$

$$L = \frac{Z_0}{2\pi f C} \quad \text{التحريضية:}$$

$$C = \frac{1}{2\pi f_C Z_0} \quad \text{السعة:}$$

حيث تقاس الممانعة المميزة Z_0 بالأوم (Ω)، f_C تردد القطع (Hz)، الحثية L (H)، C السعة (F).

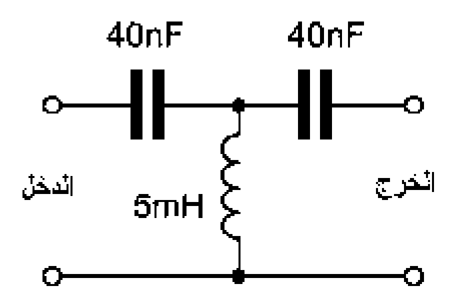


الشكل 5-184: مرشحات محسَّنة من الشكل T و π .

لاحظ أن الممانعة المميِّزة هي الممانعة التي تبديها مجموعة لانهائية من الشبكات المتصلة مع بعضها البعض. وحيث إنه من الصعب إدراك مثل هذا المفهوم، يكفي – في هذه المرحلة– اعتبار شبكات ذات مقطع واحد (التي تشبه الدارات ذات الشكل T و π التي تظهر في الشكل 5-184) ترتبط نهايتا الممانعة المميِّزة لها بشكل طبيعي مع المنبع (دخل) والحمل (خرج)

مثال 5−99

حدّد تردد القطع والممانعة المميِّزة للمرشح المبين في الشكل (5−185).



الشكل 5−185

الحل:

بمقارنة هذا المرشح مع المرشح المبين في الشكل 5−184 يمكن ملاحظة أنه مرشح تمريرٍ عالٍ فيه: L=5mH، C=20nF.

$$f_C = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{6.28\sqrt{5\times10^{-3}\times20\times10^{-9}}}$$
$$= \frac{10^5}{6.28} = 15.9\text{kHz}$$

وكذلك:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{5\times10^{-3}}{20\times10^{-9}}} = \sqrt{\frac{5}{10}}\times10^3$$
$$= 0.5\times10^3 = 500\Omega$$

اختبر فهمك 5−17

1− ارسم شكلاً يمثل دارة مرشح تمرير منخفض بسيط C-R.

2− ارسم شكلاً لكلٍّ مما يلي:

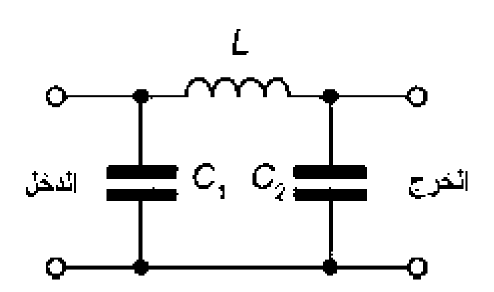
(أ) مرشح تمرير منخفض C-R بسيط

(ب) مرشح تمريرٍ عالٍ C-R بسيط.

3- حدد تردد القطع لمرشح تمريرٍ عالٍ C-R إذا علمت أن: R= 5 $k\Omega$، C =15 nF.

4- طُبقت على دخل مرشح إيقاف حزمة الإشارات التالية: 115، 150، 170، و185 kHz. حدد الإشارات التي ستظهر عند خرج المرشح إذا علمت أن تردد المنتصف لهذا المرشح 160kHz، وعرض حزمة التمرير f_0=30kHz .

5- حدد نمط المرشح المبين في الشكل 5−186.



الشكل 5−186

6- يعرف تردد القطع لمرشح بأنه التردد الذي ينخفض عنده _________ الجهد إلى _________من جهد _________.

7- ما هي القيمة التقريبية لجهد خرج مرشح تمرير منخفض تردد قطعه 1kHz، إذا علمت أن جهد الخرج عند تردد دخل 100Hz هو 2V.

8- تستخدم دارة رنين من الشكل L-C لرفض الإشارات عند تردد 15kHz. احسب قيمة التحريضية L إذا علمت أن قيمة السعة تساوي 22nF.

9- ارسم منحني الاستجابة لكلٍّ مما يلي:

أ- دارة قبول بسيطة من الشكل L-C،

ب- دارة رفض بسيطة من الشكل L-C.

10-مرشح من الشكل T فيه: L=10 mH، C = 47nF. احسب الممانعة المميزة لهذا المرشح.

5-18 مولدات التيار المتناوب AC generators

المنهاج Syllabus

دوران حلقة في حقل مغنطيسي وشكل الموجة المتولدة منها، بنية وعمل مولدات التيار المتناوب ذات الهيكل الدوار ودارة التحريض الدوارة، المنوبات أحادية وثنائية وثلاثية الأطوار، مزايا واستخدامات الوصل المثلثي والنجمي للأطوار، حسابات تيار وجهد الطور والخط، حساب الاستطاعة في النظام ثلاثي الطور، المولدات ذات المغنطيسية الدائمة (PMG).

مفاتيح تحديد مستوى المعرفة Knowledge level key

B_2	B_1	A
2	2	–

5-18-1 مولدات التيار المتناوب AC Generators

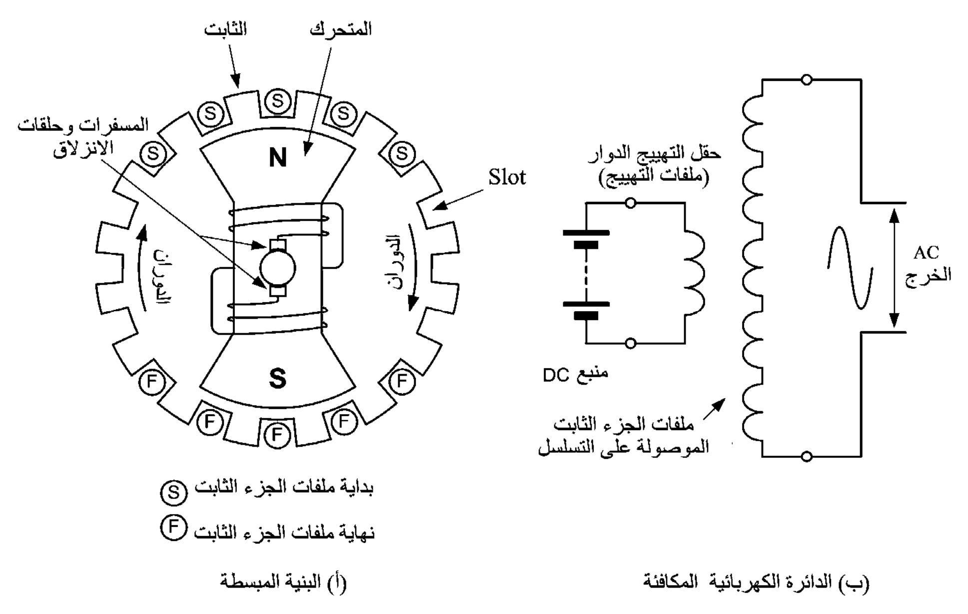
يعتمد عمل مولدات التيار المتناوب أو المنوبات على مبادئ عمل مولد التيار المتناوب البسيط الذي تعرفنا إليه في الفقرة 5-13-2. في المولدات العملية يدور الحقل المغنطيسي بدلاً من دوران الملفات الناقلة التي نأخذ منها الخرج. إضافة إلى ذلك، فإننا نولد الحقل المغنطيسي الدوار باستخدام مغنطيس كهربائي دوار عوضاً عن المغانط الدائمة. وتوجد مجموعة من الأسباب التي توجب مثل هذه التغييرات وهي:

1- تكون النواقل عادة أخف وزناً من نظام التحريض المغنطيسي، وبالتالي يكون من الأسهل تدويرها.

2- باستخدام النواقل يمكن لنا أن نزيد من سماكة المادة العازلة، نظراً إلى وجود فراغ أكبر، بالإضافة إلى عدم خضوع النواقل لقوة طرد مركزي.

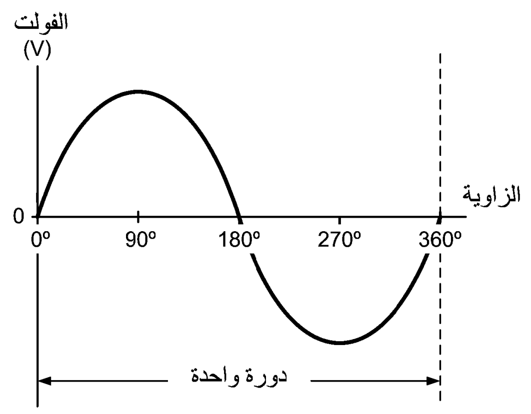
3- يمكن بزيادة ثخن النواقل أن تتحمل تيارات خرج أكبر. ومن المهم أن نشير هنا إلى حقيقة أن تيار الخرج الذي يولده المولد يخضع لحدود تفرضها الحرارة المتولدة في ملفات الخرج. ويسهل وجود الملفات خارج الآلة من عملية التبريد.

يبيّن الشكل (5-187) نموذجاً مبسطاً لمولد وحيد الطور. يتكون هذا المولد من جزأين: يسمى الأول الجزء الساكن، في حين يسمى الثاني الجزء الدوار (المتحرك). يتكون الجزء الثابت (الساكن) من خمس وشائع من أسلاك ثقيلة معايرة تتوضع في مجموعة من المجاري الموجودة ضمن نواة مكونة من صفائح متعددة، وتتميز بنفاذية مغنطيسية عالية. توصل هذه الوشائع على التسلسل لتكوّن ملفاً وحيداً ساكناً، الذي يولد بدوره جهد الخرج الذي سنحصل عليه لاحقاً.



الشكل 5-187: نموذج مبسط لمولد AC وحيد الطور.

يضم الجزء الدوار ثنائي القطب ملفات الحقل التي توصل إلى منبع DC عبر مجموعة من المسفرات وحلقات الانزلاق. بمجرد قيام الجزء الدائر بدورة كاملة فإن جهد الخرج يتم بدوره موجة جيبية كاملة يوضحها الشكل (5-188).



الشكل 5−188: جهد الخرج المتولدة من مولد AC وحيد الطور (الشكل 5−187).

ويمكن عن طريق زيادة عدد أزواج الأقطاب في الجزء الدوار توليد عدة دورات لموجة جهد الخرج من أجل دورة وحدة للجزء المتحرك. يعطى تردد الجهد المتولد من مولد التيار المتناوب بالعلاقة التالية:

$$f = \frac{PN}{60}$$

حيث f هو تردد القوة المحركة الكهربائية المتحرضة (Hz)، P عدد أزواج الأقطاب، و N سرعة الدوران (rpm).

مثال 5−100

احسب سرعة منوبة (alternator) إذا علمت أن تردد الجهد الناتج منها يساوي 60Hz، وأن الجزء الدائر يحتوي على أربعة أقطاب.

الحل:

بإعادة ترتيب علاقة التردد السابقة نجد أن:

$$N = \frac{60\,f}{P}$$

بما أن الدائر يحتوي على أربعة أقطاب يكون P =2 ، وبالتعويض نجد:

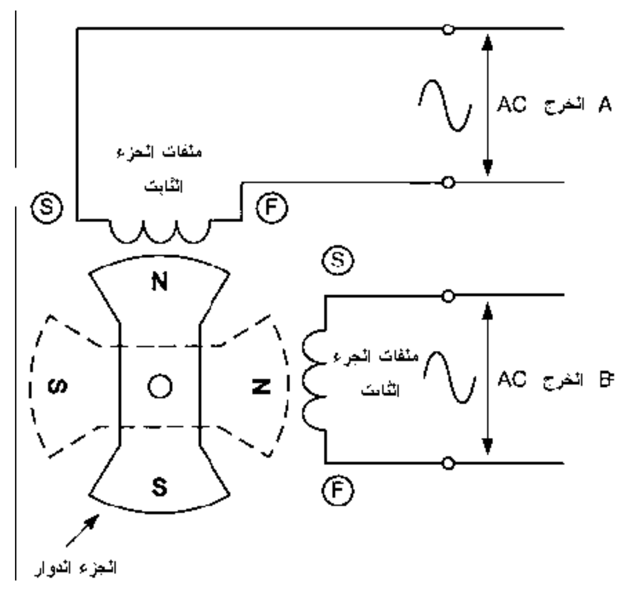
$$N = \frac{6060}{2} = 1800\,\text{rpm}$$

5-18-2 مولدات التيار المتناوب ثنائية الطور

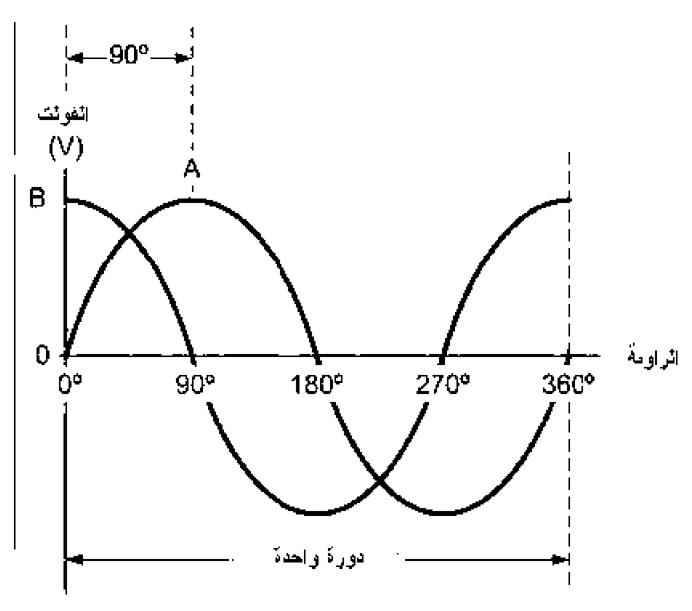
Two-phase AC generators

يمكن الحصول على هذا النوع من المولدات بإضافة ملف ثان إلى الجزء الساكن المبين في الشكل 5-187، ونحصل بالتالي على منوبة تولد جهدين منفصلين، بينهما فرق في الصفحة مقداره 90° (مزاحان عن بعضهما البعض بزاوية مقدارها 90°). ويدعى هذا النظام بمولد التيار المتناوب ثنائي الطور (الشكلان (5-189) و(5-190)).

بمقارنة النوعين السابقين من المولدات (بفرض كونهما من الحجم نفسه) نجد أن مولد التيار المتناوب ثنائي الطور يولد استطاعة أكبر من نظيره ذي الطور الواحد. ويمكن لنا أن نعزو هذا إلى حقيقة أن المولد ثنائي الطور يولد نبضتي جهد موجبتين ونبضتين سالبتين من أجل دورة كاملة للجزء المتحرك، بالمقابل لا يولد نظيره أحادي الطور سوى نبضة وحدة موجبة وأخرى سالبة. وهكذا، فإنه خلال فترة من الزمن، يولد المنبع متعدد الأطوار استطاعة متوزعة بشكل أكثر تجانساً، الأمر الذي من شأنه أن يؤدي إلى زيادة في المردود الكلي.



الشكل 5-189: البنية المبسطة لمولد التيار المتناوب ثنائي الطور.



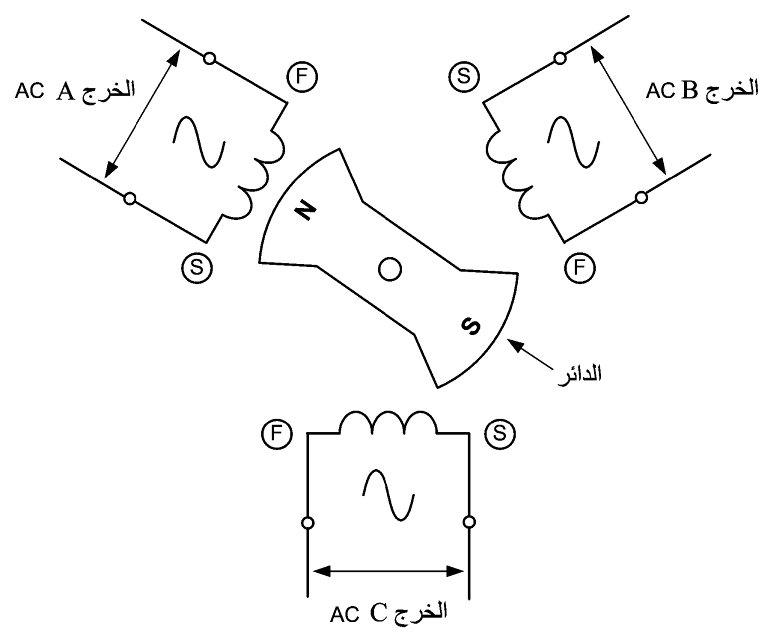
الشكل 5−190: جهد الخرج المتولد من مولد التيار المتناوب ثنائي الطور في الشكل (5−189).

نقطة مفتاحية
تعتبر المولدات ثلاثية الطور أكثر كفاءة مقارنة بالمولدات أحادية الطور، كما أن خرجها يكون أكثر ثباتاً.

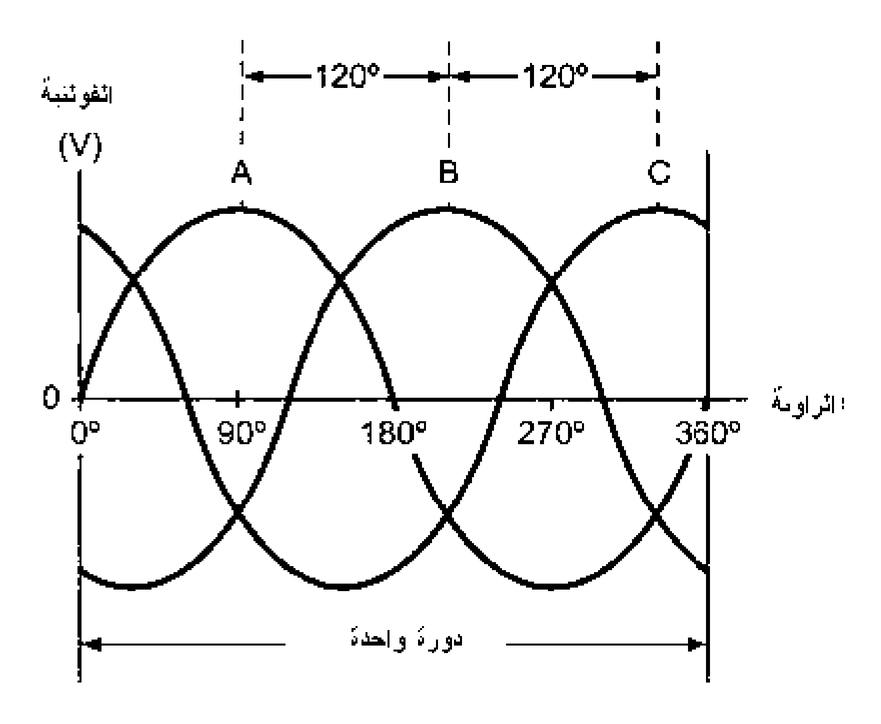
5−18−3 مولدات التيار المتناوب ثلاثية الطور

Three-phase AC generators

يملك مولد التيار المتناوب ثلاثي الطور ثلاثة ملفات مستقلة عن الجزء الثابت، كما هو مبين في الشكل (5−191). وبالتالي نحصل في الخرج على جهد ذي ثلاثة أطوار مزاحة عن بعضها البعض بزاوية °120، كما هو مبين في الشكل (5−192). يمكن استخدام كل طور من هذه الأطوار لتغذية حمل مختلف، أو أن تستخدم ثلاثتها لتغذية نظام توزيع ثلاثي الطور، كما سبق وأشرنا في الفقرة 5−18−4. يتم عملياً تمييز الأطوار باستخدام كلٍّ من اللون الأحمر والأصفر والأزرق، أو بالإشارة إليها بالأحرف الإنجليزية A، B، C على التوالي.



الشكل 5−191: البنية المبسطة لمولد التيار المتناوب ثلاثي الطور.

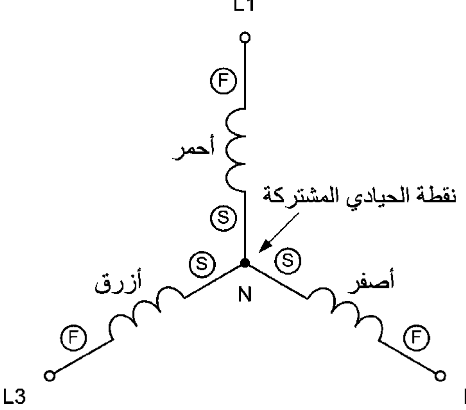


الشكل 5−192: جهد الخرج المتولد عن مولد التيار المتناوب ثلاثي الطور (الشكل 5−191).

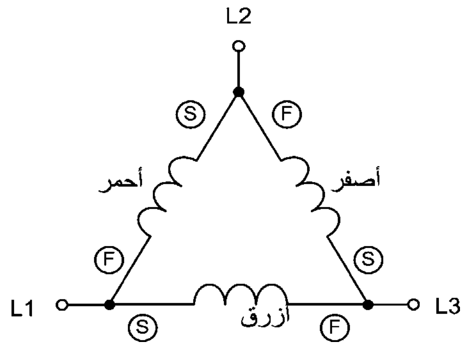
4-18-5 توزيع الأطوار الثلاثة Three-phase distribution

هناك طريقتان رئيسيتان لوصل الأطوار عند توزيع المنابع ثلاثية الطور، وهي:

- التوصيل النجمي (الشكل 5-193)،
- التوصيل المثلثي (الشكل 5-194).

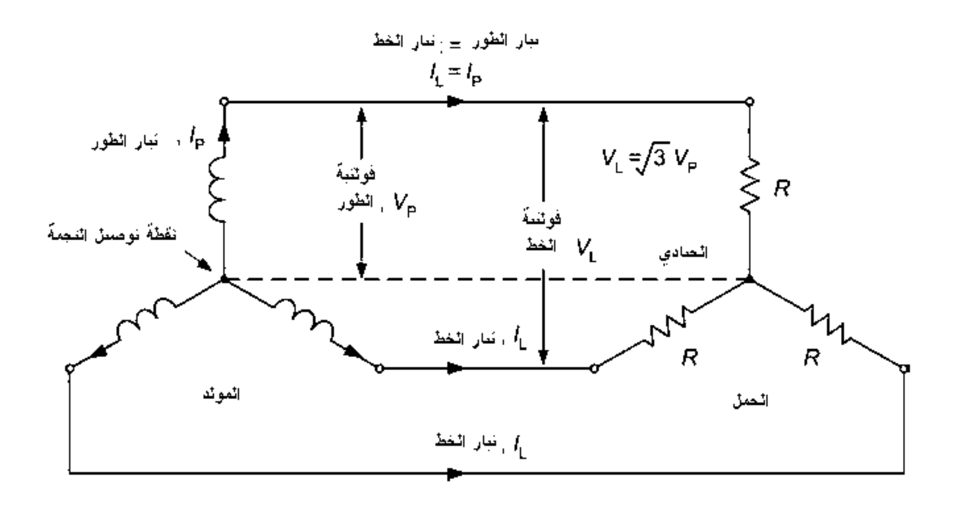


الشكل 5-193: التوصيل النجمي.



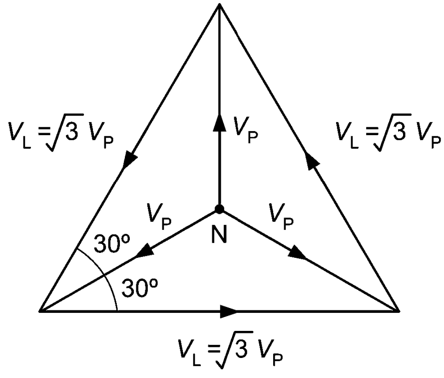
الشكل 5-194: التوصيل المثلثي.

يبيّن الشكل (5-195) نظامَ توزيع متكامل ثلاثي الطور موصولاً بشكل نجمي، ويظهر فيه مولّد التيار المتناوب ثلاثي الطور موصولاً إلى حمل ثلاثي الطور أيضاً. يكون الحمل متوازناً (حالة مثالية) إذا تساوت مقاومات (ممانعات impedences) أطواره الثلاثة.



الشكل 5–195: نظام توزيع ثلاثي الطور ذي توصيل نجمي.

كما ويبيّن مخطط الطور في الشكل (5–196) العلاقة التي تربط بين كل من جهد الخط وجهد الطور للنظام الثلاثي في الشكل (5–195). من المهم أن نلاحظ وجود انزياح في الطور بزاوية 120° بين جهد الخطوط الثلاثة في مخطط الطور، بالإضافة إلى أن جهد الخط يتقدم على جهد الطور بزاوية مقدارها 30°.



الشكل 5–196: مخطط الطور للنظام ثلاثي الطور المبين في الشكل (5–195).

يمكن إيجاد العلاقة التي تربط بين جهد الطور V_p و جهد الخط V_Lبالاعتماد على واحد من المثلثات في الشكل كما يلي:

$$V_L = 2(V_P \times \cos 30°)$$

وبتعويض قيمة $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ نجد:

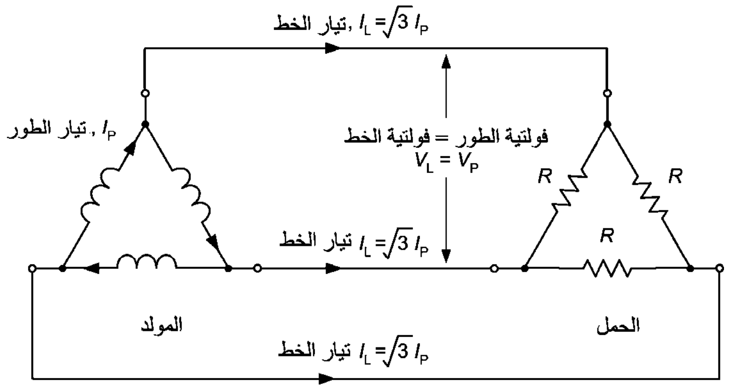
$$V_L = 2(V_P \times \frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$V_L = \sqrt{3} V_P$$

أما بالنسبة إلى العلاقة بين تيار الخط وتيار الطور فنلاحظ من الشكل (5−195) أنهما متساويان أي:

$$I_L = I_P$$

بالانتقال إلى الشكل (5−197) نلاحظ أنه يمثل مولدة AC موصولة بشكل مثلثي ضمن نظام توزيع ثلاثي الطور موصول إلى حمل ثلاثي الطور أيضاً. يكون الحمل متوازناً (حالة مثالية) إذا تساوت مقاومات (ممانعات) أطواره الثلاثة.



الشكل 5−197: نظام توزيع ثلاثي الطور متكامل موصول بشكل مثلثي.

نلاحظ في هذا النظام وجود انزياح في الطور بين تيارات الخطوط الثلاثة بزاوية مقدارها °120، بالإضافة إلى تأخر تيار الخط عن تيار الطور بزاوية مقدارها °30. نشير هنا إلى أن العلاقة التي تربط بين كل من تيار وجهد الخط مع تيار وجهد الطور هي:

$$I_L = \sqrt{3} I_P$$

$$V_L = V_P$$

مثال 5−101

احسب قيمة جهد الخط لنظام ثلاثي الطور ذي توصيل نجمي إذا علمت أن جهد الطور يساوي 240V.

الحل:

$$V_L = \sqrt{3}V_P = \sqrt{3} \times 240 = 415.68\text{V}$$

مثال 5−102

احسب قيمة تيار الطور لنظام ثلاثي الطور ذي توصيل مثلثي إذا علمت أن تيار الخط يساوي 6 A.

الحل:

$$I_L = \sqrt{3}I_P$$
$$I_P = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{6}{1.732} = 3.46\text{A}$$

5−18−5 الاستطاعة في نظام ثلاثي الطور

Power in a three-phase system

الاستطاعة الكلية في نظام ثلاثي الطور غير متوازن هي حاصل جمع استطاعة الأطوار الثلاثة المنفصلة أي:

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

أو :
$$P = (V_1 I_1)\cos\phi_1 + (V_2 I_2)\cos\phi_2 + (V_3 I_3)\cos\phi_3$$

أما إذا كان النظام متوازناً فعندها تُبسّط العلاقة السابقة إلى الشكل التالي:

$$P = 3V_P I_P \cos\phi$$

حيث يشير كل من V_P و I_P إلى جهد الطور وتياره على التوالي، بينما تدل ϕ على زاوية الطور.

كما ويمكن كتابة العلاقة السابقة بدلالة كل من تيار و جهد الخط لتصبح كما يلي:

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos\phi$$

مثال 5−103

احسب الاستطاعة الكلية لنظام ثلاثي الطور إذا علمت أن قيمة جهد الخط تساوي 110 V، وتيار الخط 12 A وعامل الاستطاعة 0.8.

الحل:

نشير إلى ملاحظة هامة وهي: عامل الاستطاعة = $\cos\phi$

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos\phi$$

$$= \sqrt{3} \times 110 \times 12 \times 0.8 = 1829 = 1.829\text{kW}$$

نقطة مفتاحية
الاستطاعة الكلية لنظام ثلاثي الطور تساوي حاصل جمع الاستطاعات المتولدة في كل طور من الأطوار الثلاثة.

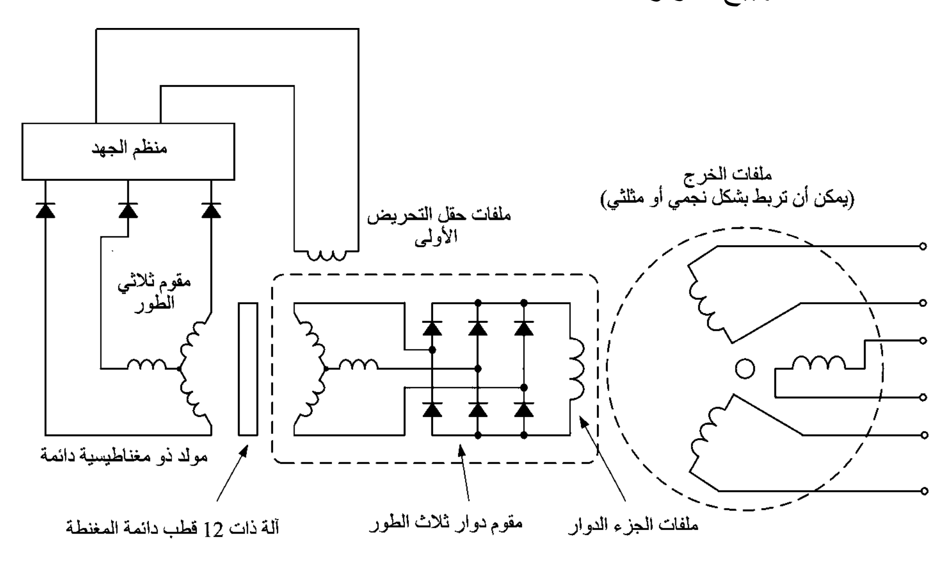
5−18−6 مولد تيار متناوب عملي ثلاثي الطور

Practical three-phase AC generator

يبين الشكل (5−198) مولد AC عملي بدون مسفرات يعتمد على المقوم الدوار و المولدات ذات المغنطيسية الدائمة (PMG). يقاد المولد بمحرك عند سرعة 800 rpm ويولد مولد PMG جهداً مقداره 120 V عند تردد 800Hz، حيث يغذي هذا الجهد وحدة التقويم للمولد PMG. أما بالنسبة إلى خرج وحدة التقويم لمولد PMG فيغذي بدوره منظم الجهد الذي يقوم بدوره بتزويد ملفات التهييج الأولي بالتيار اللازم.

تحرض ملفات التهييج الأولي التيار في ملفات الجزء الدوار ثلاثي الطور. يغذي خرج هذه الملفات مقوماً ثنائياً (مكون من مجموعة من أنصاف النواقل أو

الديودات) يتوضع على محور الآلة والذي يقوم بتوليد نبضات DC تغذي بدورها ملفات حقل التهييج الدوار.



الشكل 5−198: النموذج العملي لمولد تيار متناوب عديم المسفرات (brushless).

يتم لف ملف المحرض الرئيسي بحيث تكون له ستة أقطاب تمكننا بدورها من الحصول على تردد خرج مقداره 400 Hz، ونحصل على فرق كمون ناتج من ملفات الجزء الساكن قدره 110 V في الطور الواحد، و200 V في الخط عند استطاعة ظاهرية مقدارها 20kVA أو أكثر. يمكن الإشارة أخيراً إلى الملاحظة التالية: يشكل نظام التهييج وحدة متكاملة من الجزء الدائر، وبالتالي لا يكون هناك أي اتصال كهربائي بين الجزأين الساكن والمتحرك (الدائر).

نقطة مفتاحية
يمكن الاستغناء عن المسفرات (brushless) في مولد التيار المتناوب ثلاثي الطور وذلك عبر إدخال نظام تهييج مدمج يتم فيه استجرار تيار الحقل عبر نظام تقويم يتوضع على الجزء الدوار. لا يوجد في هذا النوع من المحركات أي مسفرات أو حلقات انزلاق حيث يتم الاتصال داخلياً بشكل مغنطيسي.

اختبر فهمك 5-18

1- ارسم شكلاً يبين مولد AC أحادي الطور ثناءي القطب

2- ما هي السرعة التي يجب أن يقاد فيها مولد ذو جزء دائر مكون من أربعة أقطاب لكي يولد خرجاً بتردد 400Hz.

3- ارسم شكلاً لحمل ثلاثي الطور موصول

(أ) حسب التوصيل النجمي

(ب) حسب التوصيل المثلثي

4- اشرح مميزات مولدات AC ثنائية وثلاثية الأطوار مقارنة بمولدات AC أحادية الطور.

5- احسب قيمة جهد الخط لنظام ثلاثي الطور ذي توصيل نجمي إذا علمت أن جهد الطور يساوي 220 V.

6- احسب قيمة جهد الطور لنظام ثلاثي الطور ذي توصيل نجمي إذا علمت أن جهد الخط يساوي 120 V.

7- احسب قيمة تيار الطور لنظام ثلاثي الطور ذي توصيل مثلثي إذا علمت أن تيار الخط يساوي 12 A.

8- احسب الاستطاعة الكلية لنظام ثلاثي الطور يغذي حملاً مكوناً من ثلاث مقاومات 8Ω إذا علمت أن التيار المار في كل حمل يساوي 3A، وتيار الخط 12 A وعامل الاستطاعة 0.8.

9- احسب الاستطاعة الكلية لنظام ثلاثي الطور إذا علمت أن قيمة جهد الخط يساوي 220V، وتيار الخط 8 A وعامل الاستطاعة 0.75.

10- اشرح مبدأ عمل مولد AC عديم المسفرات مع الرسم المبسط.

5-19 محركات التيار المتناوب AC motors

المنهاج Syllabus

بنية ومبادئ وعمل وخصائص محركات AC التزامنية والتحريضية بنوعيها وحيد ومتعدد الطور، طرق التحكم بالسرعة وجهة الدوران، طرق توليد الحقل الدوار: السعوي، التحريضي، ذو القطب المظلل أو المجزأ.

مفاتيح تحديد مستوى المعرفة Knowledge level key

B_2	B_1	A
2	2	–

5-19-1 مبدأ محركات التيار المتناوب

Principle of AC motors

توفر محركات التيار المتناوب (AC) مجموعة من المميزات التي تتفرد بها مقارنة بنظيراتها من محركات التيار المستمر (DC). وفي معظم الأحيان، يمكن لمحركات AC مضاعفة العمل الناتج من محركات DC كما أنها تتميز بوثوقية أكبر، ويعزى ذلك بشكل رئيسي إلى المشاكل التي يورثها وجود نظام المبدل (Commutator arrangements) (المسفرات وحلقات الانزلاق – Brushes and slip rings) في محركات DC. ولما كانت سرعة دوران محرك AC مرتبطة بتردد منبع التغذية المتناوب فإن هذه المحركات مناسبة جداً للتطبيقات التي تتطلب ثباتاً في السرعة.

تعتمد جميع محركات AC في عملها على مبدأ توليد الحقل المغنطيسي الدوار الذي يسبب دوران الجزء المتحرك من المحرك.

بشكل عام، تصنف محركات AC إلى نوعين هما:

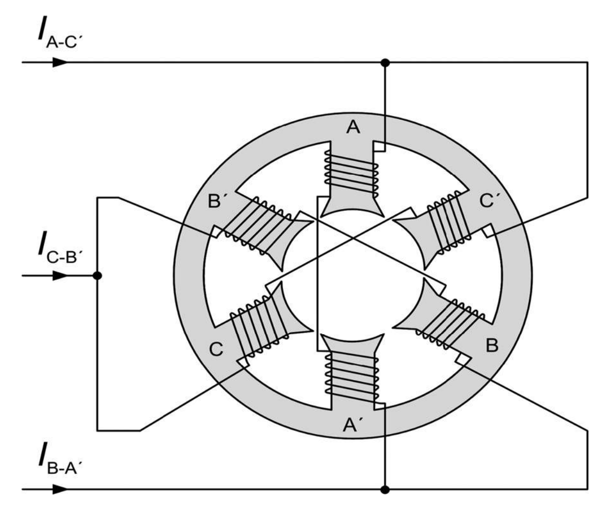
- المحركات التزامنية، (Synchronous motors)
- المحركات التحريضية. (Induction motors)

المحرك التزامني هو عملياً مولد تيار متناوب (أو ما يعرف بالمنوبة) يعمل كمحرك. يتم في هذه الآلة تغذية الجزء الساكن بالتيار المتناوب بينما يتغذى الدوار عبر منبع DC. يختلف المحرك التحريضي عن نظيره التزامني في عدم تغذية الجزء الدائر من أي منبع (DC أوAC). ويعتبر المحرك التحريضي الأكثر استخداماً في التطبيقات العملية.

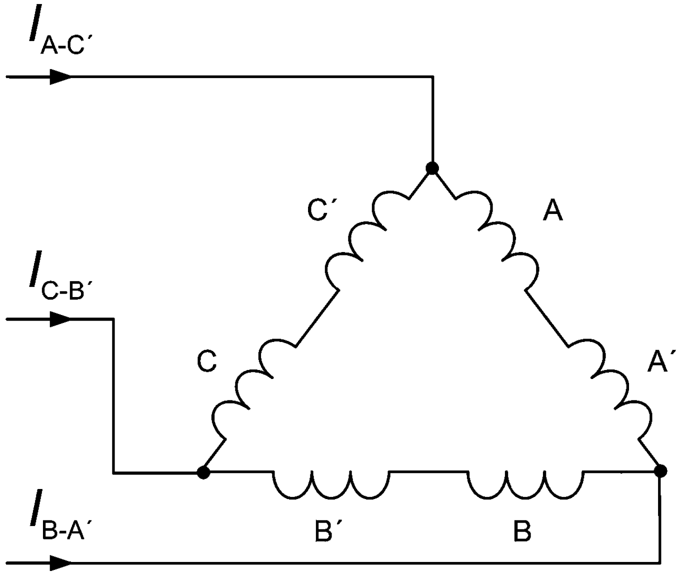
5-19-2 توليد حقل مغنطيسي دوار

Producing arotating magnetic field

قبل المضي قُدُماً في أي خطوة جديدة ينبغي أن ندرك كيفية توليد الحقل المغنطيسي الدوار. لنلق نظرة على الشكل (5-199) الذي يظهر فيه الجزء الساكن للمحرك ثلاثي الطور موصولاً إلى منبع تغذية ثلاثي الطور. توصل الملفات مع بعضها البعض بتوصيلة مثلثية، كما يبين الشكل (5-200). تجدر الإشارة هنا إلى أن اتجاه اللف هو نفسه في ملفي كلّ طور (متعاكسين قطرياً).



الشكل 5-199: ترتيب ملفات الحقل المغنطيسي في الجزء الساكن من محرك AC ثلاثي الطور.

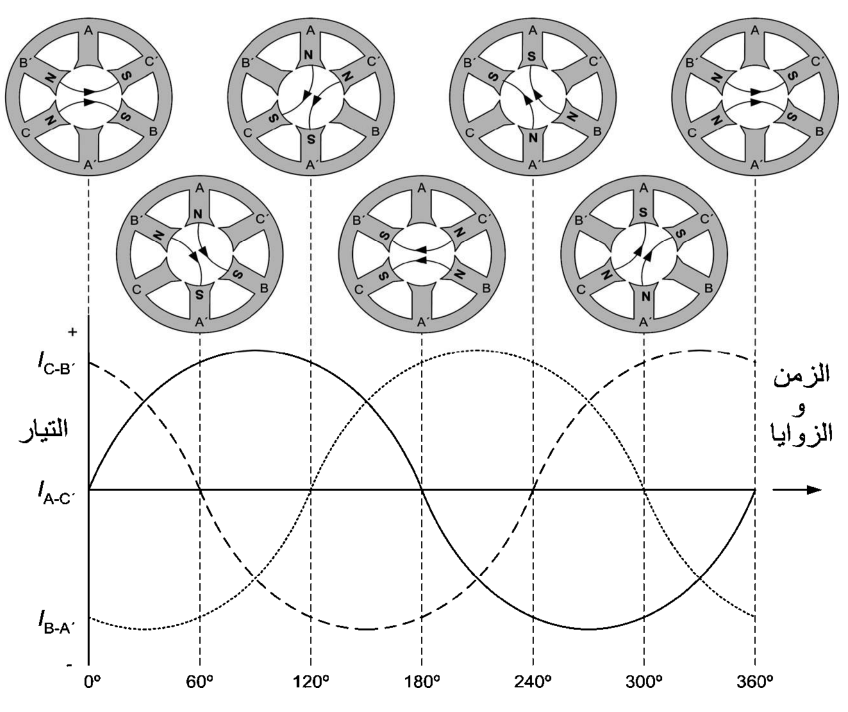


الشكل 5 –200: محرك AC ثلاثي الطور ذو توصيلة مثلثية.

يعتمد الحقل المغنطيسي المتولد من كلّ طور في أي لحظة على التيار المار في هذا الطور، بحيث إنه ينعدم مثلاً إذا كانت قيمة التيار المار في الطور مساوية للصفر، ويبلغ قيمته العظمى عندما يمر في الطور تيار ذو قيمة أعظمية. وبما أن التيارات المارة في الأطوار الثلاثة مزاحة عن بعضها البعض بزاوية مقدارها 120° فإن الحقول المغنطيسي المتولدة تكون مزاحة عن بعضها البعض أيضاً بنفس الزاوية.

تتحد هذه الحقول الموجودة في كل لحظة مع بعضها البعض لتشكل حقلاً مغنطيسياً واحداً يؤثر بدوره في الجزء الدائر من المحرك، وتولد الحقول المغنطيسية، التي اتحدت داخل المحرك، حقلاً مغنطيسياً متحركاً، بحيث إنه عند إتمام التيار المطبق لدور واحد كامل، فإن هذا لحقل ينزاح بزاوية مقدارها 360° (أي أنه يتم دورة كاملة).

يبيّن الشكل 5–201 شكل الموجة للتيارات الثلاثة المطبقة على الحقل المغنطيسي، حيث نلاحظ أنها تنزاح عن بعضها البعض بزاوية مقدارها 120°. هذه الأمواج تعبّر، على حد سواء، عن الحقول المغنطيسية المتناوبة التي تتولد في الأطوار الثلاثة، أو التيارات المارة في هذه الأطوار.



الشكل 5−201: شكل الموجة AC واتجاه الحقل المغنطيسي المتولد.

يمكن لنا أن نرى اتجاه الحقل المغنطيسي خلال فترات زمنية منتظمة من دورة موجة التيار الكهربائي المطبق (كل °60). لتسهيل الأمور على الدارس فقد تم اختيار الفترات الزمنية الموافقة لمرور وحدة من موجات التيار الثلاث عند نقطة الصفر (أي النقطة التي ينعدم فيها التيار، وبالتالي ينعدم الحقل المغنطيسي المتولد من زوج واحد من ملفات الحقل). وسنعتمد في هذا التمرين التيار المطبق بين النقطتين A و'C كموجة مرجعية (أي أنها ستكون الموجة التي ستبدأ من نقطة °0 في المنحني الذي سنرسمه).

في اللحظة °0، تكون الموجة 'C-B موجبة، بينما تكون الموجة 'B-A سالبة. هذا يعني أن التيار يمر في الطورين B وC باتجاهين متعاكسين، الذي بدوره يؤسس للقطبية المغنطيسية في القطبين B وC، هذه القطبية موضحة في الرسم البياني الوارد أعلاه. لاحظ أن 'B هو القطب الشمالي وB الجنوبي، وC هو الشمالي و'C هو الجنوبي.

بما أن قيمة التيار المار عند اللحظة 0° معدومة فإن الحقل المغنطيسي المتولد في هذه اللحظة يكون معدوماً أيضاً. يتجه الحقل المغنطيسي المغادر للقطبين 'B وC إلى أقرب قطبين جنوبيين، أي 'B وC. ولما كانت الحقول المتولدة في B وC متساوية في المدى، فإن الحقل المغنطيسي الناتج سوف يمتد بين الحقلين وسيأخذ الاتجاه المبين في المخطط.

في النقطة التالية، 60°، تتساوى موجتا التيار في الطورين A و B وتتعاكسان في الاتجاه، بينما تكون الموجة C معدومة، يدور بالتالي الحقل المغنطيسي الناتج بزاوية مقدارها 60°. وهكذا ، في اللحظة التالية، 120°، تكون الموجة B معدومة، ويدور الحقل المغنطيسي الناتج بزاوية أخرى قياسها 60°. من النقط المتعاقبة (ضمن دورة AC وحدة)، يمكنك أن تلاحظ أن الحقل المغنطيسي الناتج يدور بمقدار دورة وحدة عند إتمام موجة التيار المطبق لدورة كاملة. وبالتالي يمكن لنا أن نولّد حقلاً مغنطيسياً دوّاراً عبر تطبيق تيار AC ثلاثي الطور على ثلاثة ملفات.

نقطة مفتاحية
إذا وضعنا ثلاثة ملفات حول إطار الجزء الساكن، وغذيناها من منبع AC ثلاثي الطور يتولد في كل طور حقل مغنطيسي، وتتحد هذه الحقول مشكلة حقلاً واحداً دواراً. تؤثر المحصلة الناتجة من هذه الحقول الثلاثة– في أي لحظة– في الجزء الدائر من المحرك، بحيث تتسبب في دورانه، ونقول إن دوران الجزء المتحرك من المحرك يحدث بسبب تأثير الحقل المغنطيسي الدوار.

3-19-5 المحركات التزامنية Synchronous motors

تعرفنا في الفقرة السابقة على طريقة توليد الحقل المغنطيسي الدوار عند تطبيق تيار متناوب ثلاثي الطور على الوشائع الملفوفة على الجزء الساكن من المحرك. إذا تم شحن ملفات الجزء المتحرك بتيار DC، فإنها سوف تتصرف

كقضيب ممغنط و تدور متأثرة بالحقل المغنطيسي الدوار. تعتمد سرعة دوران الحقل المغنطيسي على تردد منبع التغذية AC ثلاثي الطور، وبالتالي نستنتج أن سرعة الجزء الدوار تبقى ثابتة طالما بقي تردد التغذية ثابتاً. علاوة على ذلك، نقول إن سرعة الدوران تبقى ثابتة بغضّ النظر عن طبيعة الحقل المطبق، وتعتبر هذه الميزة من المميزات المرغوبة في كثير من التطبيقات العملية. يمكن أن نشير هنا إلى واحدة من مساوئ المحركات التزامنية التي تتجلى في عدم إمكانية إقلاعها بمجرد تغذيتها من منبع AC ثلاثي الطور، ويعود السبب في ذلك إلى ظهور حقل مغنطيسي يدور بسرعة عالية في اللحظة التي يتم فيها تطبيق التغذية على الجزء الساكن، ويتجاوز هذا الحقل الدوار أقطاب الجزء المتحرك بسرعة كبيرة بحيث لا تتوافر أي فرصة للدائر لكي يقلع، وبدلاً من ذلك فإنه يبدي مقاومة باتجاه معيّن، ثم تنعكس باتجاه آخر.

هناك سبب آخر لمثل هذه الظاهرة تتجلى في أن المحركات التزامنية لا تتمتع بعزم فتل ابتدائي، لذلك يتم إقلاعها عادة بمساعدة محرك تحريضي صغير (أو بمساعدة ملفات مكافئة لذلك مدمجة ضمن المحرك التزامني)، وبمجرد وصول سرعة الجزء الدوار بمساعدة آلية الإقلاع إلى سرعة قريبة من السرعة التزامنية يتم شحنه عبر تغذيته من منبع DC، وبعد ذلك يتوافق الدائر في حركته مع الحقل الدوار. إن ضرورة وجود منبع مستمر خارجي، بالإضافة إلى حقل التحريض المتناوب، يجعل هذا النوع من المحركات –إلى حدٍّ ما– غير مرغوب به.

يرتبط مقدار تأخر الجزء الدائر عن الحقل الرئيسي بمقدار الحمل الموصول إلى المحرك، فإذا زاد هذا الحمل بشكل كبير ازدادت الزاوية بين الدائر و الحقل إلى درجة يمكن لها أن تتسبب في كسر ربط التدفق المغنطيسي بينهما، فتنهار عندها سرعة الدائر بشكل كبير متسببة في مرور تيار زائد يتسبب في حرق الملفات أو في فصل التغذية نتيجة عمل دارة الحماية لمنع تلف المحرك.

نقطة مفتاحية

يرجع السبب في تسمية المحرك التزامني بهذا الاسم إلى التزامن الموجود بين حركة الجزء الدوار والحقل المغنطيسي الدوار المتولد من الجزء الساكن. يتشابه المحرك التزامني أساساً من حيث البنية مع النموذج البسيط لمولد AC.

نقطة مفتاحية

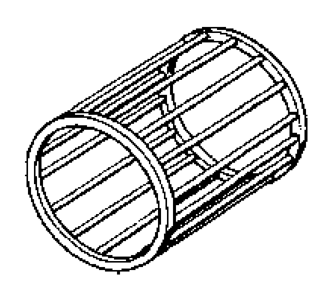
المحركات التزامنية ليست ذاتية الإقلاع، بل تحتاج إلى آلية مساعدة تمكن من إدارة الجزء المتحرك إلى سرعة قريبة من السرعة التزامنية قبل أن يتمكن من متابعة الدوران بنفسه. في الواقع، يتعرض الجزء الدائر لما يمكن تسميته بـــ "حالة الجمود" نتيجة عدم قدرته على الاستجابة لتغير الحقل!

5-19-4 المحرك التحريضي ثلاثي الطور

Three-phase induction motors

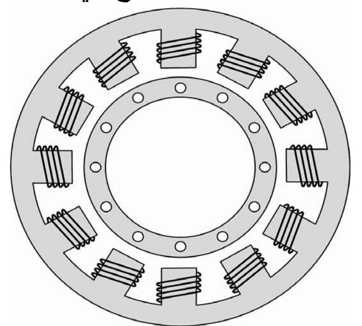
اكتسب المحرك التحريض اسمه نتيجة لظاهرة تولد تيارات متحرضة في ملفات الجزء الدائر بسبب الحقل المغنطيسي الدوار المتولد من الجزء الساكن. تتشابه بنية الجزء الساكن في كل من المحركات التحريضية والتزامنية بشكل كبير، ولكن الجزء المتحرك مختلف تماماً بينهما.

يتكون الجزء الدائر في المحرك التحريضي من صفائح أسطوانية محفور على سطحها مجموعة من المجاري التي تتوضع ضمنها الملفات، التي تأخذ بدورها (أي الملفات) شكلاً من اثنين: الأول وهو الأكثر انتشاراً ويعرف بقفص المُجمّع (الشكل 5-202) وفيه تُملأ هذه المجاري بقضبان نحاسية ثقيلة موصولة عند نهايتيها معاً بوساطة حلقتين معدنيتين من النحاس أو خليط النحاس. لا نحتاج إلى وجود مادة عازلة بين القضبان والنواة بسبب صغر قيمة الجهد المتولد في هذه القضبان. تبقى الفجوة الهوائية الموجودة بين الجزء الدائر والجزء الساكن صغيرة جداً من أجل الحصول على شدة حقل أعظمية.



الشكل 5–202: بنية قفص المجمع للجزء الدوار.

أما النوع الثاني فيسمى الجزء الدوار ذا الدائر الملفوف: وفيه تملأ المجاري بوشائع ملفوفة. بسبب وجود أكثر من ناقل في الجزء الدائر، فإن الجزء الساكن يمتلك أكثر من زوج واحد من الأقطاب، كما هو واضح في الشكل(5–203).

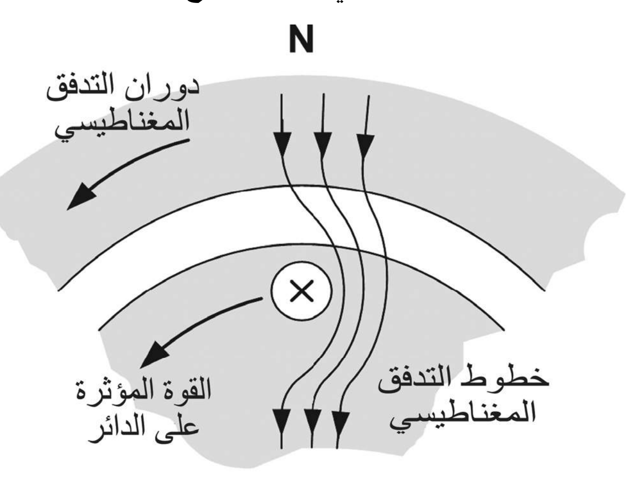


الشكل 5–203: بنية الجزء الساكن في المحرك التحريضي.

نقطة مفتاحية
يعتبر المحرك التحريضي الأكثر انتشاراً في الحياة العملية نظراً إلى ما يتمتع به من بساطته و متانة بنيته مع قلة تكلفته النسبية. ترجع هذه المميزات إلى أن بنية الجزء الدائر في المحرك التحريضي مكتفية ذاتياً بحيث لا تحتاج إلى أن توصل مع أي مصدر خارجي للتغذية الكهربائية.

تبقى مبادئ عمل وخصائص المحرك التحريضي ثابتة، سواء كان ذا دائر ملفوف أو ذا قفص تجميع. تتحرض في الجزء الدائر قوة محركة كهربائية نتيجة للحقل المغنطيسي الدوار المتولد من ملفات الجزء الساكن، وتولد هذه القوة تياراً كهربائياً في دارة المتحرك مما يولد حقلاً مغنطيسياً فيه، وبالنتيجة يدور المحرك

نتيجة لتفاعل هذين الحقلين المغنطيسيين. يبين الشكل (5-204) دوران الجزء المتحرك بنفس جهة التدفق المغنطيسي الدوار الناتج من الجزء الساكن.



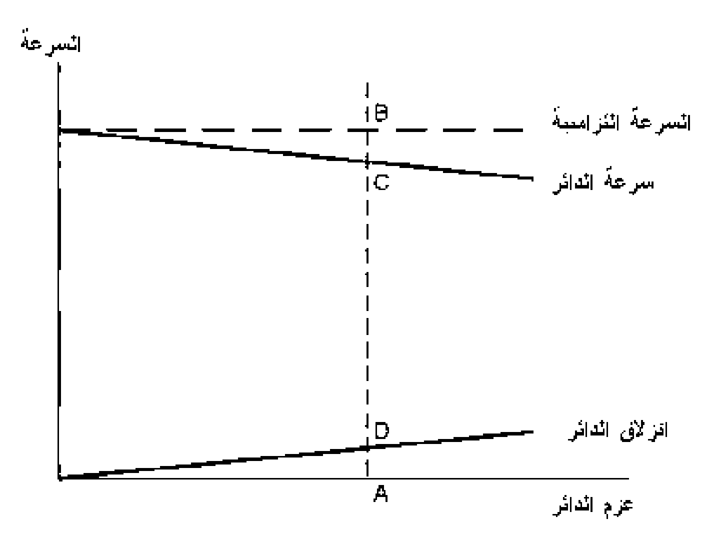
الشكل 5-204: القوة المؤثرة في الجزء الدوار في المحرك التحريضي.

نعلم من قانون لينز أن جهة التيار المتحرض تكون بحيث تعاكس تغيرات الحقل التي أدت إلى تحريضه. بما أن الحقل المتغير في المحرك التحريضي هو الحقل الدوار الناتج من الجزء الساكن، فإن القوة المتولدة من الجزء الدائر (نتيجة التداخل بين حقلي الدائر و الساكن) تحاول إلغاء الحركة الدائمة للحقل المغنطيسي الناتج من الجزء الساكن، وبالتالي فإن الجزء المتحرك سيدور بنفس اتجاه دوران حقل الجزء الساكن محاولاً الوصول إلى نفس سرعته. في التطبيقات العملية، تقترب سرعة الدائر بشكل كبير من سرعة دوران الحقل المغنطيسي، ولكنها لا تساويها أبداً.

نقطة مفتاحية
يتشابه المحرك التحريضي مع التزامني من حيث بنية الجزء الساكن ، ولكنهما يختلفان تماماً في بنية الجزء المتحرك حيث لا يحتاج الجزء المتحرك في المحرك التحريضي لأي منبع تغذية خارجي. يتحرض في ملفات الدائر تيار نتيجة قطعها لخطوط الحق المغنطيسي الدوار، وتولد هذه التيارات بدورها حقلاً مغنطيسياً يتداخل مع الحقل الدوار الناتج من الجزء الساكن فينشأ بالنتيجة عزم فتل يؤثر في الجزء الدائر ويؤدي إلى دورانه.

5-19-5 الانزلاق، عزم التدوير، السرعة Slip, torque and speed

ذكرنا سابقاً أنه لا يمكن لسرعة دوران الجزء الدائر في محرك تحريضي أن تصل إلى قيمة سرعة دوران الحقل الدوراني، حيث يبقى بينهما عملياً مقدار صغير من الاختلاف. في الحقيقة، إذا تساوت هاتان السرعتان فلا يمكن أن تحدث أي حركة نسبية بينهما، وبالتالي لن تتحرض في الجزء المتحرك أي قوة محركة كهربائية، وهذا هو سبب دوران المتحرك بسرعة أقل من سرعة الحقل المغنطيسي الدوراني. يطلق على هذه الظاهرة اسم الانزلاق وتزداد أهميته كلما ازداد عزم التدوير الناتج من هذا المحرك، كما هو مبين في الشكل (5−205).



الشكل 5−205: العلاقة بين عزم التدوير والانزلاق في المحرك التحريضي.

نلاحظ من الشكل (5−205)، أنه عند العزم A تكون سرعة المتحرك مساوية للمسافة AC وبالتالي يمكن التعبير عن الانزلاق بالمسافة AD ويكون:

$$AD = AB - AC = CB$$

من أجل قيم العزم الواقعة في مجال عمل المحرك (أي على امتداد المجال المستقيم في المخطط المبين في الشكل (5−205))، فإن قيمة الانزلاق تتناسب خطياً مع قيمة العزم، وتعطى القيمة لوحدة الانزلاق بالعلاقة:

$$\text{والقيمة للوحدة} = \frac{\text{الانزلاق}}{\text{السرعة التزامنية}} = \frac{AD}{AB}$$

وبما أن $AD = AB - AC$

الانزلاق= السرعة التزامنية–سرعة المتحرك

وبالتالي يكون:

$$\text{الانزلاق للوحدة} = \frac{\text{السرعة التزامنية – سرعة الجزء الدائر}}{\text{السرعة التزامنية}}$$

$$\text{القيمة للوحدة} = \frac{AB - BC}{AB}$$

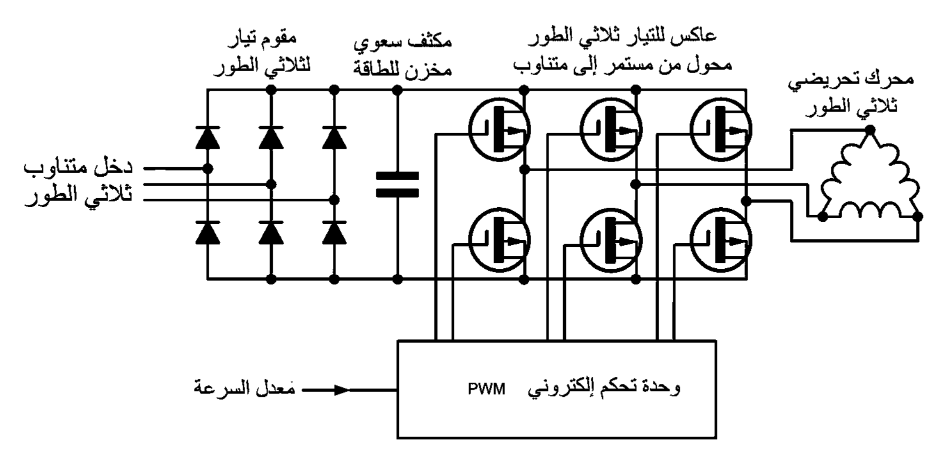
والنسبة المئوية للانزلاق تساوي:

$$\text{النسبة المئوية} = \frac{AB - BC}{AB} \times 100\%$$

تساوي القيمة الفعلية للانزلاق 6% في المحركات الكبيرة وحوالى 2% في المحركات الصغيرة. يعتبر المحرك التحريضي ثابت السرعة في التطبيقات العملية المختلفة (تحددها قيمة تردد التيار المطبق على الجزء الساكن) إلا أن هذا يعد أحد عيوبه الرئيسية نظراً إلى صعوبة تغيير سرعة هذا المحرك.

نلاحظ بشكل عام، أن من الصعوبة بمكان التحكم بسرعة محرك AC ما لم يتم تأمين منبع تغذية AC متغير التردد. يمكن التحكم بسرعة المحرك ذي الدائر الملفوف عن طرق تغيير قيم التيار المتحرض في الجزء الدائر، إلا أن مثل هذا الإجراء غير عملي حيث يتطلب استخدام وسيلة للوصل مع الجزء الدائر للمحرك. من أجل ذلك، يُفضَّل استخدام محركات DC في التطبيقات التي تتطلب قيماً متغيرة للسرعة. إلا أنه عندما يكون من الضروري الحصول على قيم متغيرة في سرعة محرك AC فإننا نلجأ إلى تغذيته عبر آلية معينة تستخدم عاكساً إلكترونياً يحول التغذية المستمرة إلى متناوبة. يتألف العاكس من وحدة تقطيع إلكترونية تُغذى من

منبع DC وتقوم بتوليد خرج ثلاثي الطور عالي الأمبير يمكن التحكم بجهده عن طريق تعديل عرض النبضة PWM، كما هو مبين في الشكل 5−206.



الشكل 5−206: استخدام العاكس للحصول على سرعة متغيرة في المحرك التحريضي ثلاثي الطور.

نقطة مفتاحية
يدور الجزء الدوار في محرك تحريضي بسرعة أقل من السرعة التزامنية، الأمر الذي من شأنه أن يمكن خطوط الحقل الدوار أن تتقاطع مع ملفات الجزء الدائر، وبالتالي يتحرض فيها تيار كهربائي. يطلق على النسبة المئوية للفرق بين سرعة الدوران والسرعة التزامنية اسم الانزلاق. يتغير الانزلاق تغيراً طفيفاً من أجل التغيرات الطبيعية في الحمل، فيُعتبر المحرك التحريضي لذلك محركاً ذا سرعة ثابتة.

مثال 5−104

محرك تحريضي سرعته التزامنية 3600 rpm، وسرعته الفعلية 3450 rpm. احسب ما يلي:

(أ) الانزلاق للوحدة.

(ب) الانزلاق النسبي.

الحل:

(أ)   الانزلاق للوحدة= $\frac{3600-3450}{3600}$

$$= \frac{150}{3600} = 0.042$$

(ب) القيمة المئوية للانزلاق:

$$= \frac{3450-3600}{3600} \times 100$$

$$= \frac{150}{3600} \times 100 = 4.2\%$$

تعطى سرعة دوران التدفق المغنطيسي داخل المحرك التحريضي N بالعلاقة التالية:

$$N = \frac{f}{P}$$

حيث N هي سرعة دوران التدفق وتقاس بالدورة في الثانية(rev/s)، f تردد منبع التغذية (Hz) AC، P عدد أزواج الأقطاب.

وبالتالي يمكن التعبير عن القيمة للوحدة الانزلاق كما يلي:

$$S = \frac{AB - BC}{AB} = \frac{N - N_r}{N}$$

حيث N هي سرعة دوران التدفق (rev/s)، N_r سرعة دوران الدائر.

$$SN = N - N_r$$
$$N_r = N - SN = N(1-S)$$
$$N_r = N(1-S) = \frac{f}{P}(1-S)$$

حيث N_r سرعة دوران الدائر(rev/s)، f تردد منبع التغذية المتناوب (Hz)، S الانزلاق لكل وحدة.

مثال 5−105

محرك تحريضي رباعي الأقطاب يتغذى من منبع AC تردده 400 Hz. احسب سرعة دوران الدائر عندما يكون الانزلاق للوحدة 2.5%.

الحل:

$$N_r = N(1-S) = \frac{f}{P}(1-S) = \frac{400}{2}(1-0.025)$$
$$= 200 \times 0.975 = 195$$

وبالتالي تكون سرعة الدائر 195 دورة في الثانية أو 11700 دورة في الدقيقة.

مثال 5−106

محرك تحريضي رباعي الأقطاب يتغذى من منبع AC تردده 60Hz. احسب النسبة المئوية للانزلاق إذا علمت أن سرعة الدائر 1700 rpm.

الحل:

$$N_r = N(1-S) = \frac{f}{P}(1-S)$$

$$S = 1 - \frac{N_r P}{f} = 1 - \frac{(\frac{1700}{60}) \times 2}{60}$$
$$= 1 - \frac{56.7}{60} = 1 - 0.944 = 0.056$$

أي إن القيمة النسبية للانزلاق تساوي 5.6%.

6-19-5 المحركات التحريضية أحادية وثنائية الطور

Single and two-phase induction motors

يتواجد في المحركات ثنائية الطور ملفان متعامدان مع بعضهما البعض، ويتم توليد حقل مغنطيسي دوار بتهييج هذين الملفين بتيار كهربائي متأخر بالطور بزاوية °90. أما المحرك التحريضي أحادي الطور، فهو يملك طوراً واحداً فقط، وتستخدم هذه المحركات بشكل كبير في التطبيقات التي تتطلب محركات صغيرة ذات خرج منخفض. ميزة استخدام هذا النوع من المحركات هي أن صغر حجمها يجعل تصنيعها أرخص مقارنة بغيرها من المحركات، وهي لا تحتاج إلى التغذية من منبع ثلاثي الطور أيضاً. تُستخدم المحركات أحادية الطور في تجهيزات الاتصالات، والمراوح، وأجهزة التغذية المتنقلة... إلخ. بما أن الحقل المغنطيسي المتولد من تطبيق جهد AC أحادي الطور على ملف الجزء الساكن ذي شكل نبضي، فإن عزم التدوير المتولد هو نبضي أيضاً. وبالتالي فإن هذه المحركات ذات مردود أقل من المحركات ثنائية وثلاثية الطور، التي يكون فيها عزم التدوير أكثر انتظاماً.

يحتوي المحرك أحادي الطور على ملف وحيد في جزئه الساكن، يقوم هذا الملف بتوليد حقل يمكن اعتباره متناوباً على محور الملف بدلاً من كونه دواراً. من جهة أخرى، تشابه المحركات التسلسلية آلات التيار المستمر في أنها تحتوي على مجمع و مسفرات.

عندما يكون الدائر في وضعية السكون، يحرض حقل الدائر المتقلص والمتمدد تيارات في الجزء الدائر والتي تقوم بدورها بتوليد الحقل المغنطيسي للدائر. يؤدي تعاكس هذه الحقول إلى بذل قوة على الدائر تحاول تدويره عن موضعه بزاوية °180. ونظراً إلى أن موضع تأثير هذه القوة هو من خلال مركز الدائر فإن هذا الدائر لن يتمكن من الدوران إلا إذا طبقنا عليه قوة أخرى مساعدة، وبالتالي تستخدم في هذا المحرك بعض الوسائل للمساعدة في عملية الإقلاع (starting).

نقطة مفتاحية

تتوافر المحركات التحريضية بأنماط متعددة أحادية وثنائية و ثلاثية الطور. يشبه الجزء الساكن في المحرك التحريضي ثلاثي الطور تماماً نظيره في المحرك التزامني ثلاثي الطور. يولد الجزء الساكن ثنائي الطور حقلاً مغنطيسياً دواراً بسبب وجود ملفين متعامدين فيه. إذا كان فرق الطور بين الجهدين المطبقين على هذين الملفين هو°90 فإن حقلاً مغنطيسياً دواراً سوف يتولد.

نقطة مفتاحية

يستخدم المحرك التزامني جزءاً ساكناً أحادي أو ثلاثي الطور لتوليد الحقل المغنطيسي الدوار، بالإضافة إلى جزء متحرك كهرومغنطيسي يتغذى من منبع DC خارجي. يتصرف الجزء المتحرك كمغنطيس وينجذب إلى الحقل الدوار المتولد من الجزء الساكن، ينشأ عن هذا الانجذاب عزم فتل يؤثر في الدائر مسبباً دورانه مع الحقل المغنطيسي.

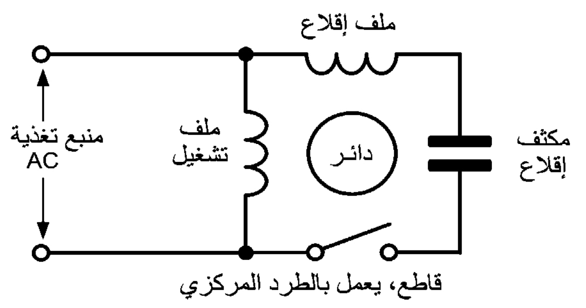
نقطة مفتاحية

يحتوي المحرك التحريضي أحادي الطور على ملف واحد في جزئه الساكن، لذلك لا يستطيع أن يولد حقلاً مغنطيسياً دواراً، كما أنه لا يمكنه الإقلاع بشكل ذاتي، إلا أنه وبمجرد أن يقلع فإنه يستمر في الدوران وتزداد سرعته بشكل تدريجي. يتولد في الجزء الدائر من المحرك الدوار عزم ينزاح بزاوية °90 عن حقل الجزء الساكن، يولد هذان الحقلان معاً الحقل المغنطيسي الدوار الذي يبقي الجزء المتحرك في حالة دوران.

7-19-5 مكثف الإقلاع Capacitor starting

في المحرك التحريضي المصمم للإقلاع بمساعدة مكثف، يتكون الجزء الساكن من ملف رئيسي بالإضافة إلى ملف الإقلاع الذي يكون موصولاً على التوازي مع الملف الرئيسي ويصنع معه زاوية قائمة. يتم الحصول على فرق في الطور بين التيارين المارين في كل من الملفين عن طريق وصل مكثف على

التسلسل مع الملف المساعد. يُستخدم قاطع للتحكم فقط في تطبيق التيار على الملف المساعد من أجل إقلاع الجزء الدائر (الشكل 5−207).



الشكل 5−207: نظام مكثف الإقلاع (starting).

يتم إغلاق القاطع عند الإقلاع مما يؤدي إلى وصل المكثف مع الملف المساعد على التسلسل. تكون قيمة المكثف السعوي كافية بحيث تجعل من دارته مع الملف المساعد دارة مقاومة−سعوية فعالة يتقدم فيها التيار على جهد الخط بزاوية °45. إن الحثية الموجودة في الملف الرئيسي تكفي أيضاً لخلق تيار متأخر في الطور عن جهد الخط بزاوية °45. وبالتالي تنشأ بين طوري التيارين زاوية مقدارها °90 تقريباً، وبالنتيجة تكون الزاوية بين الحقول المغنطيسية الناتجة منها متعامدة أيضاً، والنتيجة هي توليد حقل دوراني كاف لجعل المحرك يقلع ثم يدور. بعد فترة قصيرة (عندما تصل سرعة المحرك إلى قيمة قريبة من سرعته الطبيعية)، يتم فتح القاطع، وبالتالي يتم فصل التيار المار في الملف المساعد. عند هذه النقطة، يكون المحرك في حالة دوران طبيعية كأي محرك تحريضي أحادي الطور. ولما كان المحرك التحريضي ثنائي الطور أكثر كفاءة من المحرك أحادي الطور، فإن من المرغوب أحياناً الحفاظ على مرور التيار في الملف المساعد، وبالتالي يدور المحرك كمحرك تحريضي ثنائي الطور.

نستخدم في بعض أنواع هذه المحركات دارات أكثر تعقيداً يستخدم فيها أكثر من مكثف واحد موصول مع دارة الملف المساعد. على سبيل المثال، يمكن استخدام مكثف ذي سعة عالية لضمان توليد عزم كافٍ عند الإقلاع في حال وجود حمل كبير موصول مع المحرك، وفي هذه الحالة، يمكن تقليل سعة المحرك تدريجياً عند وصوله

إلى سرعة التشغيل النظامية من أجل الحد من قيمة التيار المار في الملف المساعد. يشار إلى هذا النوع من المحركات الذي يستخدم نوعين من المكثفات (يستخدم الأول للمساعدة في الإقلاع بينما يستخدم الآخر أثناء العمل النظامي للمحرك) بالمحرك التحريضي ذي مكثف إقلاع ومكثف تشغيل. أخيراً، ينبغي أن نلاحظ أنه يمكن الحصول على انزياح الطور المشار إليه سابقاً باستخدام ملف تحريضي بدلاً من مكثف، ويعود استخدام المكثف بشكل أوسع إلى كونه أقل ثمناً وأقل حجماً.

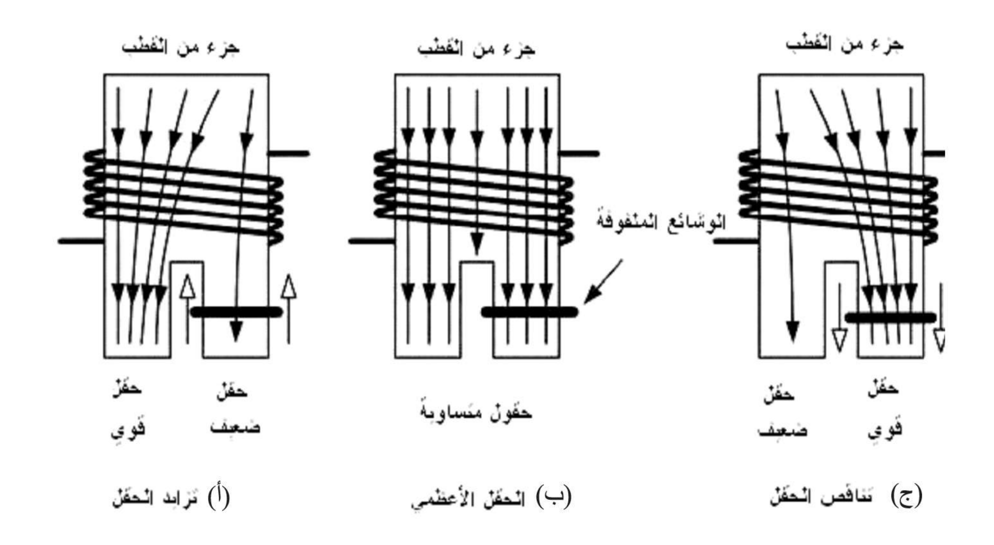
نظراً إلى وجود انزياح في الطور مقداره 90° بين تيار وجهد الملف، يمكن إذاً استخدام ملف تحريضي في دارة الإقلاع، وعندها يتم وصل ملف الإقلاع إلى الجزء الساكن. إذا وصل هذا الملف على التسلسل مع ملف آخر (كملف العمل) عبر نفس منبع التغذية، نحصل على تيار في ملف الإقلاع مختلف في الطور مع التيار المار في ملف العمل، وبالتالي يتولد لدينا حقل مغنطيسي دوراني ونحصل على الحركة الدورانية للجزء الدائر.

نقطة مفتاحية
يمكن الحصول على محرك تحريضي أحادي الطور ذاتي الإقلاع عن طريق إضافة ملف إقلاع إلى الجزء الساكن. إذا ثبتنا هذا الملف ووصلناه على التسلسل مع المكثف عبر نفس منبع التغذية بشكل مشابه لملف التشغيل، فإنه يتولد لدينا في ملف الإقلاع تيار مختلف في الطور مع التيار المار في ملف التشغيل، الأمر الذي يؤدي إلى توليد حقل مغنطيسي دوار، يؤدي إلى تدوير الجزء المتحرك. بمجرد وصول المحرك إلى سرعة التشغيل يتم فصل الملف المساعد ليتابع المحرك عمله كمحرك تحريضي أحادي الطور

5-19-8 المحرك ذو القطب المظلل Shaded pole motors

هناك طريقة أخرى لإقلاع المحرك التحريضي أحادي الطور بالاعتماد على ما يعرف بالقطب المظلل. يتم توليد الحقل المغنطيسي المتحرك في هذا النوع من المحركات عن طريق تصميم بنية الجزء الثابت بطريقة خاصة، حيث يتم بناء أجزاء

القطب بشكل مشابه لآلات التيار المستمر، ويتم إحاطة جزء من القطب بشريط نحاسي أو ما يعرف بالوشيعة المظلِّلة (Shading coil). عندما يتولد الحقل المغنطيسي في النواة فإنه يتدفق بسهولة عبر الجزء غير المظلل من القطب، ثم يقترن (يحرض) بعدها بوشيعة التظليل التي تشكل دارة حلقية مقصورة بشكل فعال. يؤدي هذا الأمر إلى مرور تيار لحظي كبير في هذه الحلقة المقصورة مولداً حقلاً مغنطيسياً معاكساً. وبالنتيجة يمكن القول ببساطة إن الجزء غير المظلل يعاني تأثير حقل مغنطيسي أكبر من الحقل المؤثر في الجزء المظلل. يتساوى هذان الحقلان بعد برهة، وبعدها تتزايد شدة الحقل المؤثر في الجزء المظلل نتيجة تناقص شدة الحقل المغنطيسي المؤثر في الجزء غير المظلل. لاحظ الشكل (5−208).



الشكل 5−208: عمل المحرك ذي القطب المظلل.

نقطة مفتاحية
في المحرك ذي القطب المظلل، يتم إحاطة جزء من وجه القطب في الجزء الدائر بشريط معدني مقصور. ويتجلى تأثير هذه العملية في تحريك الحقل المغنطيسي عبر وجه القطب إلى الأمام والخلف. يمتلك هذا الحقل المتحرك نفس تأثير الحقل الدوار بحيث يجعل المحرك قادراً على الإقلاع بشكل ذاتي لحظة وصله مع منبع التغذية

اختبر فهمك 5-19

1- اشرح نقاط الاختلاف بين المحرك التحريضي والمحرك التزامني.

2- ما هي العيوب الرئيسية للمحركات التزامنية.

3- ارسم شكلاً يبين بنية المحرك التحريضي ذي القفص التجميعي.

4- علّل سبب كون المحرك التحريضي هو أكثر أنواع محركات AC استخداماً.

5- محرك تحريضي سرعته التزامنية 7200 rpm، وسرعته الفعلية 7000 rpm. احسب ما يلي:

(أ) الانزلاق للوحدة الوحدة،

(ب) الانزلاق النسبي المئوي.

6- محرك تحريضي رباعي الأقطاب يتغذى من منبع AC تردده 400 Hz. احسب سرعة دوران الدائر عندما يكون الانزلاق للوحدة 1.8%.

7- محرك تحريضي رباعي الأقطاب يتغذى من منبع AC تردده 60Hz. احسب النسبة المئوية للانزلاق إذا علمت أن سرعة الدائر 1675 rpm.

8- اشرح سبب الحاجة إلى وسيلة إقلاع في المحرك التحريضي أحادي الطور.

9- اشرح نظام مكثف الإقلاع المستخدم في المحركات التحريضية أحادية الطور.

10- اشرح أداء المحرك ذي القطب المظلل مستعيناً بالرسم التوضيحي.

5-20 أسئلة متعددة الخيارات Multiple choice questions

فيما يلي مجموعة من الأسئلة تشابه منهاجها تلك التي صادفتها من قبل في الفقرة 3 الجزء 66. لاحظ أن هذه الأسئلة قد فصلت عن بعضها البعض حسب المستوى عند الإمكان. لا يحتاج العديد من الأقسام (مثل دارات التيار المستمر، المقاومات، الاستطاعة المكثفة، المغنطيسية، الحثية .....) إلى آليات من الدرجة A. يرجى ملاحظة أنه يجب محاولة الإجابة عن كل هذه الأسئلة بدون استخدام الآلة الحاسبة. ويعتبر الطالب مجتازاً للاختبار إذا استطاع الحصول على معدل 75%

Electron theory نظرية الإلكترون

1- توجد في نواة الذرة بروتونات ذات:

[A, B1, B2]

(أ) شحنة موجبة.

(ب) شحنة سالبة.

(ج) متعادلة في الشحنة.

2- الشاردة الموجبة في ذرة:

[A, B1, B2]

(أ) اكتسبت إلكترون.

(ب) خسرت إلكترون.

(ج) لديها عدد متساو من الإلكترونات والبروتونات.

3- تتواجد الإلكترونات في الذرة:

[A, B1, B2]

(أ) بصحبة النترونات كجزء من أجزاء النواة.

(ب) في مركز النواة محاطة بالبروتونات.

(ج) في مدارات مختلفة المستويات تدور حول النواة.

4- نطلق على المواد التي لا تحتوي على حاملات شحنات حرة اسم:

[A, B1, B2]

(أ) النواقل.

(ب) العوازل.

(ج) أنصاف النواقل.

5- تتكون حاملات الشحنة في المعدن من:

[A, B1, B2]

(أ) إلكترونات حرة.

(ب) ذرات حرة.

(ج) نترونات حرة

Static electricity and conduction **الكهرباء الساكنة والنقل**

6- لدينا شحنتان نقطيتان المسافة بينهما d، إذا تضاعفت المسافة بينهما بـــ "دون أن يؤثر ذلك في كمية الشحنة في كل نقطة" فإن القوة بين هاتين الشحنتين:

[B1, B2]

(أ) تزداد.

(ب) تتناقص.

(ج) تبقى ثابتة.

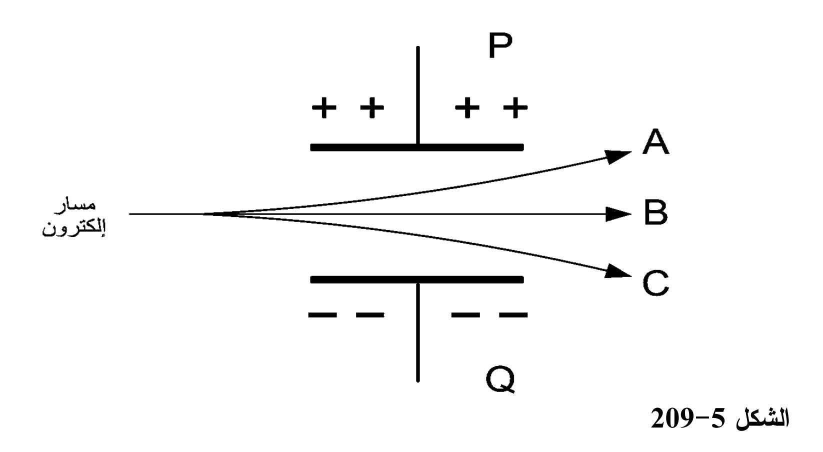
7- تتحرك حزمة إلكترونية بين صفيحتين متوازيتين P و Q كما يبين الشكل (5-209). الصفيحة P موجبة الشحنة و Q سالبة الشحنة. حدد المسار الذي ستسلكه الإلكترونات من بين المسارات الثلاثة:

[B1, B2]

(أ) A

(ب) B

(ج) C



الشكل 5–209

8- تتناسب القوة بين شحنتين نقطيتين مع:

[B1, B2]

(أ) ناتج جداء شحنتيهما.

(ب) مجموع شحنتيهما.

(ج) الفرق بين شحنتيهما.

9- إذا كان لدينا شحنتان معزولتان بقطبتين مختلفتين، فالقوة الناشئة بينهما هي:

[B1, B2]

(أ) قوة تجاذب.

(ب) قوة تنافر"تدافع".

(ج) معدومة.

10- اختر مما يلي الرمز والاختصار اللذين يدلان على الشحنة الكهربائية ووحدة قياسها:

[A, B1, B2]

(أ) الرمز Q و والوحدة C.

(ب) الرمز C و والوحدة F.

(ج) الرمز C و والوحدة V.

11- اختر مما يلي الرمز والاختصار اللذين يدلان على المقاومة و واحدتها:
[A, B1, B2]

(أ) الرمز R ، والوحدة Ω.
(ب) الرمز V ، والوحدة V.
(ج) الرمز R ، والوحدة A.

12-يعرف التيار بأنه معدل جريان:

[A, B1, B2]

(أ) الشحنة.
(ب) المقاومة.
(ج) الجهد.

13- كمية الشحنة المنقولة والناتجة من مرور تيار شدته 3A لمدة 2 دقيقة تساوي:

[B1, B2]

(أ) 6 كولون.
(ب) 40 كولون.
(ج) 360 كولون.

14- يعرف الفولت بأنه:

[B1, B2]

(أ) الجول على الكولون.
(ب) الواط على الكولون.
(ج) الأوم على الواط.

15- الجهة الاصطلاحية لمرور التيار هي:

[A, B1, B2]

(أ) دائماً من السالب إلى الموجب.

(ب) بنفس جهة تدفق الإلكترونات.

(ج) بعكس جهة تدفق الإلكترونات.

16- الناقلية هي عكس:

[A, B1, B2]

(أ) الشحنة.

(ب) التيار.

(ج) المقاومة.

17- تولد الخلايا الضوئية الكهرباء: **Generation of electricity**

[A, B1, B2]

(أ) الحرارة.

(ب) الضوء.

(ج) الفعل الكيميائي.

18- تنتج الخلايا الثانوية الكهرباء من :

[A, B1, B2]

(أ) الحرارة.

(ب) الضوء.

(ج) الفعل الكيميائي.

19- تولد المزدوجة الحرارية الكهرباء من :

[A, B1, B2]

(أ) الحرارة.

(ب) الضوء.

(ج) الفعل الكيميائي.

20- اختر من الأجهزة التالية الجهاز الذي يستخدم المغنطيسية والحركة لتوليد الكهرباء:

[A, B1, B2]

(أ) المحولة.

(ب) المحرض.

(ج) المولد.

21- يتحرك قضيب مغنطيسي بحيث يصنع زاوية قائمة مع سلك نحاسي فتتولد بين نهايتي السلك قوة محركة كهربائية تعتمد قيمتها على:

[B1, B2]

(أ) قطر سلك النحاس وشدة المغنطة.

(ب) السرعة التي يتحرك بها المغنطيس وشدة المغنطة.

(ج) مقاومة السلك النحاسي وسرعة حركة المغنطيس.

22- تساوي قيمة القوة المحركة الكهربائية المتولدة من مدخرة زنك- كربون تقريباً :

[A, B1, B2]

(أ) 0.95 فولت.

(ب) 1.15 فولت.

(ج) 1.26 فولت.

23- ينخفض الجهد الذي تولده الخلية قليلاً عندما توصل إلى الحمل، ويعود ذلك إلى:

[B1, B2]

(أ) وجود بعض المقاومة الداخلية.

(ب) كونها تولّد تياراً أقل عندما توصل إلى الحمل.

(ج) كونها تولد استطاعة أكبر عندما لا تكون موصولة مع الحمل.

24- يهبط الجهد النهائي للخلية مباشرة عندما تُربط مع الحمل. وهذا بسبب:
[B1, B2]

(أ) وجود بعض المقاومة الداخلية.

(ب) تولّد تيار أقل عندما تربط مع الحمل.

(ج) تنتج استطاعة إضافية بدون الربط مع الحمل.

25- يستخدم في خلايا الرصاص- حمض سائل كهرليتي هو:
[A, B1, B2]

(أ) الماء.

(ب) محلول حمض كلور الماء.

(ج) محلول حمض الكبريت.

26- يصنع المصعد في الخلية الجافة (لوكلانشيه) من:
[A, B1, B2]

(أ) الكربون.

(ب) النحاس.

(ج) الزنك.

27- تسمى الوصلة المصنوعة من معدنين مختلفين، التي تولد جهداً صغيراً عندما يتواجد فرق في درجة الحرارة بينها وبين وصلة مرجعية بـــ:
[A, B1, B2]

(أ) الديود.

(ب) محول حراري.

(ج) المزدروجة الحرارية.

28- تتكون الخلية الضوئية من:

[A, B1, B2]

(أ) طبقات متصلة من مادة نصف ناقل.

(ب) مسربين يفصل بينهما سائل كهرليتي.

(ج) وصلة بين معدنين مختلفين.

29- المواد التي تصنع منها المزدوجة الحرارية هي:

[A, B1, B2]

(أ) السليكون والسلينيوم.

(ب) السليكون والجرمانيوم.

(ج) الحديد والكونستانتان.

دارات التيار المستمر DC-circuits

30- العلاقة التي تربط بين الجهد V والتيار I والمقاومة R في المقاومة هي:

[B1, B2]

(أ) $V = IR$.

(ب) $V = \frac{R}{I}$.

(ج) $V = IR^2$.

31- يظهر بين طرفي مقاومة قيمتها 15Ω جهد قدره 7.5 فولت، فتكون قيمة التيار المار هي:

[B1, B2]

(أ) 0.25A.

(ب) 0.5 A.

(ج) 2A.

32- منبع DC مقاومته الداخلية 1Ω وجهد الدارة المفتوحة يساوي 24V ما هي قيمة الجهد عندما يوصل مع مقاومة 5Ω؟

[B1, B2]

(أ) 19V.

(ب) 20V.

(ج) 24V.

33- توصل ثلاثة مدخرات 9V على التسلسل. اختر قيمة مقاومة الحمل إذا علمت أن المجموعة تقدم تياراً مقداره 150mA.

[B1, B2]

(أ) 60Ω.

(ب) 180Ω.

(ج) 600Ω.

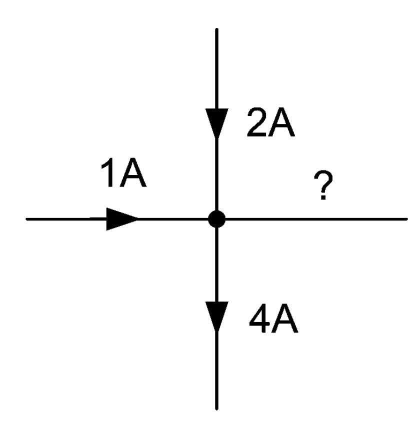
34- قيمة التيار المجهول في الشكل (5-210) هي:

[B1, B2]

(أ) 1A باتجاه داخل إلى العقدة.

(ب) 1A باتجاه خارج إلى العقدة.

(ج) 4A باتجاه داخل إلى العقدة.



الشكل 5-210

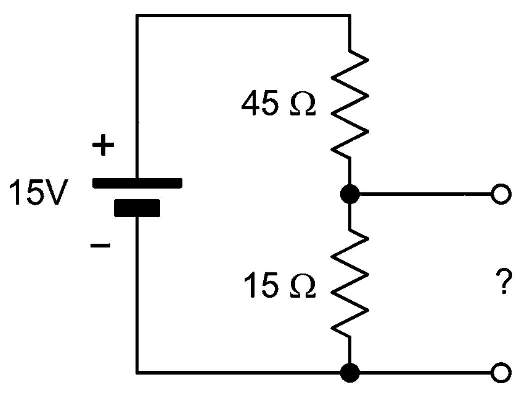
35- اختر قيمة جهد الخرج للدارة المبينة في الشكل (5-211).

[B1, B2]

(أ) 3.75V.

(ب) 1.9V.

(ج) 4.7V.



الشكل 5-211

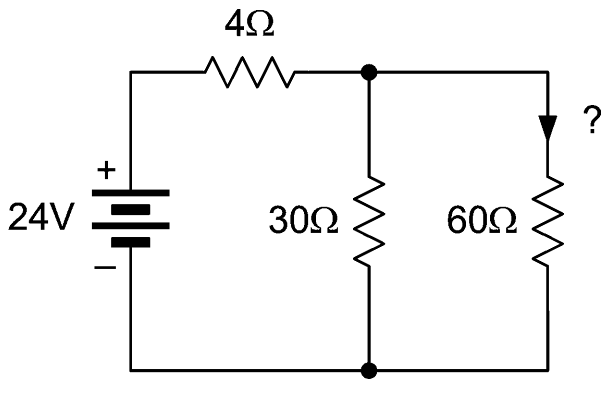
36- اختر مما يلي قيمة التيار المار في المقاومة 60Ω في الشكل (5-112):

[B1, B2]

(أ) 0.33A.

(ب) 0.66A.

(ج) 1A.



الشكل 5-112

37- تبلغ مقاومة كبل طوله 20m حوالى 0.02Ω ما هي قيمة الجهد التي يظهر بين نهايتي هذا الكبل في حال كان طوله 100m ومر فيه تيار شدته 5A؟

[B1, B2]

(أ) 0.02V.

(ب) 0.1V.

(ج) 0.5V.

38- عند ثبات مساحة المقطع: فإن مقاومة سلك ناقل:

[A, B1, B2]

(أ) تزداد كلما تناقص طوله.

(ب) تتناقص كلما تناقص طوله.

(ج) لا تتعلق بطول السلك الناقل.

39- توصل ثلاث مقاومات 15Ω على التوازي. اختر مما يلي قيمة المقاومة المكافئة للمجموعة:

[B1, B2]

(أ) 5Ω.

(ب) 15Ω.

(ج) 45Ω.

40- اختر قيمة المقاومة المكافئة لثلاث مقاومات 15Ω موصولة على التسلسل.

[B1, B2]

(أ) 5Ω.

(ب) 15Ω.

(ج) 45Ω.

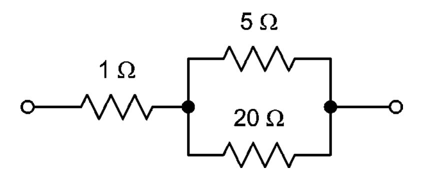
41- في الشكل (5-113) اختر قيمة المقاومة المعبّرة عن المقاومة المكافئة للدارة.

[A, B1, B2]

(أ) 5Ω.

(ب) 6Ω.

(ج) 26Ω.



الشكل 5-213

42- تصنع مقاومة سلكية قيمتها 180Ω من سلك طوله 0.2m. اختر قيمة مقاومة أخرى مصنوعة من نفس المعدن، ولكن بطول 0.5m.

[B1, B2]

(أ) 4Ω.

(ب) 15Ω.

(ج) 25Ω.

الاستطاعة (القدرة) Power

43- العلاقة التي تعبّر عن الاستطاعة :

[B1, B2]

أ) $P = I \times R$.

ب) $P = \frac{R}{I}$.

ج) $P = I^2 \times R$.

44- يولّد مولد DC جهد خرج مقداره 28V عند تيار 20A. قيمة الاستطاعة التي يولدها هذا المولد هي:

[B1, B2]

أ) 14W.

ب) 560W.

ج) 1.4W.

45- يستهلك مصباح الإضاءة في الحجرة 10W من منبع تيار مستمر 24V. عندئذ يكون التيار الناتج:

[B1, B2]

أ) 0.42A

ب) 0.65A

ج) 2.4A

46- يوصل مولد استطاعته 250W إلى حمل 50Ω. شدة التيار المار في الحمل هي:

[A, B1, B2]

(أ) 2.24A.

(ب) 5A.

(ج) 10A.

47- ما هي قيمة التيار الأعظمي لغرفة طائرة فيها 110 جهاز إضاءة استطاعة كل منها 10W وجهد تغذيتها 28V.

[B1, B2]

(أ) 25.5A.

(ب) 39.3A.

(ج) 308A.

48- مسخن وقود في طائرة مكون من عنصري تسخين موصولين على التوازي والقيم الاسمية لكل عنصر هي 10A و 28V. ما هي قيمة الاستطاعة الكلية التي يقدمها هذا المسخن؟

[B1, B2]

(أ) 140W.

(ب) 280W.

(ج) 560W.

49- تشحن مدخرة طائرة من منبع DC خرجه 28V. ما هي قيمة الطاقة المقدمة للمدخرة إذا كانت شدة تيار الشحن 10A لمدة 4 ساعات؟

[B1, B2]

(أ) 67kJ.

(ب) 252kJ.

(ج) 4.032MJ.